

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

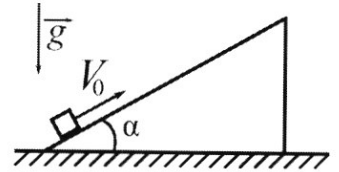
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разбивается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

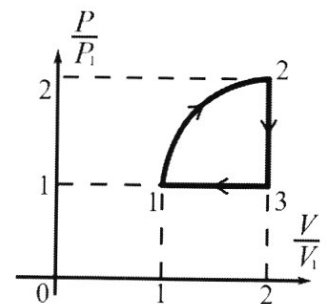
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

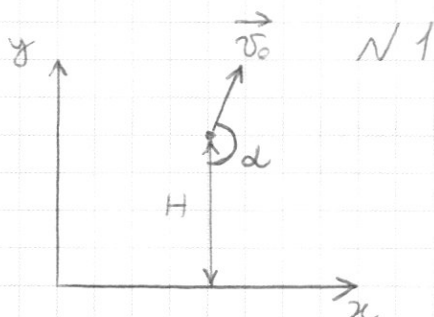
1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



α - угол между направлением
движения скачка и нормалью
(см. рисунок)
 $0 \leq \alpha \leq \pi$

$$O_y) h(t) = H - v_0 \cos \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

t - время от взрыва

t_0 - время полёта

$$h(t_0) = 0$$

$$H - v_0 \cos \alpha t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = 0$$

$$gt_0^2 + 2v_0 \cos \alpha t_0 - 2H = 0$$

$$t_0 = \frac{\pm \sqrt{4v_0^2 \cos^2 \alpha + 8gH} - 2v_0 \cos \alpha}{2g}$$

т.к. $t_0 > 0$, то $t_0 = \frac{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gH} - v_0 \cos \alpha}{g}$

$$gt_0^2 + 2v_0 \cos \alpha t_0 - 2H = 0$$

Заметим, что при увеличении (уменьшении) $\cos \alpha$ увеличивается (уменьшается) вся сумма, но т.к. она должна всегда оставаться равной 0, значит уменьшается (увеличивается) t_0 , тогда наименьшее (наибольшее) t_0 будет при наибольшем (наименьшем) $\cos \alpha$, а т.к. $0 \leq \alpha \leq \pi$, то $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$, тогда пусть t_2 - время падения последнего скачка, а t_1 - время падения первого скачка, тогда $\tau = t_2 - t_1$

$$z = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} + v_0}{g} - \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} - v_0}{g} = \frac{2v_0}{g}$$

$$v_0 = \frac{gz}{2}$$

$$v_0 = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot 10c}{2} = 50 \frac{m}{c}$$

~~k - число ударов снарядов, тогда~~

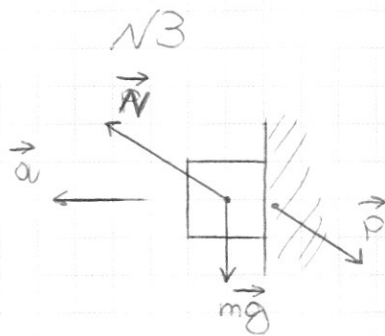
K - число ударов, тогда суммарная кинетическая энергия

$$\sum_{i=1}^k E_{кин_i} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i v_0^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} \sum_{i=1}^k m_i = \frac{v_0^2}{2} \cdot m = \frac{m v_0^2}{2} =$$

$$= \frac{2m \cdot (50 \frac{m}{c})^2}{2} = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ: $v_0 = 50 \frac{m}{c}$ $\sum_{i=1}^k E_{кин_i} = 2500 \text{ Дж}$

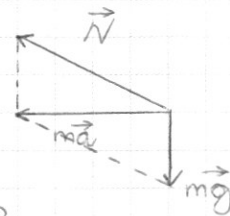
Дано:
 $R = 1,2 \text{ м}$
 $v_0 = 3,7 \frac{m}{c}$
 $m = 0,4 \text{ кг}$
 $d = \frac{v_0}{6}$
 $\mu = 0,9$
 $P, v_{min} - ?$



N - сила реакции опоры

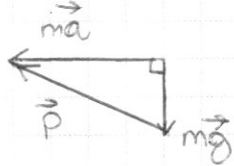
$$\vec{N} = -\vec{P}$$

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}, \text{ м. е.}$$



правило
параллелограмма

правило
треугольника



П.к. движение происходит в горизонтальной плоскости, то вектора $m\vec{a}$ и $m\vec{g}$ перпендикулярны, тогда

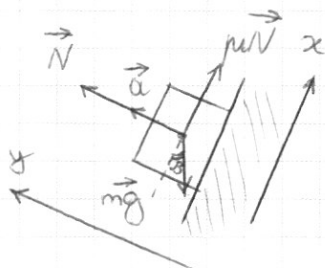
$$P = \sqrt{m^2 a^2 + m^2 g^2}, \text{ где } a = \frac{v^2}{R}$$

$$P = m \sqrt{\frac{v^4}{R^2} + g^2}$$

$$P = \sqrt{(0,4 \text{ м} \cdot 10 \frac{m}{c^2})^2 + (0,4 \text{ м} \cdot \frac{(3,7 \frac{m}{c})^2}{1,2 \text{ м}})^2} = \sqrt{16 \text{ Н}^2 + (0,4 \text{ м} \cdot 11 \frac{29}{60} \frac{m}{c^2})^2} \approx$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x \sqrt{16H^2 + (0,4 \cdot 11,5H)^2} = \sqrt{16H^2 + (4,6H)^2} = \sqrt{37,16H^2} \approx 6,1H$$



β — угол отклонения силы тяжести от
нормали к силе реакции опоры

$$-\alpha \leq \beta \leq \alpha$$

$$Ox) \quad mg \cos \beta = \mu N \quad N = \frac{mg \cos \beta}{\mu}$$

$$ma = N - mg \sin \beta$$

$$ma = mg \left(\frac{\cos \beta}{\mu} - \sin \beta \right)$$

~~$$\frac{v^2}{R} = g \left(\frac{\cos \beta}{\mu} - \sin \beta \right)$$~~

$$v^2 = gR \left(\frac{\cos \beta}{\mu} - \sin \beta \right)$$

~~v будет минимальным, если $\left(\frac{\cos \beta}{\mu} - \sin \beta \right)$ будет минимальным. И.к. $-\frac{\pi}{6} \leq \beta \leq \frac{\pi}{6}$, то $\frac{\cos \beta}{\mu} - \sin \beta$ будет минимальным~~

Нам нужно найти такую v_{\min} , что в любое время

v_{\min} будет достаточно, чтобы удерживаться. И.е.

$v_{\min} \geq v$ в любой момент. И.к. нам нужно найти

минимальное v_{\min} , то нам нужно найти наибольшее

необходимое v . И если v_{\min} будет меньше этого

наибольшего v , то машина упадет

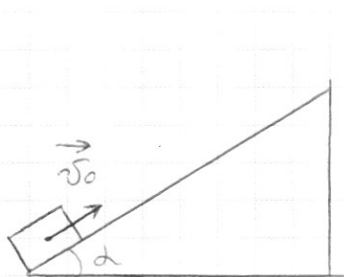
v будет максимальным, когда $(\frac{\cos \beta}{\mu} - \sin \beta)$ будет максимальным. Ит.и. $-\frac{\beta}{6} \leq \beta \leq \frac{\beta}{6}$, то

$\frac{\cos \beta}{\mu} - \sin \beta$ будет максимальным при $\beta = \frac{-\beta}{6}$, т.е.

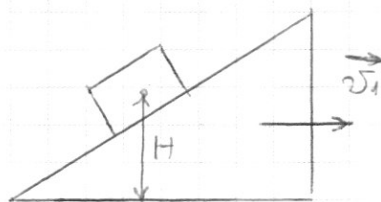
$$v_{\min} = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \frac{-\beta}{6}}{\mu} - \sin \frac{-\beta}{6} \right)}$$

$$v_{\min} = \sqrt{10 \frac{\mu}{c^2} \cdot 1,2 \mu \left(\frac{\sqrt{3}}{1,8} + \frac{1}{2} \right)} \approx \sqrt{18 \frac{\mu^2}{c^2}} \approx 3 \cdot 1,4 \frac{\mu}{c} = 4,2 \frac{\mu}{c}$$

Ответ: $P = 6,1 \text{ Н}$ $v_{\min} = 4,2 \frac{\mu}{c}$



$\sqrt{2}$



$$m v_0 \cos \alpha = 2 m v_1$$

$$v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{m v_0^2}{2} = m v_1^2 + m g H$$

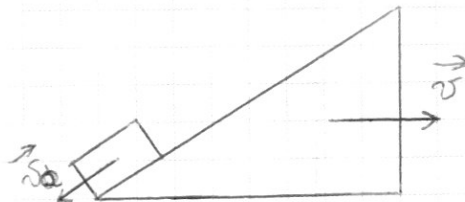
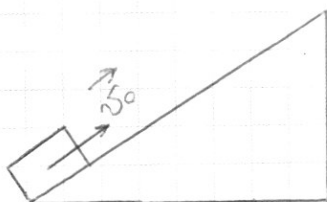
$$g H = \frac{v_0^2}{2} - v_1^2$$

$$g H = \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}$$

$$H = \frac{v_0^2}{g} \left(\frac{2 - \cos^2 \alpha}{4} \right)$$

$$H = \frac{\left(2 \frac{\mu}{c} \right)^2}{10 \frac{\mu}{c^2}} \left(\frac{2 - \frac{3}{4}}{4} \right) = 0,125 \mu$$

v_1 - скорость клина в момент, когда шайба находится на максимальной высоте



$$v = v_0 \cos \alpha$$

~~$$\text{ЗСЭ: } \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{m v^2}{2} \quad v_0 \cos \alpha = v$$~~

$$m v_0 \cos \alpha = m v + m (v - v_0 \cos \alpha)$$

$$2 m v_0 \cos \alpha = 2 m v \quad v = v_0 \cos \alpha$$

Омбем:

$$v = 2 \frac{u}{c} \cdot \cos 30^\circ = 2 \frac{u}{c} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1,7 \frac{u}{c}$$

Омбем: $H = 0,125 \mu$ $v = 1,7 \frac{u}{c}$

$\sqrt{5}$

1) $F_1 = \frac{kQq}{2R}$

2) $F_2 = \int_{2R}^{3R} \frac{kQq}{x^2} = kQq \int_{2R}^{3R} \frac{\Delta x}{x^2} = kQq \ln \frac{3R}{2R} =$

$= kQq (\ln 3R - \ln 2R)$

$F_2 = \int_2^3 \frac{kQq}{xR} = \frac{kQq}{R} \int_2^3 \frac{\Delta x}{x} = \frac{kQq}{R} \ln \frac{3}{2} =$

$= \frac{kQq}{R} (\ln 3 - \ln 2)$

Омбем: $F_1 = \frac{kQq}{2R}$ $F_2 = \frac{kQq}{R} (\ln 3 - \ln 2)$

2) $A_{\text{возд}} = S_{\text{цилиндр}} = \frac{\sqrt{4}}{4} \cdot P_1 V_1$, где $r=1$

$P_1 V_1 = \nu R T_1$ ($\nu = 1 \text{ моль}$)

$A_{\text{возд}} = \frac{\sqrt{4} \nu R T_1}{4}$

1) $Q_{1 \rightarrow 2} = P_2 V_2 - P_1 V_1$

$Q_{1 \rightarrow 2} = 2P_1 \cdot 2V_1 - P_1 V_1 = 3P_1 V_1 = 3\nu R T_1$

Омбем: ~~$A_{\text{возд}} = \sqrt{4} R^2$~~ 2) $A_{\text{возд}} = \frac{\sqrt{4} \nu R T_1}{4}$

1) $Q_{1 \rightarrow 2} = 3\nu R T_1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{m v_0^2}{2} =$$

$$v_{\text{обл}} =$$

~~1)~~

$$\int_{2R}^{3R} \frac{kqQ}{x}$$

$$kqQ \int_{2R}^{3R} \frac{dx}{x} = kqQ \ln \frac{3R}{2R} =$$

$$= kqQ (\ln 3R - \ln 2R)$$

$$A_{\text{газа}} =$$

$$\frac{pR^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1}{4} = \frac{3,14}{4} p_1 V_1$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \quad (\nu = 1 \text{ моль})$$

$$A_{\text{газа}} = \frac{p \nu R T_1}{4}$$

$$\tau = t_2 - t_1$$

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gH} - v_0 \cos \alpha}{g}$$

$$\tau = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} + v_0}{g} - \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} - v_0}{g} = \frac{2v_0}{g}$$

$$\tau = \frac{2v_0}{g}$$

$$v_0 = \frac{g\tau}{2} = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot 10c}{2} = 50 \frac{m}{c}$$

Взрива

$$E_{\text{ном}0} + E_{\text{кин}0} = \sum E_{\text{ном}i} + \sum E_{\text{кин}i} \quad 2) \sum_{i=1}^k E_{\text{кин}i} =$$

$$mgh + 0 = \sum E_{\text{ном}i} + \sum E_{\text{кин}i}$$

$$mgh = \sum_{i=1}^k m_i gh + \sum E_{\text{кин}i}$$

$$mgh = gh \sum_{i=1}^k m_i + \sum E_{\text{кин}i}$$

$$mgh = mgh + \sum E_{\text{кин}i}$$

$$\sum E_{\text{кин}i} = 0$$

1/2

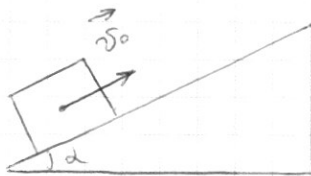
$$JRT = \text{max.} \frac{\partial m}{\text{max.} K} \cdot K = 2m$$

$$PV = 2m$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\text{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \text{tg}^2 \alpha}$$



$$3C) \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + mgh = mv^2 + mgh$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mv^2 + mgh \quad \frac{v_0^2}{2} = v^2 + gh$$

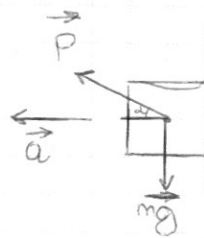
$$P \cos \alpha = ma$$

$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$P \sin \alpha = mg$$

$$4H$$

$$P \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}$$



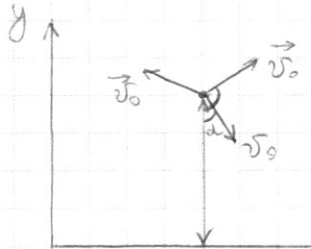
$$\frac{141}{13,69}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{gR}{v^2} = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot 1,2}{(3,7 \frac{m}{c})^2} = \frac{12}{13,69}$$

$$= \frac{mv^2}{R \sqrt{\frac{1}{1 + \text{tg}^2 \alpha}}}$$

$$P = \frac{mv^2}{R \cos \alpha} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



α - угол между направлением
движения осью и нормалью

$$0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

$$Oy) \quad h(t) = H - v_0 \cos \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

t_0 - момент падения осью

$$h(t_0) = 0$$

$$H - v_0 \cos \alpha t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = 0$$

$$gt_0^2 + 2v_0 \cos \alpha t_0 - 2H = 0 \quad \frac{v_0}{g} \cos^2 \alpha = H$$

~~$$t_0 = \frac{2H \cos^2 \alpha + 8gH}{2g}$$~~

$$t_0 = \frac{\pm \sqrt{4v_0^2 \cos^2 \alpha + 8gH} - 2v_0 \cos \alpha}{2g}$$

н.и. $t_0 > 0$, тогда $t_0 = \frac{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gH} - v_0 \cos \alpha}{g}$

~~$$(t_0 + v_0 \cos \alpha)^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gH$$~~

~~$$t_0^2 + 2v_0 t_0 \cos \alpha + v_0^2 \cos^2 \alpha = v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gH$$~~

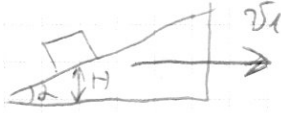
~~$$t_0^2 + 2v_0 t_0 \cos \alpha - 2gH = 0$$~~

$$gt_0^2 + 2v_0 \cos \alpha t_0 - 2H = 0$$

при увеличении $\cos \alpha$ увеличивается все слагаемые, поэтому, что чем больше $\cos \alpha$ тем больше $2v_0 \cos \alpha t_0$,

а н.и. она ограничена сверху 0, значит увеличивается t_0 . И.е. наименьшее t_0 будет при α наибольшим $\cos \alpha$ и наоборот,

а н.и. $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, тогда $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$, значит



$$mv_0 \cos \alpha = 2mv_1$$

$$v_0 = \frac{2v_1}{\cos \alpha}$$

$$v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + mgH$$

v, h

$$\frac{mv_0^2}{2} = mv_1^2 + mgH$$

$$mv_0 \cos \alpha = 2mv_1$$

$$v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} = \frac{v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{v_0 \sqrt{3}}{4}$$

~~$$gH = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$gH = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} - \frac{v_0^2}{2}$$~~

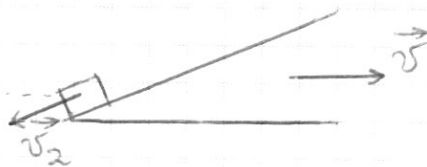
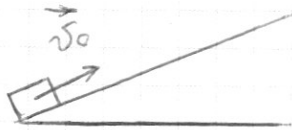
$$2 - \frac{3}{4} = 1 \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$gH = \frac{v_0^2}{2} - v_1^2$$

$$\frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

$$gH = \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}$$

$$H = \frac{v_0^2}{g} \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos^2 \alpha}{4} \right) = \frac{v_0^2}{g} \left(\frac{2 - \cos^2 \alpha}{4} \right)$$



$$\cos^2 \alpha (v_0 + v_2) = v_0 - v_2$$

$$v_0 \cos \alpha = v - v_2 \cos \alpha$$

$$v_0 \cos \alpha = v - v_2 \cos \alpha$$

$$\frac{v_0 - v_2}{v_0 + v_2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$$

$$1 = \cos^2 \alpha (v_0 + v_2)$$

$$v^2 = v_0^2 - v_2^2 = (v_0 - v_2)(v_0 + v_2)$$

$$v^2 = \cos^2 \alpha (v_0 + v_2)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P = \frac{mv^2}{R\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2 \sqrt{1 + \frac{144}{106,8}}} = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2 \sqrt{\frac{216,8}{106,8}}} = \frac{5,524}{1,2 \cdot 1,43} \approx 3,17$$

$$N = \frac{mg \cos \beta}{\mu} = \frac{11 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ}{0,9} = \frac{93,2}{0,9} \approx 103,6$$

$$mg \cos \beta = \mu N$$

$$ma = N - mg \sin \beta$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{13,69}{1,2} = 11,41$$

$$a = \frac{g \cos \beta}{\mu} - g \sin \beta$$

$$11,41 = \frac{11 \cdot 9,8 \cdot \cos \beta}{0,9} - 11 \cdot 9,8 \sin \beta$$

$$12 \cdot 1,5 = 18$$

$$3\sqrt{2}$$

$$\frac{mg}{\mu \cos \alpha + \sin \alpha} \leq N \leq \frac{mg}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$N(0,9 \cos \alpha + \sin \alpha) = 11 \cdot 9,8$$

$$N(0,9 \cos \alpha - \sin \alpha) = 11 \cdot 9,8$$

$$11,41 + \frac{1}{12} \approx 11,5$$

$$\sqrt{\frac{593}{4}} \approx \frac{24,5}{2} = 12,25$$

$$\frac{24}{10} + \frac{15}{12} = \frac{24}{60} + \frac{15}{60} = \frac{39}{60} = 0,65$$

$$11,5 + \frac{16}{39,16} \approx 11,9$$