Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

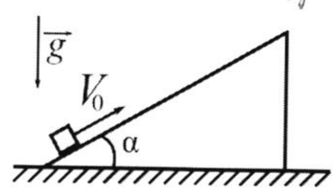
1. Фейерверк массой $m = 1$кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3$с разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800$Дж. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$с.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк? через какое время 1 осколок упадет

2) ~~В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?~~ на землю после

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. взрыва

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2$ м. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

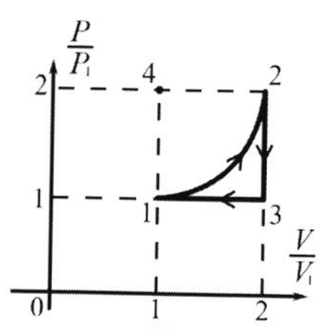
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1$м. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

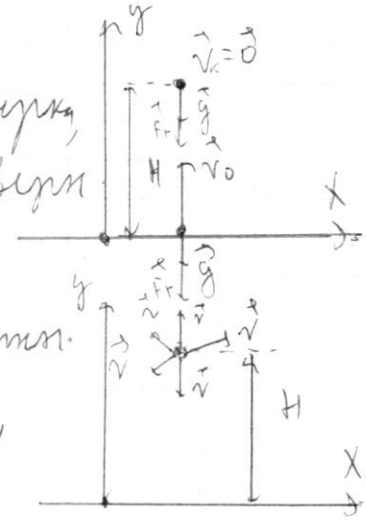
№1

Дано:
$m=1$кг
$T=3$с
$K=1800$ шт
$\tau=10$с
$g=10$м/с^2
Найти:
H-?
t-?

V_0 - начальная скорость фейерверка, направленная вертикально вверх

V_K - скорость фейерверка в верхней точке траектории ($V_K=0$, т.к. верхн. точка траектории означает, что вверх фейерверк лететь уже не будет $\Rightarrow V_K=0$)

V - скорость осколков



$\vec{r}=\vec{V_0}t+\frac{\vec{a}t^2}{2}$

$\vec{V}=\vec{V_0}+\vec{a}t$

$\vec{F_\Sigma}=m\vec{a}$ (II з.н.)

$\vec{F_T}=m\vec{g}$

на Oy: $-F_T=-mg=-ma \Rightarrow a=g$

на Oy: $H=V_0\cdot T-\frac{gT^2}{2}$

на Oy: $0=V_0-gT \Rightarrow V_0=g\cdot T$

$H=gT^2-\frac{gT^2}{2}=\frac{gT^2}{2}$

$H=\frac{10м/с^2\cdot(3с)^2}{2}=45м$

Δm - масса одного осколка

N - количество осколков

$m=\Delta m\cdot N$

Первым ~~на~~ на землю упадет осколок, вертикальная скорость которого направлена вниз и наибольшая среди всех осколков, скорость которых направлена вниз.
Последним на землю упадет осколок, у которого скорость направлена вверх и наибольшая среди направленных вверх.
У первого упавшего осколка нач. скорость V и напр. вниз, а у последнего упавшего осколка нач. скорость V и напр. вверх.

$$K=\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta m V^2}{2}=\frac{V^2}{2}\sum_{i=1}^{N}\Delta m=\frac{V^2}{2}\sum_{i=1}^{N}\frac{m}{N}=\frac{V^2}{2}\cdot\frac{m}{N}\cdot N=\frac{mV^2}{2}\Rightarrow V=\sqrt{\frac{2K}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1800\text{Дж}}{1\text{кг}}}=60\text{м/с}$$

1) на Oy: $-H=-V\cdot t-\frac{gt^2}{2}$ (для 1-ого осколка)

2) на Oy: $-H=V\cdot t_1-\frac{gt_1^2}{2}$ (для последнего осколка)

$t_1=t+\tau$ (t_1 - время падения пол. осколка; t - время падения первого осколка)

$$\left.\begin{aligned}H&=V\cdot t+\frac{gt^2}{2}\\ H&=-V\cdot t_1+\frac{gt_1^2}{2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow V\cdot t+\frac{gt^2}{2}=-V(t+\tau)+\frac{g(t+\tau)^2}{2}$$

$$V\cdot t+\frac{gt^2}{2}=-Vt-V\tau+\frac{gt^2}{2}+\frac{g\tau^2}{2}+gt\tau$$

$$t(2V-g\tau)=\tau\left(\frac{g\tau}{2}-V\right)\Rightarrow t=\frac{\tau(g\tau-2V)}{2(2V-g\tau)}=\frac{\tau\left(g\tau-2\sqrt{\frac{2K}{m}}\right)}{2\left(g\tau-2\sqrt{\frac{2K}{m}}\right)}$$

$$t=\frac{10c\cdot\left(10\text{м/с}^2\cdot 10c-2\sqrt{\frac{2\cdot 1800\text{Дж}}{1\text{кг}}}\right)}{2\cdot\left(10\text{м/с}^2\cdot 10c+2\sqrt{\frac{2\cdot 1800\text{Дж}}{1\text{кг}}}\right)}$$

$$t^2g+2V\cdot t-2H=0$$

$$t=\frac{-2V\pm\sqrt{4V^2+8Hg}}{2g};\quad t=\frac{-2\cdot 60\text{м/с}\pm\sqrt{4\cdot 3600\text{м}^2/\text{с}^2+8\cdot 45\text{м}\cdot 10\text{м/с}^2}}{2\cdot 10\text{м/с}^2}=\frac{-2\cdot 60\pm 60\sqrt{5}}{20}c$$

$$t=\frac{60(\sqrt{5}-2)}{20}c\approx 3\cdot 0{,}2c=0{,}6c \text{ (выбрал +, т.к } (-\sqrt{5}-2<0))$$

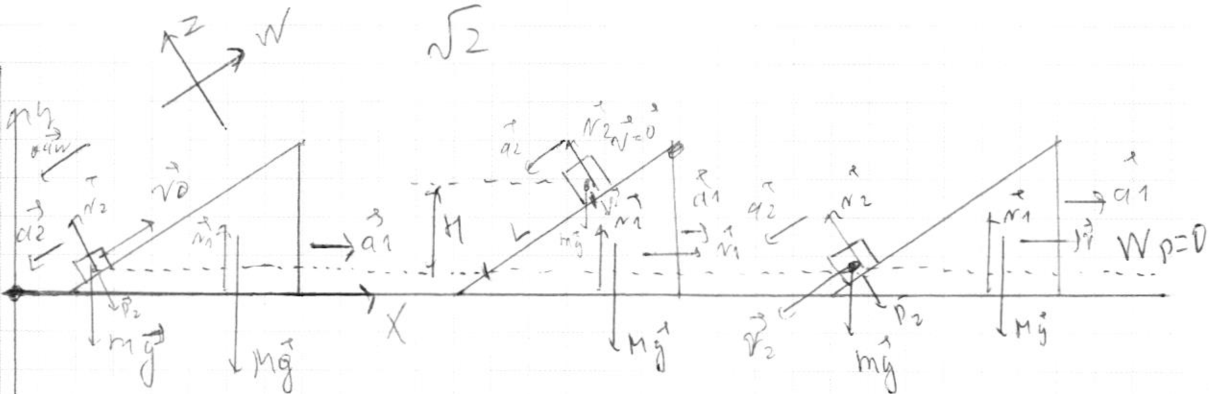
Ответ: $H=45$м; ~~$t\approx 0{,}6c$~~ $t=3(\sqrt{5}-2)c$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Дано:
1) $M=2m$
$\cos\alpha=0,6$
2) $M=m$
$H=0,2$ м
$g=10$ м/с^2

Найти:
V_0-?
V-?



a_1-ускорение клина

a_2-ускорение шайбы относительно клина

$\Delta\vec{r}=\vec{V_0}t+\frac{\vec{a}t^2}{2}$

$\vec{V}=\vec{V_0}+\vec{a}t$

$\vec{F_\Sigma}=m\vec{a}$ (II з.н.)

$\vec{F_i}=m\vec{g}$

$\begin{cases}\vec{N_2}+m\vec{g}=m\vec{a_2} \\ \vec{N_1}+M\vec{g}+\vec{P_2}=M\vec{a_1}\end{cases}$ ← II з.н. отн. клина ⇒ $\begin{cases}\text{на } OZ:\ N_2-mg\cos\alpha=0 \\ \text{на } OW:\ 0-mg\sin\alpha=-ma_2 \\ \text{на } OX:\ P_2\cdot\sin\alpha+0+0=Ma_1\end{cases}$ ⇒ $\begin{cases}N_2=P_2=mg\cos\alpha \\ a_2=g\sin\alpha \\ mg\cos\alpha\sin\alpha=Ma_1\end{cases}$ ⇒ $a_1=\frac{mg\cos\alpha\sin\alpha}{M}$

$N_2=P_2$ (III з.н.) II з.н. отн. земли

$\vec{a}$-ускорение шайбы отн. земли; $\vec{a}_{абс}=\vec{a}_{отн}+\vec{a}_{пер}$

$\vec{a}=\vec{a_2}+\vec{a_1}$

на OW: $a_w=-a_2+a_{1w}=-a_2+a_1\cdot\cos\alpha$

$-a_w=-g\sin\alpha+\frac{mg\cos^2\alpha\sin\alpha}{M}$ ⇒ $a_w=g\sin\alpha\left(1-\frac{m\cos^2\alpha}{M}\right)$

на OW (отн земли): $0=V_0-a_w\cdot t_1$ ⇒ $t_1=\frac{V_0}{a_w}$

на OW (отн. земли): $L=V_0t_1-\frac{a_wt_1^2}{2}$

L-расст, кот. прошла шайба по клину до верхн. точк

$L=\frac{H}{\sin\alpha}$; t_1-время, за кот шайба поднялась до верхн. точку

$L = \frac{v_0^2}{4w} - \frac{v_0^2}{2aw} = \frac{v_0^2}{2aw} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2Law} = \sqrt{2 \cdot \frac{H}{\cancel{\sin\alpha}} g \cancel{\sin\alpha} \cdot \left(1 - \frac{m\cos^2\alpha}{M}\right)} = \sqrt{2gH\left(1-\frac{m\cos^2\alpha}{M}\right)}$

v_0(при $M = 2m$) $= \sqrt{2 \cdot 10м/с^2 \cdot 0{,}2м\left(1 - \frac{(0{,}6)^2}{2}\right)} = 0{,}2м/с \cdot \sqrt{82} \approx 1{,}8м/с$

t_2 - время перемещения шайбы из верхн. точки в начальное положение

на OW: $-L = 0 - \frac{a_w t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2L}{a_w}}$

на OX: $V = 0 + a_1(t_1+t_2)$

$V = \frac{mg\cos\alpha\sin\alpha}{M}\left(\frac{\sqrt{2La_w}}{a_w} + \sqrt{\frac{2L}{a_w}}\right) = \frac{mg\cos\alpha\cancel{\sin\alpha}}{M} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g\sin\alpha\left(1-\frac{m\cos^2\alpha}{M}\right)\cancel{\sin\alpha}}} =$

$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-0{,}6^2} = \sqrt{1-0{,}36} = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$

$= \frac{mg\cos\alpha \cdot 2}{M} \sqrt{\frac{2H}{g\left(1-\frac{m\cos^2\alpha}{M}\right)}}$

V (при $M = m$) $= 10м/с^2 \cdot 0{,}6 \cdot 2\sqrt{\frac{0{,}2м}{10м/с^2(1-(0{,}6)^2)}} =$

$= 12 \cdot \sqrt{\frac{0{,}02}{0{,}64}}м/с = 12 \cdot \sqrt{\frac{1}{32}}м/с = \frac{12}{4\sqrt{2}}м/с = \frac{3}{\sqrt{2}}м/с \approx \frac{3}{1{,}4}м/с =$

$= \frac{15}{7}м/с = 2\frac{1}{7}м/с \approx 2{,}14м/с$

Ответ: $v_0 = 0{,}2\cdot\sqrt{82}м/с$; ~~$V \approx 2{,}14м/с$~~ $V = \frac{15}{7}м/с$

№3

Дано:
$\alpha = 45^0$
$\mu = 0{,}8$
$R = 1м$
$g = 10м/с$
$P = 2F_т = 2mg$
Найти:
a-?
v_{min}-?

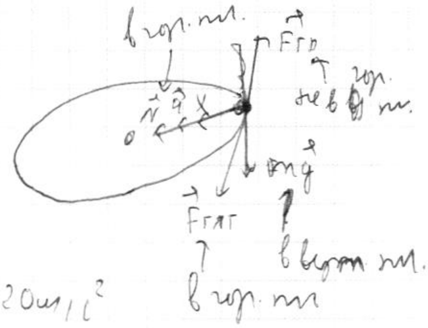
1) $\vec{F_з} = m\vec{g}$ (II з.Н.)

$N = P$ (III з.Н.) $\Rightarrow N = 2mg$

$\vec{F_т} + \vec{F_{тр}} + \vec{F_{тяг}} + \vec{N} = m\vec{a}$

на OX: $0+0+0+2mg = ma \Rightarrow a = 2g = 20м/с^2$

~~на других~~ на оси, перп. OX $a=0$, т.к. движение равномерное по окружности.



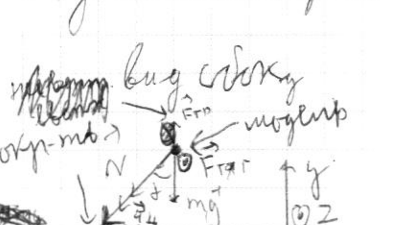
2) $90 - \alpha = \alpha$

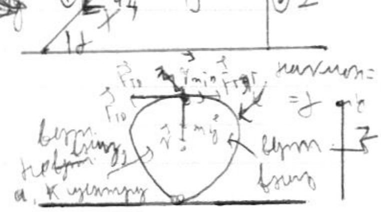
на OY: $-mg + 0 + 0 - N\cos\alpha = a_y$ окр-ть

на OZ: $0 - F_{тр} + F_{тяг} + 0 = 0 \Rightarrow F_{тяг} = F_{тр}$

$F_{тр} = \mu N = 2\mu mg$

на OX: $mg\cos\alpha + 0 + 0 + N = ma$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a_ц = \frac{V^2}{R}$

~~$F_{трx} = F_{тры} \cdot \cos$~~

~~$mg \cos + 2$~~

~~$F_{тру} = mg + 2mg\cos\alpha = mg(1+2\cos\alpha)$~~

~~$F_{трx} = mg\cos\alpha(1+2\cos\alpha)$~~

~~$mg\cos\alpha - mg\cos\alpha(1+2\cos\alpha) + 2mg = ma_ц$~~

~~$a_ц = 2g(1-\cos^2\alpha) = \frac{V^2}{R}$~~

$a_ц = mg(\cos\alpha + 2)$

V-min, при $a_ц$-мин, $a_ц$-мин при $N=0$ в верхней точке $\Rightarrow$

$\Rightarrow N=0 \Rightarrow a_{ц min} = mg\cos\alpha = \frac{V_{min}^2}{R}$

$V_{min} = \sqrt{gR\cos\alpha} = \sqrt{\frac{20}{\sqrt{2}}}$ м/с

~~$V_{min} = \sqrt{\ }$~~

~~$a_ц = g$~~

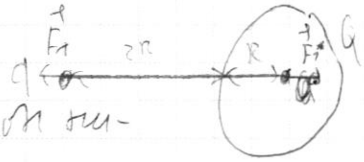
Ответ: $a = 20$ м/с^2

№5

Дано:
$Q>0$
$R; 3R$
$q>0, K$
Найти:
F_1 - ?
F_2 - ?

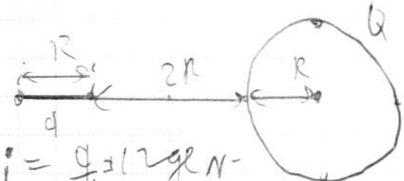
$\vec{F_7} = \frac{K|q_1 q_2|}{r^2}$ (з. Кулона)

$F_1 = F_1^*$ (III з. Н.)



1) Если заряд q лаж вне сферы, а он находится, т.к. $3R > R$), то сферу можно принять за точечный заряд Q, нах. в центре сферы

$$F_1 = \frac{KqQ}{(3R)^2} = \frac{KqQ}{9R^2}$$



2) разобьем стержень на много маленьких кусочков с зарядами $q_i = \frac{q}{N}$, где N - кол-во кусочков; $q_i = dq$

F_2 - общ. сила взаимодействия ~~из~~ складывается из таких кусочков

$F_2 = \int_{4R}^{3R} F_{2i}$ / а сферу также можно считать за точечный заряд, т.к. стержень снаружи от сферы

$$\cancel{F_2 = \int_{2R}^{3R} \frac{K\,dq\,Q}{r^2} = KqQ \cdot \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R}\right)}$$

γ - линейная плотность заряда

$$\gamma = \frac{q}{R}$$

$$F_2 = \int_{4R}^{3R} \frac{KQ\cdot\gamma\cdot dr}{r^2} = KQ\cdot\frac{q}{R}\cdot\left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{4R}\right) = \frac{KqQ}{12R^2}$$

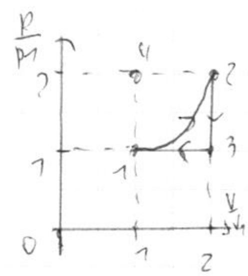
Ответ: $F_1 = \frac{KqQ}{9R^2}$; $F_2 = \frac{KqQ}{12R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Дано:
$\frac{p}{p_1}\left(\frac{V}{V_1}\right)$
$p_1; V_1$
$\nu = 1$ моль
1-ат. газ $\Rightarrow i = 3$

Найти:
Q_+ - ?
$A_г$ - ?
η - ?



$Q = A_г + \Delta U$ (I н. т/д.)

$A_г$ - площадь под графиком $p(V)$

$A_г < 0$ при уменьш. V; $A_г > 0$, при увел. V

$Q = \frac{3+2}{2}\nu R \Delta T = \frac{5}{2}\nu R \Delta T$ ~~$= \frac{5}{2}\Delta(pV) = \frac{5}{2}(p\Delta V + V\Delta p + \Delta p\Delta V)$~~

З. М.-К.: $pV = \nu RT$

$\begin{cases} p_0 V_1 = \nu R T_0 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ 2p_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = 4\frac{p_1V_1}{\nu R} - \frac{p_1V_1}{\nu R} = 3\frac{p_1V_1}{\nu R}$

$p_{03} V_{03} = \nu R T_{03}$

$p_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_3 \Rightarrow T_3 = \frac{2p_1V_1}{\nu R}$

$Q = \frac{5}{2}\nu R \cdot \frac{3p_1V_1}{\nu R} = \frac{15}{2}p_1V_1 = 7{,}5\, p_1V_1$

$A_г = \underbrace{2p_1 V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 V_1}_{A_{12}\text{ - работа газа в процессе } 1\to 2} + \underbrace{(-p_1V_1)}_{A_{31}\text{ работа газа в процессе } 3\to 1} = p_1V_1\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

$\eta = \frac{A_{газа}}{Q} = \frac{p_1V_1\left(1-\frac{\pi}{4}\right)}{\frac{15}{2}p_1V_1} = \frac{4-\pi}{30}$

Ответ: $Q = 7{,}5 p_1V_1$; $A_г = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)p_1V_1$; $\eta = \frac{4-\pi}{30}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3(7): $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{3mV_f^2}{2} + mgH$ $\quad \frac{0{,}36}{2} = 0{,}18$

$a_2 = g\sin\alpha$ $\quad 10\cdot(100-$ $\quad 1-0{,}18=0{,}82$

$a_1 = \frac{g\cos\alpha\sin\alpha}{2}$

$2\sqrt{0{,}82} = 0{,}2\sqrt{82}$

$\frac{H}{L} = \sin\alpha \Rightarrow L = \frac{H}{\sin\alpha}$ $\quad 82 \quad 2\cdot 41$

$5\cdot 9 = 45$

$L = v_0\cdot t - \frac{at^2}{2}$ $\quad 9\cdot 9 = 81$

$v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}$ $\quad gt^2 + t\cdot 2V - 2H = 0$

$\frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$ $\quad t = \frac{-2V \pm \sqrt{4v^2+8Hg}}{2g}$

$L = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a}$

$\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{v_0^2}{2(g\sin\alpha - \frac{g\cos\alpha\sin\alpha}{2}\cos\alpha)} \Rightarrow v_0^2 = \sqrt{2gH}$

$N_2 = P_2 = mg = mg\cdot\cos\alpha$

$ma_2 = mg\sin\alpha$

$N_1 = 2mg + \cos\alpha\cdot P_2$

$2ma_1 = P_2\cdot\sin\alpha = mg\cos\alpha\sin\alpha$

$v = a_1\cdot 2t = a_1\cdot 2\cdot\frac{v_0}{a_2} = \frac{g\cos\alpha\sin\alpha}{2}\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{2gH}}{g\sin\alpha} = \cos\alpha\sqrt{2gH}$

$1{,}2\cdot 1{,}2 = 1{,}44$ $\quad 1{,}4\cdot 1{,}4 = 1{,}96$

$a = a_2 - a_1\cos\alpha$

$v_0 = \sqrt{H\cdot 2g - g\cos^2\alpha}$

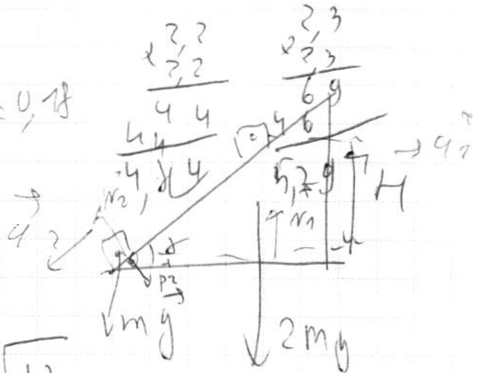
$\frac{1}{7} = \frac{14}{98}$

$t = \frac{-720 \pm \sqrt{4\cdot 3600 + 8\cdot 45\cdot 70}}{20}$

$45\cdot 8 = 360$ $\quad L = \frac{a\cdot t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{L\cdot 2}{a}}$ $\quad v = a_1\cdot(t_1+t_2)$

$t = \frac{-720 \pm 60\sqrt{5}}{20}$

$t = \frac{60(\sqrt{5}-2)}{20} \approx 0{,}6c$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$p = N = 2mg$

$m a_y = N - mg = mg \Rightarrow a_y = g$

$v \cdot t + \cancel{\frac{gt^2}{2}} = -vt - v\tau + \cancel{\frac{gt^2}{2}} + \frac{g \cdot 2t\tau}{\cancel{2}} + \frac{g\tau^2}{2}$

$2vt - gt\tau = \frac{g\tau^2}{2} - v\tau$

$t(2v - g\tau) = \frac{\tau}{2}(g\tau - 2v)$

$\tau = \frac{2v}{g} =$