

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

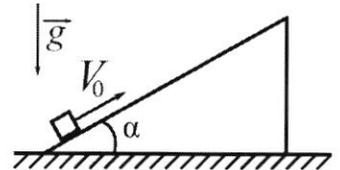
1. Фейерверк массой  $m = 2$  кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва  $H = 65$  м. На землю осколки падают в течение  $\tau = 10$  с.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию  $K$  осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость  $V_0 = 2$  м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1) На какую максимальную высоту  $H$  над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса  $R = 1,2$  м равномерно со скоростью  $V_0 = 3,7$  м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели  $m = 0,4$  кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

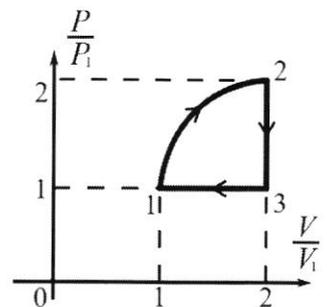
1) С какой по величине силой  $P$  модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ . Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,9$ .

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1$ .



1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

Универсальная газовая постоянная  $R$ .

5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $2R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $2R$  от центра.

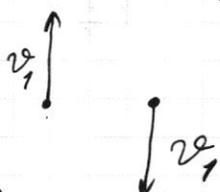
2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)  $h = \frac{v_0^2}{2g}$   $v_0 = \sqrt{2gh}$   $v_0 = \sqrt{1300 \text{ м}^2/\text{с}^2} \approx 36 \text{ м/с}$   $\sim 1.$

2) Максимальное время падения у осколка, вылетевшего вверх ( $t_1$ ), минимальное у вылетевшего вниз ( $t_2$ )  
 $t_1 - t_2 = \tau$   $v_1$  - скорость разлета осколков



$t_{21} = t_2 + 2 \cdot \frac{v_1}{g}$  ← время, за которое осколок вернется в исходную точку со скоростью  $v_1$ , как и вниз (вернется с той же скоростью, так ускорение при движении вверх и вниз одинаково)

$$t_1 - t_2 = 2 \frac{v_1}{g} = \tau$$

$$v_1 = \frac{\tau g}{2} \quad v_1 = 50 \text{ м/с}$$

$$E_k = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{v_1^2}{2} \sum m_i = \frac{m v_1^2}{2}$$

$$E_k = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ: 36 м/с; 2500 Дж.

~ 2

П.к. сила реакции опоры перпендикулярна движению, поэтому ее работа

$0 \Rightarrow E_m$  не меняется:

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$E_0$  - потенциальная энергия клина

$$E_0 + \frac{mv_0^2}{2} = E_0 + mgH + \frac{2mv_1^2}{2}$$

$$v_{x_{CM}} = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} = v_1, \text{ так как не изменяется.}$$

← когда шайба достигнет макс. высоты, она на мгновение остановится и поедет вместе с клином

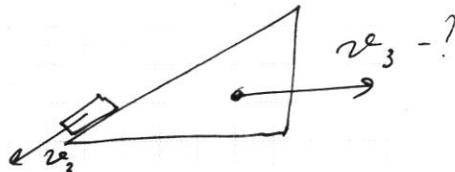
$v_1$

$$\frac{v_0^2}{2} = gH + \frac{2v_1^2}{2} = gH + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4}$$

$$H = \frac{2v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}{4g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \frac{2 - \frac{3}{4}}{4} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \frac{5}{16}$$

$$H = \frac{1}{8} \text{ м} = 12,5 \text{ см}$$

2)



$$3 \text{ СЭ: } \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2}$$

$$v_{x_{CM}} = \frac{v_3 \cdot m - v_2 \cos \alpha \cdot m}{2m} = \frac{v_3 - v_2 \cos \alpha}{2} = v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$\begin{cases} v_0^2 = v_2^2 + v_3^2 \\ v_0 \cos \alpha = v_3 - v_2 \cos \alpha \end{cases} \quad v_2 = \frac{v_3 - v_0 \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$v_0^2 = v_3^2 + \left( \frac{v_3}{\cos \alpha} - v_0 \right)^2$$

$$v_3^2 + \frac{4}{3} v_3^2 - \frac{4}{\sqrt{3}} v_3 v_0 = 0 \quad v_3 \neq 0$$

$$\frac{7}{3} v_3^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} v_0 \quad v_3 = \frac{4\sqrt{3}}{7} v_0$$

$$v_3 = 1,98 \text{ м/с}$$

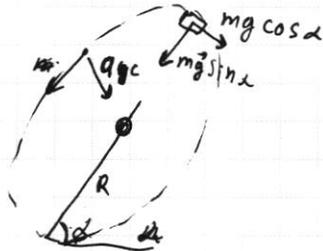
Ответ: 12,5 см; 1,98 м/с

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1) P = a_{\text{цс}} \cdot m = \frac{v_0^2}{R} \cdot m$$

$$P \approx 4,56 \text{ Н}$$

2)



$N$  минимально, когда векторы  $mg \sin \alpha$  сонаправлен с вектором центростремительного ускорения, т.к.

~~$mg$~~  тогда для получения  $ma_{\text{цс}}$  нужно добавить минимальный вектор силы.

$$\begin{cases} N_{\text{мин}} = ma_{\text{цс}} - mg \sin \alpha \\ \mu N_{\text{мин}} \geq mg \cos \alpha \quad (\text{иначе машинка съедет вниз}) \end{cases}$$

$$\mu (a_{\text{цс}} - g \sin \alpha) \geq g \cos \alpha$$

$$a_{\text{цс}} \geq \frac{g (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{\mu}$$

$$\frac{v_{\text{мин}}^2}{R} = \frac{g (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{\mu}$$

$$v_{\text{мин}} = \sqrt{\frac{g (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{\mu} R}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$v_{\text{мин}} \approx 1,3 \text{ м/с}$$

Ответ: 4,56 Н; 1,3 м/с.

$$Q = A + \Delta U \quad A = P_1 V_1 + \frac{\pi}{4} P_1 V_1 \quad P_1 V_1 = \nu R T_1 \quad 2 P_1 \cdot 2 V_1 = \nu R T_2$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (4 P_1 V_1 - P_1 V_1) = \frac{9}{2} P_1 V_1$$

$$1) Q = P_1 V_1 \cdot \left( \frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = \nu R T_1 \cdot \left( \frac{22 + \pi}{4} \right)$$

$$2) A_{\text{уника}} = S_{\text{серт}} = \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$$

$$3) \eta = \frac{A_{\text{у}}}{Q} = \frac{\frac{\pi}{4} \nu R T_1}{\nu R T_1 \cdot \left( \frac{22 + \pi}{4} \right)} = \frac{\pi}{22 + \pi} = 1 + \frac{\pi}{22} =$$

$$= \frac{\pi}{4} : \frac{22 + \pi}{4} = \frac{\pi}{22 + \pi} \approx \frac{3}{25} = 12\%$$

Ответ:  $\nu R T_1 \left( \frac{22 + \pi}{4} \right)$ ;  $\frac{\pi}{4} \nu R T_1$ ; 12%.

$$1) \cancel{E_1} = \frac{k Q q}{(2R)^2} \quad E_1 = \frac{k Q q}{(2R)^2} \quad \leftarrow \text{для середины}$$

$$F_1 = \frac{k Q q}{4 R^2}$$

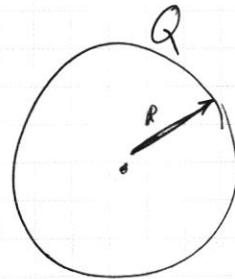
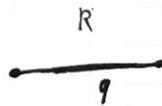
$$2) \sigma = \frac{q}{R}$$

$$F = \int_{2R}^{3R} E(r) dq =$$

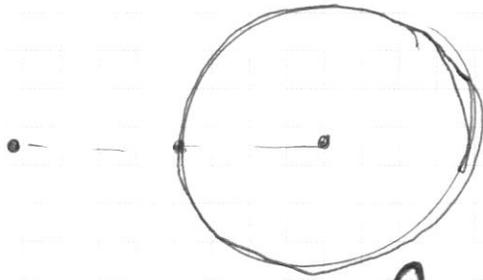
$$= \sigma \int_{2R}^{3R} E(r) dr =$$

$$= \sigma \cdot (\varphi_{2R} - \varphi_{3R}) = \sigma \cdot \left( \frac{k Q}{2R} - \frac{k Q}{3R} \right) =$$

$$= \frac{q}{R} \cdot \frac{k Q}{6R} = \frac{k Q q}{6 R^2}$$



Ответ:  $\frac{k Q q}{4 R^2}$ ;  $\frac{k Q q}{6 R^2}$ .



$$\phi(r) = \frac{kQ}{r}$$

F

Q

~~$$\frac{d\phi}{dr} = E$$~~

$$\frac{\phi(r+dr)}{dr} = E$$

~~$$F(x)$$~~

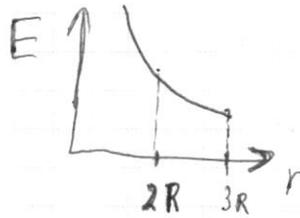
$$F_1 = \frac{q}{N} \cdot \frac{kQ}{(2R)^2}$$

$$F_i = \frac{q}{N} \cdot \frac{kQ}{(2R + \frac{R}{N} \cdot i)^2}$$

$$\Sigma F_i \quad \sigma = \frac{q}{R}$$

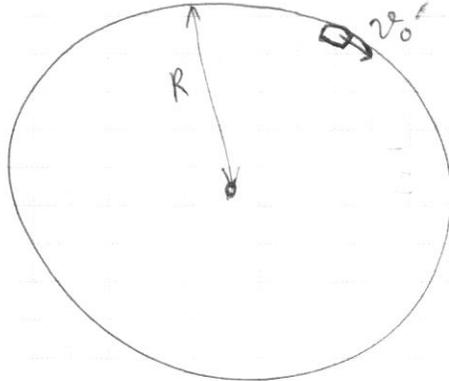
~~$$\int_{2R}^{3R} E(r) \cdot dr \sigma =$$~~

$$= \sigma \cdot \int_{2R}^{3R} E(r) \cdot dr$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3,14 \overline{) 25,14}$$



$$m a_{\text{цис}} = \frac{v_0^2}{R} m =$$

$$= \frac{3,7^2 \cdot 0,4}{1,2} =$$

$$= \frac{3,7^2}{3}$$

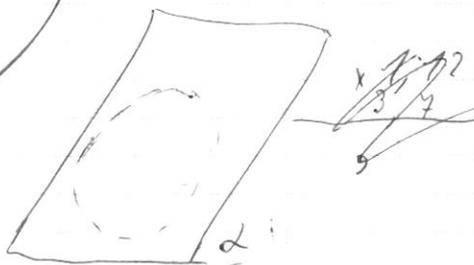


$$\begin{array}{r} \times 37 \\ 34 \\ \hline 259 \\ + 1107 \\ \hline 13679 \end{array}$$

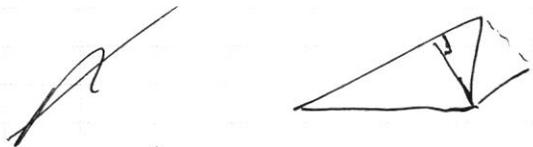
$$\frac{1369}{3} =$$

$$= 456 + \frac{1}{3}$$

$$456,3 \text{ Н}$$



$$1,2 \times 3,7 =$$



$$\frac{10 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + 0,9 \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot 1,2}{0,9} = \frac{(5\sqrt{3} + 4,5) \cdot 4}{3} =$$

$$= \frac{20\sqrt{3} + 18}{3} = 6 + \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{20 \cdot 1,734}{3} =$$

$$\frac{20 \cdot 1,734}{3} = 20 \cdot 0,58 = 11,6$$

$$Q = A + \Delta U$$

$$A = p_1 V_1 + \frac{\pi}{4} \cdot p_1 V_1$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (4 p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$v_0^2 = v_2^2 + v_3^2$$

$$v_1 = \frac{v_3 - v_2 \cos \alpha}{2}$$

$$\frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$v_0 \cos \alpha = v_3 - v_2 \cos \alpha$$

$$v_3 = (v_0 + v_2) \cos \alpha \quad v_2 = \frac{v_3 - v_0 \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$v_0^2 v_1^2 = v_3^2 + \left( \frac{v_3 - v_0 \cos \alpha}{\cos \alpha} \right)^2$$

$$\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} = v_3^2 + \frac{4}{3} \left( v_3^2 + \frac{3}{4} v_0^2 - 2 v_3 v_0 \cos \alpha \right)$$

$$v_0^2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{7}{3} v_3^2 + v_0^2 - 2 v_3 v_0 \cos \alpha$$

$$\frac{7}{3} v_3^2 - 2 v_3 v_0 \cos \alpha + \frac{13}{8} v_0^2 = 0$$

$$v_3 = 2 v_0 \cos \alpha + \sqrt{4 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$D = 4 v_0^2 \cos^2 \alpha - \frac{35}{6} v_0^2 = 3$$

$$v_0^2 = v_3^2 + \left( \frac{v_3 - v_0}{\cos \alpha} \right)^2$$

$$0 = v_3^2 + \frac{v_3^2}{\cos^2 \alpha} - 2 \frac{v_3 v_0}{\cos \alpha}$$

$$v_3 \neq 0$$

$$v_3 + \frac{v_3}{\cos \alpha} = \frac{2 v_0}{\cos \alpha}$$

$$\left( 1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) v_3 = \frac{2 v_0}{\cos \alpha}$$

$$\frac{1}{49} v_0^2 \quad \frac{48}{49} v_0^2$$

$$v_3 = \frac{2 v_0}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{2 v_0 \cdot \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{2 v_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{7/4} = v_0 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,73 \\ 1,73 \\ \hline \end{array}$$

$$(170 + \frac{3}{4})^2 = 28900 + 1040$$

$$\frac{8}{7} \cdot 1,73$$

$$8,00 + 5,6 + 0,24 = 13,84$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 1,74 = \\ = 6,96 \end{array}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \quad v_0 = \sqrt{2gh}$$

$$h = v_1 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}$$

$$t_1 = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gh}}{g} \cdot 2$$

$$t_2 = t_1 = h + \dots \quad t_2 =$$

$$v = \frac{2v_1}{g} \quad v_1 = 50 \text{ м/с}$$

$$E_k = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{v_1^2}{2} \cdot \sum m_i = \frac{mv_1^2}{2}$$

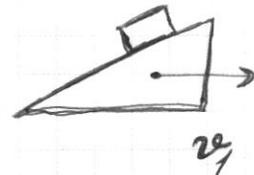
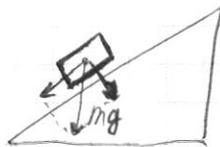
$$E_k = 2500 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} \times 33 \\ 99 \\ \hline 35? = \\ 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

↓ v<sub>1</sub>

$$2 \frac{v_1}{g}$$



$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} + mgH$$

$$v_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} \quad H = \frac{v_0^2 - 2v_1^2}{2g} = \frac{v_0^2 (1 - \frac{1}{2} \cos^2 \alpha)}{2g} =$$

$$= \frac{v_0^2 \cdot \frac{5}{8}}{2g} = \frac{5}{16} \frac{v_0^2}{g} = \frac{5 \cdot 4}{16 \cdot 10} = \frac{1}{8} \text{ м}$$



$$\frac{mv_0^2}{2} + E_0 = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} + E_0$$

$$v_1 = \frac{mv_3 - mv_2 \cos \alpha}{2m} = \frac{v_3 - v_2 \cos \alpha}{2}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
------

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

