Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

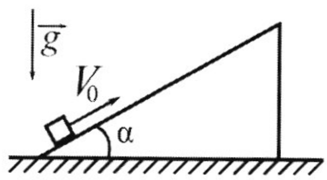
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



m = M

1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. m = M

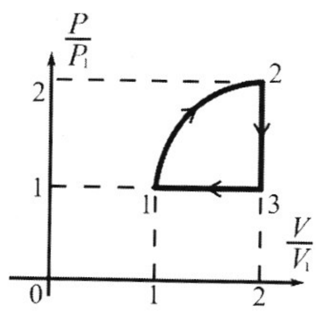
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

① Дано:

$m - 2кг$

$\tau = 10с$

$H = 65 м$

Решение: Запишем Закон Сохранения Энергии для целого фейерверка ~~пусть $V_0 = v_0$~~

$$E_0 = mV_0^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$E_H = mgH.$$

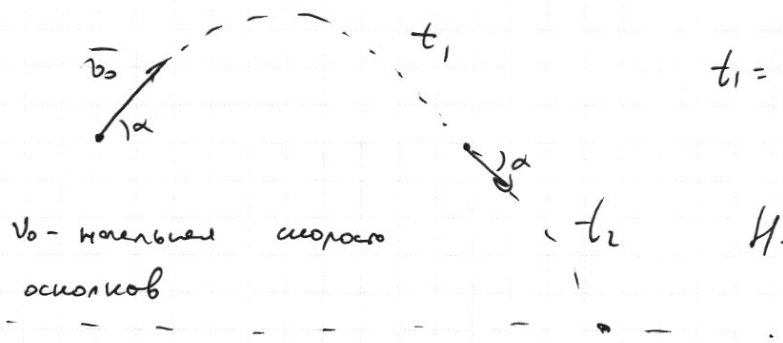
в верхней точке $V=0$, т.к. иначе это не было бы верхней точкой

$$m V_0^2 \cdot \frac{1}{2} = mgH.$$

$$V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 65 м} = 10\sqrt{13}\,\frac{м}{с} \approx 40\frac{м}{с}$$

Далее:

Запишем время полета:



$$t_1 = \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

v_0 - начальная скорость осколков

$$H = v_0 \cdot \sin\alpha\, t_2 + \frac{g t_2^2}{2}.$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha + 2gH} - v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

$$t_1 + t_2 = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha + 2gH}}{g}$$, очевидно что

$t_1 + t_2$ - max, когда $\sin\alpha = 1$ $\Rightarrow$ $\alpha = 90°$.

$$\Rightarrow (t_1 + t_2)_{max} = \tau = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} =$$

$$(g\tau - v_0)^2 = v_0^2 + 2gH$$

$$g^2\tau^2 - 2g\tau v_0 + v_0^2 = v_0^2 + 2gH.$$

$$v_0 = \frac{g^2\tau^2 - 2gH}{2g\tau} = \frac{g\tau^2 - 2H}{2\tau} = \frac{10\frac{м}{с^2} \cdot 100с^2 - 2 \cdot 65м}{2 \cdot 10с} = 43,5\frac{м}{с}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Дано:

$m = 2$ кг

$H = 65$ м

$\tau = 10$ с

Решение:

$m(v\cdot\cos\alpha - V)$ $=43^2$ $\times 43$ 1305 40 $V = -M\cancel{4V}$

Запишем ~~Закой сохранения~~ энергии для целого фейерверка

$mV_0^2 \cdot \frac{1}{2} = mgH$, в высшей точке ~~с~~ скорость равна нулю

$2 \cdot 10 \cdot 65$

$V_0 = \sqrt{2gH}$ $65/5$ $13/$

$\sqrt{2gH} +$ $\sqrt{2gH} \cdot \sqrt{1+\sin^2\alpha} - \sqrt{2gH}\sin\alpha$

$\sqrt{2gH}\left(\sqrt{1+\sin^2\alpha} - \sin\alpha\right)$:

Понятно что время полета осколков будет складываться из времен τ_1 и τ_2 (обозначены на рис)

$10\sqrt{13}$

$13{,}65H$

$\frac{27}{3} = 9$

~~mV_0^2~~ ~~возврат на туше~~

$m(v_0 - V)^2 \cdot \frac{1}{2} + mV^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \tau_1$

$10 \cdot 100 - 2 \cdot 65$ 130 $1000 - 130$ $\frac{870}{20} = 43{,}5$

$2 \cdot 10$

$25{,}65$

$= mgH \frac{?}{?} (M+m)\frac{V^2}{2} \cdot \tau_2$

Из условия → скорости всех осколков одинаковы и разлет изотропный, значит τ – определяется осколком, упавшим последним.

$\frac{2 v_0}{g}$ $2\sqrt{13}$ t' $\times 22$

$t = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g} + t'$ $\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{8} + 1$

$H = v_0 \sin\alpha\, t + \frac{gt^2}{2}$

$t = \frac{\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gH} - v_0\sin\alpha}{g}$

Очевидно что τ будет определяться временем падения 1го, последнего осколка, также понятно что этот осколок после разлета будет лететь вверх

$1 = \frac{3}{8} + 2$ $1 - \frac{3}{8} =$

$$t = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g} + \frac{\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gH} - v_0\sin\alpha}{g} =$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$K = \frac{m v_0^2}{2} = \frac{2кг \cdot 43,5^2 \frac{м^2}{с^2}}{2} = 43,5^2 \text{ Дж} = 1891,25 \text{ Дж}.$$

Ответ: $v_0 = 10\sqrt{13}\ \frac{м}{с} \approx 40\ \frac{м}{с}$

$K = 1891,25$ Дж

(2)

Дано:

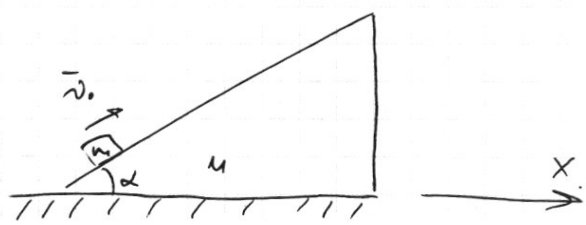
$\alpha = 30°$

$\bar{v}_0 = 2\ \frac{м}{с}$

$m = M$

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

Решение:



понятно что в момент, когда шайба достигает максимальной высота, она покоит-ся относительно клина, иначе это не было бы максимальной высотой.

ЗСЭ:

$$m v_0^2 \cdot \frac{1}{2} = (M+m) V'^2 \cdot \frac{1}{2} + mgh.$$

Закон Сохранения Импульса:

на Ox:

$$m v_0 \cdot \cos\alpha = (m+M) V'$$

$$V' = \frac{v_0 \cdot \cos\alpha}{2}$$

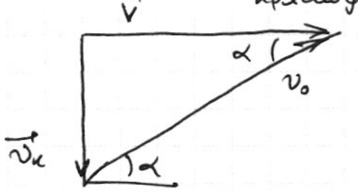
$$m v_0^2 \cdot \frac{1}{2} = (M+m) \frac{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{8} + mgh. \qquad h = \frac{v_0^2 - \frac{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{4} \cdot 2}{2g} =$$

$$= \frac{v_0^2}{g}\left(\frac{1 - \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 4}}{2}\right) = \frac{v_0^2}{g} \cdot \frac{5}{16} = \frac{4 \frac{м^2}{с^2}}{10 \frac{м}{с^2}} \cdot \frac{5}{16} = 0,5 м = H$$

Запишем ЗСЭ для начального и конечного момента

$mv_0^2 = MV^2 + mv_k^2$ $m = M$ => $v_0^2 = V^2 + v_k^2$ => тр-к скоростей — прямоугольный

$v_k = \sin\alpha \cdot v_0 = \frac{1}{2} v_0 = 1$ м/с



Ответ: $H = 0,5$ м

$v_k = 1$ м/с

3

Дано:

$R = 1,2$ м

$v_0 = 3,7$ м/с

$m = 0,4$ кг

Решение: II з.Н. на нормаль

$ma_n = P.$

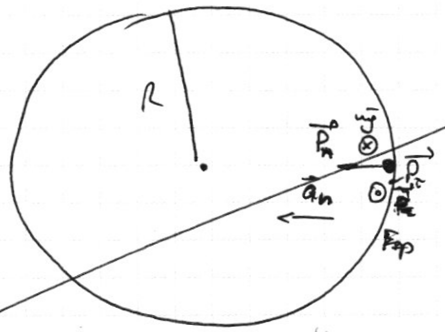
$m\frac{v_0^2}{R} = P_n = 0,4\text{кг} \cdot \frac{3,7^2 \frac{м^2}{с^2}}{1,2\ м} =$

$= \frac{13,69}{3}$ Н.

$P_\tau = mg \le \mu P_n$ 4Н ≤ 4,... Н.

$P = \sqrt{P_\tau^2 + P_n^2} = \sqrt{\frac{25,68}{3}} \approx 3 = \sqrt{16H + \frac{m^2 v_0^4}{R^2}} =$

$= 16H + \frac{0,16\text{кг}^2 \cdot 3,7^4 \frac{м^4}{с^4}}{}$



4
3,7
× 3,7
259
111
13,69

4 Дано:

$i = 3$

$\nu = 1$ моль

T_1

Решение: перерисуем процесс в PV коорд.

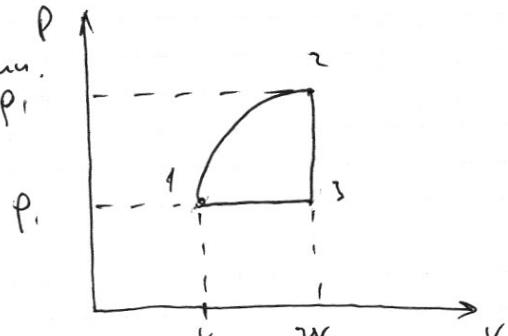
$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

из геометрии. [illegible] $2p_1$

$A_{12} = \pi V_1 p_1 \cdot \frac{1}{4} + p_1 V_1$

1: $p_1 V_1 = \nu R T_1$

2: $4p_1 V_1 = \nu R T_2$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q_{12} = \left(\pi \cdot \frac{1}{4} + 1\right) p_1V_1 + \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{9}{2}\nu RT_1 + \frac{\pi+4}{4}\nu RT_1 =$$

$$= \nu RT_1\left(\frac{9}{2} + \frac{\pi+4}{4}\right) = \frac{\pi+22}{4}\nu RT_1 = Q$$

прим. 1→2: единственный процесс где идет расширение.

$$A_{цикла} = \frac{\pi}{4}p_1V_1 = \frac{\pi}{4}\nu RT_1$$

из геометрии цикла

$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$ $\quad A_{23} = 0$ т.к. $\Delta V = 0$.

$Q_{23} < 0 \Leftarrow$ $\Delta U_{23} < 0$ т.к. идет переход от более высокой изотермы к более низкой.

$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31}$ $\quad A_{31} = -p_1V_1$ ← из геометрии цикла

$Q_{31} < 0. \Leftarrow$ $\Delta U_{31} = \frac{i}{2}\nu R(T_1 - T_3)$ $\quad T_1 < T_3$ т.к. точка 3 лежит на более высокой изотерме.

$$\eta = \frac{A_{цикла}}{Q_{12}} = \frac{\frac{\pi}{4}\nu RT_1}{\frac{\pi+22}{4}\nu RT_1} = \frac{\pi}{\pi+22}$$

Ответ: $Q_{12} = \frac{\pi+22}{4}\nu RT_1$

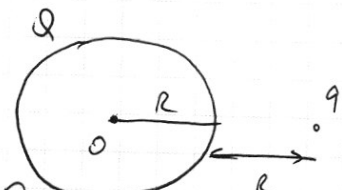
$A_{цикла} = \frac{\pi}{4}\nu RT_1$

$\eta = \frac{\pi}{\pi+22}$

(5)

Дано: $Q, R, 2R, q$

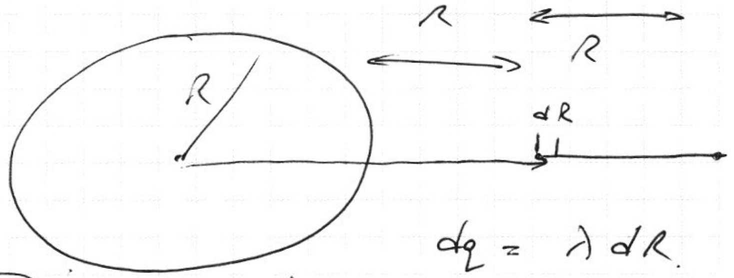
Решение: представим сферу в виде точечного заряда в точке O центре этой сферы.



☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

тогда $F_k = \frac{kQq}{4R^2}$

Введем $\lambda = \frac{q}{R}$



$dq = \lambda\, dR$

тогда

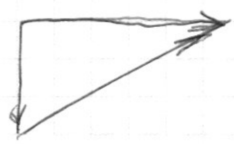
$dF = \frac{kQ\,dq}{(2R+dR)^2} = \frac{kQ\lambda \cdot dR'}{(2R+dR)^2}$

$F = \int_0^r dF = kQ\lambda \int \frac{dR}{}$

$m v_0 \cdot \cos\alpha = MU + m v \cdot \cos\beta$

$m v_0^2 = MU^2 + m v^2$

$v_0^2 = u^2 + v^2$



dF $\frac{1}{x^2}$ $\frac{1}{(2R+r)}$

$\frac{13{,}68}{3} \cdot \frac{9}{10}$

$-\frac{2}{x^3}$ $\frac{1}{(2R+r)^2} \cdot dr$

$-\frac{1}{x}$

$v_0 = \sqrt{g^2 t^2 - 2gh}$

$g^2 t^2 = v_0^2 + 2gH$

$v_0^2 = 10^2 \cdot 10^2$

$10000 - 2 \cdot 10 \cdot 6r$

1300

8700

$\lambda \left(\frac{dR \left(\frac{3}{2}r\right)^2}{(r+R)^2 + (2r-R)^2} \right) = dq'$

$\lambda \cdot \frac{dR \ \frac{9}{4} r^2}{5r^2 - 2rR + 2R^2} = dq'$

$\frac{kdq}{r^2} + \frac{kdq}{(2r)^2} = \frac{kdq'}{\left(\frac{3}{2}r\right)}$

$\frac{k\lambda\, dR}{(r+R)^2} + \frac{k\lambda\, dR}{(2r-R)^2} = \frac{kdq'}{\left(\frac{3}{2}r\right)^2}$

5,4

3 · 1,69

3 · 1,7

5,1

13,68 | 3

4,56

11,16

11,16 + 4,16

27,16

$\sqrt{0 \cdot 1/2}$

10 · 0,6

☑ черновик ☐ чистовик

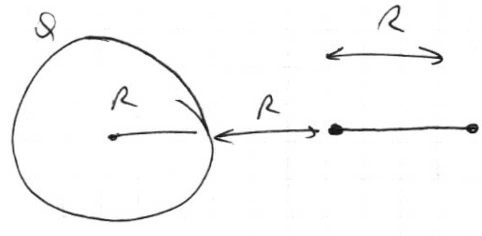
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

тогда $F_к = \frac{kQq}{4R^2} = F_1$



введем $\lambda = \frac{q}{R}$

$dq = \lambda\, d\cancel{\varepsilon} r$

тогда $dF_к = \frac{kQ}{(2R+r)^2} \cdot \lambda\, dr$

$$F = \int_0^F dF_к = kQ\lambda \int_0^R \frac{dr}{(2R+r)^2} =$$ ~~$x = 2R+r$~~

$$= kQ\lambda \int_0^R \frac{1}{(2R+r)^2} dr = kQ\lambda \cdot \left(-\frac{1}{2R+r}\Big|_0^R\right) =$$

$$= -\frac{kQ\lambda}{3R} + \frac{kQ\lambda}{2R} = \frac{kQ\lambda}{6R} = \frac{kQq}{6R^2} = F_2$$

Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$

$F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

(3) Дано:

$R = 1{,}2\text{ м}$

$v_0 = 3{,}7\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$m = 0{,}4\text{ кг}$

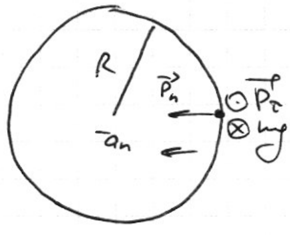
$F_c \to 0.$

$\alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$

$\mu = 0{,}9$

$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Решение: II З.Н.



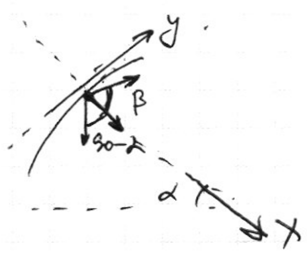
$P = \sqrt{P_\tau^2 + P_n^2}$ $\qquad ma_n = P_n$

$P_\tau \le \mu P_n$

$P_n = ma_n = m\frac{v_0^2}{R} = 0{,}4\text{м}\ \frac{3{,}7^2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1{,}2\text{м}} = \frac{13{,}69}{3}\text{Н} = 4{,}56\text{Н}$

$4{,}56 \cdot 0{,}9 = 4{,}104 > 4$ ✓

$P = \sqrt{16\text{Н}^2 + 4{,}56^2\text{Н}^2} = 3\sqrt{3}\text{Н} = 5{,}4\text{ Н}$



$\beta = \operatorname{arctg}\mu$

II З.Н. на Ox:

$P_n + mg\cdot\sin\alpha = ma_n.$

на Oy:

$P_\tau = mg\cdot\cos\alpha = \mu P_n \qquad P_n = \frac{mg\cdot\cos\alpha}{\mu}$

$g\left(\frac{\cos\alpha}{\mu} + \sin\alpha\right) = \frac{v^2}{R}$

$v = \sqrt{gR\left(\frac{\cos\alpha}{\mu} + \sin\alpha\right)} = \sqrt{10\cdot 1{,}2\left(\frac{\sqrt{3}}{2\cdot 0{,}9} + \frac{1}{2}\right)}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} =$

$= \sqrt{10\cdot 0{,}6\cdot 3}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 3\sqrt{2}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 5{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: $P = 5{,}4\text{Н}$

$v = 5{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1)$ $p_1 V_1 = \nu R T_1$

$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R\left(\frac{4p_1V_1}{\nu R} - \frac{p_1V_1}{\nu R}\right) = \frac{3i}{2} p_1 V_1 = \frac{9}{2}\nu R T_1$

$A_{12} = \pi \cdot \frac{1}{4} p_1 V_1 = \frac{\pi}{4}\nu R T_1 =$

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \left(\frac{9}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\nu R T_1$

4