Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

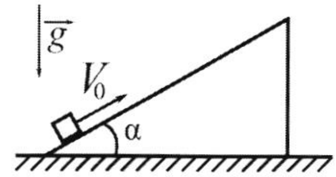
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

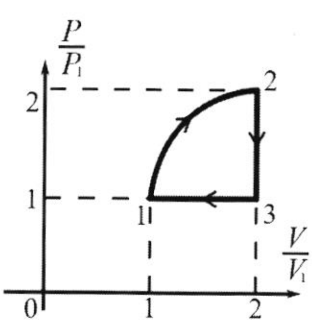
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) Начальная скорость фейерверка v_0, т.к. он взорвался в высшей точке траектории

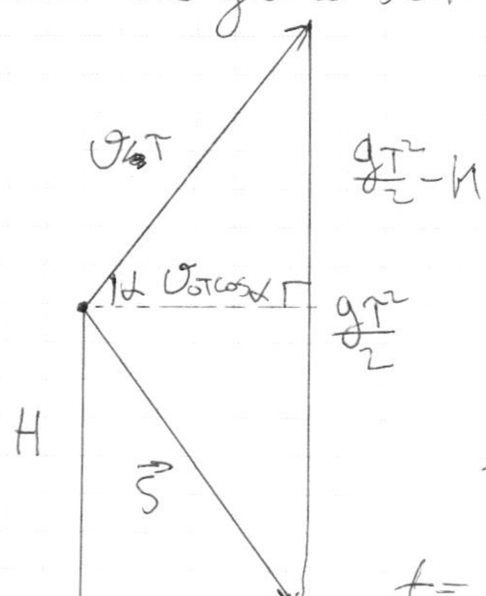
=> можем записать формулу без времени для равнозамедленного движения в поле силы тяжести

$-0^2 - v_0^2 = -2gH \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH}$

$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65}\ \frac{м}{с} = \sqrt{1300}\ \frac{м}{с} \approx 36\ \frac{м}{с}$

2) На землю осколки падают в течение $T = 10с$

=> самый долго-летящий осколок летел время T



$\vec{S} = \vec{v}_0 T + \frac{\vec{g}T^2}{2}$

$v_0 T \cdot \sin\alpha = \frac{gT^2}{2} - H$

$v_0 \sin\alpha = \frac{gT}{2} - \frac{H}{T}$

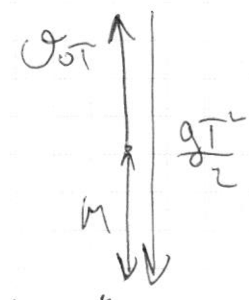
$-H = v_0 \sin\alpha T - \frac{gT^2}{2}$

$\frac{gt^2}{2} - v_0 \sin\alpha t + H = 0$ ⇐ ур-ние на время

$t = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 4H \cdot \frac{g}{2}}}{g}$

⇐ функция для t от $\sin\alpha$ — сумма возрастающих из $\sin\alpha$ и корня от $\sin\alpha$. Очевидно, что максимальна для $\alpha = 90°$. (можно объяснить, чем больше v_y, тем больше время)

=> самый долго-летящий осколок летел вертикально вверх



=> $-H = \vartheta_м T - \frac{gT^2}{2}$ =>

$\vartheta_м = \frac{gT}{2} - \frac{H}{T}$

$\vartheta_м = \left(\frac{10\cdot 10}{2} - 6,5\right)\frac{м}{с} = (50 - 6,5)\frac{м}{с} = 43,5\frac{м}{с}$

=> $K = \frac{m\vartheta^2}{2}$, т.к. скорости всех осколков одинаковы

$$\begin{array}{r} \times 43,5 \\ 43,5 \\ \hline 2175 \\ 1305 \\ 1740 \\ \hline 1892,25 \end{array}$$

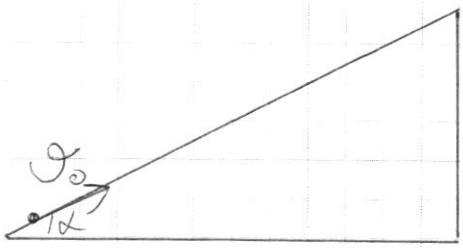
$K = \frac{2\cdot(43,5)^2}{2}$ Дж $= (43,5)^2$ Дж $= 1892,25$ Дж

Ответ: $\vartheta_0 = 36\frac{м}{с}$

$K = 1892,25$ Дж

№2

На систему клин+шайба не действуют горизонтальные силы, значит импульс по горизонтальной оси сохраняется



$m_ш = m_к = m$

$p_x = const$

$p_x = m\vartheta_0\cos\alpha$

Шайба поднимется на максимальную высоту H, когда уже не будет движения относительно клина, т.е $\vartheta_ш = \vartheta_к$

$m\vartheta_0\cos\alpha = 2m\vartheta_ш \qquad \vartheta_ш = \frac{\vartheta_0\cos\alpha}{2}$

ЗСЭ для системы: $\frac{\cancel{m}\vartheta_0^2}{2} = \frac{\cancel{m}\vartheta_ш^2}{2} + \frac{\cancel{m}\vartheta_ш^2}{2} + \cancel{m}gH$

$gH = \frac{\vartheta_0^2}{2} - \vartheta_ш^2 = \vartheta_0^2\left(\frac{1}{2} - \frac{\cos^2\alpha}{4}\right)$

$H = \frac{\vartheta_0^2}{g}\left(\frac{1}{2} - \frac{\cos^2\alpha}{4}\right) = \frac{(2\,\frac{м}{с})^2}{10}\left(\frac{1}{2} - \frac{\frac{3}{4}}{4}\right) = \frac{2}{5}\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{16}\right)\frac{м}{с} =$

$= \frac{2}{5}\left(\frac{8}{16} - \frac{3}{16}\right) м = \frac{2}{5}\cdot\frac{5}{16} м = \frac{1}{8} м = 0{,}125\ м$

Т.к. для шайбы движение обратное, значит она вернется со скоростью $\vec{\vartheta}_1 = -\vec{\vartheta}_0$, скорость клина $\vartheta^к$

ЗСИ: $m\vartheta_0\cos\alpha = -m\vartheta_0\cos\alpha + m\vartheta$

$\Rightarrow \vartheta = 2\vartheta_0\cos\alpha = \cancel{2}\cdot 2\,\frac{м}{с}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\frac{м}{с} = 2\sqrt{3}\,\frac{м}{с} \approx 3{,}4\,\frac{м}{с}$

Ответ: $H = 0{,}125$ м; $\vartheta \approx 3{,}4\,\frac{м}{с}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

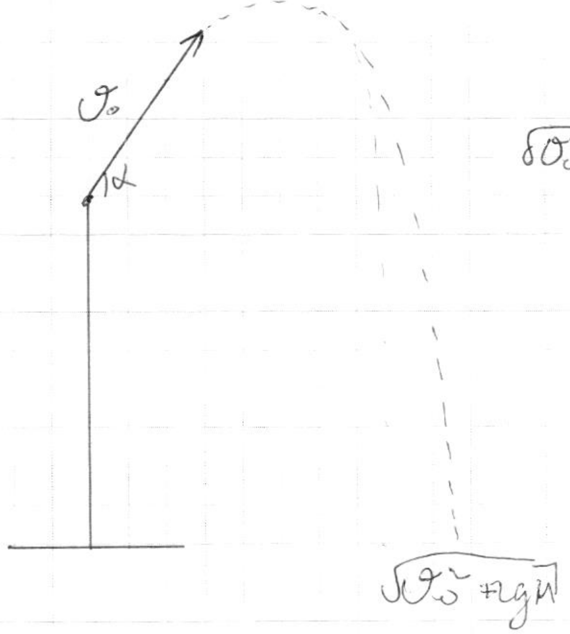
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

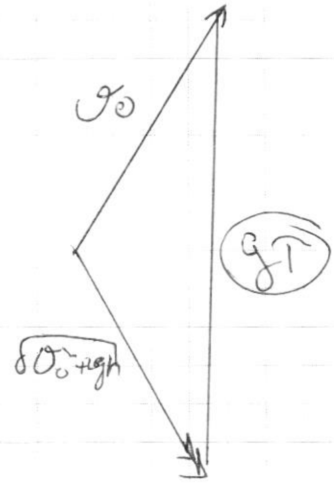
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Самый долгий полет T





☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

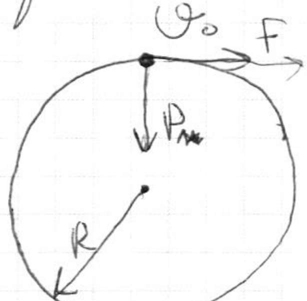
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

1) движение в горизонтали



вид сверху

вид сбоку

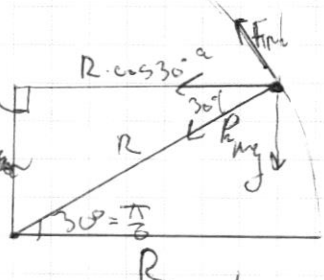
В плоскости первого рисунка на радиальную ось: $P = ma$

$a = \frac{\vartheta^2}{R}$

$\Rightarrow m\frac{\vartheta^2}{R} = P$ $\quad F_{тр} = \sqrt{mg^2 + F^2} = \mu P$

$\vec{P}_{общ} = \vec{P} + \vec{F}_{тр} = \frac{m\vartheta^2}{R}\sqrt{1+\mu^2} \approx 3{,}878 \cdot 1{,}35\ Н \approx 3{,}9\ Н$

2) Если крутится в горизонтальной плоскости



Автомобиль движется в плоскости бокового круга по окружности радиуса $R\cos 30°$

$a = \frac{\vartheta_{min}^2}{R\cos 30°}$

— нормальное ускорение, другого нет

$F_{тр2} = \mu P_2$

$\sqrt{mg^2 + F^2} = F_{тр2}\cdot\cos 30$

$\Rightarrow F_{тр2}\cdot\cos 30 = F_{тр}$ $\quad F_{тр2} = \frac{F_{тр}}{\cos 30°} \Rightarrow P_2 = \frac{P}{\cos 30°}$

$ma = P_2\cdot\cos 30 + F_{тр2}\cdot\cos 60° = P_2(\cos 30° + \mu\cdot\cos 60°)$

№3 продолжение

$$\Rightarrow \frac{m\vartheta_{min}^2}{R\cos 30} = \frac{P}{\cos 30}(\cos 30 + \mu \cos 60)$$

$$m\frac{\vartheta_{min}^2}{R} = m\frac{\vartheta^2}{R}\cdot(\cos 30 + \mu\cos 60) \qquad \sqrt{3} \approx 1{,}7$$

$$\vartheta_{min} = \vartheta\sqrt{\cos 30 + \mu\cos 60} = 3{,}7\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}9\cdot\frac{1}{2}} \approx 3{,}7\sqrt{\frac{2{,}6}{2}} \approx$$
$$\approx 3{,}7\sqrt{1{,}3} \approx 3{,}7\cdot 1{,}15 \approx 4{,}25 \frac{м}{с}$$

Ответ: 1) Нормальная реакция опоры $P \approx 2{,}9$ Н

Полная реакция опоры $\approx 3{,}9$ Н ($\vec{N} + \vec{F}_{тр}$)

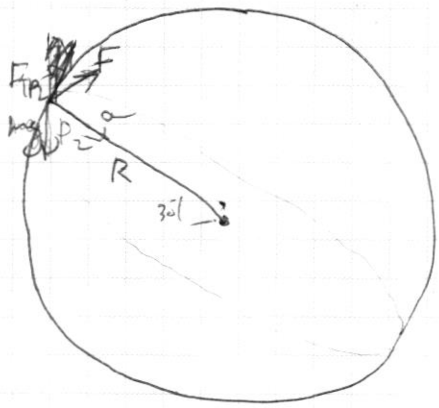
2) $\vartheta_{min} \approx 4{,}25 \frac{м}{с}$ — если крутится в горизонтальной плоскости, если же нет, то решение на следующем листе и $\vartheta_{min} = 4{,}48 \frac{м}{с}$

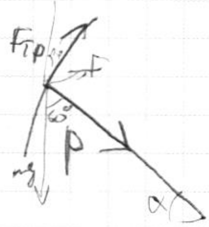
См другой пункт 2 на стр 6

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

г) Альтернатива: если в задаче имеется ввиду такая опредиление: $a = \frac{\vartheta_{min}^2}{R}$, машина должна проехать верхнюю точку:





$$F_{тр_2} \cdot \cos 30° = \sqrt{mg^2 + F^2}$$

$$F_{тр2} = \frac{F_{тр}}{\cos 30°} \Rightarrow P_2 = \frac{P}{\cos 30°}$$

$$m\frac{\vartheta_{min}^2}{R} = P_2 + mg \cdot \cos 60° \Rightarrow \frac{m\vartheta_{min}^2}{R} = \frac{m\vartheta^2}{R \cdot \cos 30°} + mg \cos 60°$$

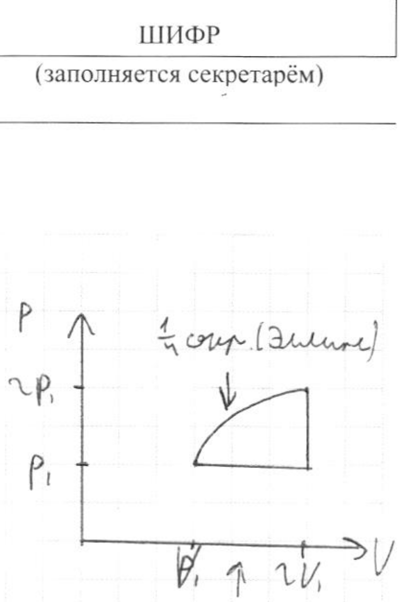
$$\vartheta_{min}^2 = \frac{\vartheta^2}{\cos 30} + g \cdot R \cdot \cos 60$$

$$\vartheta_{min} = \sqrt{\frac{\vartheta^2}{\cos 30} + gR\cos 60} = \sqrt{\frac{3{,}7^2}{1{,}7} \cdot 2 + 10 \cdot 1{,}2 \cdot \frac{1}{2}} =$$

$$\approx \sqrt{14 + 6}\ \frac{м}{с} \approx \sqrt{20}\ \frac{м}{с} \approx 4{,}48\ \frac{м}{с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



считаем площадь как произведение полуосей на $\frac{\pi}{4}$ для окр. размер.

газ одноатомный $i=3$

газ расширяется в процессе 1–2

1) $Q_+ = Q = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

$\cancel{p_1V_1 = p_2V_2}$ $\quad p_1V_1 = \nu RT_1 \quad p_2 = 2p_1 \quad V_2 = 2V_1$

$4p_1V_1 = \nu RT_2 \Rightarrow T_2 = 4T_1$

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(4T_1 - T_1) = \frac{9}{2}\nu RT_1$

A_{12} – площадь под процессом 1→2: $A_{12} = \underbrace{p_1 \cdot V_1}_{\text{квадрат}} + \underbrace{\frac{\pi \cdot p_1 \cdot V_1}{4}}_{\text{четверть окружности}}$

$A_{12} = \nu RT_1 + \frac{\pi}{4}\nu RT_1 = (1+\frac{\pi}{4})\nu RT_1$

$\Rightarrow Q = (\frac{9}{2}+1+\frac{\pi}{4})\nu RT_1 = (\frac{11}{2}+\frac{\pi}{4})\nu RT_1 \overset{\nu=1\text{ моль}}{=} (\frac{11}{2}+\frac{\pi}{4})RT_1$

2) A – площадь, лежащая внутри цикла $\Rightarrow$ четверть окружности

$A = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}\nu RT_1 \overset{\nu=1\text{ моль}}{=} \frac{\pi}{4}RT_1$

3) $\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{\frac{\pi}{4}RT_1}{\frac{11}{2}+\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{22+\pi} \Leftrightarrow Q_+ = Q$

Ответ: $Q = (\frac{11}{2}+\frac{\pi}{4})RT_1$

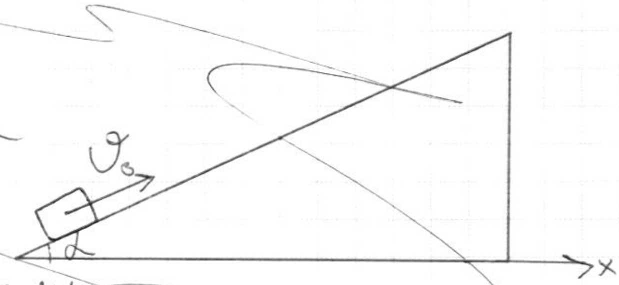
$A = \frac{\pi}{4}RT_1$

$\eta = \frac{\pi}{22+\pi} \approx \frac{3}{25}\cdot 100\% \approx 6\%$

не смотреть,
решение на другом листе

№2

Клин гладкий



$m_ш = m_{кл} = m$ - масса шайбы или клина

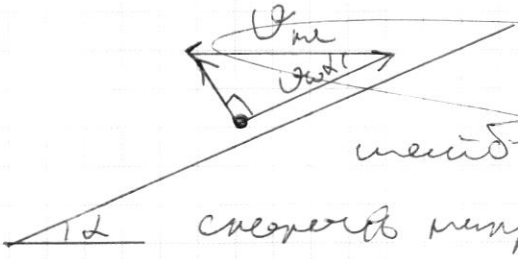
Рассмотрим систему шайба+клин

на неё по горизонтальной оси x силы не действуют

$\Rightarrow p_x = const$

$p_x = m\vartheta_0 \cdot \cos\alpha$

1) Максимальная высота будет у шайбы тогда, когда относительно клина шайба не будет двигаться по его поверхности (вверх)



$\vartheta_{ш} = \vartheta_{кл} \cdot \cos\alpha$

после этого момента скорость шайбы уменьшится так, что относительная скорость направлена вниз по клину

$m\vartheta_0\cos\alpha = m\vartheta_{кл} + m\vartheta_{кл}\cos\alpha$

$\Rightarrow \vartheta_0\cos\alpha = \vartheta_{кл}(1+\cos^2\alpha) \quad \vartheta_{кл} = \frac{\vartheta_0\cos\alpha}{1+\cos^2\alpha}$

ЗСЭ: $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = \frac{m\vartheta_{кл}^2}{2} + \frac{m\vartheta_ш^2}{2} + mgh \quad h = H$

$h = \frac{1}{2g}\left(\vartheta_0^2 - \vartheta_{кл}^2 - \vartheta_{кл}^2\cdot\cos^2\alpha\right) = \frac{1}{2g}\left(\vartheta_0^2 - \vartheta_{кл}^2(1+\cos^2\alpha)\right)$

$h = \frac{1}{2g}\left(\vartheta_0^2 - \frac{\vartheta_0^2\cos^2\alpha}{(1+\cos^2\alpha)^2}\cdot(1+\cos^2\alpha)\right) = \frac{\vartheta_0^2}{2g}\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}\right)$

$h = \frac{\vartheta_0^2}{2g(1+\cos^2\alpha)} = \frac{4\frac{м^2}{с^2}}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}(1+\frac{3}{4})}$ $\quad \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$h = H \approx 0{,}11м$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 продолжение

г) $m_ш = m_л = m$

$p_x = m\vartheta_0\cos\alpha$, для шайбы движение обратное

$\vec{\vartheta}_{ш1} = -\vec{\vartheta}_0$

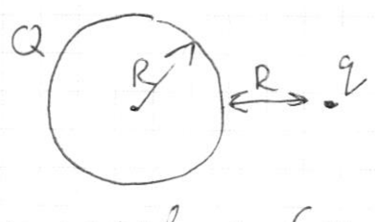
скорость клина

$\Rightarrow p_x = -m\vartheta_0\cos\alpha + m\vartheta$

$\Rightarrow m\vartheta_0\cos\alpha = -m\vartheta_0\cos\alpha + m\vartheta$

$\Rightarrow \vartheta = 2\vartheta_0\cos\alpha = 2\cdot 2\frac{м}{с}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\frac{м}{с}$

№5



Сфера заряжена равномерно, значит снаружи сферы на одинаковом расстоянии от неё напряжённость одинаковая (из-за симметрии распределения). Тогда найдем напряженность на расстоянии 2R от центра сферы. Воспользуемся т. Гаусса

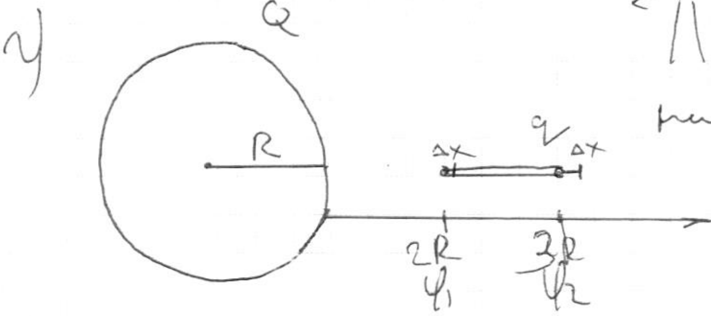
$\frac{Q}{\varepsilon_0} = \sum \Delta S_i E_i$, где гауссова поверхность — сфера 2R

№5 продолжение

$\Rightarrow \frac{Q}{\varepsilon_0} = 4\pi \cdot 4R^2 E$ — т.к. для любого ΔS_i E_i одинаковая

$E = \frac{Q}{4\cdot 4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{kQ}{4R^2}$

$\Rightarrow F_1 = E \cdot q_1 = \frac{kQq}{4R^2}$



Посмотрим, какую работу надо совершить, чтобы переместить кусочек Δx с одного конца на другой, это тоже самое, что и сдвинуть стержень на маленький Δx относительно сферы, поскольку конфигурация зарядов не меняется

изменение зарядов Δx

Тогда: $F_2 \cdot \Delta x = (\varphi_1 - \varphi_2) q_{\Delta x} \Rightarrow q_{\Delta x} = \frac{q}{R} \cdot \Delta x$

$\varphi_1 = \frac{kQ}{2R}$ $\varphi_2 = \frac{kQ}{3R}$ — потенциал равномерно заряженной сферы

$F_2 \Delta x = \left(\frac{kQ}{2R} - \frac{kQ}{3R}\right) \frac{q}{R} \Delta x \Rightarrow F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

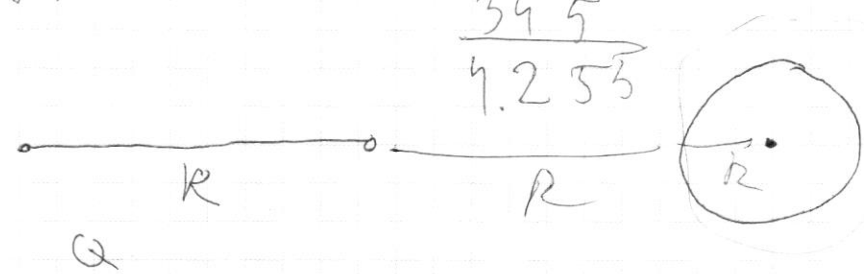
Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$, $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

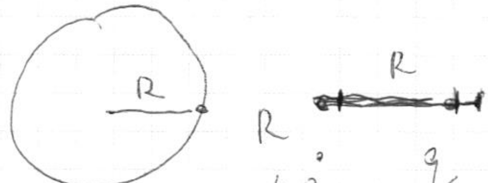
$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3-2}{6}$

$\frac{m\upsilon_0^2}{2}=\frac{m\upsilon_1^2}{2}+mgH$

$\frac{m\upsilon_0^2}{2}=\frac{m\cdot\upsilon_0^2\cos^2\alpha}{2(1+\cos^2\alpha)}\cos^2\alpha+mgH$

№5





$I=\frac{q}{R}$

$\varphi_1=\frac{kQ}{R}$ $\qquad \frac{kQ}{2R}=\varphi_2$

$F\cdot\Delta x=$

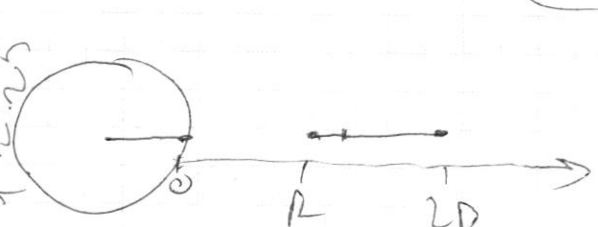
$F\cdot\cancel{\Delta x}=(\varphi_1-\varphi_2)\cdot\frac{q}{R}\cdot\cancel{\Delta x}$

$F=\left(\frac{kQ}{R}-\frac{kQ}{2R}\right)\frac{q}{R}=\frac{kQ}{2R^2}$

$3{,}7\sqrt{\frac{1{,}7}{2}+\frac{0{,}9}{2}}=$

$=3{,}7\sqrt{\frac{2{,}6}{2}}$

$3{,}7\sqrt{1{,}3}$



$dF=\frac{kQ}{x^2}\cdot\frac{q}{R}\cdot dx$

$F=$ $\qquad 1{,}15\cdot3{,}7$

$1{,}15\cdot1{,}15=1{,}3225$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Черновик: $\eta = \frac{A}{Q_+}$ $\frac{T_н - T_х}{T_н}$

$\frac{Q_+ - Q_-}{Q_+} = 1 - \frac{Q_-}{Q_+}$

№2

$p_x = const$

$1 - \frac{\cos^2 \alpha}{1+\cos^2\alpha} = \frac{1+\cos^2\alpha - \cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}$

$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{kQ}{x^2}$

$\frac{4\cdot 4}{2\cdot 10\cdot 7} = 8$

$\frac{16}{20\cdot 7} = \frac{8}{10\cdot 7} = \frac{0{,}8}{7} = \frac{8}{70}$

$v_0^2 = 2g\sin\alpha\, S$

$g\cdot\sin\alpha$

$S = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha}$

$h = S\cdot\sin\alpha$

$180 + 2\int$

$\frac{2}{0{,}4\cdot 3{,}2^2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)