Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр
(заполняется секретарём)

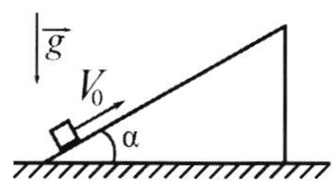
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

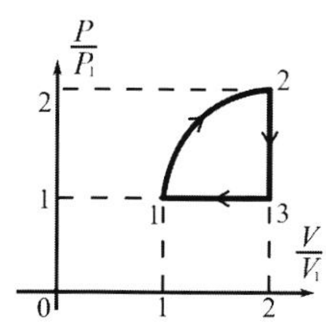
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

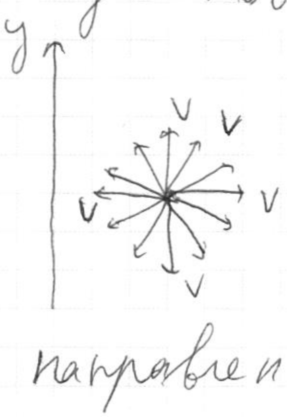
Задача 1)

Фейерверк разрывается в высшей точке траектории на высоте H, ~~когда~~ тогда:

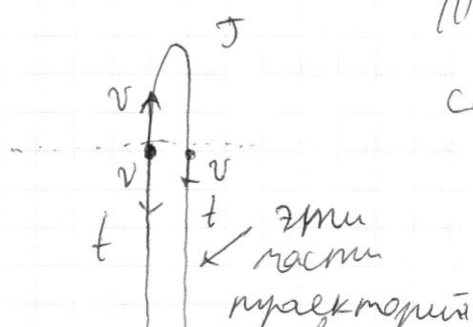
$$H = \frac{V_к^2 - V_0^2}{-2g} = \frac{0 - V_0^2}{-2g} = \frac{V_0^2}{2g}, \text{ отсюда}$$

$$V_0 = \sqrt{2gH} = 10\sqrt{13} \text{ м/с}$$

$V_к = 0$, т.к это высшая точка. Тогда при разрыве все осколки будут иметь одинаковые по величине скорости (V)



Тогда первым на землю прилетит осколок, который направлен вниз, а последним прилетит осколок, который направлен вверх, тогда их траектории:

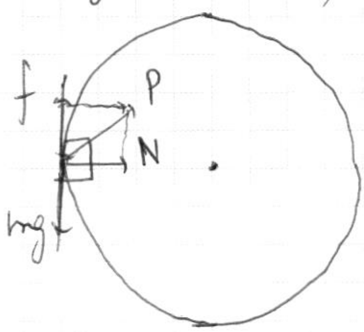


Т.к. части траекторий совпадают, то за время T осколок сменит свою скорость на отрицательную, тогда:

$$(-V) - V = -2gT$$

$$V = \frac{gT}{2} = 50 \text{ м/с}$$

Задача №3)



Скорость машины направлена перпендикулярно плоскости рисунка, тогда $a_y = \frac{V_1^2}{R} = 11{,}4\ м/с^2$

$P = \sqrt{N^2 + f^2}$

$$\begin{cases} ma_y = N \\ f = mg \\ f \le \mu N \end{cases}$$

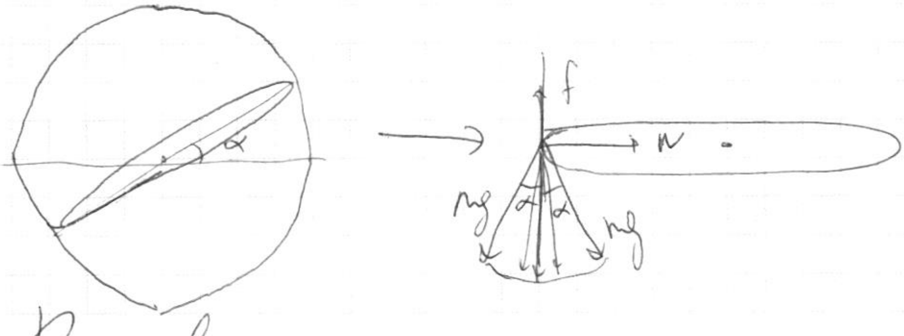
Рассмотрим неравенство:

$f \le \mu N$

$mg \le m\mu a_y \Rightarrow g \le \mu a_y = 10{,}26\ м/с^2$. Верно

$P = \sqrt{N^2 + f^2} = \sqrt{m^2 a_y^2 + m^2 g^2} = m\sqrt{a_y^2 + g^2}$

$P = m\sqrt{a_y^2 + g^2} = 6\ Н$



Во втором случае машинка движется под углом к горизонту, тогда можно рассмотреть движение такое, где вектор $m\vec{g}$ меняет свое направление. Тогда

$$\begin{cases} N + mg\sin\varphi = ma_y = m\frac{V_2^2}{R} \\ f = mg\cos\varphi \\ f \le \mu N \end{cases}$$ при $\varphi \in [-\alpha; \alpha]$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

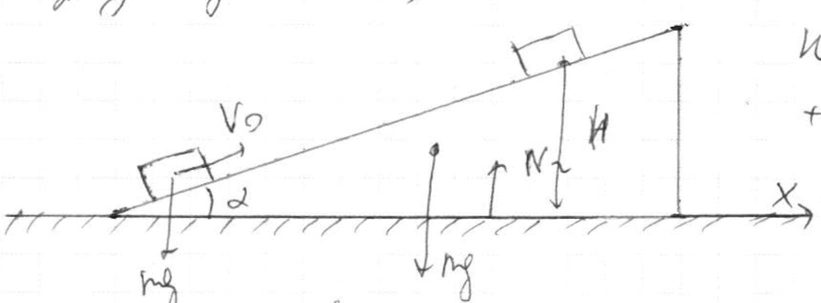
Найдем суммарную кинетич. энергию:

$$K = \sum K_i = \sum m_i \frac{V^2}{2} = \frac{V^2}{2} \sum m_i = \frac{V^2 \cdot m}{2}$$

$$K = \frac{mV^2}{2} = 2500 \text{ Дж.}$$

Ответ: $V_B = 10\sqrt{13}$ м/с ; $K = 2500$ Дж.

~~3)~~ Задача №2) Рассмотрим силы, действующие на систему клин + груз, заметим, что все внешние



силы вертикальны, тогда $P_x = const = mV_0\cos\alpha$

Когда груз достигнет наивысшего положения, его скорость относительно клина будет $= 0$, тогда $\vec{V}_{клина} = \vec{V}_{груза}$ в этот момент, а $\vec{V}$ клина — горизонтальна, тогда:

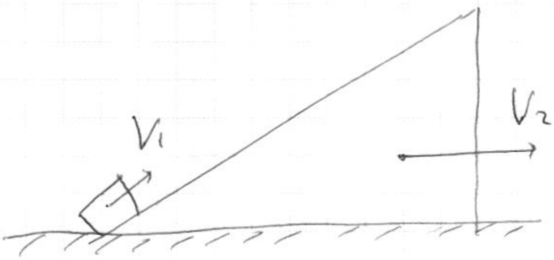
$$2m V_{клина} = p_x = m V_0 \cos\alpha$$

$V_{клина} = \frac{V_0 \cos\alpha}{2}$, запишем ЗСМЭ:

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgH + \frac{2m V_{клина}^2}{2} \Rightarrow H = \frac{V_0^2 - 2V_{клина}^2}{2g}$$

$$H = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{V_0^2\cos^2\alpha}{4g} = \frac{V_0^2}{g}\left(1 - \frac{3}{8}\right) = \frac{5V_0^2}{16g} = 0{,}125 \text{ м}$$

Теперь, идеть!



$$\begin{cases} \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} \\ mV_0\cos\alpha = mV_1\cos\alpha + mV_2 \end{cases}$$

Решения этой системы удовлетворяют первому и второму случаю, когда груз находился на точке старта.

$$\frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2}$$

$$\begin{cases} (V_0-V_1)(V_0+V_1) = V_2^2 \\ (V_0-V_1)\cos\alpha = V_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_0+V_1}{\cos\alpha} = V_2, \text{ при } V_0 \neq V_1$$

$$V_0\cos^2\alpha - V_1\cos^2\alpha = V_0 + V_1$$

$$V_0\cos^2\alpha - V_0 = V_1 + V_1\cos^2\alpha$$

$$V_1 = V_0\left(\frac{\cos^2\alpha - 1}{1+\cos^2\alpha}\right) = -V_0\left(\frac{1-\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}\right)$$

А при $V_0 = V_1$; $V_2 = 0$ – это начальное положение системы, тогда:

$$V_1 = -V_0\left(\frac{1-\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}\right) = -\frac{V_0}{7}$$

$$V_2 = \frac{V_0+V_1}{\cos\alpha} = \frac{6}{7}\frac{2}{\sqrt{3}}V_0 = \frac{12}{7\sqrt{3}}V_0 \text{ – это } V_{\text{клина}}$$

Ответ: $H = 0{,}125$ м; $V_2 = \frac{12V_0}{7\sqrt{3}} = \frac{24}{7\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{7}$ м/с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N = m\left(\frac{V_2^2}{R} - g\sin\varphi\right)$$

$$mg\cos\varphi \le \mu N = \mu m\left(\frac{V_2^2}{R} - g\sin\varphi\right)$$

$$\cos\varphi + \mu\sin\varphi \le \frac{V_2^2}{gR}$$

Найдем максимум, функции!

$$(\cos\varphi + \mu\sin\varphi)' = -\sin\varphi + \mu\cos\varphi = 0$$

$$tg\,\varphi = \mu$$

Вспомним, что функция тангенса растет монотонно, тогда при $\varphi = \alpha$

$$\cos\varphi + \mu\sin\varphi \to max$$

$$\cos\alpha + \mu\sin\alpha \le \frac{V_2^2}{gR}$$

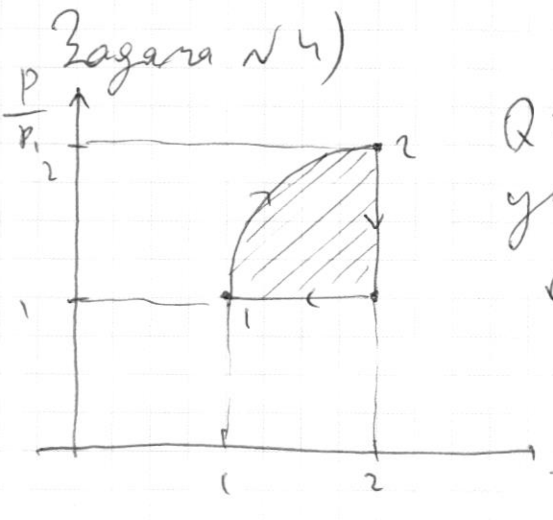
$$V_2^2 = gR(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$$

$$V_2 = \sqrt{gR(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}$$

$$V_2 = \sqrt{6\cdot(\sqrt{3} + 0{,}9)} \approx 4\ м/с$$

Ответ: $P = 6Н$; $V_2 = 4$ м/с

Задача №4)



$Q > 0$ на участке 1-2; $Q < 0$ на участке 2-3; 3-1.

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$$

$A_{12} = \int p\,dV$ - площадь под графика

$$A_{12} = p_1V_1\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$2p_1 \cdot 2V_1 = \nu R T_2$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (4-1) p_1 V_1 = \frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \left(\frac{9}{2} + 1 + \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1 = Q_+$$

$A_{газа} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = S$ фигуры (заштрихованная)

$$A_{газа} = \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = \frac{\pi}{4} R T_1$$

$$\eta = \frac{A_{газа}}{Q_+} = \frac{A_{газа}}{Q_{12}} = \frac{\frac{\pi}{4} \cancel{p_1 V_1}}{\left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cancel{p_1 V_1}} = \frac{\pi}{22 + \pi}$$

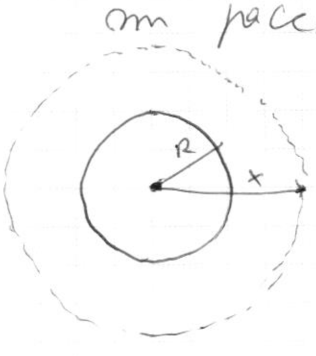
$$Q_+ = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1 = \nu R T_1 \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Q_+ = 1 \cdot R T_1 \left(\frac{22 + \pi}{4}\right)$$

Ответ: $Q_+ = \left(\frac{22+\pi}{4}\right) R T_1$; $A = \frac{\pi}{4} R T_1$;
$\eta = \frac{\pi}{22 + \pi}$

Задача 5)

Найдем зависимость напряженности поля от расстояния для равномерно заряж. сферы: (для $x > R$)



Возьмем гауссову поверхность в виде сферы радиуса x, тогда:

$$\Phi = \int E\, dS = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

Исходя из симметрии,
E везде одинаково, иначе повернем сферу, она перейдет в себя, а поле вокруг изменится, противоречие.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда:

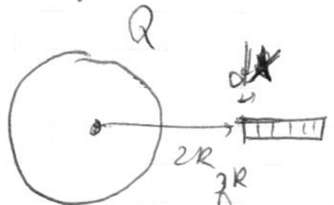
$$E \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{kQ}{x^2}$$

Найдем F_1:

$$F_1 = E(2R)\cdot q = \frac{kQ}{4R^2}\cdot q = \frac{kQq}{4R^2}$$

Разберем второй случай:



$$\lambda = \frac{q}{R}$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} dF$$

$$dF = E(x)\cdot dx\cdot\lambda$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} E(x)\cdot\lambda dx = \lambda\int_{2R}^{3R} E(x)dx = \frac{q}{R}\cdot kQ\int_{2R}^{3R}\frac{dx}{x^2}$$

$$F_2 = \frac{kQq}{R}\cdot\left(-\frac{1}{3R}+\frac{1}{2R}\right) = \frac{kQq}{R}\,\frac{1}{6R} = \frac{kQq}{6R^2}$$

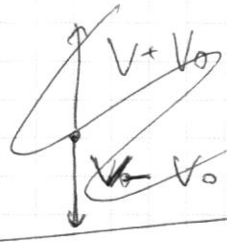
Ответ: $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cancel{H = \frac{g(t+\tau)^2}{2} - (V+V_0)(t+\tau)}$$

$$\cancel{H = \frac{gt^2}{2}}$$



$\times 65$, 2, 1300

$$\frac{V_0^2}{2g} = H \Rightarrow V_0 = \sqrt{2gH}$$

$\times 3{,}5$, $3{,}5$, 175, 105, $11{,}75$

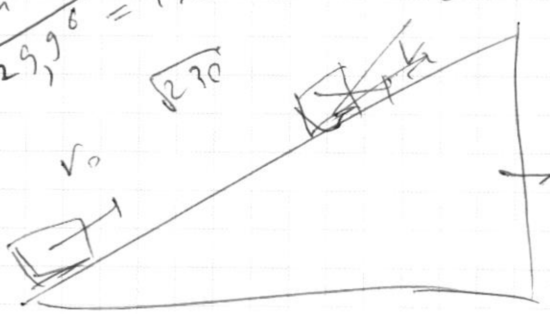
$$2V = g\tau$$

$$V = \frac{g\tau}{2} \Rightarrow \sum K_i = \sum m_i \frac{V^2}{2}$$

$$K = \sum K_i = \frac{V^2}{2}\sum m_i = \frac{mV^2}{2}$$

$\times 11{,}4$, $11{,}4$, 456, 114, $129{,}96 = 130$

$\sqrt{130}$



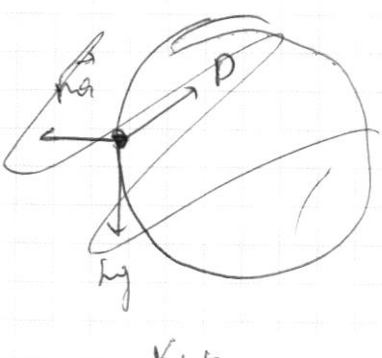
$3{,}7^2$, $3{,}7$, 259, $13{,}69$, $1{,}6$, $11{,}4$

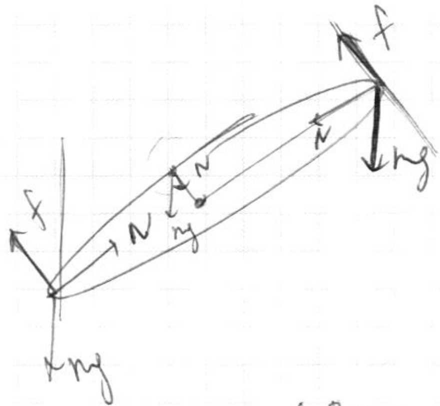
$\times 15{,}2$, $0{,}4$, $6{,}08$

$\times 15{,}2$, $15{,}2$, 304, 760, 152, $231{,}04$

37, 37, 259, 111, $13{,}69$

$11{,}4$, 9, $10{,}26$





$tg\, 30 = \frac{\sin 30}{\cos 30} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$tg\, co$

$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ A

$\sqrt{\frac{gR}{2}}$ $\sqrt{\sqrt{3} + 0{,}3}$

$$\begin{array}{r} 1{,}73 \\ +\ 0{,}9 \\ \hline 2{,}63 \end{array}$$

~~2,63~~

$$\begin{array}{r} 2{,}63 \\ \times\ 6 \\ \hline 15{,}78 \end{array}$$

$\frac{1}{x}' = -\frac{1}{x^2}$