

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

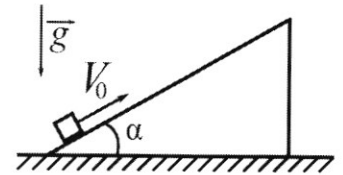
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

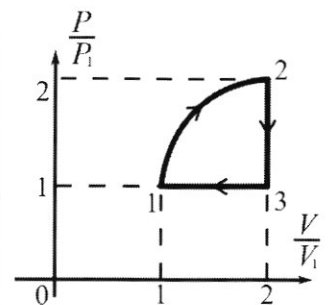
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .

5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#1

1) $E - \text{const: } m \frac{v_0^2}{2} = mgH \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} \approx 36,25 \text{ м/с}$

2) $ay: H = g \frac{t^2}{2} - ut$; u — скорость осколков сразу после взрыва.

Последним упадет осколок, который летел вертикально вверх.

$$u = \frac{g t^2}{2} - \frac{H}{t}$$

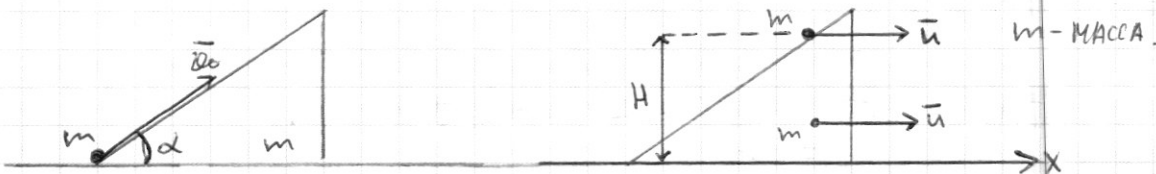
3) $K = m \frac{u^2}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{g t^2}{2} - \frac{H}{t} \right)^2 = 1892,25 \text{ Дж}$

ОТВЕТ: $v_0 \approx 36,25 \text{ м/с}$; $K = 1892,25 \text{ Дж}$

#2

Пункт 1:

При достижении максимальной высоты шайба покоится относительно клина \Rightarrow скорости их равны; обозначим их как u .



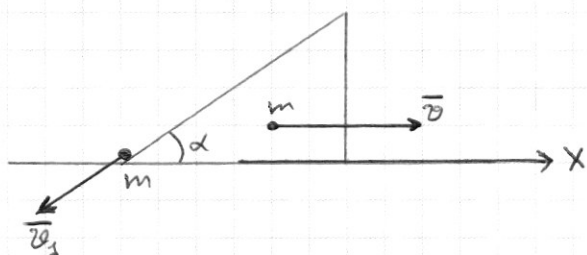
1) Закон сохранения момента импульса по Ох:

$$m v_0 \cos \alpha = 2m u \Rightarrow u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

2) $E - \text{const: } m \frac{v_0^2}{2} = 2m \frac{u^2}{2} + mgH \Rightarrow H = \frac{v_0^2 - 2u^2}{2g} = v_0^2 \frac{1 - 2 \frac{\cos^2 \alpha}{4}}{2g} =$

$$= v_0^2 \frac{1 - \frac{3}{8}}{2g} = \frac{5v_0^2}{16g} = 0,125 \text{ м}$$

Пункт 2:



1) Закон сохранения момента импульса по ОХ:

$$m v_0 \cos \alpha = m v - m (v_1 \cos \alpha - v) \Rightarrow 2m v - m v_1 \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2v = (v_0 + v_1) \cos \alpha; v_1 = \frac{2v}{\cos \alpha} - v_0 = \frac{4}{\sqrt{3}} v - v_0$$

2) $E = \text{const}$: $m \frac{v_0^2}{2} = m \frac{v^2}{2} + m \frac{(v_1 \sin \alpha)^2 + (v_1 \cos \alpha - v)^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_0^2 = v^2 + v_1^2 - 2v v_1 \cos \alpha + v^2$$

$$v_0^2 = v^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{3}} v - v_0\right)^2 - 2v \left(\frac{4}{\sqrt{3}} v - v_0\right) \frac{\sqrt{3}}{2} + v^2$$

$$v_0^2 = v^2 + \frac{16}{3} v^2 - \frac{8}{\sqrt{3}} v_0 v + v_0^2 - 4v^2 + \sqrt{3} v_0 v + v^2$$

$$0 = v^2 + \frac{16}{3} v^2 - \frac{8}{\sqrt{3}} v_0 v - 4v^2 + \sqrt{3} v_0 v + v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Т.к. } v \neq 0: 2v + \frac{16}{3} v - 4v - \frac{8}{\sqrt{3}} v_0 + \sqrt{3} v_0 = 0$$

$$\frac{10}{3} v = \left(\frac{8}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}\right) v_0 \quad | \times 3$$

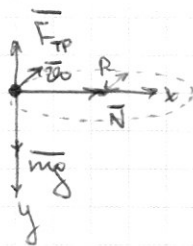
$$10v = (8\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) v_0 = 5\sqrt{3} v_0 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \approx 1,73 \text{ м/с}$$

ОТВЕТ: $H = 0,125 \text{ м}$; $v = 1,73 \text{ м/с}$.

#3

Пункт 1:

Предположим, что автомобиль движется по окружности радиуса R :



1) Второй закон Ньютона:

$$\text{ОХ: } m \frac{v^2}{R} = N$$

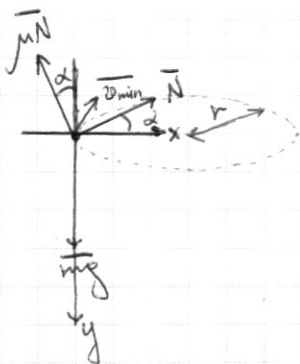
$$\text{ОУ: } F_{\text{тр}} = m g \Rightarrow \mu N \geq m g \Rightarrow \mu \frac{m v^2}{R} \geq m g$$

Условие выполняется \Rightarrow теория верна.

$$2) R = \sqrt{N^2 + F_{\text{тр}}^2} = \sqrt{\frac{m^2 v^4}{R^2} + m^2 g^2} \approx 6,06 \text{ м}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пункт 2:



$$1) r = R \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

2) Второй закон Ньютона:

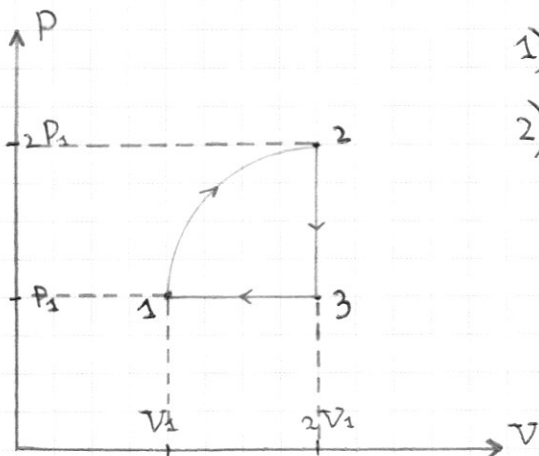
$$\begin{aligned} \text{оx: } m \frac{v_{\min}^2}{r} &= N \cos \alpha - \mu N \sin \alpha = N \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,45 \right) = \\ &= m \frac{2 v_{\min}^2}{\sqrt{3} R}; \quad N = \frac{4m v_{\min}^2}{(3 - 0,9\sqrt{3}) R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{оy: } mg &= N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha = N \left(0,5 + 0,9 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \\ &= \frac{4m v_{\min}^2 \left(0,5 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,9 \right)}{(3 - 0,9\sqrt{3}) R} = \frac{2m v_{\min}^2 (1 + 0,9\sqrt{3})}{(3 - 0,9\sqrt{3}) R} \end{aligned}$$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{(3 - 0,9\sqrt{3}) g R}{2(1 + 0,9\sqrt{3})}} \approx 1,63 \text{ м/с}$$

ОТВЕТ: $P \approx 6,06 \text{ Н}; v_{\min} \approx 1,63 \text{ м/с}.$

#4



$$1) \nu R T_1 = P_1 V_1; \quad V = 1 \Rightarrow P_1 V_1 = R T_1$$

$$\begin{aligned} 2) Q &= A_{12} + \Delta U_{12} = (P_1(2V_1 - V_1) + \frac{\pi}{4} P_1 V_1) + \\ &+ \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = P_1 V_1 \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{3}{2} (4-1) \times \\ &\times P_1 V_1 = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4} \right) P_1 V_1 = \frac{22 + \pi}{4} R T_1 \approx 6,285 R T_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) A &= A_{12} + A_{23} + A_{31} = (P_1(2V_1 - V_1) + \frac{\pi}{4} P_1 V_1) + \\ &+ 0 + P_1(V_1 - 2V_1) = \frac{\pi}{4} P_1 V_1 = \frac{\pi}{4} R T_1 \approx 0,785 R T_1 \end{aligned}$$

$$4) \eta = \frac{A}{Q_+}; \quad Q_+ - \text{ПОДВЕДЁННОЕ ТЕПЛО ЗА ПОЛНЫЙ ЦИКЛ.}$$

$$\text{Т.к. } Q_{23}; Q_{31} < 0, \text{ то: } Q_+ = Q = 6,285 R T_1$$

$$\eta = \frac{0,785 RT_1}{6,285 RT_1} \approx 11,5\%$$

ОТВЕТ: $Q \approx 6,285 RT_1$; $A \approx 0,785 RT_1$;
 $\eta \approx 11,5\%$

#5

Пункт 1.

1) $F_1 = qE$; E — ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ, СОЗДАВАЕМОЕ СФЕРОЙ, В ТОЧКЕ ЗАРЯДА.

2) ТЕОРЕМА ГАУССА: $\frac{Q}{\epsilon_0} = E \cdot 4\pi(2R)^2 \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4R^2}$;

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow E = k \frac{Q}{4R^2}$$

$$(1) F_1 = qE = k \frac{qQ}{4R^2}$$

Пункт 2.

РАССМОТРИМ МАЛЫЙ УЧАСТОК dr СЕРЖНЯ С ЗАРЯДОМ

$dq = \frac{q dr}{R}$. Из пункта 1 на него действует сила $dF_2 = k \frac{dq \cdot Q}{r^2}$
($E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k \frac{Q}{r^2}$; $F = qE = k \frac{qQ}{r^2}$; $r \geq R$); r — РАССТОЯНИЕ ОТ ЦЕНТРА СФЕРЫ.

$$dF = k \frac{Qq dr}{R r^2}$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} k \frac{qQ}{R r^2} dr = k \frac{qQ}{R^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = k \frac{qQ}{6R^2}$$

ОТВЕТ: $F_1 = k \frac{qQ}{4R^2}$; $F_2 = k \frac{qQ}{6R^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#4

$$1) Q = Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{12} = \frac{3}{2} (4 P_1 V_1 - P V_3) + \frac{1}{4} \pi P_1 V_1 = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) P_1 V_1 =$$

$$2) A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = \frac{\pi}{4} R T_1$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{22 + \pi} \approx \frac{3,14}{25,14} \approx \frac{3,1}{25,1} \approx 12,3\%$$

$$+ P_1 V_1$$

$$\begin{array}{r|l} 31000 & 251 \\ \hline 251 & 12,3\% \\ \hline -590 & \\ \hline -502 & \\ \hline 880 & \\ \hline -753 & \\ \hline 27 & \end{array}$$

#5

1) ТЕОРЕМА ГАУССА: ~~А~~ $E \cdot 4\pi (2R)^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} = 16\pi R^2 E \Rightarrow$
 $\Rightarrow E = \frac{Q}{16\pi \epsilon_0 R^2} = \frac{kQ}{4R^2}$

$$2) dF = k \frac{dq Q}{r^2}; r \geq R$$

$$F = qE = k \frac{qQ}{4R^2}$$

$$dF = k \frac{Q}{r^2} dr$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} k \frac{Q}{r^2} dr = k \frac{Q}{2R^2} - k \frac{Q}{3R^2} = \frac{kQ}{6R^2}$$

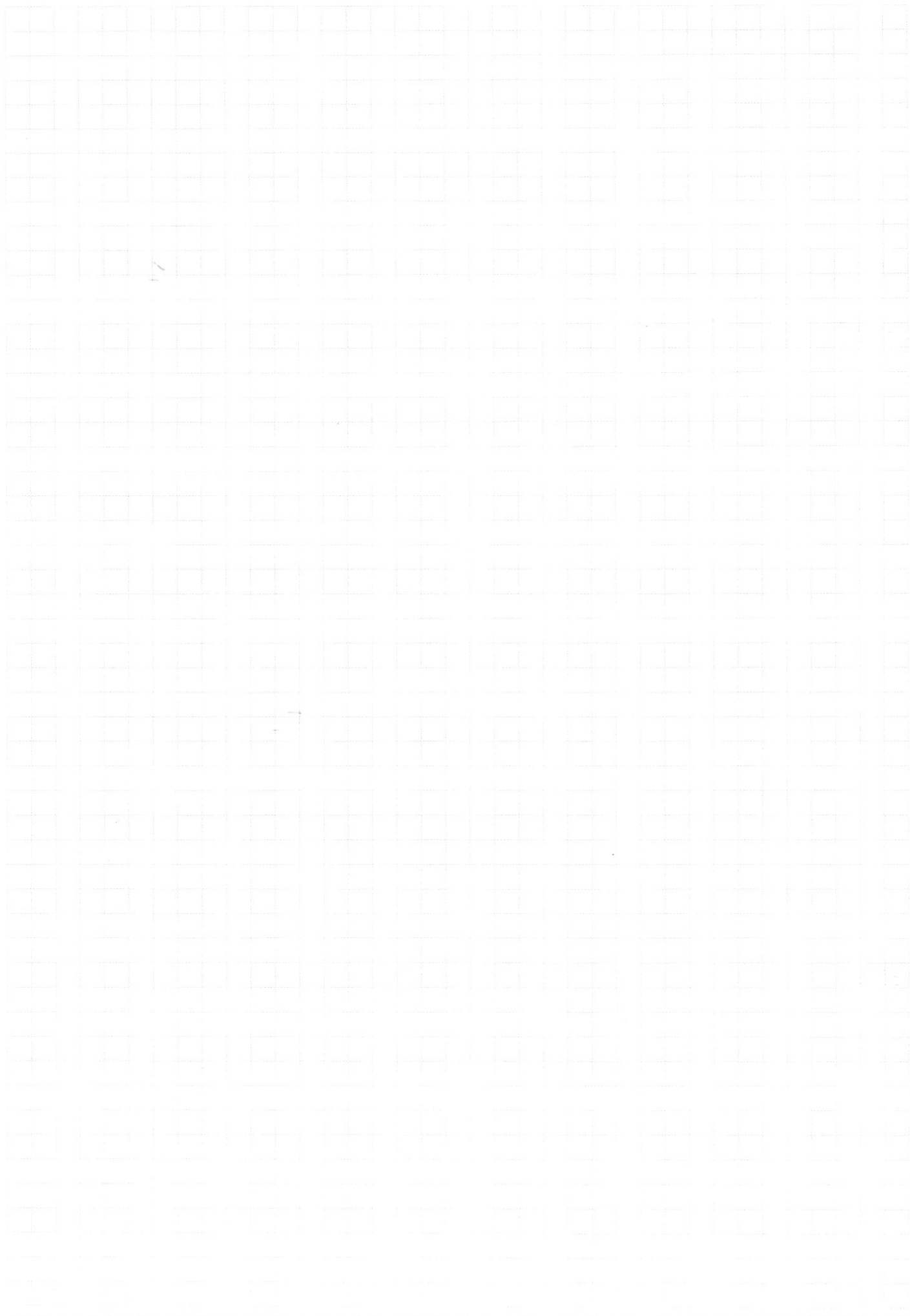
#2

$$1) m \omega \cos \alpha = 2m u; u = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega$$

$$2) E = \text{const.} \Rightarrow \frac{\omega^2}{2} = \frac{1}{2} \log H + \frac{1}{2} u^2; u = \frac{-2u^2 + \omega^2}{2g} = \frac{3 \cdot \frac{1}{4} \omega^2 + \omega^2}{2g} = \omega^2 \frac{1 - \frac{3}{8}}{2g} =$$

$$= \frac{5 \omega^2}{16g} = \frac{5 \cdot 4}{16 \cdot 10} = \frac{5}{40} =$$

$$- \frac{1}{8} = 0,125 \text{ м}$$

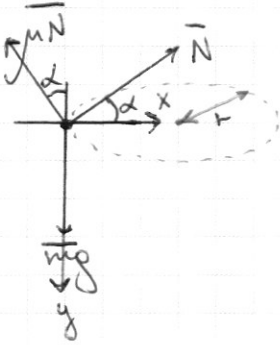


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пункт 2:



$$1) r = R \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

2) Второй закон Ньютона:

$$Ox: m \frac{v_{min}^2}{r} = N \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} N = \frac{2m v_{min}^2}{\sqrt{3} R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{4m v_{min}^2}{3R}$$

$$Oy: mg =$$

$$\sqrt{6} = 1,73 \cdot 1,41$$

$$\begin{array}{r} \times 173 \\ 141 \\ \hline 173 \\ 692 \\ 173 \\ \hline \times 24393 \\ 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 244 \\ 75 \\ \hline 1220 \\ 1508 \\ \hline 16300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 314 \overline{) 4} \\ \underline{28} \\ 34 \\ \underline{32} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 435 \\ 435 \\ \hline 2175 \\ 1305 \\ \hline 1740 \\ 189225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25,14 \overline{) 4} \\ \underline{24} \\ 11 \\ \underline{8} \\ 34 \\ \underline{32} \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7850000 \overline{) 683} \\ \underline{683} \\ 1020 \\ \underline{683} \\ 3370 \\ \underline{2752} \\ 6380 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 8 \\ \hline 280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,73 \\ 9 \\ \hline 1,557 \end{array}$$

$$3 - 1,557 = 1,443$$

$$1 + 1,557 = 2,557$$

$$\frac{1,443 \cdot 10 \cdot 1,2}{2 \cdot 2,557} = \frac{10 \cdot 1,2 \cdot 9}{2 \cdot 16} = \frac{6 \cdot 9}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \sqrt{6}$$

$$\begin{array}{r} 2560000 \overline{) 144} \\ \underline{144} \\ 1120 \\ \underline{1120} \\ 1008 \\ \underline{1008} \\ 1120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 144 \\ 8 \\ \hline 1152 \\ 144 \\ \hline 2008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 683 \\ 49 \\ \hline 2732 \end{array}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#1

1) $E - \text{const} : m \frac{v_0^2}{2} = m g H \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 g H} = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 65 \text{ м}} =$

2) $-uT + g \frac{T^2}{2} = H \Rightarrow u = \frac{gT}{2} - \frac{H}{T} = \frac{10 \cdot 10}{2} - \frac{65}{10} = \sqrt{1300 \text{ м/с}} \approx 36,25 \text{ м/с}$

3) $K = m \frac{u^2}{2} = \frac{2}{2} \cdot 43,5^2 =$
 $= 1872,25 \text{ Дж}$

$$\begin{array}{r} \times 36,25 \\ 36,25 \\ \hline 18125 \\ 7250 \\ \hline 21750 \\ 10875 \\ \hline 13140625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 43,5 \\ 43,5 \\ \hline 43,5^2 = \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 3,5 + \\ &3,5^2 = 1600 + 80 + 3,5^2 \\ &+ 3,5^2 = 1600 + 260 + \\ &+ 12,25 = \\ &= 1872,25 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \times 36,3 \\ 36,3 \\ \hline 1089 \\ 2178 \\ \hline 1317,69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 36,2 \\ 36,2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 35 \\ \hline 7600 \end{array}$$

#2

$m v_0 \cos \alpha = 2 m u \Rightarrow u = \frac{v_0 \sqrt{3}}{4}$

$m \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{2} = m g H + 2 m \frac{u^2}{2} = m g H + 2 m \frac{3 v_0^2}{16 \cdot 2} = m g H + \frac{3 v_0^2}{4 \cdot 2}$

$g H = \frac{3 v_0^2}{8} \Rightarrow \frac{3 v_0^2}{16} = \frac{3 v_0^2}{16}$

$H = \frac{3 v_0^2}{16 \cdot g} = \frac{3 \cdot 2^2}{16 \cdot 10} = \frac{3}{40} = 0,075 \text{ м}$

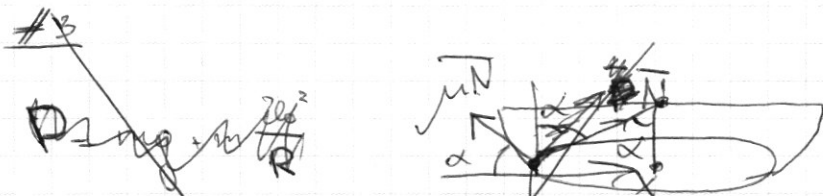
$m \frac{v_0^2}{2}$

$$\begin{array}{r} \times 173 \\ 173 \\ \hline 519 \\ 1211 \\ 173 \\ \hline 29929 \end{array}$$

$\frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$

$\frac{16+6 \cdot 12}{3} =$

$= \frac{10}{3}$

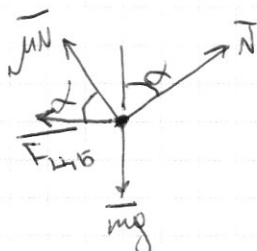
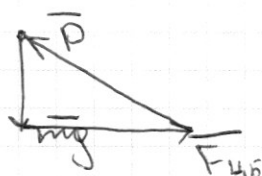


$$m \frac{20^2}{R \sin \alpha} = N \sin \alpha - \mu N \cos \alpha$$

$$m \frac{20^2}{R \sin \alpha} = \frac{mg}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$m \frac{20^2}{R \sin \alpha} = \frac{mg}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

#3



$$N = m \frac{20^2}{R} \approx 0,4 \cdot \frac{3,7^2}{1,2}$$

$$\mu N \checkmark mg$$

$$\begin{array}{r|l} -13,6900 & 0 \\ \hline 12 & 11,408 \\ -16 & \\ \hline 12 & \\ -49 & \\ \hline 48 & \\ -100 & \\ \hline 96 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 11,408 \\ 0,4 \\ \hline 4,5632 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 4,56 \\ \times 4,56 \\ \hline 2736 \\ + 2280 \\ \hline 1824 \\ 20,7936 \approx 20,8 + 16 = \sqrt{36,8} \approx \text{округляем } 6,06 \text{ Н} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 61 \\ \hline 366 \\ 3721 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 605 \\ \hline 605 \\ 363025 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 606 \\ \hline 606 \\ 363636 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,7 \\ \times 3,7 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline -13,69 \\ \hline 12 \\ -16 \\ \hline 12 \\ 49 \\ \hline -48 \\ 1 \\ 13 \\ \times 114 \\ \hline 9 \\ 1026 \end{array}$$