

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

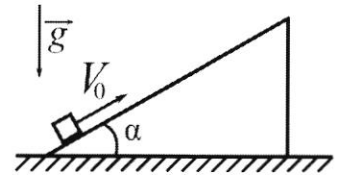
1. Фейерверк массой $m=1\text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T=3\text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K=1800\text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau=10\text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha=0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H=0,2\text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

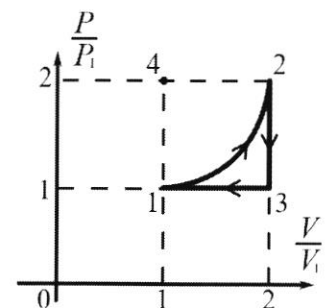
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha=45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu=0,8$, радиус сферы $R=1\text{ м}$. Ускорение свободного падения $g=10\text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q>0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q>0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

2) Через какое время τ' первый осколок упадёт на землю?

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 3 \text{ с.}$$

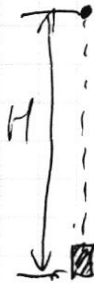
$$K = 1,8 \text{ кДж}$$

$$\tau = 10 \text{ с}$$

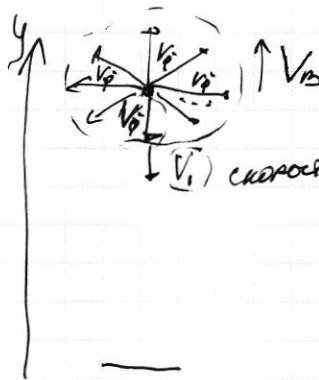
$H = ?$

$\tau' = ?$

1



2



скорость осколка, к-ый первый упадёт на землю

$$|V_i| = |V_0 - V_0|$$

$$V_i = V_0 - V_0$$

V_i - скорость осколка сразу после взрыва

τ' - время падения "первого" осколка

какая-то скорость разорыва

$$V(t) = V_0 - gkt$$

$$t = T \text{ - взрыв}$$

$$V_0 = V_0 - gT \Rightarrow V_0 = gT$$

"высшей точке траектории" $\Rightarrow V_0 = 0$

$$\left. \begin{aligned} K &= \sum_i \frac{m_i V_i^2}{2} = \frac{V_i^2}{2} m \Rightarrow V_i = \sqrt{\frac{2K}{m}} \\ \Rightarrow |V_i| = |V_i| &= \sqrt{\frac{2K}{m}} \end{aligned} \right\}$$

$$H = V_0 T - \frac{gT^2}{2} \Rightarrow gT^2 - \frac{gT^2}{2} = \frac{gT^2}{2}$$

$$y(t) = H - V_i t - \frac{gt^2}{2}$$

$$y_i = H - V_i \tau' - \frac{g\tau'^2}{2} = 0 \Rightarrow H = V_i \tau' + \frac{g\tau'^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\Rightarrow 2H = 2V_i \tau' + g\tau'^2 \Rightarrow 2H = 2 \cdot \sqrt{\frac{2K}{m}} \tau' + g\tau'^2$$

$$g\tau'^2 + \sqrt{\frac{8K}{m}} \tau' - 2H = 0$$

$$D = \frac{8K}{m} + 8gH = 8\left(\frac{K}{m} + gH\right) \Rightarrow \tau' = \frac{-\sqrt{\frac{8K}{m}} \pm \sqrt{8\left(\frac{K}{m} + gH\right)}}{2g}$$

$$v' = \frac{-\sqrt{\frac{gk}{m}} + \sqrt{g\left(\frac{k}{m} + gH\right)}}{2g}$$

$$1) H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 5 \cdot 3^2 = \boxed{45 \text{ м}}$$

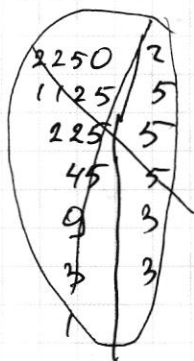
$$2) v'' = \frac{-\sqrt{\frac{g \cdot 18 \cdot 10^3}{1}} + \sqrt{g\left(\frac{18 \cdot 10^3}{1} + 10 \cdot 45\right)}}{20} = \frac{-\sqrt{g \cdot 18 \cdot 10^3} + \sqrt{g(18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 45)}}{20}$$

$$= \frac{-120 + 20\sqrt{45}}{20} = -6 + \sqrt{45}$$

$$* v' = v'' + 1$$

$$-\sqrt{g \cdot 18 \cdot 10^3} = -\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 10^2} = -\sqrt{4^2 \cdot 3^2 \cdot 10^2} = -4 \cdot 3 \cdot 10 = -120$$

$$\sqrt{g(18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 45)} = \sqrt{g(1800 + 450)} = \sqrt{g \cdot 2250} = \sqrt{2^3 \cdot 2 \cdot 5^2 \cdot 3^2} = 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

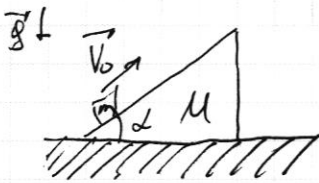


Ответ: 1) 45 м

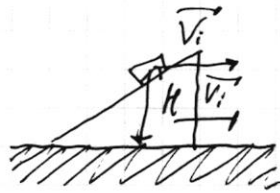
$$2) -6 + \sqrt{45} + 3 = \boxed{-3 + \sqrt{45}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2



⇒



\vec{V}_i - скорость шара в

момент касания
подходящая величина

$$\frac{m v_0^2}{2 H}$$

$$\textcircled{1} \left(m g H + \frac{(m+M) V_i^2}{2} \right) = \frac{m v_0^2}{2} H$$

Закон сохранения энергии

$$m v_0 \cos \alpha = (m+M) V_i \Rightarrow V_i = \frac{m}{m+M} v_0 \cos \alpha \quad \text{закон сохранения импульса}$$

$$m g H + \frac{m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{2(m+M)} = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} \left(1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{m+M} \right) = m g H \quad (1)$$

$$v_0^2 = \frac{2 g H}{1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{m+M}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 g H}{1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{m+M}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{1 - \frac{1 \cdot 0,36}{3,2}}} = \sqrt{\frac{4}{1 - 0,18}} = \sqrt{4,85}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{0,82}} = \sqrt{\frac{400}{82}} = \sqrt{\frac{200}{41}} \approx \sqrt{4,85} \approx 2,22 = \sqrt{4,59} \text{ м/с}$$

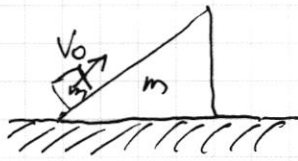
$$\begin{array}{r} 400 \overline{) 82} \\ \underline{328} \\ 720 \\ \underline{676} \\ 440 \\ \underline{410} \\ 30 \\ \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400 \overline{) 87} \\ \underline{348} \\ 520 \\ \underline{435} \\ 850 \\ \underline{783} \\ 67 \\ \dots \end{array}$$

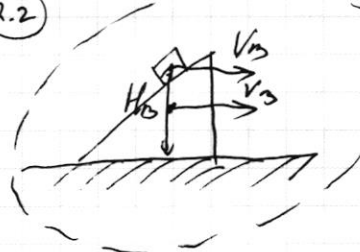


2

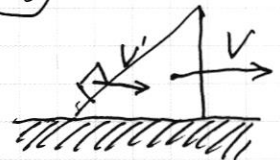
2.1



2.2



2.3



Видит Δ по формуламкой энергии, но
 к. или бы вернется в точку
 старта $\Delta E_{мех} = 0$

в какой-то момент криволинейная траектория $V' = V$

$$\left(\frac{m v_0^2}{2}\right) = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

$$v_0^2 = \frac{2gH}{1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{m+M}} = \frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}} = \frac{2gH}{\frac{2 - \cos^2 \alpha}{2}} = \frac{4gH}{2 - \cos^2 \alpha}$$

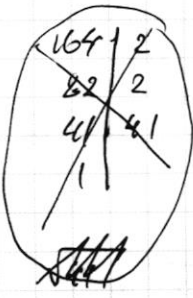
(из преобразованно формула (1))

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

$$v_0^2 = v^2 \quad (3)$$

$$v^2 = \frac{v_0^2}{2} = \frac{2gH}{2(2 - \cos^2 \alpha)} = \frac{gH}{2 - \cos^2 \alpha}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{2 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,2}{2 - 0,36}} = \frac{2}{\sqrt{1,64}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{164}{10^2}}} = \frac{2 \cdot 10}{\sqrt{164}} = \frac{20}{2 \cdot \sqrt{41}} = \frac{10}{\sqrt{41}} \text{ м/с}$$

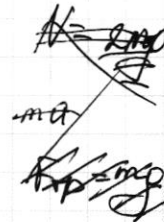
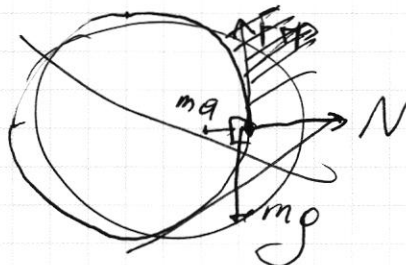
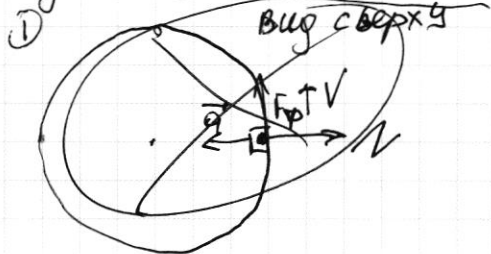


Ответ: 1) $\sqrt{\frac{400}{87}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2) $\frac{10}{\sqrt{41}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (2.2) (см. страницу 11)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

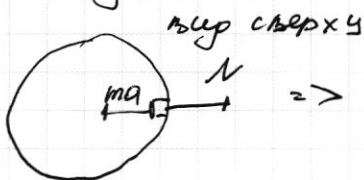
Задача 3



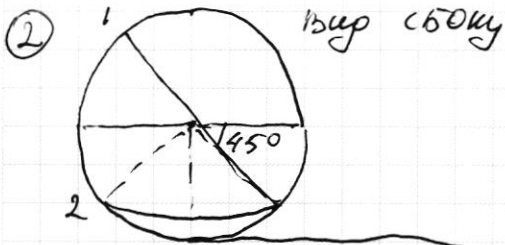
m - масса шара



$$N = 2mg$$



$$\Rightarrow ma = 2mg \Rightarrow a = 2g$$



угол с горизонтом в этой плоскости \Rightarrow

\Rightarrow аналогично 1



когда в верхней точке траектории полета не отрывается от поверхности шара. СФЕРЫ.

$\alpha = 45^\circ$

$$\begin{cases} F_{тр} = \mu N \\ mg = F_{тр} \cos \alpha \\ N = ma \\ a = \frac{v_{min}^2}{R} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{тр} = \mu m \frac{v_{min}^2}{R} \\ mg = F_{тр} \cos \alpha \end{cases}$$

$$mg = \mu m \frac{v_{min}^2}{R} \cos \alpha \Rightarrow v_{min}^2 = \frac{gR}{\mu \cos \alpha} \Rightarrow v_{min} = \sqrt{\frac{gR}{\mu \cos \alpha}}$$

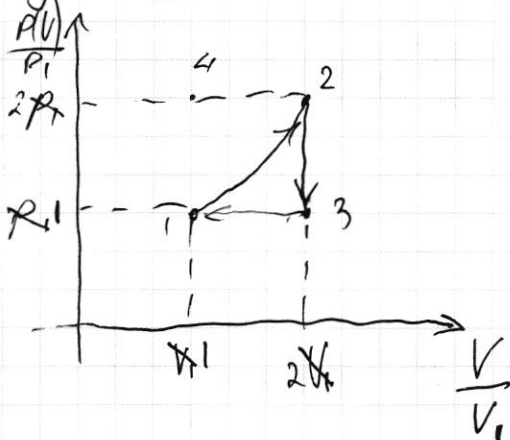
$$v_{\min} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1}{0,8 \cdot \cos 45}} = \sqrt{\frac{10}{0,8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{\frac{20}{0,8\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{200}{8\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{50}{2\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{25}{1,2}} =$$
$$= \frac{5}{\sqrt{2}} \frac{1}{c}$$

Ответ: 1) $a = 2g = 20 \frac{m}{c^2}$

2) $v_{\min} = \frac{5}{\sqrt{2}} \frac{1}{c}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача (4)



$$S_i = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$S_{i+1} = S_{i+1} - S_i = 1 - \frac{\pi r^2}{4}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$$

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

(p_2, V_2, T_2) — во второй ситуации *система*

$$\begin{cases} \frac{p_2 V_2}{T_2} = \nu R \\ \frac{p_1 V_1}{T_1} = \nu R \end{cases}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\nu R}$$

$$a) \Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R \cdot \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\nu R} = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{i}{2} (4p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{i}{2} \cdot 3p_1 V_1$$

$$A_{12} = \int_{V_1}^{2V_1} p(V) dV = \int_{V_1}^{2V_1} p(V) dV$$

площадь под графиком

$$\left(\frac{p}{p_1} - 2\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 1\right)^2 = 1$$

$$\frac{p^2}{p_1^2} - 4\frac{p}{p_1} + 4 + \frac{V^2}{V_1^2} - 2\frac{V}{V_1} + 1 = 1$$

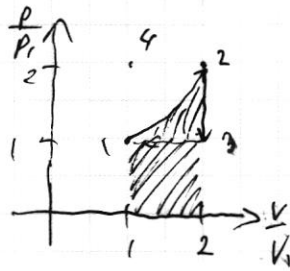
$$\frac{p_2}{p_1} - 4 \frac{p_2}{p_1} + 4 + \frac{v^2}{v_1^2} - 2 \frac{v}{v_1} = 0$$

$$\frac{p_2}{p_1} = a$$

$$\frac{v}{v_1} = b$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 2b = 0$$

$$4 \pm \sqrt{16}$$



$$A_{123} = S_{123} \cdot p_1 v_1 = \left(1 - \frac{\pi \cdot 1^2}{4}\right) p_1 v_1$$

$$A_{12} = \left(1 + 1 - \frac{\pi \cdot 1^2}{4}\right) p_1 v_1$$

сечение дюзой

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{j}{2} \cdot 3 p_1 v_1 + \left(1 + 1 - \frac{\pi \cdot 1^2}{4}\right) p_1 v_1$$

$j = 3$, т.к. газ одноатомный

$$Q_{12} = \left(\frac{3 \cdot 3}{2} + 2 - \frac{\pi \cdot 1^2}{4}\right) p_1 v_1 = \left(\frac{18 + 8 - \pi}{4}\right) p_1 v_1 \approx 5,715 p_1 v_1$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$= \frac{26 - 3,14}{4} \approx \frac{22,86}{4}$$

$$\begin{array}{r} 22,86 \mid 4 \\ - 20 \\ \hline 28 \\ - 28 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,86 \mid 4860 \mid 2286 \\ - 4572 \\ \hline 398 \\ - 2286 \\ \hline 16940 \\ \dots \end{array}$$

$$\eta = \frac{Q_{полезное}}{Q_{позже}} = \frac{A_{123}}{Q_{12}} = \frac{\left(1 + 1 - \frac{\pi \cdot 1^2}{4}\right) p_1 v_1}{\left(\frac{18 + 8 - \pi}{4}\right) p_1 v_1} = \frac{(2 - \pi)}{(26 - \pi)} = \frac{2 - \pi}{26 - \pi} = \frac{4,86}{22,86} \approx 0,22$$

Q полезное =

Ответ: 1) $Q_{12} \approx 5,715 p_1 v_1$

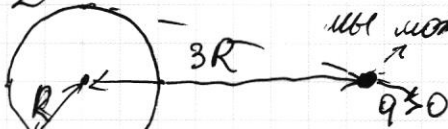
2) $A_{123} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) p_1 v_1$

3) $\eta \approx 0,22$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

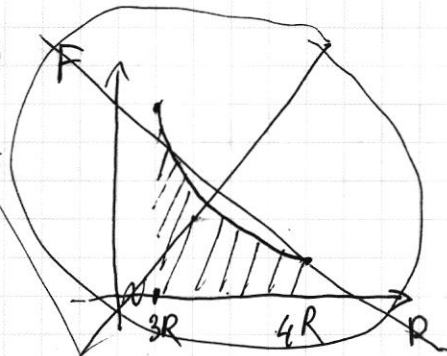
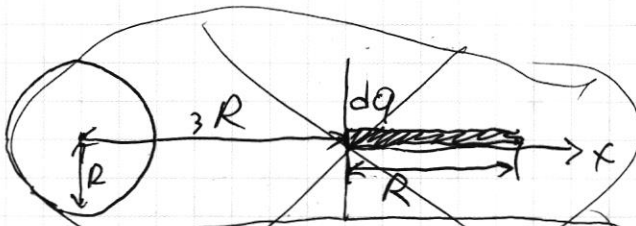
⑤
① $Q > 0$



$$F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$$

Когда другой, точечный заряд находится вне сферы, то мы можем сконцентрировать заряд сферы в центре

т.к. по теореме Гаусса заряд сферы эквивалентен точечному заряду в центре

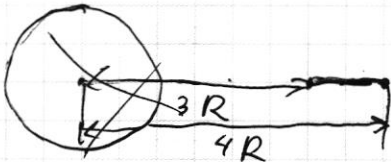


$$F_i = \frac{kQ \cdot dq}{9R^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} dq = dx \cdot \sigma \\ \sigma = \frac{q}{4R^2} \end{array} \right.$$

$$F_i = \frac{kQ dx \sigma}{9(R+x)^2}$$

$$F = \int_0^R \frac{kQ \sigma dx}{9(R+x)^2} = \frac{kQ \sigma}{9} \int_0^R \frac{dx}{(R+x)^2}$$

$$\int_0^R \frac{dx}{9R^2 + 6Rx + x^2} = \int_0^R \frac{1}{9R^2 + 6Rx + x^2} \cdot dx \quad \#1$$



концентрируем заряд q в центре сферы

$$\Rightarrow F_2 = \frac{kQq}{3.5R^2}$$

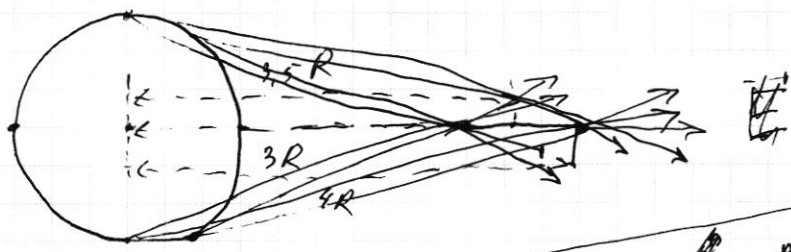
$$F_{12} = \frac{4kQ \cdot q_1}{4R^2} + \frac{3kQ \cdot q_1}{12R^2} = \frac{7kQq_1}{12R^2}$$

$$\frac{kQq}{3.5R^2} = \frac{7kQq}{12R^2} = \frac{7kQqR}{12R^2} = \frac{kQq}{3} \left(\frac{7 \cdot 3R}{12R^2} \right)$$



2

~~кQ~~
~~3R^2~~



~~E~~

~~∫ x^n = x^{n+1} / (n+1)~~

$$F(x) = \int_0^R \frac{k q_2 \sigma' dx}{x^2} = k q_2 \sigma' \int_0^R \frac{dx}{x^2} = k q_2 \sigma' \int_0^R x^{-2} dx = -\frac{k q_2 \sigma'}{R}$$

$$\int_0^R x^{-2} dx = \frac{R^{-1}}{-1} = -R^{-1} = -\frac{1}{R}$$

$$F = \sum F_i = \frac{kQ \frac{1}{3} q}{4R^2} + kQ \frac{1}{3} q \left(\frac{1}{3,5R^2} + \frac{1}{3R^2} + \frac{1}{4R^2} \right) = \frac{kQq}{3} \cdot \left(\frac{12 + 14 + 10,5}{42R^2} \right)$$

$$= \frac{kQq \cdot 36,5}{126R^2}$$

$$\frac{1}{R^2} \left(\frac{1}{12,25R^2} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{R^2} \cdot \left(\frac{144 + 196 + 110,25}{1764} \right) = \frac{450,25}{1764R^2}$$

$\begin{array}{r} 12,25 \\ \times 3,5 \\ \hline 42,875 \\ \times 12,25 \\ \hline 150,625 \\ \hline 180,106 \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \\ \times 12,25 \\ \hline 196 \\ \times 12,25 \\ \hline 150,625 \\ \hline 180,106 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12,25 \\ \times 12,25 \\ \hline 150,625 \\ \times 196 \\ \hline 180,106 \end{array}$	$\begin{array}{r} 144 \\ + 196 \\ + 110,25 \\ \hline 450,25 \end{array}$
---	---	--	--

$$\frac{450,25}{9} = 50,027$$

$\sigma = \frac{q}{R}$ — линейная плотность заряда в стержне

$$E(x) = \frac{kQ}{x^2}$$

$$F = E(x) \cdot q_i$$

Ответ:
 1) $F_1 = \frac{kQq}{9R^2}$
 2) $F_2 = \frac{kQq}{R^2}$



$$Q = E(x) \cdot 4\pi x^2$$

$$Q = \frac{Q_{total}}{4\pi R^2} \cdot 4\pi x^2$$

$$E(x) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 x^2}$$

$$F_1 = \frac{Q q_i}{4R^2} = \frac{Q \cdot \sigma \cdot dx}{4\pi \epsilon_0 x^2}$$

$$F = \int_{3R}^{4R} \frac{Q \sigma}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{x^2} dx = -\frac{Q \sigma}{4\pi \epsilon_0 (4R - 3R)} = \frac{Q \sigma}{4\pi \epsilon_0 R}$$

$$F = \frac{kQq}{R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_0^2 = V'^2 + V^2$$

$$V_0 \cos \alpha = V + V'$$

$$V = V_0 \cos \alpha$$

$$V' = V_0 \cos \alpha - V$$

г.к. $M = m$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{m+M}}}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2}}}$$

$$V_0^2 = V_0^2 \cos^2 \alpha - 2V_0 V \cos \alpha + V^2 + V'^2$$

$$V_0^2 = V_0^2 \cos^2 \alpha - 2V_0 V \cos \alpha + 2V^2$$

$$2V^2 - 2V_0 \cos \alpha V + V_0^2 (1 - \cos^2 \alpha) = 0$$

$$D = 4V_0^2 \cos^2 \alpha + 2V_0^2 (1 - \cos^2 \alpha)$$

$$V_{1,2} = \frac{2V_0 \cos \alpha \pm \sqrt{4V_0^2 \cos^2 \alpha + 2V_0^2 (1 - \cos^2 \alpha)}}{4} = \frac{2V_0 \cos \alpha \pm V_0 \sqrt{4\cos^2 \alpha + 2 - 2\cos^2 \alpha}}{4} =$$

$$= \frac{2V_0 \cos \alpha \pm V_0 \sqrt{2(\cos^2 \alpha + 1)}}{4} = \frac{2 \cos \alpha \pm \sqrt{2 \cdot 0,6}}{4} \cdot V_0 =$$

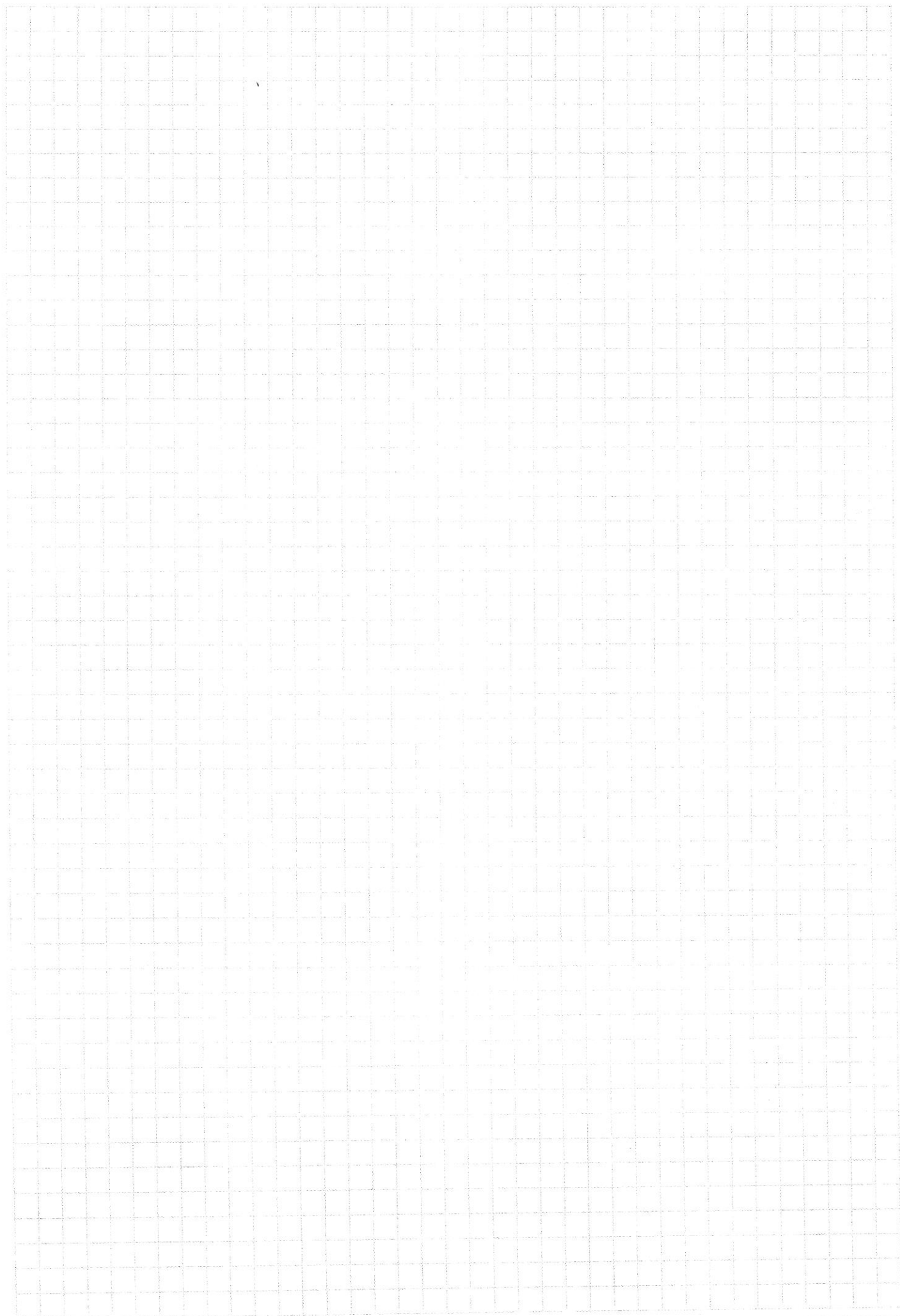
$$= \frac{1,2 \pm \sqrt{2,72}}{4} V_0 \text{ " - " } V < 0 \Rightarrow \text{взяли только сторону меньше 0}$$

\Rightarrow " + "

$$V = \frac{1,2 + \sqrt{2,72}}{4} V_0 = \frac{1,2 + \sqrt{2,72}}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2}{1 - 0,18}} = \frac{1,2 + \sqrt{2,72}}{2 \cdot 4} \cdot \frac{2}{\sqrt{0,82}} =$$

$$= \frac{1,2 + \sqrt{2,72}}{2\sqrt{0,82}} \frac{m}{c}$$

Ответ: 2) $V = \frac{1,2 + \sqrt{2,72}}{2\sqrt{0,82}} \frac{m}{c}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)