

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

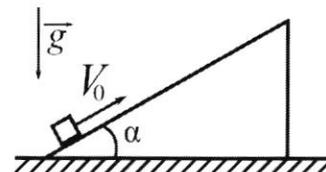
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

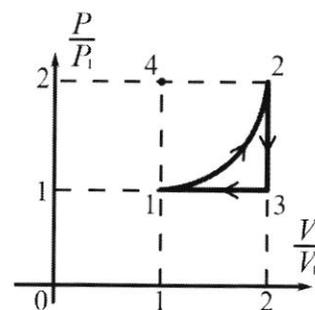
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

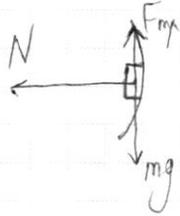
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

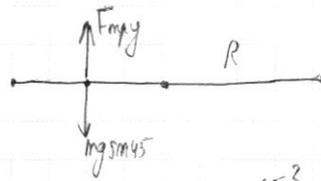
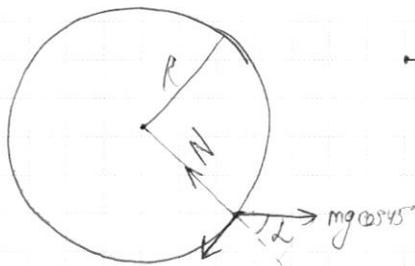
1)



$$\sim 3$$

$$ma = N = 2mg \Rightarrow a = 2g$$

2)



м.к. $v = \text{const} \Rightarrow F_{op} = mg \sin 45^\circ$
и $F_{op} = mg \cos 45^\circ \cdot \sin \alpha$

$$a = \frac{v^2}{R} \quad v_{\text{min}} \Rightarrow a_{\text{min}} \Rightarrow ma_{\text{min}}$$

$$ma = N - mg \cos 45^\circ \cdot \cos \alpha \quad N = (ma + F \cos \alpha)$$

$$F_{op} = \sqrt{F_{opx}^2 + F_{opy}^2} = \sqrt{F^2 \sin^2 \alpha + F^2} = F \sqrt{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$\mu N \geq F_{op} \Rightarrow$$

пусть $mg \cos 45^\circ = F$

$$\Rightarrow \mu N \geq F \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \Leftrightarrow ma \geq \frac{F}{\mu} \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} - F \cos \alpha \quad \text{м.к. } ma_{\text{min}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{и } f(\alpha) = \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\mu} - \cos \alpha \quad f'(\alpha) = \frac{1}{2\mu \sqrt{1 + \sin^2 \alpha}} \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 \cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha = 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} = -\frac{\cos \alpha}{\mu} \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{2\mu^2}{1 + \mu^2} \approx \frac{2}{3,7} \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{\frac{2}{3,7}}$$

$$a_{\text{min}} = mg \cos 45^\circ \left(\frac{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\mu \cdot m} - \frac{\cos \alpha}{m} \right) =$$

$$= g \cos 45^\circ \left(\frac{-\cos \alpha}{\mu} - \cos \alpha \right) = g \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3,7}} \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right) = \frac{v_{\text{min}}^2}{R}$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{g \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{2}{3,7}} \left(\frac{1}{\mu} + 1 \right) R} \approx 4 \sqrt{\frac{14,14}{3,3 \cdot 11}} = 4 \sqrt{\frac{13,6}{36,3}} \approx 4 \frac{4,5}{6} = 3$$

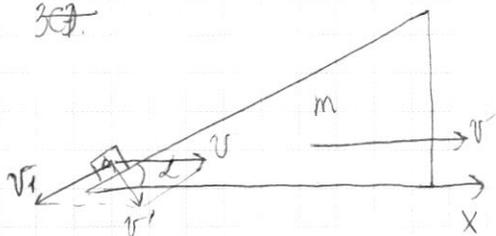
Ответ: ~~2g~~, 20 м/с^2 и 3 м/с

~2

1) ЗЧУ: $mV_0 \cos \alpha = 3mV$ (масса клина = 2 массы шайбы) м.к. нет трения

ЗСЭ: $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{3mV^2}{2} + mgh = \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + mgh \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}} \approx 2,12 \text{ м/с}$

2) ЗЧУ



ЗЧУ_x: $mV_0 \cos \alpha = -mV_1 \cos \alpha + 2mV$

$V_1 = \frac{2V}{\cos \alpha} - V_0$

ЗСЭ: $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mV'^2}{2}$ (1)

$V'^2 = V_1^2 \sin^2 \alpha + (V - V_1 \cos \alpha)^2 = V_1^2 + V^2 - 2VV_1 \cos \alpha$

(1) $V_0^2 = V^2 + V_1^2 + V^2 - 2VV_1 \cos \alpha = 2V^2 + \left(\frac{2V}{\cos \alpha} - V_0\right)^2 - 2V \cos \alpha \left(\frac{2V}{\cos \alpha} - V_0\right) =$

$= 2V^2 + \frac{4V^2}{\cos^2 \alpha} + V_0^2 - \frac{4VV_0}{\cos \alpha} - 4V^2 + 2VV_0 \cos \alpha = V_0^2 \quad | : V$

$2V + \frac{4V}{\cos^2 \alpha} - \frac{4V_0}{\cos \alpha} - 4V + 2V_0 \cos \alpha = 0 \quad | \cdot \cos^2 \alpha$

$-2V \cos^2 \alpha + 4V = 4V_0 \cos \alpha - 2V_0 \cos^3 \alpha \Leftrightarrow V(2 - \cos^2 \alpha) = V_0(2 \cos \alpha - \cos^3 \alpha) \Rightarrow$

$\Rightarrow V = V_0 \cos \alpha \approx 1,27 \text{ м/с} \quad \text{Ответ: } 2,12 \text{ м/с и } 1,27 \text{ м/с}$

~4

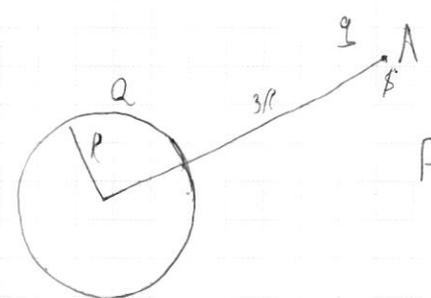
1) $Q = A + \Delta U = 2p_1 V_1 - \frac{\pi p_1 V_1}{4} + \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = p_1 V_1 \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

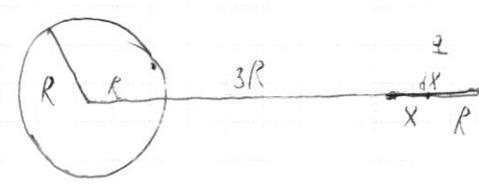
$\nu R T_2 = 4p_1 V_1 \quad \nu R T_1 = p_1 V_1$

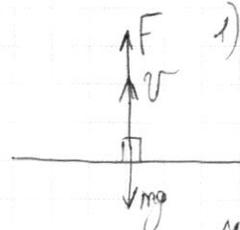
2) $A_{1231} = \int p_{\text{ср}} dV = p_1 V_1 - \frac{\pi p_1 V_1}{4} = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

3) $\eta = \frac{A_{1231}}{Q_1} = \frac{p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}{p_1 V_1 \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{(4 - \pi)4}{4(26 - \pi)} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

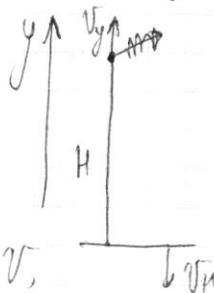
1)  ~ 5 Трансферная максимизация: $E_{\text{ср}} = K \frac{Q}{9R^2}$
 $F_A = E_{\text{ср}} \cdot Q = K \frac{Q \cdot Q}{9R^2}$

2)  $dq = q \cdot \frac{dx}{R}$ $E_x = K \frac{Q}{(3R+x)^2}$
 $\int dF = E_x dq = \int_0^R K \frac{Q}{(3R+x)^2} \cdot q \frac{dx}{R}$
 $a = 3R+x \quad da = dx \quad F = \frac{KQq}{R} \int \frac{da}{a^2} = -\frac{KQq}{R} \left(\frac{1}{4R} - \frac{1}{3R} \right) = \frac{KQq}{12R^2}$
 ~ 1

1)  $ma = F - mg \quad a = \frac{F}{m} - g \quad v = a \cdot dt \quad dt \rightarrow \infty \quad dt \ll 1 \quad dt^2 \rightarrow 0$
 $\Rightarrow \frac{dv^2}{2} \rightarrow 0 \Rightarrow$ можно считать, что работа двигателя для скорости, при этом ~~кратко~~ ~~различия~~ не различается. $v - gT = 0 \quad H = \frac{v^2}{2g} = \frac{gT^2}{2}$

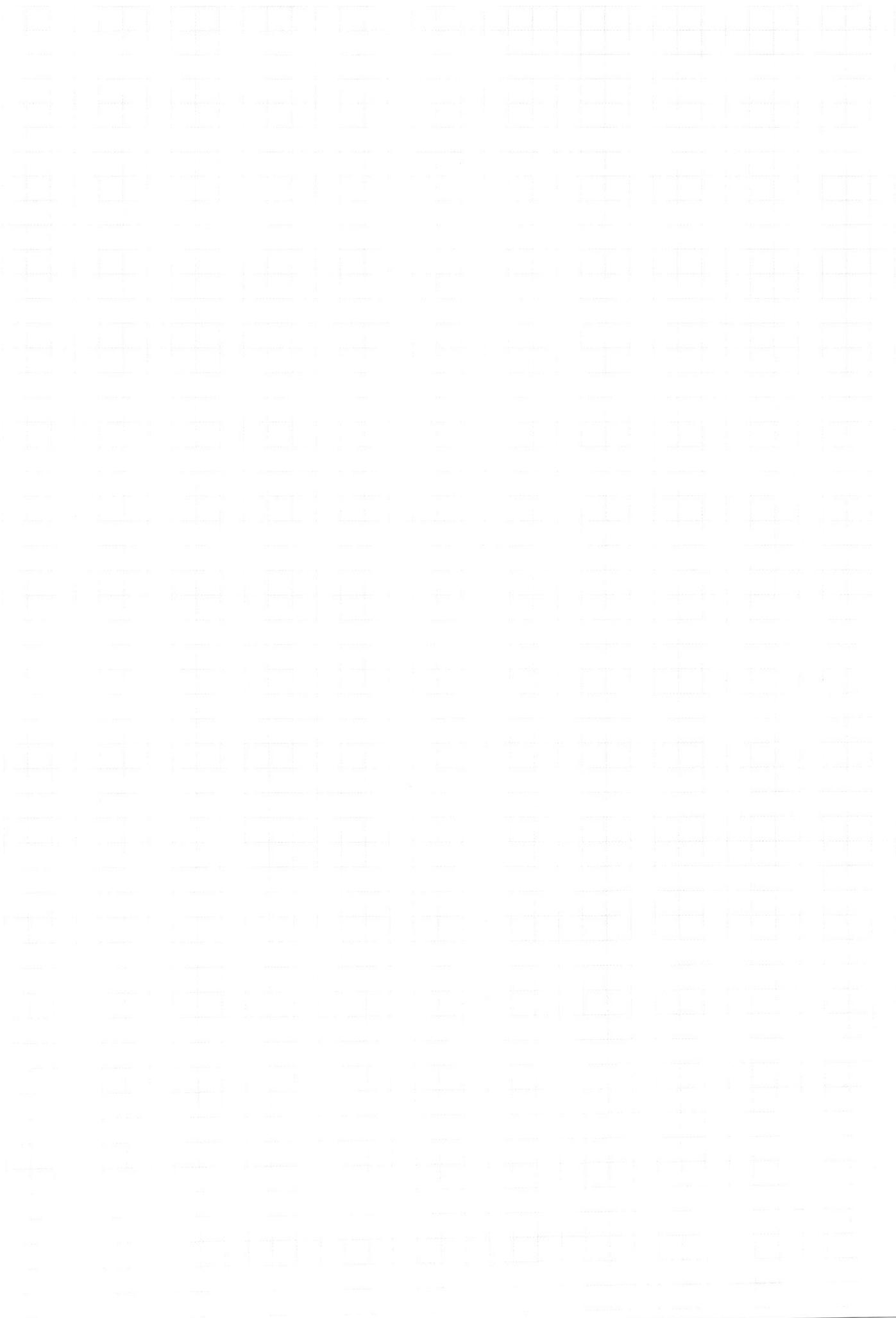
$= \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$

2) $\frac{dm v^2}{2} = dK \Rightarrow K = \frac{mv^2}{2} \quad v^2 = \frac{2K}{m}$



3СЗ. $\frac{dm v^2}{2} + mgH = \frac{dm v_{\text{кр}}^2}{2}$
 $\Rightarrow v_{\text{кр}}^2 = \frac{2K}{m} + 2gH = \text{const}$

$-v_{\text{кр}} = v_y - gt \Rightarrow t = \frac{v_y + v_{\text{кр}}}{g} \Rightarrow t_{\text{max}} \text{ при } v_{y, \text{max}} = v,$
 $t_{\text{min}} \text{ при } v_{y, \text{min}} = -v \quad \tau = t_{\text{max}} - t_{\text{min}} = \frac{v_{\text{кр}} + v}{g} - \frac{v_{\text{кр}} - v}{g} = \frac{2v}{g}$ - время падения осколков =
 $= \frac{2}{g} \sqrt{\frac{2K}{m}} = 12 \text{ с.}$ Через $t = \frac{v_{\text{кр}} - v}{g} = \frac{\sqrt{\frac{2K}{m} + 2gH} - \sqrt{\frac{2K}{m}}}{g} = 3(\sqrt{5} - 2) \text{ с}$
~~уже~~ ~~укажем~~ ~~первый~~ ~~осколок~~ $\text{Ответ: } 45 \text{ м; } 12 \text{ с; } 3(\sqrt{5} - 2) \text{ с}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

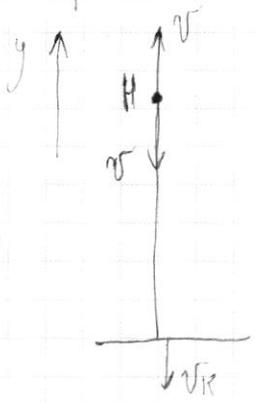
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$\int dK = \int_0^m \frac{dm v^2}{2} \quad \text{where } K = \frac{mv^2}{2} \quad v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$



$$0 = H + v_y t - \frac{gt^2}{2} \quad \frac{gt^2}{2} - v_y t - H = 0$$

$$D = v_y^2 + 4H \frac{g}{2} \quad t = \frac{v_y + \sqrt{v_y^2 + 2gH}}{g}$$

$$-v_K = v_y + gt \quad t = \frac{v_y - v_K}{g}$$

$$t = \frac{v_y + v_K}{g} \quad \tau =$$

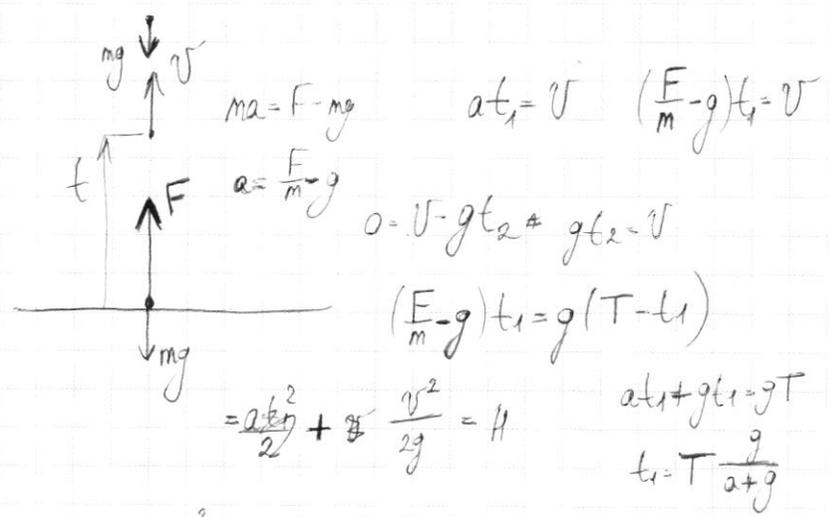
$$\frac{dmv^2}{2} + dmgh = \frac{dmv_K^2}{2}$$

$$v^2 + 2gh = v_K^2 = \frac{2K}{m} + 2gh$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

$$v^2 = 2gh$$

$$H = \frac{v^2}{2g}$$



$$v - gT = 0$$

$$T = \frac{v}{g} \quad v = Tg$$

$$T^2 \frac{g^2}{2(a+g)^2} + \frac{a^2 g T^2}{(a+g)^2 2g} = H$$

$$T^2 \frac{g^2}{(a+g)^2} = H$$

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{T^2 g^2}{2g} = \frac{T^2 g}{2}$$

$$Q = \frac{3}{2} V R (T_2 - T_1) + 2 p_1 V_1 - \frac{\pi p_1 V_1}{4}$$

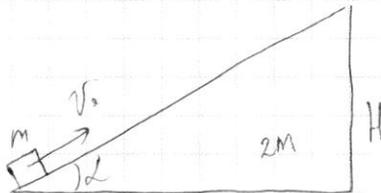
$$= \frac{9}{2} p_1 V_1 + 2 p_1 V_1 - \frac{9\pi}{4} p_1 V_1 = p_1 V_1 \left(\frac{13}{2} - \frac{9\pi}{4} \right)$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = \sqrt{\frac{3600}{1}} = 60 \cdot \frac{2}{10} = 120$$

$$\sqrt{\frac{3000 + 2 \cdot 10 \cdot 45}{900}} = \sqrt{4500} = 10\sqrt{45} = 30\sqrt{5} - 60 = \frac{3(\sqrt{5} - 2)}{10}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

к 2



1) ЗСИ. $mV_0 \cos \alpha = 3mV$ $V = \frac{V_0 \cos \alpha}{3}$

ЗЭЭ. $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{3mV^2}{2} + mgH = \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2 \cdot 3} + mgH$

$\frac{mV_0^2}{2} \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = mgH$ $V_0 = \sqrt{\frac{2gH}{\left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right)}}$

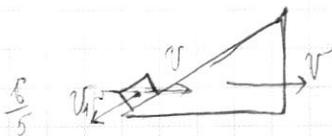
$\sqrt{\frac{10 \cdot 9.8 \cdot 2.25}{2 \cdot 11}} = 5 \sqrt{\frac{2}{11}} \approx 5 \cdot \frac{1.4}{3.3} = \frac{7}{3.3} \approx 2.12 \text{ м/с}$

$\left(1 - \frac{0.36}{3}\right) = 0.88 = \frac{44}{50} = \frac{22}{25}$

$\frac{3.3}{3.3} = 10.89$

$\frac{1.4}{1.4} = 1.36$

$\frac{700}{33} = 21.21$



$v' = \sqrt{v_1^2 \sin^2 \alpha + (v - v_1 \cos \alpha)^2}$
 $= \sqrt{v^2 + v_1^2 - 2v v_1 \cos \alpha}$

$\frac{1.2}{1.4}$

$\frac{v_{\text{max}}^2}{R} = \frac{g \sqrt{2}}{\mu}$

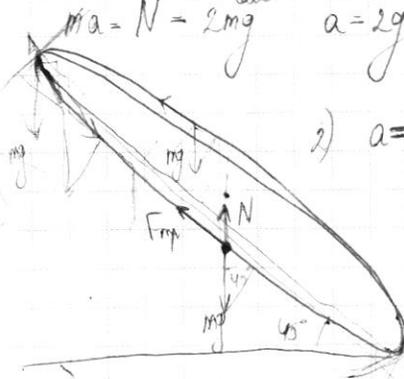
$-mV_1 \cos \alpha + 2mV = mV_0 \cos \alpha$

к 3

$2V = (V_0 + V_1) \cos \alpha$

$V_1 = \frac{2V}{\cos \alpha} - V_0$

$a = 2g$



$a = \frac{v_{\text{max}}^2}{R} \Rightarrow a_{\text{min}}$

$ma = N \Rightarrow N_{\text{min}}$

$mg \cos 45 = \mu N = \mu ma$

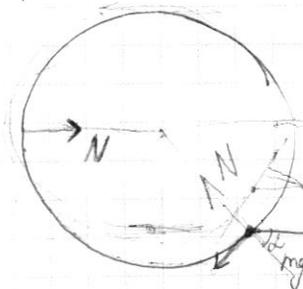
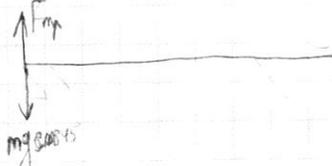
$a = \frac{g \cos 45}{\mu}$

$F_{\text{тр}} \leq N \mu \Rightarrow N \mu = F_{\text{тр}}$

$v = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1}}{\sqrt{2 \cdot 0.8}} = \sqrt{\frac{14 \cdot 25}{4}} = \frac{5}{2} \sqrt{14} \approx \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 5} = 3 \text{ м/с}$

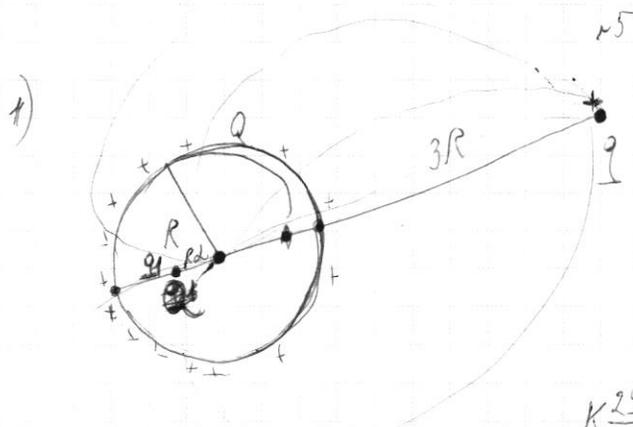
$F_{\text{тр}} = \sqrt{F^2 + F^2 \sin^2 \alpha} = \mu N = \mu(mg + F \cos \alpha)$

$ma = \frac{1 + \mu^2 F^2}{\mu} \cos \alpha$



$ma = N - (mg \cos 45 + F \cos \alpha)$

$F_{\text{тр}} = mg \cos 45 \sin \alpha$



$$\varphi = K \frac{q}{R}$$

$$K \frac{q}{2R} +$$

$$K \frac{q}{2R} + K \frac{q_1}{R(1+L)} = K \frac{q}{R} + K \frac{q}{3R}$$

$$K \frac{q}{4R} + K \frac{q_1}{R(1+L)} = K \frac{q}{R} + K \frac{q}{3R}$$

$$K \frac{2q}{4R} - K \frac{q}{4R} = K \frac{q_1}{R} \left(\frac{1}{1+L} - \frac{1}{1+L} \right) = \frac{1+L-1+L}{1-L^2} = \frac{2L}{1-L^2} K \frac{q_1}{R}$$

$$K \frac{q}{4R}$$

$$\frac{q}{4} = q_1 \frac{2L}{1-L^2}$$

$$q_1 = q \cdot \frac{1-L^2}{8L}$$

$$K q \frac{1-L}{(8L)R} = K \frac{q}{R} + K \frac{q}{3R} - K \frac{q}{2R}$$

$$\frac{1-L}{8L} = \frac{q}{q} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{q}{q} - \frac{1}{6}$$

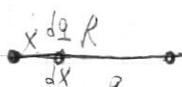
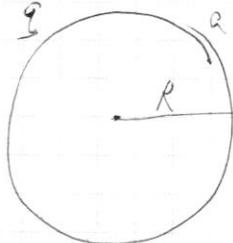
$$1 = 8L \left(\frac{q}{q} - \frac{1}{6} \right) + L$$

$$L = \frac{1}{8 \left(\frac{q}{q} - \frac{1}{6} \right) + 1} = \frac{1}{8 \frac{q}{q} - \frac{4}{3}}$$

$$F_1 = K \frac{q q_1}{R(3+L)} = K \frac{q^2 \frac{1-L^2}{8L}}{R(3+L)} = K$$

$$E = K \frac{q}{9R^2} \quad F = K \frac{q q}{9R^2}$$

2)



$$dq = \frac{dx}{R} q$$

$$E = K \frac{q}{(3R+x)^2} \quad \int dF = \int_0^R K \frac{q}{(3R+x)^2} \cdot \frac{dx}{R} q$$

$$\frac{q-3}{12}$$

$$F = K \frac{q q}{R} \int_0^R \frac{dx}{(3R+x)^2} = \int \frac{dq}{q^2} = K \frac{q q}{R} \cdot (-1) \left(\frac{1}{3R+R} - \frac{1}{3R} \right) = K \frac{q q}{R^2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)$$

$$a = (3R+x)^2$$

$$\frac{da}{dx} = 2$$

$$-2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2\sqrt{1+\sin^2 L}} \cdot 2\sin L \cdot \cos L + \mu \cos L = 0$$

$$\cancel{\cos L} + \sqrt{1+\sin^2 L} \mu = 0 \quad \cos L < 0$$

$$F_{\text{тр}} = mg \cos 45^\circ \sqrt{1+\sin^2 L} = \mu ma - \mu mg \cos 45^\circ \cos L$$

$$-\frac{mg \cos 45^\circ \cos L}{\mu} = \mu ma$$

$$\omega^2 L = (1 + \sin^2 L) \mu^2$$

$$\frac{\omega^2 L}{\mu^2} + \cos^2 L - \mu^2 \cos^2 L = \frac{2\mu^2}{1 + \frac{1}{\mu^2}}$$

$$\frac{2\mu^2}{\mu^2 + 1} = \frac{2 \cdot 0,84}{1 + 0,9} \approx 0,7$$

$$\frac{1}{\mu^2 + 1} = \frac{1 + \mu^2}{\mu^2}$$

$$\begin{array}{r} 0,85 \\ \cdot 0,85 \\ \hline 0,7225 \end{array}$$

$$0,7 \cdot 10 \cdot 0,84 \quad (1)$$

$$\frac{2\mu^2}{1 + \mu^2} = \frac{2 \cdot 0,84}{1,64} = \frac{1,28}{1,64} = \frac{3,2}{4,1} = \frac{32}{41}$$

$$\frac{1}{\mu^2 + 1} = \frac{\mu^2 + 1}{\mu^2}$$

$$\frac{2}{\frac{2\mu^2}{\mu^2 + 1}} = \frac{2 \cdot 8}{11} = \frac{16}{11}$$

$$\frac{16}{11} = \frac{16}{11}$$

$$\sqrt{\frac{27 \cdot 10 \cdot 2}{7 \cdot 14} \cdot \frac{1,4}{3,3} \cdot \frac{16}{11} \cdot 1} = 4 \sqrt{\frac{14 \cdot 1,4}{33 \cdot 11}} = \sqrt{\frac{13,6}{36,3}} \approx 0,6$$

$$\begin{array}{r} 2,12 \\ \cdot 0,60 \\ \hline 1272 \\ \hline 1272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14,0 \\ \cdot 1,4 \\ \hline 5,60 \\ \hline 14,0 \\ \hline 19,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ \cdot 3,3 \\ \hline 330 \\ \hline 330 \end{array}$$