

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарем)

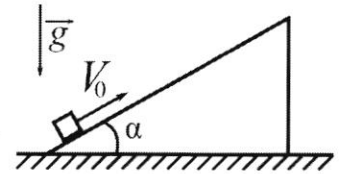
1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение  $a$  модели.

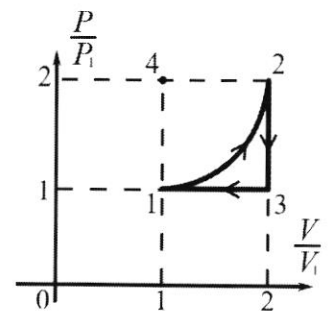
2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1: 1) Высшая точка траектории - точка, где скорость фейерверка равна нулю, при этом высоту этой точки над землей можно легко определить как  $\frac{gT^2}{2}$ , где  $T$  - время полёта фейерверка.

$$H = \frac{gT^2}{2} = 45 \text{ м}$$

2) Пусть масса  $i$ -го осколка  $m_i$  - ~~очень малая~~ величина. Его кин. энергия  $E_i = \frac{m_i v^2}{2}$ , где  $v$  - скорость, которая для всех осколков сразу после взрыва оказывается одинаковой.

Тогда суммарная кин. энергия:

$$E = \sum_{i=1}^N E_i = \frac{(m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + \dots + m_N) v^2}{2} = \frac{m v^2}{2} = 1800 \text{ Дж}$$

$$\Rightarrow v = 60 \text{ м/с}$$

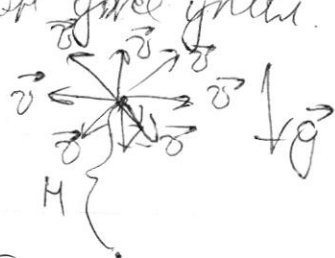
Самым первым коснется земли осколок, скорость которого после взрыва направлена вертикально вниз. Для него можно записать уравнение движения через время  $t$ , когда он уже упал.

$$H = vt + \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{g}{2} t^2 + v \cdot t - H = 0$$

$$D = v^2 + 2gH \Rightarrow t = \frac{\sqrt{v^2 + 2gH} - v}{g} = (3.5 - 6) \text{ с} \approx 3.224$$

- 6 =



$$= 3 \cdot (2,24 - 2) = 0,72 \text{ c}$$

Ответ: 1)  $H = 45 \text{ м}$

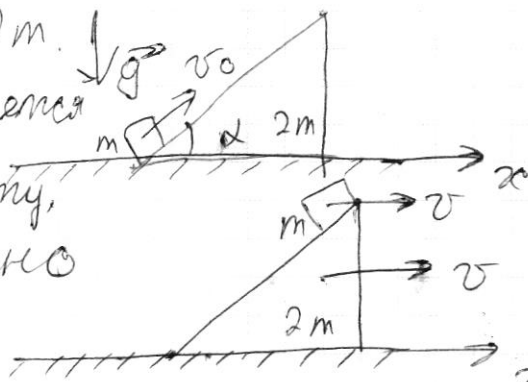
2)  $t = 0,72 \text{ c}$

№ 2: Пусть масса шайбы  $m$ .

Тогда масса клина  $2m$ .

Когда шайба поднимается на максимальную высоту, её скорость относительно клина равна нулю,

поэтому в С.О., связанной с землей, шайба имеет скорость  $v$ , равную по величине и направлению скорости клина. Её можно найти через ЗСИ на ось  $x$ :



$m v_0 \cos \alpha = (2m + m) v = 3m v \rightarrow v = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$

Также для начального и конечного состояний выполняется ЗСЭ:

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{3m v^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2gH + 3v^2$$

$$v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{3}$$

$$v_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = 2gH$$

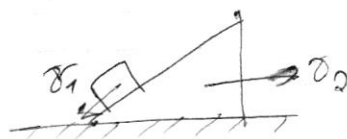
$$v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}}} = \frac{2}{\sqrt{1 - 0,12}} \text{ м/с} = \frac{2}{2\sqrt{0,22}} \text{ м/с} = \frac{1}{\sqrt{0,22}} \text{ м/с} \approx 2,1 \text{ м/с}$$

2) ЗСИ на ось  $x$ :

$$m v_0 \cos \alpha = m v_2 - m v_1 \cos \alpha$$

$$v_0 \cos \alpha = v_2 - v_1 \cos \alpha$$

$$v_1 = v_2 \frac{v_2}{\cos \alpha} - v_0$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ЗСД:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$$

Подставим  $v_1 = \frac{v_2}{\cos \alpha} - v_0$

$$v_0^2 = \frac{v_2^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 v_0 v_2}{\cos \alpha} + v_0^2 + v_2^2$$

$$\frac{v_2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 v_0}{\cos \alpha} + v_2 = 0$$

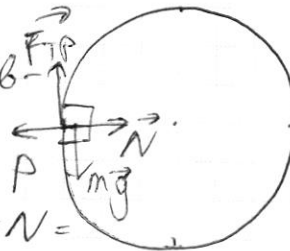
$$v_2 \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 \right) = \frac{2 v_0}{\cos \alpha}$$

$$v_2 = \frac{2 v_0}{\cos^2 \alpha + 1} = \frac{2}{1,6} \cdot \frac{1}{\sqrt{0,22}} \text{ м/с} = \frac{5}{4\sqrt{0,22}} \text{ м/с} \approx 2,6 \text{ м/с}$$

№ 3: По условию  $N = P = 2mg$ .

Вид сверху

Сила реакции опоры заставляет <sup>модель</sup> ленту двигаться по



окружности, т.е.  $ma_y = N =$

$= 2mg \rightarrow a_y = 2g$  - радиально-центростремительное ускорение.

$F_{тр} = \mu N = \mu \cdot 2mg = 1,6 mg > mg \Rightarrow$  сила трения пока полностью компенсирует силу тяжести,

поэтому у модели нет вертикальной составляющей ускорения. Поэтому  $a = a_y = 2g = 20 \text{ м/с}^2$

2) Модель должно обладать вид сбоку минимально возможной скоростью  $v_{\text{min}}$  такой, что сможет двигаться по окружности радиуса  $R$  в точке  $A$ . В крив. спуске



$F_{TP} = \mu N$ ,  $N$  направлена радиально,  $F_{TP}$  направлена перпендикулярно  $\mu$ -ти движения.

II з. Ньютона на оси  $Ax$  и  $Ay$ :

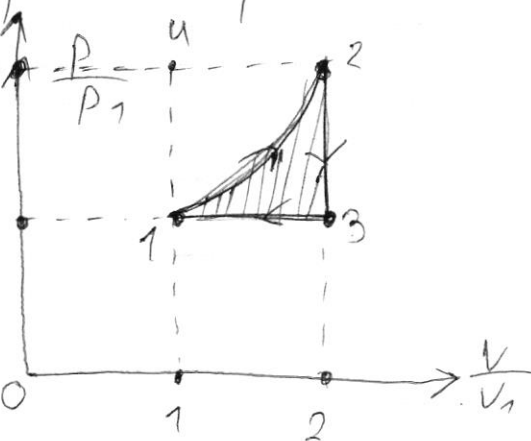
$$\begin{cases} 0 = \mu N - mg \cos 45^\circ \Rightarrow N = \frac{mg \cos 45^\circ}{\mu} \\ ma = N + mg \cos 45^\circ \end{cases}$$

$$a_y = g \cos 45^\circ \left(1 + \frac{1}{\mu}\right) = \frac{v_{\text{min}}^2}{R} \quad (\text{центрострем. уок-е})$$

$$\begin{aligned} v_{\text{min}} &= \sqrt{gR \cos 2 \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)} = \sqrt{10 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(1 + \frac{5}{4}\right)} \text{ м/с} = \\ &= \sqrt{\frac{10\sqrt{2} \cdot 9}{4 \cdot 2}} \text{ м/с} = \sqrt{\frac{90\sqrt{2}}{8}} \text{ м/с} = \sqrt{\frac{45\sqrt{2}}{4}} \text{ м/с} = \frac{3}{2} \sqrt{5\sqrt{2}} \text{ м/с} \end{aligned}$$

$$\approx 1,5\sqrt{7} \text{ м/с} \approx 1,5 \cdot 2,65 \approx 3,975 \text{ м/с} \approx 4 \text{ м/с}$$

$N$  и: Работа <sup>газа</sup>  $\nu$  численно равна площади, которую занимает график процесса. В данном случае можно выразить работу через единицы  $p_1 V_1$ .



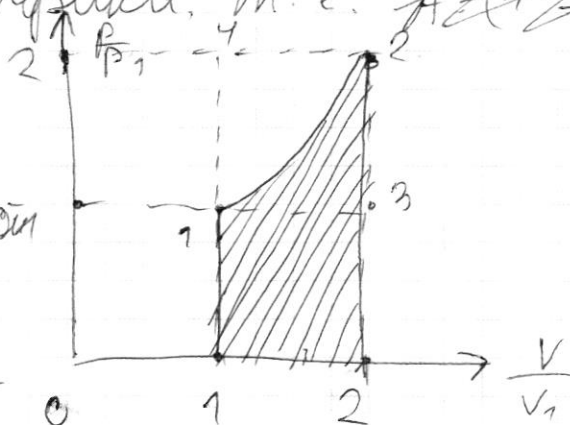
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

зная, что 12-дуг окружности с центром  
в точке  $4$  и радиусом  $1$

Площадь закрашенной фигуры  $= (1^2 - \frac{\pi \cdot 1^2}{4})$   
 ~~$\rho_1 V_1$~~  в единицах радиуса, т.е.  ~~$A = (1 - \frac{\pi}{4}) \rho_1 V_1$~~

$$A = (1 - \frac{\pi}{4}) \rho_1 V_1$$

Количество подведённой  
теплоты численно  
равно площади закра-  
шенной фигуры:



$$Q = (1 - \frac{\pi}{4} + 1) \rho_1 V_1 = (2 - \frac{\pi}{4}) \rho_1 V_1$$

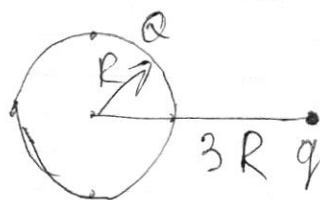
$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{2 - \frac{\pi}{4}} \approx 10\%$$

Ответ: 1)  $Q = (2 - \frac{\pi}{4}) \rho_1 V_1$

2)  $A = (1 - \frac{\pi}{4}) \rho_1 V_1$

3)  $\eta = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{2 - \frac{\pi}{4}}$

№5: 1) Три взаимодействия  
заряженной сферы и

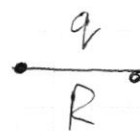
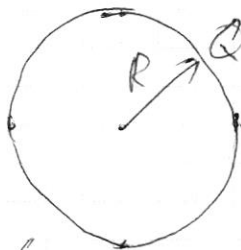


маленького шарика можно считать, что

Взаимодействуют 2 точечных заряда  $Q$  и  $q$ , находящихся на расстоянии  $3R$  друг от друга. Это связано с тем, что напряженность поля, создаваемого сферой вне ее равна напряженности ~~точечного~~ поля, который создавал бы точечный заряд, находящийся в центре сферы и имеющий такой же заряд.

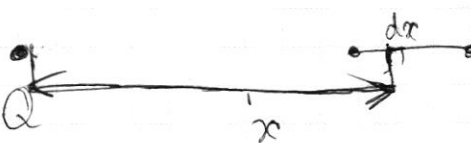
$$F_1 = \frac{k Q q}{(3R)^2} = \frac{k Q q}{9R^2} = \frac{1}{9} \frac{k Q q}{R^2}$$

2) Так же считаем, что ниточка взаимодействует с точечным зарядом  $Q$ .



Возьмем маленький кусочек стержня

длины  $dx$  на расстоянии  $x$  от заряда  $Q$ .



Кусочек можно считать точечным зарядом  $dq = \frac{q dx}{R}$  (заряд нанесен равномерно). На него действует сила  $dF =$

$$= \frac{k Q \frac{q dx}{R}}{x^2}$$

Суммируем ~~от x1 до x2~~ от  $x_1 = 3R$  до  $x_2 = 4R$ :

$$F = \frac{k Q q}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dx}{x^2} = \frac{k Q q}{R} \left( -\frac{1}{x} \right) \Big|_{3R}^{4R} = \frac{k Q q}{R} \left( \frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = \frac{k Q q}{R^2} \left( \frac{4R - 3R}{12} \right) = \frac{1}{12} \frac{k Q q}{R^2}$$

$$H = v \phi_1 + \frac{g \phi_1^2}{2}$$

$$H = \frac{g \phi_2^2}{2} - v \phi_2$$

$$\frac{g \phi_2^2}{2} - v \phi_2 - v \phi_1 - \frac{g \phi_1^2}{2} = 0$$

$$\frac{g}{2} (\phi_2 - \phi_1) (\phi_1 + \phi_2) - v (\phi_1 + \phi_2) = 0$$

$$A = 1 - \frac{\pi}{4} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \rho \cdot V_1$$

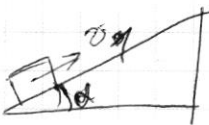
$$Q = \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) \rho \cdot V_1$$

$$\eta = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{2 - \frac{\pi}{4}} = \frac{4 - 3,14}{8 - 3,14} = \frac{0,86}{4,86}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 45 \\ \times 0,7 \\ \hline 31,5 \end{array}$$

$$0,86 \cdot 5 = 0,625$$

$$\begin{array}{r} 860 \mid 486 \\ - 486 \\ \hline 3740 \mid 1,0 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 10 \mid 4,62 \\ - 9,24 \\ \hline 0,76 \end{array} \quad ma = N = 2mg$$

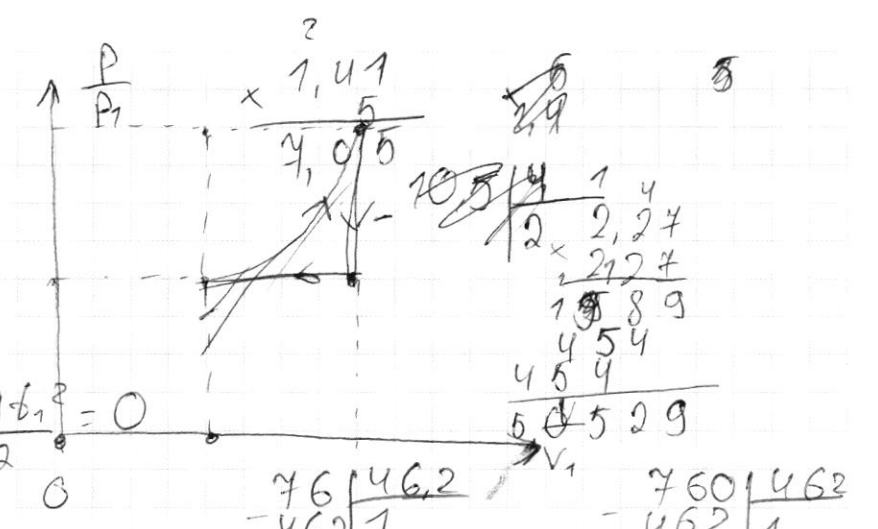
$$a = 2g$$



$$3600 + 900 = 4500$$

$$6 \cdot 900$$

$$\frac{\sqrt{5} \cdot 30 - 60}{10} = 3\sqrt{5} - 6$$



$$\begin{array}{r} 76 \mid 46,2 \\ - 46,2 \\ \hline 1 \end{array} \quad \frac{g}{2} (\phi_2 - \phi_1) = v$$

$$\frac{10 \cdot 10}{2} = v = 50 \text{ m/s}$$

$$\begin{array}{r} 105 \mid 40 \\ - 80 \mid 2 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\frac{25}{40} = \frac{5}{8} \times \frac{2,26}{1,226} = \frac{10}{1,433}$$

$$mv_0 = mv_1 - m v_2 \cos 45^\circ$$

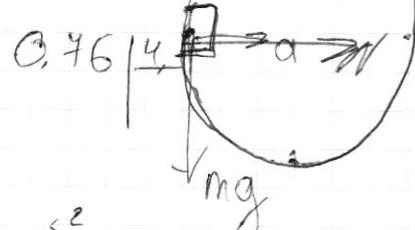
$$v_0 = v_1 - v_2 \cos 45^\circ$$

$$ma = N - mg \cos 45^\circ$$

$$mg \cos 45^\circ = mN$$

$$N = \frac{mg \cos 45^\circ}{\mu}$$

$$mg \cos 45^\circ = \mu N$$



$$\frac{v^2}{R} = g \cos 45^\circ \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)$$

$$a = g \cos 45^\circ \left(1 + \frac{1}{\mu}\right) = \frac{2,26 \cdot 10}{8}$$



10 ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

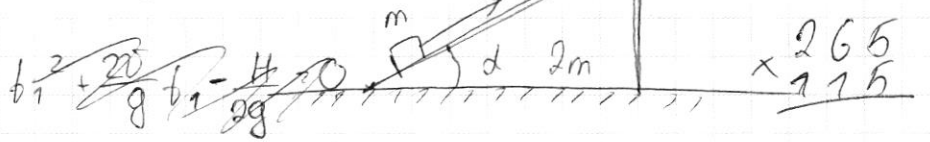
mm.  $\frac{mv^2}{2} = 1800 \text{ Дж}$

$v^2 = 3600 (\text{м/с})^2$

$v = 60 \text{ м/с}$

$H = \frac{gt_1^2}{2} + v_0 t_1$

$H = \frac{gt_2^2}{2} - v_0 t_2$



$\sqrt{11} =$

$H = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}$

$H = \frac{gt_2^2}{2} - v_0 t_2$

$45 = 60 t_1 + 5 t_1^2$

$t_1^2 + 12 t_1 - 9 = 0$

$D = 144 + 9 \cdot 4 = 144 + 36 = 180$

$t_1 = \frac{6\sqrt{5} - 12}{2}$

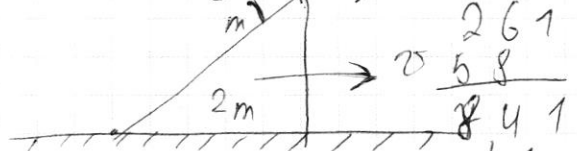
$t_2^2 - 12 t_2 + 9 = 0$

$t_2 = \frac{6\sqrt{5} + 12}{2}$

$t_2 - t_1 = \frac{6\sqrt{5} + 12}{2} - \frac{6\sqrt{5} - 12}{2} = 12 \text{ с}$

$m v_0 \cos \alpha = 3 m v$

$v = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$



$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{3 m v^2}{2}$

$v_0^2 = 2gH + \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{3}$

$\sqrt{9 \cdot 20} = 3 \cdot 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

$v_0^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}\right) = 2gH$

$v_0^2 = \frac{2gH}{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{3}} = \frac{4}{1 - 0,12} = \frac{4}{0,88}$

$= \frac{400}{88} = \frac{100}{22} = \frac{50}{11}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Blank grid area for writing the answer.

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

