Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

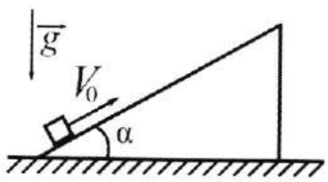
1. Фейерверк массой $m = 1$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3$ с разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800$ Дж. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos\alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2$ м. Масса клина в два раз больше массы шайбы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

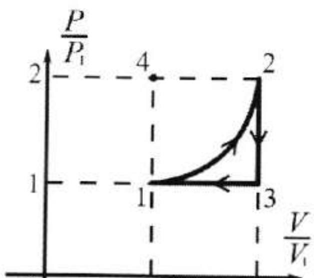
2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1$ м. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

5. Заряд Q>0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q>0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача №1

$m = 1$кг; # масса фейерверка;
$T = 3$с; # время полёта;
разрыв в наивысшей точке траект.;

$K = 1800$Дж; # суммарная кин. эн. тел (кусочков) сразу после взрыва;

1) $H = ?$; # высота разрыва;

2) $t = ?$; # время падения 1-го осколка на землю;

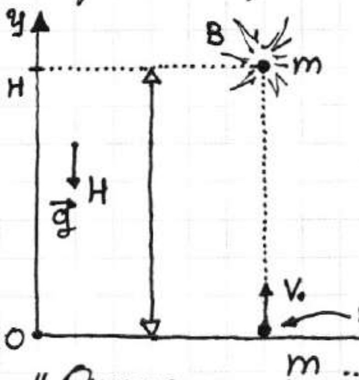
Обозначения, которые будут приняты у меня во всех задачах:

„#" – комментарий, уточнение, пояснение, ...

„•" – озаглавие новой части решения, выделение нового пункта решения;

Решения:

1) # рассмотрим подъём наверх фейерверка:



B – точка разрыва;
введём ось OY;

Заметим, что по условию тело стартует мгновенно после совершённой двигателем работы, т.е. во время полёта на него действует только сила тяжести; => (по II з. Н по оси OY) $\vec{g}$ – ускорение фейерверка;

нач. полож.;

Описание полёта; # V_0 – начальная скорость фейерверка;

По условию B – наивысшая точка траектории фейерверка; =>
=> $V_{By} = 0$; => # воспользуемся формулами из кинематики по оси OY.

скорость фейерверка по оси OY в т. B;

• получаем следующее:

$y(T) = H = V_0 T - \frac{1}{2} g T^2$; # ур.-е движ. по оси OY при равноускор. прямолин. движ.;

заметим, что: $V_{By} = 0 = V_0 - gT$; => $V_0 = gT$; # подставим это;

$H = V_0 T - \frac{1}{2} g T^2 = gT \cdot T - \frac{1}{2} g T^2 = \frac{1}{2} g T^2$; => $\boxed{H = \frac{1}{2} g T^2}$;

$H = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{м}{с^2} \cdot 9 с^2 = \frac{90}{2} м = 45 м$;

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

задача № 1 „продолжение решения" :

2) вторая часть:

Заметим, что пусть Δm - масса части (осколка) феерверка, а т.к. осколки летят во всех напр. с равными скоростями, то

u - скорость части (осколка); # $\left(u = \sqrt{3600 \frac{Н \cdot м}{Н \cdot \frac{с^2}{м}}} = 60 \frac{м}{с}\right)$;

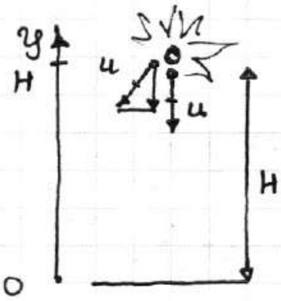
$$\underbrace{\frac{\Delta m u^2}{2}}_{\Delta K} = \underbrace{\frac{\Delta m}{m}}_{\text{доля от общей кин. эн.}} \cdot K; \Rightarrow \frac{u^2}{2} = \frac{K}{m}; \Rightarrow u = \sqrt{\frac{2K}{m}};$$

т.к. они все изначально летят со скор. и по усл.;

ΔK — кин. эн. одной части;

• заметим, что достаточно очевидно, что первым на землю прилетит осколок, который полетит вертикально вниз, а остальные осколки будут иметь меньшую компоненту скорости по оси ОУ, т.к. в прямоугольном Δ-ке гипотенуза больше катетов;

#отсчёт времени с мом. взрыва;



#тогда воспользуемся кинематикой:

$$y(t) = 0 = H - ut - \frac{1}{2} g t^2; \text{ \# кв. ур. на } t^2;$$

$$\frac{1}{2} g t^2 + ut - H = 0;$$

$$t = \frac{-u \pm \sqrt{u^2 - 4 \cdot (-H) \cdot \frac{1}{2} g}}{\frac{1}{2} g \cdot 2} = -\frac{u}{g} \overset{\text{т.к. } t>0}{+} \sqrt{\frac{u^2}{g^2} + \frac{2H}{g}};$$

#формула через дискриминант;

$$\boxed{t = -\sqrt{\frac{2K}{mg^2}} + \sqrt{\frac{2K}{mg^2} + T^2}};$$

#получаем, что:

$$t = (-6 \pm 3\sqrt{5})c = (3\sqrt{5} - 6)c = 3(\sqrt{5} - 2)c$$

Ответ: 1) $H = 45$ м;

2) $t = 3 \cdot (\sqrt{5} - 2) \cdot 1c$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача №2. ✓

гладкая наклонная плоскость клина;
α - угол наклона клина; $\cos\alpha = 0{,}6$;

V_0 - начальная скорость шайбы;

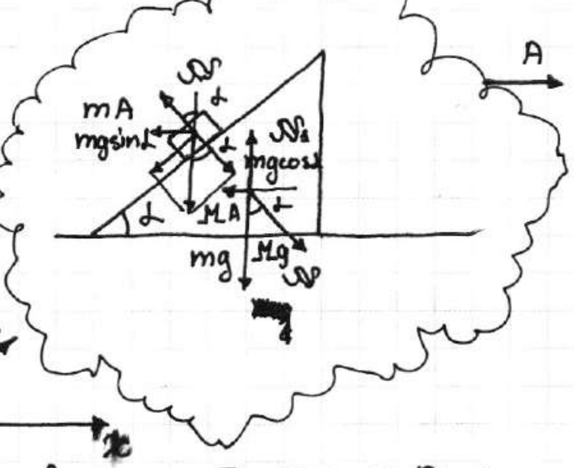
$H = 0{,}2$м ; # наивысшая высота;
пол гладкий;

M - масса клина; $M = 2m$; $g = 10$м/с^2;
m - масса шайбы;

1) $V_0 = ?$; 2) $M = m$; # второй случай;
$V = ?$; # скорость при возврате в точку старта;

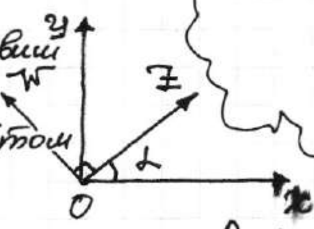
a - относительное ускор. шайбы;
Н.И.С.О клина:

Решение:



1) N - сила реакции опоры, с которой клин толкает шайбу;
N_1 - сила реакции опоры, с которой пол толкает клин;

воспользуем III з.Н. и расставим силы;
воспользуемся II з.Н.* (с учётом силы инерции) в Н.И.С.О. клина по осям:



A - горизонтальное ускорение клина;

клин:

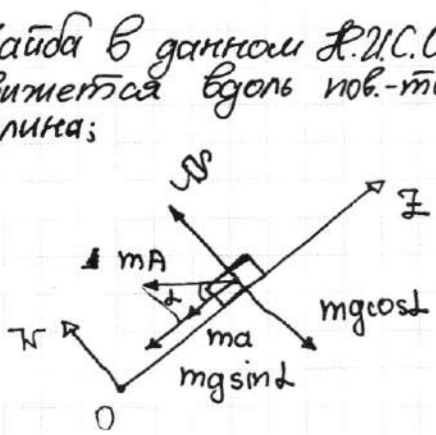
$$\begin{cases} OX: N\sin\alpha = MA; \\ OY: N_1 = Mg + N\cos\alpha; \end{cases}$$

в Н.И.С.О. клина клин покоится;

грузик (шайба):

Шайба в данном Н.И.С.О. движется вдоль пов.-ти клина;

$$\begin{cases} OZ: ma = mg\sin\alpha + mA\cos\alpha; \\ OW: 0 = +N - mg\cos\alpha + mA\sin\alpha; \end{cases}$$



задача №2. „продолжение решения задачи №2.":

• решим данную систему уравнений (нужно найти a);

$$\begin{cases} N\sin\alpha = MA; \\ ma = mg\sin\alpha + mA\cos\alpha; \\ mg\cos\alpha = mA\sin\alpha + N; \end{cases}$$

#сразу подставим $N = \frac{MA}{\sin\alpha}$;

$$a = g\sin\alpha + A\cos\alpha;$$

$$\begin{cases} mg\cos\alpha = mA\sin\alpha + \frac{MA}{\sin\alpha}; \\ ma = mg\sin\alpha + mA\cos\alpha; \end{cases}$$

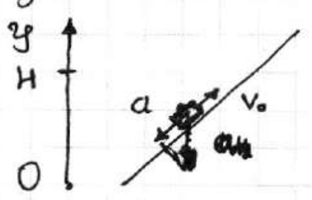
$$mg\cos\alpha = A\left(m\sin\alpha + \frac{M}{\sin\alpha}\right);$$

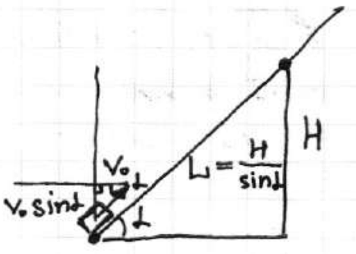
$$A = \frac{mg\cos\alpha}{\left(m\sin\alpha + \frac{M}{\sin\alpha}\right)};$$ #подставим;

$$a = g\sin\alpha + \frac{mg\cos^2\alpha \;\; |\cdot\sin\alpha}{\left(m\sin\alpha + \frac{M}{\sin\alpha}\right) |\cdot\sin\alpha};$$

$$a = g\sin\alpha\left(1 + \frac{m\cos^2\alpha}{m\sin^2\alpha + M}\right);$$

• нам нужно найти V_0:





#в. Н.И.С.О. клина;

(в Лаб. С.О. a_y тоже самое, т.к. A - горизонтальна);

#изначально клин двигался с нулевой скоростью;

$M = 2m$; #подставим;

#осн. триг. тожд.;

#продолжение следует;

$$a = g\sin\alpha\cdot\left(1 + \frac{\cancel{m}\cos^2\alpha}{\cancel{m}\sin^2\alpha + 2\cancel{m}}\right) = g\sin\alpha\frac{2 + \overbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}^{=1}}{2 + \sin^2\alpha} =$$

$$= \frac{3g\sin\alpha}{2 + \sin^2\alpha} = \frac{3g\sin\alpha}{3 - \cos^2\alpha};$$

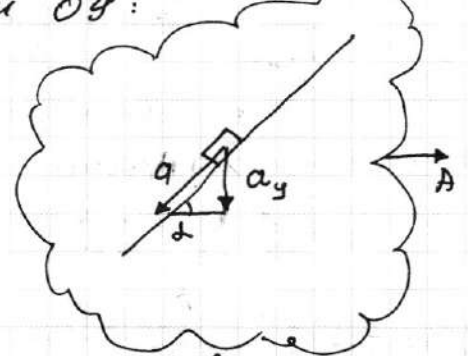
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача №2. „продолжение решения":

• заметим, что горизонтальное движение шайбы и клина не затрагивает движение шайбы по оси OY:

a_y - ускор. шайбы по оси OY;

$a_y = a\sin\alpha$;

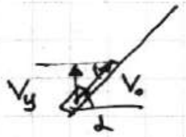


воспользуемся кинематикой:

#тормозной путь:

#в Н.И.С.О. клина;

$$\begin{cases} H = \frac{1}{2} a_y T^2 \leftarrow \text{вр. до ост. по оси } OY; \\ V_{0y} = a_y T; \ \#\text{заторможение по оси } OY; \end{cases}$$



$V_y = V_0 \sin\alpha$;
вертик. нач. скор. шайбы;

#тогда: $T = \frac{V_y}{a_y} = \frac{V_0\sin\alpha}{a\sin\alpha} = \frac{V_0}{a}$;

$$H = \frac{1}{2} a_y \cdot \frac{V_y^2}{a_y^2} = \frac{1}{2}\frac{V_y^2}{a_y};$$

$$H = \frac{1}{2}\frac{V_0^2 \sin^{\cancel{2}}\alpha}{a \cancel{\sin\alpha}}; \Rightarrow 2aH = V_0^2 \sin\alpha;$$

$$V_0^2 = \frac{2aH}{\sin\alpha} \quad \#\text{подставим } a;$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2aH}{\sin\alpha}};$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2\cdot a\cdot H}{\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2}{\cancel{\sin\alpha}} \cdot \frac{3g\cancel{\sin\alpha}}{2+\sin^2\alpha}\cdot H} = \sqrt{\frac{6gH}{2+\sin^2\alpha}} = \sqrt{\frac{6gH}{3-\cos^2\alpha}};$$

#подставим;

$$V_0 = \sqrt{\frac{60\frac{м}{с^2}\cdot 0{,}2м}{3-\frac{9}{25}}} = \sqrt{\frac{30}{\frac{75-9}{25}}}\,\frac{м}{с} = \sqrt{\frac{30\cdot 25}{75-9}}\,\frac{м}{с} = \sqrt{\frac{10\cdot 25}{22}}\,\frac{м}{с} = \sqrt{\frac{250}{22}}\,\frac{м}{с} =$$

$$= \sqrt{\frac{125}{11}}\,\frac{м}{с} = \sqrt{\frac{5^3}{11}}\,\frac{м}{с} = 5\sqrt{\frac{5}{11}}\cdot 1\,\frac{м}{с};$$

продолжение решения 2)-ой задачи;

2)

• заметим, что скорость клина V будет находится по формуле: $V = A_{нов}\tau_{нов}$, где τ - время за которое шайба вернётся в начальное положение с момента начала движения системы;

$\cancel{V = \frac{1}{2}A_{нов}\tau^2}$;

$\tau_{нов} = 2T_{нов}$; # с учётом симметрии траект. шайбы в Н.И.С.О. клина по оси OY;

← с новым соотнош. масс клина и шайбы;

#аналогично прошлому пункту: (по кинематике);

$$H = \frac{1}{2}a_y^{нов}T_{нов}^2; \Rightarrow \sqrt{\frac{2H}{a_y^{нов}}} = T_{нов};$$

$$\cancel{V = \frac{1}{2}\cdot A_{нов}\cdot 4\cdot\frac{2H}{a_y^{нов}} = 4H\cdot\frac{A_{нов}}{a_{yнов}} = 4H\frac{A_{нов}}{a_{нов}\cdot\sin\alpha}};$$

~~# подставим из прошлых пунктов;~~

$$\cancel{V = 4H\cdot\frac{\frac{mg\cos\alpha}{(m\sin\alpha + \frac{M}{\sin\alpha})}}{g\sin\alpha\left(1+\frac{m\cos^2\alpha}{m\sin^2\alpha+M}\right)\sin\alpha} = 4H\cdot\frac{\frac{g\cos\alpha}{\sin\alpha+\frac{1}{\sin\alpha}}}{g\sin^2\alpha\left(1+\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+1}\right)}};$$

~~# подставим $M=m$;~~

$a_{yнов} = \sin\alpha\cdot a_{нов}$

$\cancel{V = 4H}$

$$V = A_{нов}\cdot 2T_{нов} = A_{нов}\cdot 2\cdot\sqrt{\frac{2H}{a_{yнов}}} = 2\sqrt{2}\cdot\frac{A_{нов}\cdot\sqrt{H}}{\sqrt{a_{yнов}}};$$

$$V = 2\sqrt{2}\cdot\frac{\frac{g\cos\alpha}{\sin\alpha+\frac{1}{\sin\alpha}}\cdot\sqrt{H}}{\sqrt{\sin\alpha\, g\sin\alpha\cdot\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+1}{\sin^2\alpha+1}}}$$

$\sin\alpha = 0{,}8$;
$\cos\alpha = 0{,}6$;

$$V = 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{H}\cdot\sqrt{g}\cdot\frac{\frac{\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha}{\sin^2\alpha+1}}{\cancel{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2}{\sin^2\alpha+1}}}$$

$$V = 2\cancel{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{H}\cdot\sqrt{g}\cdot\frac{\cos\alpha}{\cancel{\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha+1}};$$

$$V = 2\sqrt{gH}\cdot\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha+1}} = 2\cdot\sqrt{2\frac{м^2}{с^2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{1{,}64}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1{,}64}}\frac{м}{с};$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#ответ на задачу №2.:

Ответ: 1) $V_0 = 5\cdot\sqrt{\frac{5}{11}}\ \frac{м}{с}$;

2) $V = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1,64}}\cdot\frac{м}{с}$;

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

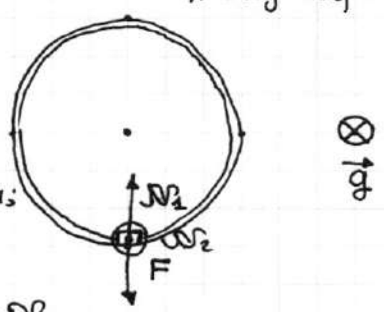
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача № 3.

$F = 2F_т = 2mg$;
m - масса автомобиля;
$F_т$ - сила тяги автомобиля; #по III-му З.Н.;
$N = F = 2mg$;
F — сила, с которой толкает сферу машинка;
N — сила норм. реакции опоры, с которой машинку толкает ~~сферу~~ сфера;

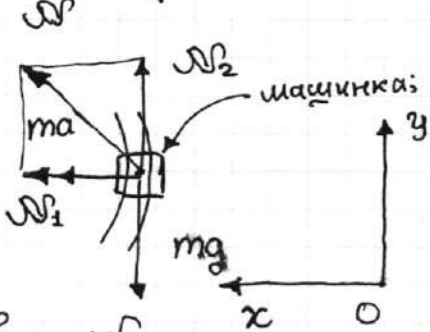
#вид сверху;



#проволочная сфера:

1) $a = ?$; 2) $\alpha = 45°$; $V_{min} = ?$; $g = 10 м/с^2$;
#сила сопр. мала; $\mu = 0{,}8$; $R = 1м$;

Решение:



#вид сбоку;

#применим II. з. Н. по осям на машинки;

N_1 - гор. пр. силы N;

N_2 - вертик пр. силы N;

$$\begin{cases} OY: \\ N_2 = mg; \\ OX: N_1 = ma; \end{cases}$$

По т. Пифагора: $\sqrt{N_1^2 + N_2^2} = N = 2mg$; #по усл.;

$$\sqrt{m^2a^2 + m^2g^2} = 2mg; \; \Big| \cdot \frac{1}{m}; \; \Big|^{\wedge 2}$$

$$a^2 + g^2 = 4g^2; \Rightarrow a^2 = 3g^2; \Rightarrow a = \sqrt{3}g;$$

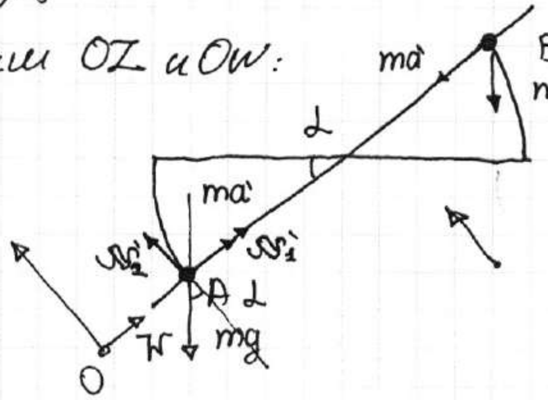
2) #равномерное движ. по окр.;

применим II. з. Н. по осям OZ и OW:

~~OW~~

$OZ: N_2' = mg\cos\alpha$;

$OW: N_1' - mg\sin\alpha = ma'$;



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

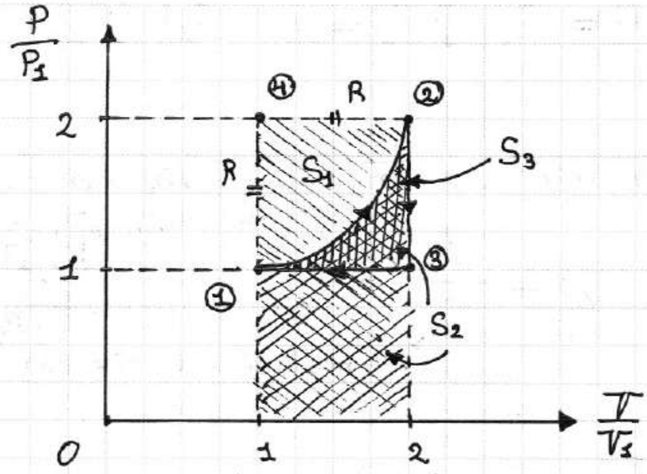
задача №4.

$\nu = 1$ моль; $i = 3$; #ид. газ;

P_1 и V_1 – известные параметры;

#известен график;

1) $Q = ?$; #во время расшир.; 2) $A = ?$ #работа газа за цикл.; 3) $\eta = ?$; #К.П.Д. цикла;



$S_1 = \frac{1}{4} \cdot S_{\text{полн круга}} = \frac{1}{4} \cdot \pi R^2 = \frac{1}{4}\pi$;

Решение:

#Заметим очевидные факт:

- площадь под графиком $P(V)$ равна работе газа;
- график $\frac{P}{P_1}\left(\frac{V}{V_1}\right) \Leftrightarrow P(V)$;
- площадь под граф. $\frac{P}{P_1}\left(\frac{V}{V_1}\right)$, домноженная на $(P_1 \cdot V_1)$ равна работе газа;

1) • заметим, что: $Q = Q_{12}$; #кол.-во теплоты, переданное газу в процессе расширения; кол.-во тепл. на уч. 1→2; (переданное газу);

$S_2 \cdot P_1 \cdot V_1 = A_{12}$; #работа газа на уч. 1→2;

ΔU_{12} – находим из значений;

#Воспользуемся 1 Н.Т. (1-ым нач. терм. дин.): (на уч. 1→2);

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$;

$PV = \nu RT$; $/ \Delta$

$Q = Q_{12} = \frac{3}{2} \underbrace{\nu R \Delta T_{12}}_{\Delta(PV)_{12}} + A_{12}$; #по закону Менделеева - Клапейрона, т.к. газ явл. идеальным;

$Q = \frac{3}{2} \cdot (P_2 \cdot V_2 - P_1 V_1) + S_2 P_1 V_1 = \frac{3}{2}(4P_1V_1 - P_1V_1) \cdot (1 + 1 - S_1) \cdot P_1 V_1$;

$Q = \frac{3}{2} \cdot 3P_1V_1 + \left(2 - \frac{1}{4}\pi\right) P_1V_1 = \left(\frac{9}{2} + 2 - \frac{1}{4}\pi\right) P_1V_1$;

$Q = \left(4{,}5 + 2 - \frac{1}{4}\pi\right) P_1V_1 = \left(6{,}5 - \frac{1}{4}\pi\right) \cdot P_1V_1$;

2) #продолжение решения задачи №4:

#заметим, что работа газа за цикл A - это площадь внутри граф. цикла (т.к. если газ сжимается, то он совершает отриц. работу);

$$A = S_3 \cdot P_1 \cdot V_1 = (1 - S_1) \cdot P_1 V_1 = \left(1 - \frac{1}{4}\pi\right) \cdot P_1 V_1;$$

3) заметим теперь, что по определению К.П.Д. цикла:

$$\eta = \frac{\overset{\text{работа газа за цикл;}}{A_0}}{\underset{\text{подведённое тепло;}}{Q_н}} = \frac{A}{Q} = \frac{\left(1 - \frac{1}{4}\pi\right) \cdot P_1 V_1}{\left(6{,}5 - \frac{1}{4}\pi\right) P_1 V_1} = \frac{1 - \frac{1}{4}\pi \,| \cdot 4}{6{,}5 - \frac{1}{4}\pi \,| \cdot 4} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi};$$

#подставим значения;

$$Q_н = Q_{12} = Q;$$

#нагрев только на $1 \to 2$, т.к. дальше на $2 \to 3$ и на $3 \to 1$ идёт процесс, сопровождающийся забиранием тепла;

Ответ:

1) $Q = \left(6{,}5 - \frac{1}{4}\pi\right) P_1 V_1 \simeq \frac{26 - 3{,}14}{4} P_1 V_1 = \frac{22{,}86}{4} P_1 V_1;$

2) $A = \left(1 - \frac{1}{4}\pi\right) P_1 V_1 \simeq \frac{4 - 3{,}14}{4} P_1 V_1 = \frac{0{,}86}{4} P_1 V_1;$

3) $\eta = \frac{4 - \pi}{26 - \pi} \simeq \frac{4 - 3{,}14}{26 - 3{,}14} = \frac{0{,}86}{22{,}86};$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача №5.

k - коэффициент пропорц. в з-не Кулона;

$Q>0$; Q - заряд, распределённый на сфере;

R - радиус сферы;

#Первый опыт: $3R$ - расстояние до центра;

#на данном расстоянии помещают шарик с зарядом $q>0$;

1) F_1 - сила действующая на заряженный шарик; $F_1 = ?$

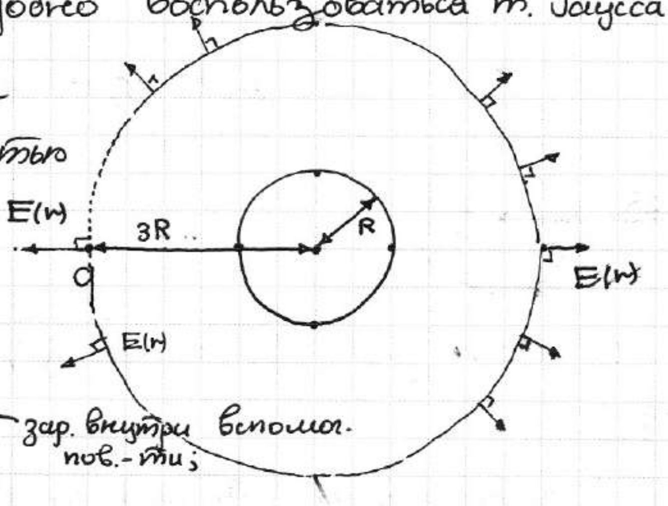
#Второй опыт: R - длина стержня; $3R$ - расстояние от сферы до ближайшей к стержню точки;

2) $F_2 = ?$; #сила, с которой стержень действует на заряжённую сферу;

Решение:

1) заметим, что удобно воспользоваться т. Гаусса:

#воспользуемся вспомогательной замкнутой пов.-тью в виде сферы, радиуса r;



#тогда запишем т. Гаусса:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0};$$ ← зар. внутри вспомог. пов.-ти;

#т.к. сфера заряжена равномерно, то:

$$E(r) \cdot S_{\text{вспомог. пов.-ти}} = \frac{Q}{\varepsilon_0}; \Rightarrow E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}; \Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2};$$

$E(r)$ — напр. поля сферы на расстоянии r от её центра;

#рассматриваем удалённую сферу;

$$E(r) = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}_{k} \cdot \frac{Q}{r^2};$$ #тогда рассмотрим теперь сферу, рядом с которой находится заряд q;

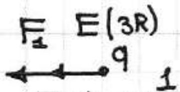
#тогда воспользуемся определением напряжённости $E(r)$:

1) #продолжение решения задачи №5:

#тогда получим, что:

(по III-ему з.-ну Ньютона)

сфера действ. на шарик также, как и шарик действ. на сферу;



$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2} = k\frac{Q}{r^2}$;

#маленький заряд $q>0$;

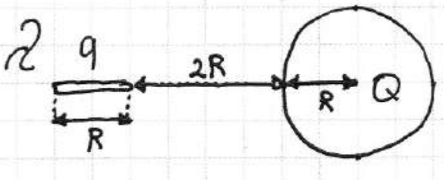
$$F_1 = E(3R)\cdot q = q\cdot k\cdot\frac{Q}{9R^2} = \frac{kQq}{9R^2};$$

#направленна от центра сферы, т.к. заряд сф. Q и заряд. шарика q оба больше 0, т.е. шар и сфера отталкиваются друг от друга; с силами, равными по модулю F_1;

2) #теперь рассмотрим заряженный стержень;

#не в норм. масштабе;

в норм. масштабе;

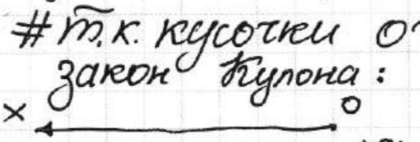


λ - линейная плотность распределения заряда по стержню;

$$\lambda = \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{q}{R};$$

#воспользуемся разбиением стержня на малые кусочки одинаковой длины Δl;

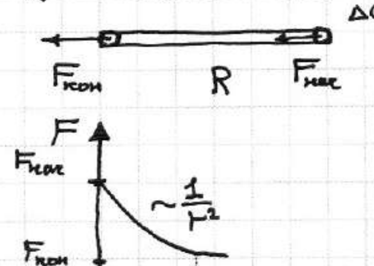
#т.к. кусочки очень маленькие, то применим к ним закон Кулона:



#т.е. заметим, что: #по опр. равнодейств. силы + по III-му закону Ньютона:

$$F_2 = \sum_i \Delta F_i = \sum_i (\Delta q\cdot E(r_i)) = \Delta q\cdot \sum_i \left(k\cdot\frac{Q}{r_i^2}\right);$$

$$F_2 = \sum_i \left(k\cdot\frac{Q}{r_i^2}\cdot\frac{q}{R}\cdot\Delta r_i\right) = k\frac{Qq}{R}\int_{3R}^{4R}\frac{\Delta r_i}{r_i^2};$$



$$F_2 = k\frac{Qq}{R}\cdot\int_{3R}^{4R}\frac{\Delta r_i}{r_i^2};$$ #проводим линеаризацию и находим ответ; #проинтегрируем;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение решения задачи №5.

2) #возьмём среднее квадратичное:

#стержень отталкивается от сферы;

$$F_2 = \sqrt{\frac{1}{9R^2}+\frac{1}{16R^2}} \cdot k\frac{Qq}{R};$$

$$F_2 = k\frac{Qq}{R^2}\cdot\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{25}{9\cdot 16}}\,k\frac{Qq}{R^2} = \frac{5}{3\cdot 4}\,k\frac{Qq}{R^2} = \frac{5}{12}\,k\frac{Qq}{R^2};$$

Ответ:

1) $F_1 = k\frac{Qq}{9R^2}$;

2) $F_2 = \frac{5}{12}\,k\frac{Qq}{R^2}$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача №1.

Обозначения:

„#" - комментарий;

„•" - начало нового пункта решения, нач. нового факта, ...

„З.С.Э" - Закон сохр. энергии;

$m = 1$кг; #масса фейерверка;

$T = 3$с; #время полёта;

#разрыв в наивысшей т. траект.;

$K = 1800$ Дж; # суммарная кин. эн. осколков после взрыва;

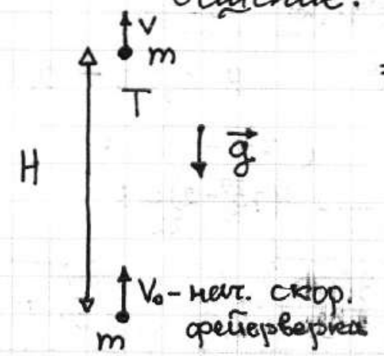
$\tau = 10$с; #время падения осколков на землю;

1) $H = ?$; #высота разрыва фейерверка;

2) $t = ?$; #время падения 1-го осколка на землю;

Решение:

1)



#Заметим, что по кинематике:

$$H = v_0 T - \frac{1}{2} g T^2;$$

#выполняется З.С.Э:

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{mv^2}{2};$$

2222
2222
4444
4444
4444
4444
4,937284

$$V = V_0 - gT;$$

#тогда, т.к. по усл. данная точка разрыва - наивысшая, то:

$V_0 = gT$; #подставим;

$$H = gT \cdot T - \frac{1}{2} g T^2 = \frac{1}{2} g T^2;$$

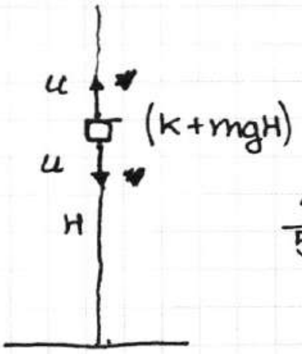
$$H = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{м}{\cancel{с^2}} \cdot 9\cancel{с^2} = 90м \cdot \frac{1}{2} = 45м;$$

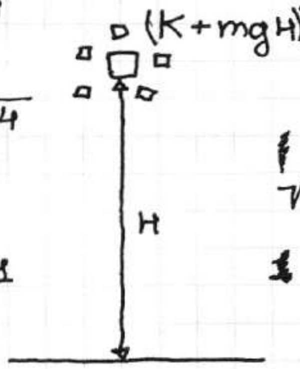
2) #сопротивление воздуха не учитывать;

#заметим тогда, что: $\begin{array}{r} \times\, 222 \\ 222 \\ \hline 444 \\ 444 \\ 444 \\ \hline 2{,}25444 \\ 225\,49284 \end{array}$

1125; 4450; 450; $5{,}0625$; $4{,}8841$

$\begin{array}{r} \times\, 2{,}21 \\ 2{,}21 \\ \hline 221 \\ 442 \\ 442 \end{array}$





новая мех. эн. сист.;

$\begin{array}{r} 21 \\ 21 \\ \hline 21 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array}$ $\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \end{array}$

$\sqrt{5}$:

$2\cdot 2=4$

$2{,}1\cdot 2{,}1 = 4{,}41$

$2{,}3\cdot 2{,}3$

u - скорость осколков;

#достаточно очевидно, что первым достигнет земли осколок, который полетит вниз;

#осколки падают в течение $\tau = 10c$; =>

$\begin{array}{r} \times\, 22 \\ 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$

=> последний осколок падает

Δm - массы осколков; $45+60x-5x^2=0$;

$5x^2-60x-45=0$

$Дж = 1н \cdot 1м$

$\frac{н}{кг} = \frac{м}{с^2}$

$кг = \frac{c^2}{м}\cdot H$

#тогда первый упадёт за t_0, а второй упадёт за τ_0: $x^2-12x-9=0$;

$$\begin{cases} 0 = H - ut_0 - \frac{1}{2}gt^2; \\ 0 = H + u\tau_0 - \frac{1}{2}gt_0^2; \end{cases}$$

$t = -\sqrt{\frac{3600 Дж}{\cancel{100} \cdot 1кг}}\cdot\frac{1}{10\frac{м}{с^2}}$

$x^2-12x-9=0$; $x = \frac{12+\sqrt{144+4\cdot 9}}{2}$;

$3\cdot 0{,}22 = 0{,}66c$;

#заметим тогда, что: $\sqrt{\frac{H\cdot м}{\frac{c^2}{м}\cdot H}}\cdot\frac{1}{\frac{м}{c^2}} = \frac{м}{...}$

$(3\sqrt{5}-6)c$;

$3(\sqrt{5}-2)c$; $\approx 2{,}22$

$6\pm\sqrt{45}$

$\frac{\Delta m u^2}{2} = \frac{\Delta m}{m}\cdot K$; $x = \frac{12\pm\sqrt{144+36}}{2} = \frac{12}{2}\pm\frac{\sqrt{180}}{2}$

$-\sqrt{\frac{3600}{1}}\cdot\frac{1}{10} + \sqrt{\frac{3600}{1\cdot 100}+9}$

$\frac{u^2}{2} = \frac{K}{m}$; => $u = \sqrt{\frac{2K}{m}}$; #подставим:

$6\pm\sqrt{9\cdot 5}$

$6\pm 5\sqrt{3} = 6+5\sqrt{3}$;

$-\sqrt{\frac{3600}{100}} = -6$

$\sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$H = ut + \frac{1}{2}gt^2$;

#кв.-ур. на t;

$\frac{1}{2}gt^2 + ut - H = 0$;

#формула через дискриминант:

#$t>0$;

$$t = \frac{-u\pm\sqrt{u^2-4\cdot(-H)\cdot\frac{1}{2}g}}{2\cdot\frac{1}{2}g} = \frac{-u\pm\sqrt{u^2+4\cdot H\cdot\frac{1}{2}g}}{g} = \frac{-u+\sqrt{u^2+2gH}}{g};$$

$$t = -\frac{u}{g}+\sqrt{\frac{u^2}{g^2}+\frac{2H}{g}} = -\frac{u}{g}+\sqrt{\frac{u^2}{g^2}+\frac{2\cdot\frac{1}{2}gT^2}{g}} = -\frac{u}{g}+\sqrt{\frac{u^2}{g^2}+T^2};$$

$$t = -\sqrt{\frac{2K}{m}}\cdot\frac{1}{g}+\sqrt{\frac{u^2}{g^2}+T^2} = -\sqrt{\frac{2K}{m}}\cdot\frac{1}{g}+\sqrt{\frac{2K}{mg^2}+T^2};$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

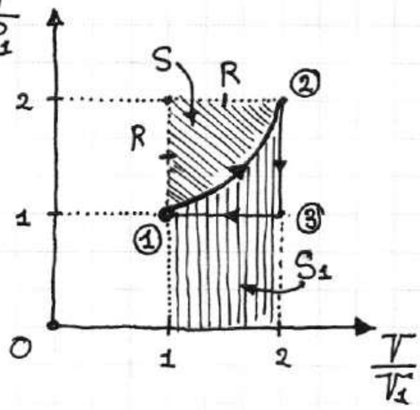
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

S_1 и S обозначены на граф.;



Задача № 4

$\nu = 1$ моль; $i = 3$; # ид. газ;

P_1 и V_1 – заданные параметры;

1) $Q = ?$; 2) $A = ?$; 3) $\eta = ?$;

\# раб. газа за цикл.; # К.П.Д. цикла;

Решение:

• заметим, что $R = 1$; рад. дуги;

\# Данный график эквивалентен графику $P(V)$:

$$\frac{P}{P_1}\left(\frac{V}{V_1}\right) \Leftrightarrow P(V), \text{ т.к. } P_1, V_1 = const;$$

• тогда заметим, что: $S = \frac{1}{4} \cdot S_{круга} = \frac{1}{4} \cdot \pi R^2$;

\# заметим, что тогда:

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{\Delta r_i}{r_i^2}$

$\frac{\Delta x}{x^2} = x^{-2} \cdot \Delta x;$

$\cancel{\Delta(x^3) = 3x^2 \cdot \Delta x}$

$\Delta(x^{-1}) = -1 \cdot x^{-2} \cdot \Delta x;$

$\int \underbrace{\frac{\Delta x}{x^2}}_{= -\Delta(x^{-1})} = \cancel{-1 \cdot \Delta(x^{-1})}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)