

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

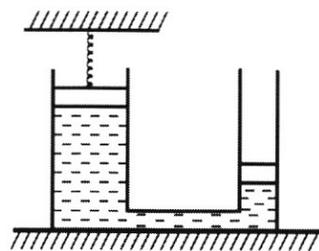
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



1) Найдите деформацию x пружины.

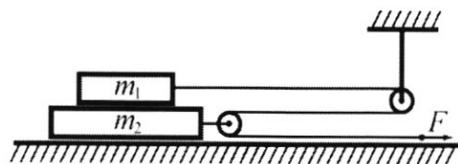
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

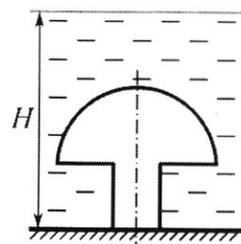
2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

$$\frac{T^2 \cdot M}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G} \quad - \quad \text{третий закон Кеплера,}$$

где T — период обращения (сидерический);
 M — масса массивного тела;
 a — большая полуось орбиты.

Найдём массу планеты:

$$M = \rho \cdot V, \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

$$a = R + h \quad (\text{как как круг, но } e = 0) \quad \cancel{a}$$

$$2) \quad \frac{T^2 \cdot M}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$

$$\frac{\frac{4}{3} T^2 \cdot \cancel{\pi} R^3 \rho}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho = \frac{4\pi}{3} \cdot (R+h)^3$$

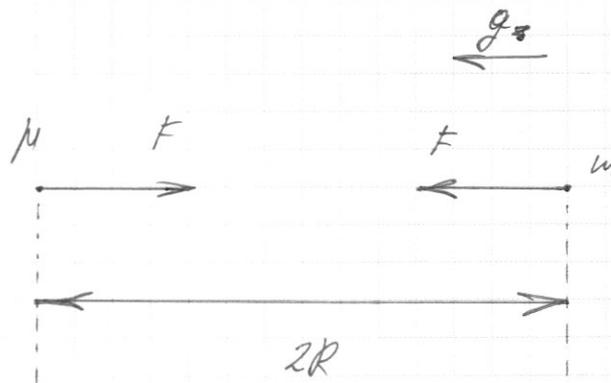
$$T^2 = \frac{3h}{G} \cdot \frac{(R+h)^3}{R^3} \cdot \frac{1}{8}$$

$$T = \sqrt{\frac{3h}{G} \cdot \frac{(R+h)^3}{R^3} \cdot \frac{1}{8}}$$

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G} \cdot \frac{15^3 \cdot R^3}{R^3} \cdot \frac{1}{8}}$$

$$T = \sqrt{10,125 \frac{\pi}{G \rho}}$$

1)



$$F = \frac{GMm}{4R^2}$$

$$F = mg$$

$$\frac{GMm}{4R^2} = mg$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{GM}{4R^2} = g$$

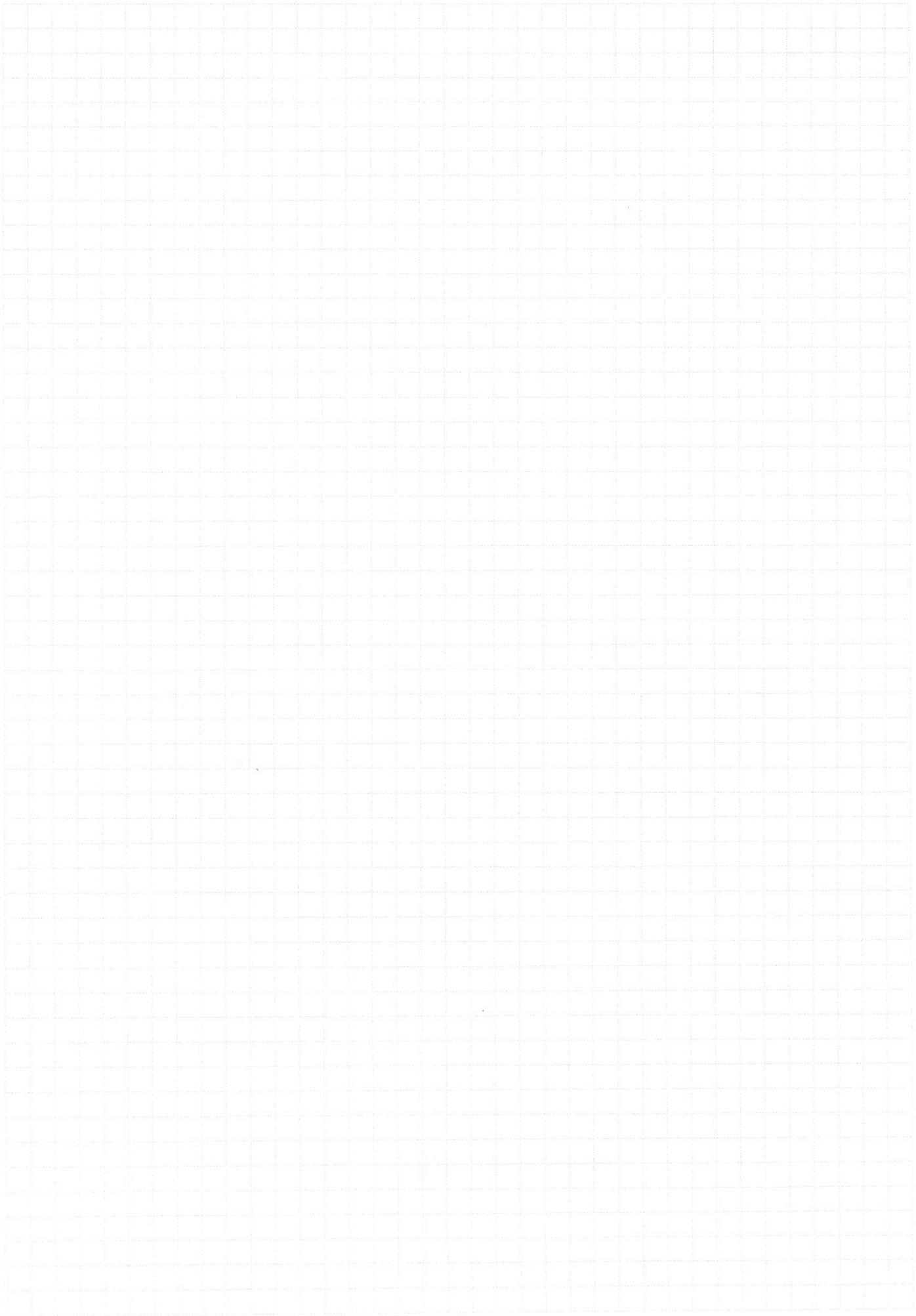
$$g = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4R^2}$$

$$g = \frac{\pi G R \rho}{3}$$

P.S. я задавал вопрос, можно ли использовать третий закон Кеплера для вывода, мне ответили, что можно, сейчас что вопрос будет у проверяющих.

Ответ:

- 1) $\frac{\pi G R \rho}{3}$;
- 2) $\sqrt[3]{10,125 \frac{\pi}{G \rho}}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

Условие равновесия левого поршня:

$$p_0 S' = F + p' S',$$

где p' — давление воды у левого поршня.

$$F = kx$$

$$p' = p_0 - \rho g h$$

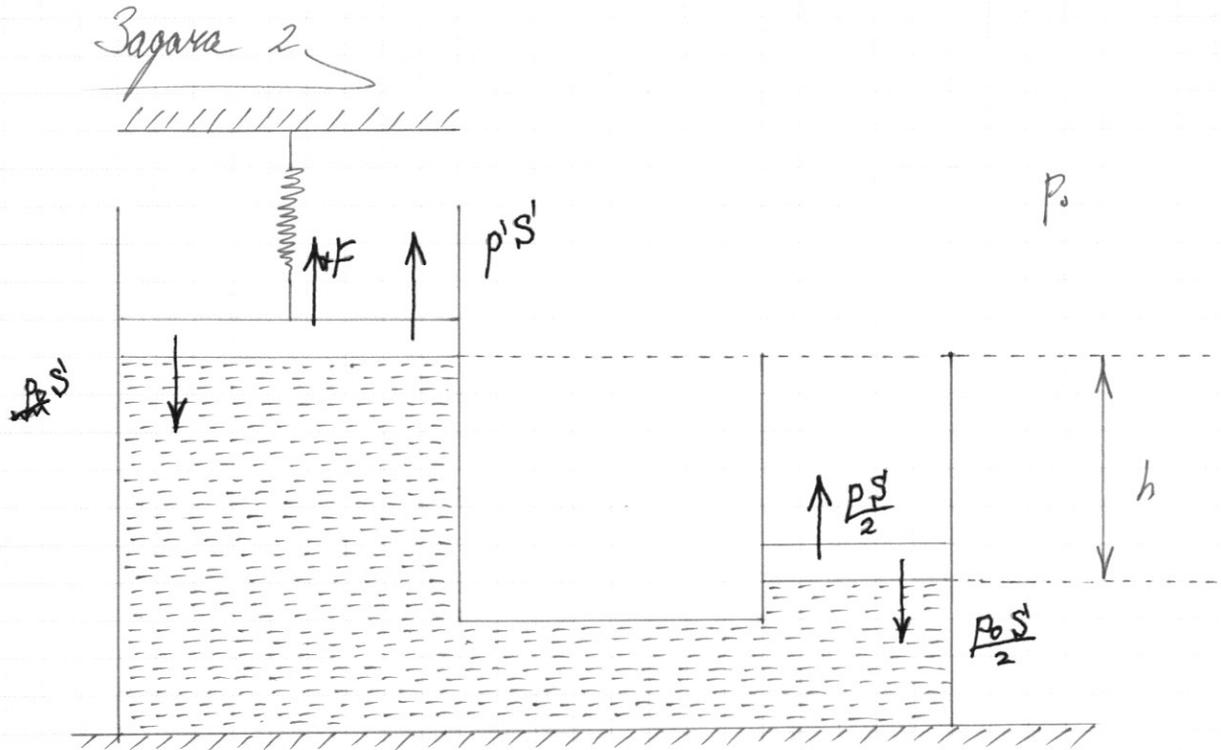
$$p_0 S' = kx + (p_0 - \rho g h) S'$$

$$kx = \rho g h S'$$

$$x = \frac{\rho g h S'}{k}$$

Рассмотрим вынужденный случай
(когда справа уровень воды выше):

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Условие равновесия правого коленца:

$$\frac{pS'}{2} = \frac{p_0 S'}{2}$$

где p_0 - атмосферное давление
 p - давление воды у правого
коленца

$$p = p_0$$

Условие равновесия левого поршня:

$$p'S' = p_0 S' + F$$

$$F = kx$$

$$p' = p_0 + \rho g h$$

$$(p_0 + \rho g h) S' = p_0 S' + kx$$

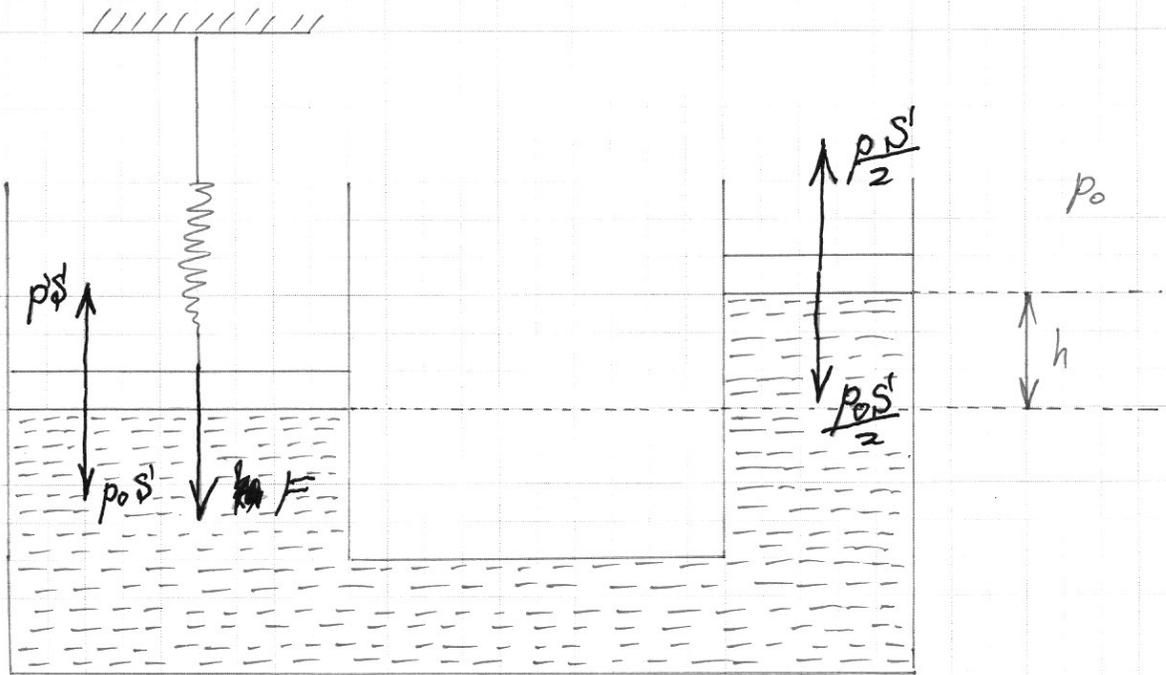
$$kx = \rho g h S'$$

$$x = \frac{\rho g h S'}{k}$$

Различие двух случаев будет лишь в том, что в первом случае высота сосуда, а во втором — уменьшается.

Удлинение не может не уменьшиться.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Условие равновесия правого поршня:

$$\frac{p_s}{2} = \frac{p_0 s}{2}$$

$$p = p_0$$

Условие равновесия левого поршня:

$$p' S' = p_0 S'$$

$$p' = p_0$$

Трубка наддувливается
⇒ не действует на поршень

Условие равновесия правого поршня:

$$mg + \frac{p_0 S}{2} = p \frac{S}{2}$$

Левый поршень сместился вверх на x .

Из-за ограниченности объема воды,

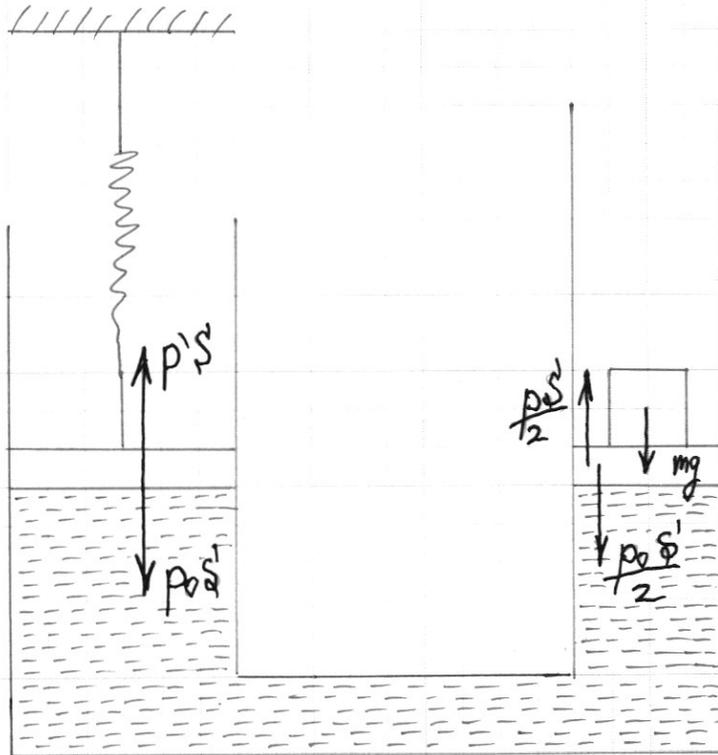
правый поршень должен сместиться вниз
на h' .

$$x S' = h' \cdot \frac{S}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)

Заменим, что на правый поршень нужно
будет класть положительную массу только
в ~~высотером~~ ~~высотером~~ ^{верхней} ~~случае~~
(в ~~нижней~~ ^{нижней} ~~случае~~ нужно будет класть на левый поршень)



$$p = p' + \rho g \Delta h$$

$$p = p_0 + \rho g \Delta h$$

$$mg + \frac{p_0 S'}{2} = (p_0 + \rho g \Delta h) \frac{S'}{2}$$

$$mg = \rho g \Delta h \cdot \frac{S'}{2}$$

$$m = \frac{1}{2} \rho \Delta h S'$$

$$\Delta h = 3x - h$$

$$x = \frac{\rho g h S'}{k}$$

$$\Delta h = \frac{3 \rho g h S'}{k} - h$$

$$m = \frac{1}{2} \rho S' \left(\frac{3 \rho g h S'}{k} - h \right)$$

Ответ:

1) $\frac{\rho g h S'}{k}$;

2) $\frac{1}{2} \rho S' \left(\frac{3 \rho g h S'}{k} - h \right)$

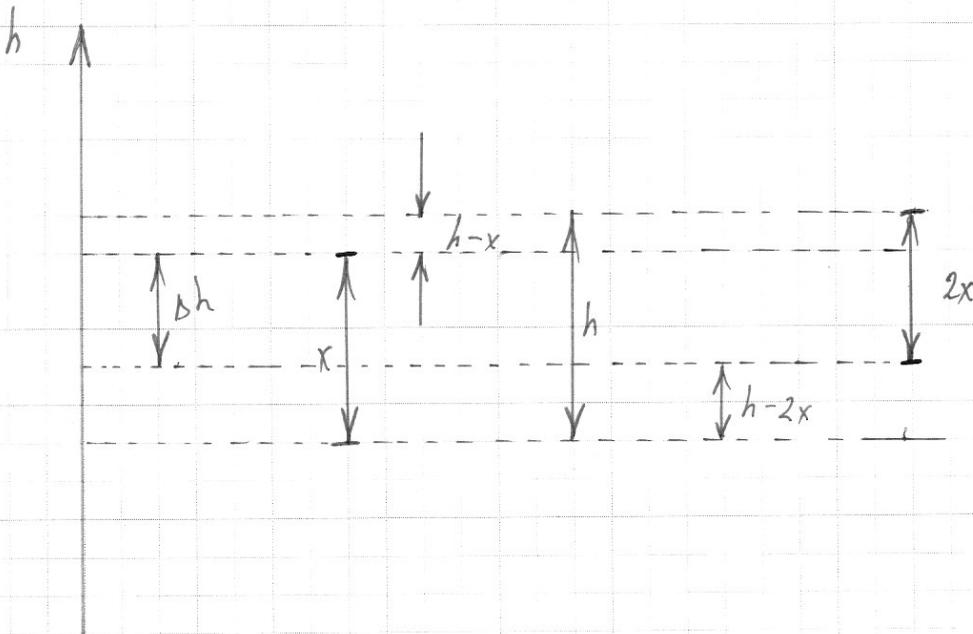
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x = \frac{h'}{2}$$

$$h' = 2x$$

Из-за добавления массы уровень поршня
должен оказаться ниже своего.

Указали уровень это выше на h .



$$\Delta h = x - (h - 2x) = \underline{3x - h}$$

Вследствие меньшей силы F' (она была бы или вода поднимала под дно, но так замедлено идет)

Если бы вода поднимала под дно, то равнодействующая всех сил давила со стороны дна была бы F_a (направлена - вертикально вверх)

Значит:

$$(1) \quad \vec{F}_a = \vec{F} + \vec{F}'$$

$$F' = p_r \cdot S$$

$$F_a = \rho g V$$

Сокращаем уравнение (1) на ось y :

$$F_a = F' - F$$

$$\rho g V = p_r \cdot S - F$$

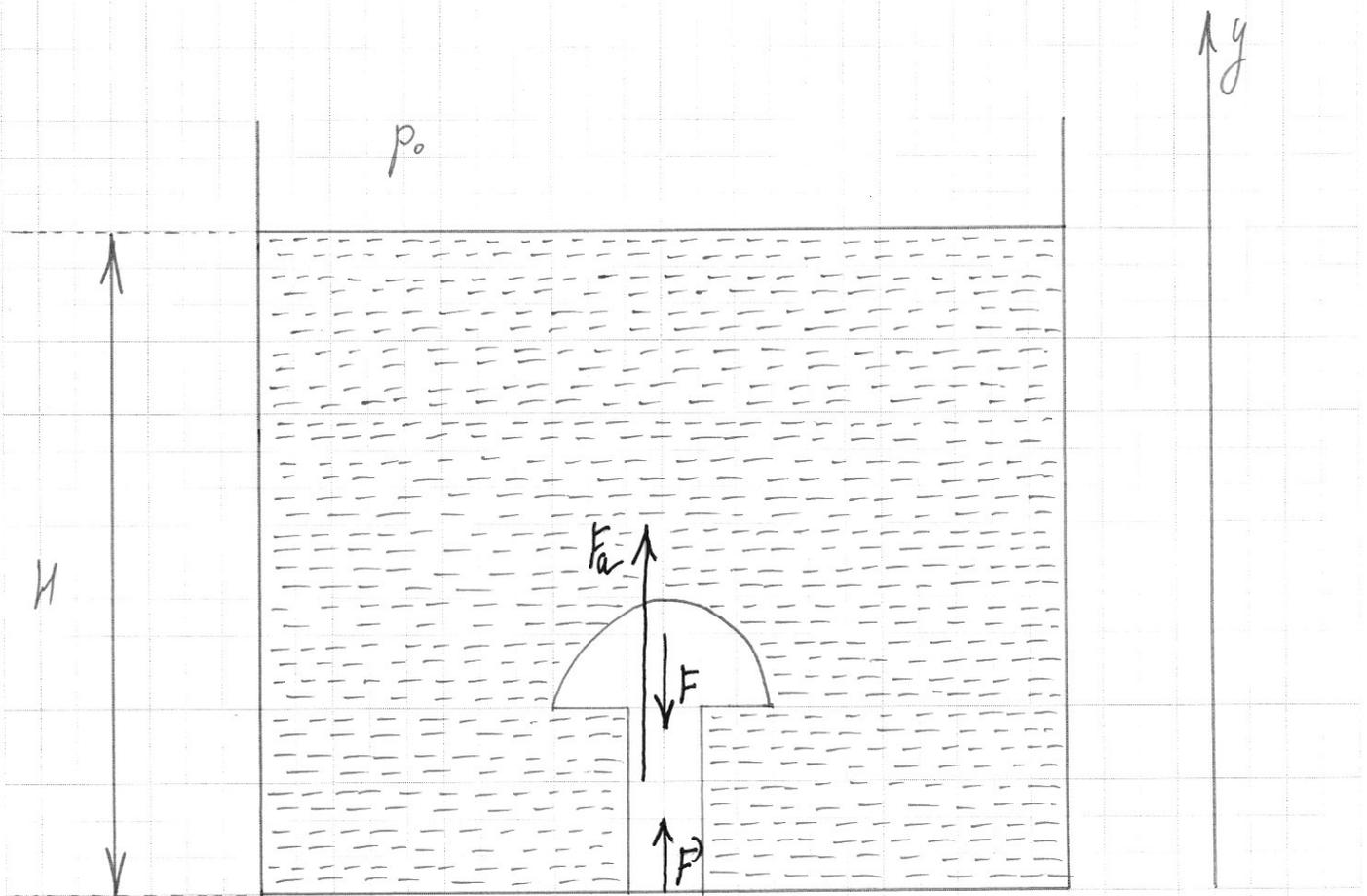
$$F_a \neq F'$$

$$80 \text{ Н} < 250 \text{ Н}$$

$$F_a < F' \Rightarrow \underline{F \text{ направлена вниз}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5



(На рисунке есть лишние

силы, их в реальности нет)

$$1) \quad p_1 = p_0 + \rho g H$$

$$p_1 = 100 \text{ кПа} + 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 2,5 \text{ м}$$

$$p_1 = 125 \text{ кПа}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\rho_0 V = p_1 S' - F$$

$$F = p_1 S' - \rho_0 V$$

$$F = (p_0 + \rho_0 H) S' - \rho_0 V$$

$$F = p_0 S' + \rho_0 (HS' - V)$$

$$F = 250 \text{ Н} - 80 \text{ Н}$$

$$F = 170 \text{ Н}$$

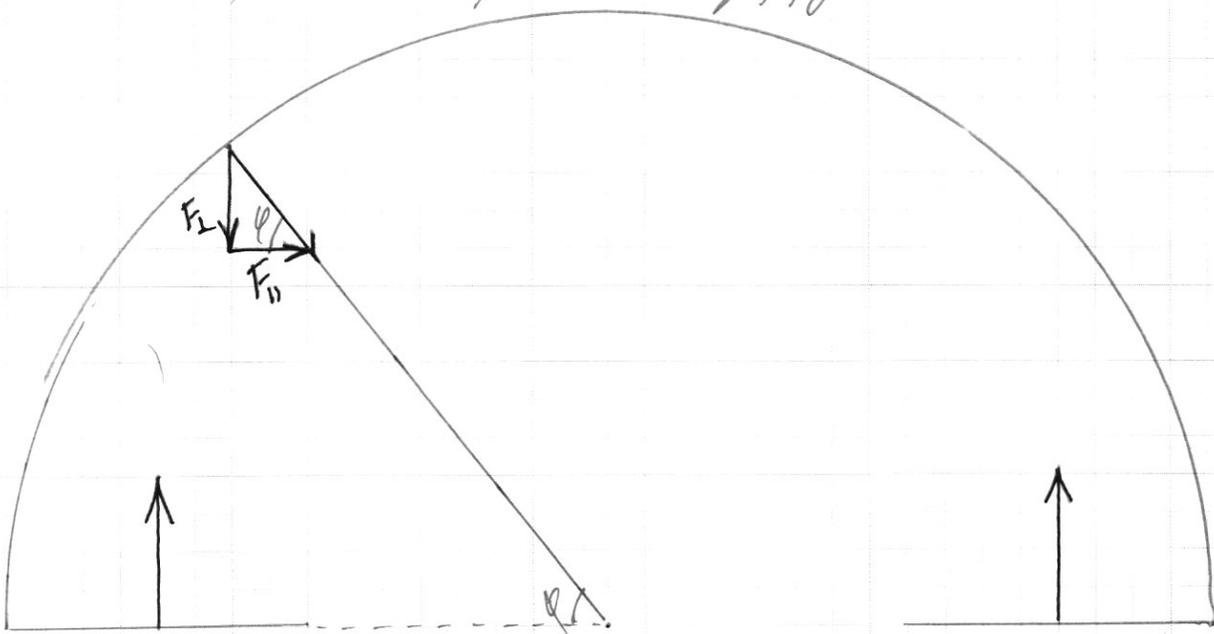
Ответ:

- 1) 125 кПа ;
- 2) 170 Н

Почему эта сила F будет направлена вниз?

1) Часть ниже полуокружности:
силы будут компенсировать друг друга,
поэтому часть эта не будет считаться.

2) Рассмотрим полуокружность:



$F_{||}$ будут компенсировать друг друга

Вот почему не дано радиус центра,
я же интегрирую вниз:

↓
Сила будет
вдоль оси y

(P.S. начертила кинжол)

1)

Выполнение условия для
Условие равновесия системы:

$$3T \geq F_{\text{нр}}^{\text{max}}$$

$$3T \geq (m_1 + m_2) \cdot \mu g$$

$$T = F_0$$

$$3F_0 \geq (m_1 + m_2) \mu g$$

$$F_0 \geq \frac{1}{3} (m_1 + m_2) \mu g$$

Условие равновесия выполнения условия
для второго груза:

$$a_1 = a_2 = a$$

$$m_1 a_1 = F_0$$

$$2F_0 - F_{\text{нр}}^{\text{max}} = m_2 a_2$$

$$F_0 = m_1 a$$

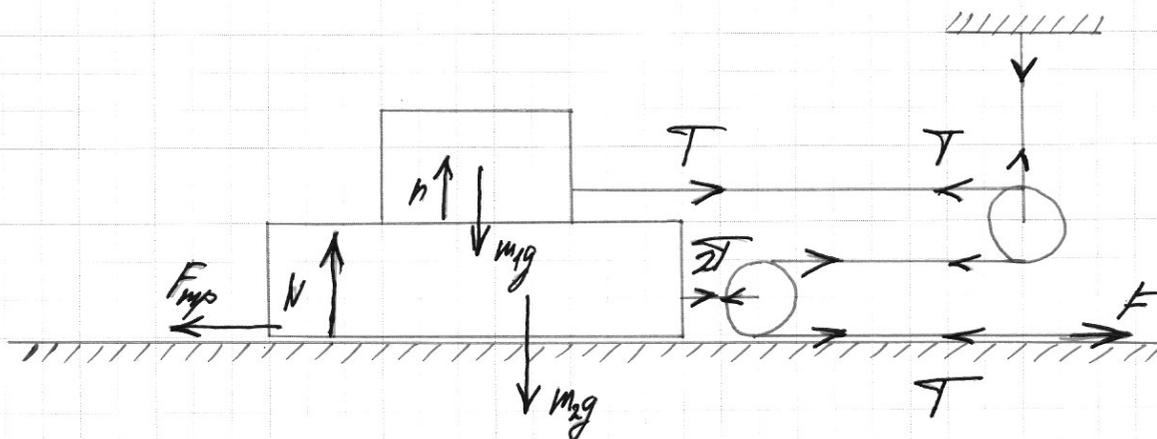
$$2F_0 - (m_1 + m_2) \mu g = m_2 a$$

$$a = \frac{F_0}{m_1}$$

$$2F_0 - (m_1 + m_2) \mu g = \frac{m_2}{m_1} F_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4

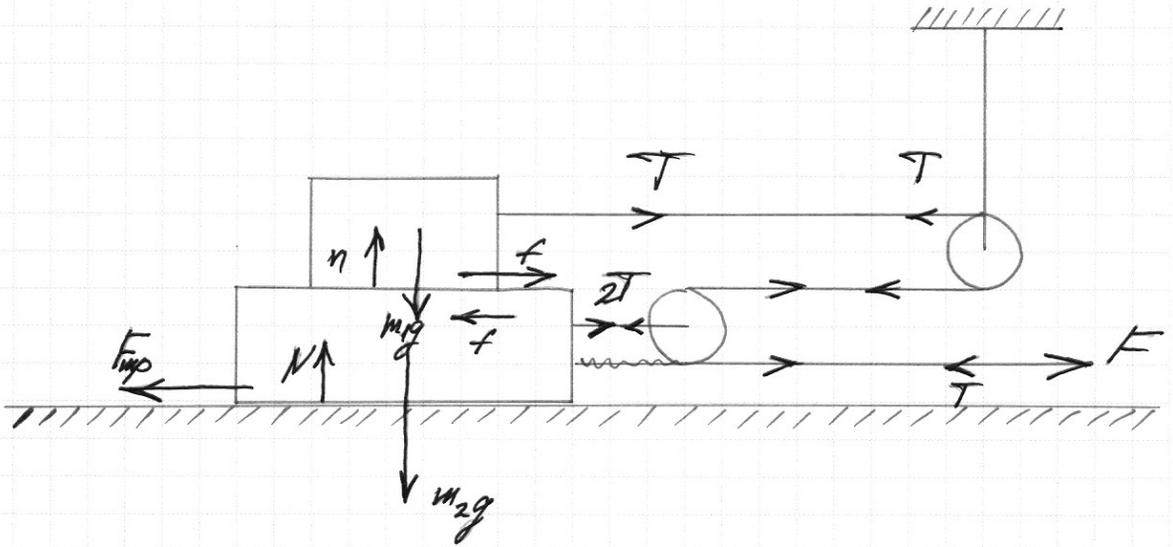


$$N = (m_1 + m_2)g$$

$$n = m_1g$$

$$F_{mp}^{max} - \mu N = \mu g (m_1 + m_2)$$

2)



$$2T - f - F_{\text{imp}} = m_2 a_2$$

$$T + f = m_1 a_1$$

$$f = \mu g m_1$$

$$F_{\text{imp}} = \mu g (m_1 + m_2)$$

$$T = F$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2F - m_1 \mu g - (m_1 + m_2) \mu g = m_2 a_2 \\ F + m_1 \mu g = m_1 a_1 \\ a_2 > a_1 \end{array} \right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(2 - \frac{m_2}{m_1}\right) F_0 = (m_1 + m_2) \mu g \\ F_0 \geq \frac{1}{3} (m_1 + m_2) \mu g \end{cases}$$

$$F_0 = \frac{m_1 + m_2}{2 - \frac{m_2}{m_1}} \mu g \geq \frac{1}{3} (m_1 + m_2) \mu g$$

$$\frac{1}{2 - \frac{m_2}{m_1}} \geq \frac{1}{3}$$

$$2 \geq \frac{1}{3}$$

$$2 \frac{m_2}{m_1} \leq 3 \implies 0$$

$$F_0 = \frac{m_1 + m_2}{2 - \frac{m_2}{m_1}} \mu g$$

$$F_0 = \frac{5m}{2 - \frac{3}{2}} \mu g$$

$$F_0 = 10 \mu m g$$

$$F > \frac{2 \frac{m_1 + m_2}{m_2}}{\frac{2}{m_2} - \frac{1}{m_1}} \text{ кг}$$

$$F_{\text{min}} = \frac{2 \frac{m_1 + m_2}{m_2}}{\frac{2}{m_2} - \frac{1}{m_1}} \cdot \text{кг}$$

$$F_{\text{min}} = \frac{2 \cdot \frac{5}{3}}{\frac{2}{3m} - \frac{1}{2m}} \cdot \text{кг}$$

$$F_{\text{min}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{4-3}{6m}} \cdot \text{кг}$$

$$F = \frac{10}{3} \cdot \frac{6m}{1} \cdot \text{кг}$$

$$F = 20 \text{ кг}$$

Ответ: 10 кг;
20 кг

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2F - (2m_1 + m_2) \mu g = m_2 a_2$$

$$F + m_1 \mu g = m_1 a_1$$

$$a_1 = \frac{F + m_1 \mu g}{m_1}$$

$$a_1 = \frac{F}{m_1} + \mu g$$

$$a_2 = \frac{2F - (2m_1 + m_2) \mu g}{m_2}$$

$$a_2 = \frac{2F}{m_2} - \frac{2m_1 + m_2}{m_2} \cdot \mu g$$

$$\frac{2F}{m_2} - \frac{2m_1 + m_2}{m_2} \cdot \mu g > \frac{F}{m_1} + \mu g$$

$$\frac{2F}{m_2} - \frac{F}{m_1} > \frac{2m_1 + 2m_2}{m_2} \mu g$$

$$F \left(\frac{2}{m_2} - \frac{1}{m_1} \right) > 2 \frac{m_1 + m_2}{m_2} \mu g$$

Заметим, что ~~возно~~ будет высотой полета,
 когда скорость будет $\frac{v_0}{3}$ по величине
 (она будет направлена вниз), но будет
 на той же высоте.

$$-\frac{v_0}{3} = v_0 - gt$$

$$gt = \frac{4}{3}v_0$$

$$t = \frac{4v_0}{3g}$$

$$t_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{5} \text{ с} = 16 \text{ с}$$

2) ~~h~~ $h_y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

(1) ~~h~~ $h_y = v_0 \cdot \frac{4}{3} \frac{v_0}{g} - \frac{g \cdot \frac{16}{9} \frac{v_0^2}{g^2}}{2}$

$$h = \frac{16}{9} \frac{v_0^2}{g} - \frac{8}{9} \frac{v_0^2}{g}$$

$$h = \left(\frac{16}{9} - \frac{8}{9}\right) \frac{v_0^2}{g} = \frac{8}{9} \frac{v_0^2}{g}$$

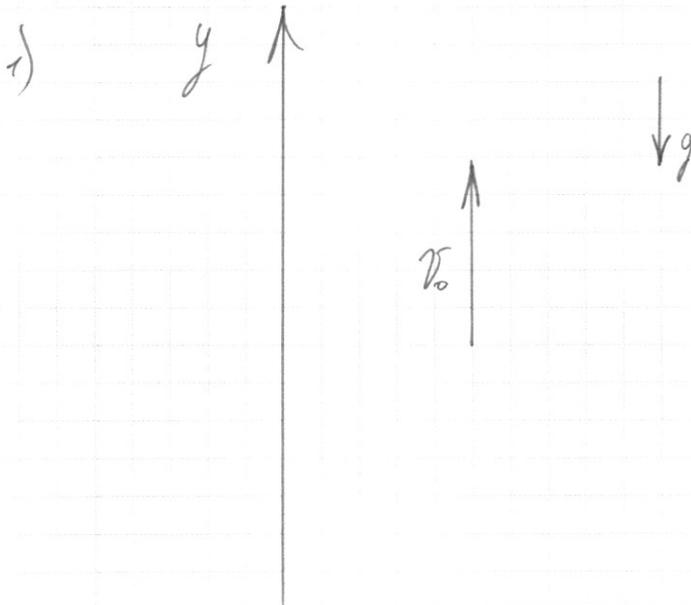
Проверим случай, когда $v_y = -\frac{v_0}{3}$:

$$h = v_0 \cdot \frac{4}{3} \frac{v_0}{g} - \frac{g \cdot \frac{16}{9} \frac{v_0^2}{g^2}}{2}$$

$$h = \left(\frac{16}{9} - \frac{8}{9}\right) \frac{v_0^2}{g} = \frac{8}{9} \frac{v_0^2}{g}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1 →



1) Средняя ^{км} скорость и ускорение на ось y ?

$$v_y = v_0 - gt$$

$$\frac{v_0}{3} = v_0 - gt$$

$$gt = \frac{2}{3} v_0$$

$$t = \frac{2}{3} \frac{v_0}{g}$$

$$t_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{5} \text{ с} = 0,8 \text{ с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t_1 = 0,8 \text{ с}$$

$$t_2 = 1,6 \text{ с}$$

$$h = \frac{4}{9} \frac{g^2}{9} = \frac{4}{9} \cdot \frac{12 \cdot 12}{5} = \frac{8 \cdot 4}{5} = \frac{32}{5} = 6,4 \text{ м}$$

Ответ: $0,8 \text{ с};$
 $6,4 \text{ м}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{3}} - \frac{2}{9} = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{3}} - \frac{8}{9} = \frac{12-8}{9} = \frac{4}{9}$$

$$1 \mu = \frac{1}{1000}$$

$$1 \mu^3 = 0,001 \text{ м}^3$$

$$8 \mu^3 = \frac{8}{1000} \text{ м}^3$$

$$100000 + \overbrace{25000}^{2,5 \cdot 10000}$$

$$1 \mu = 0,001 \text{ м}$$

$$1 \mu^2 = \frac{1}{10000}$$

$$125000$$

$$F_a = \frac{1000 \text{ кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot \frac{8}{1000} \text{ м}^3$$

$$80 \text{ Н}$$

$$F'_a = 125000 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \frac{20}{10000} \text{ м}^2$$

$$125 \cdot 2 = 250 \text{ Н}$$

$$P \text{ в } F$$

$$P = \frac{F}{S}$$

$$F = \rho g h S$$

$$P = \frac{\rho g h}{\text{м}^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$G \cdot \mu \cdot \frac{\mu}{\mu^3} = \frac{\mu}{c^2}$$

$$G = \frac{\mu^3}{\mu \cdot c^2}$$

$$\frac{8}{1000} \mu^3$$

$$\frac{1}{1000} \mu^3$$

$$\frac{10}{1000} \mu^3$$

$$125 \cdot 2 \mu - 80 \mu = 280 \mu - 80 \mu$$

$$F = 170 \mu$$

$$G \cdot \frac{\mu}{\mu^3} = c^2$$

$$= c^2$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 3375 \\ \hline 3 \\ \hline 10125 \end{array}$$

$$\frac{\mu^3}{\mu \cdot c^2} \cdot \frac{\mu}{\mu^3} = c^2$$



$$\frac{c^2 \cdot \mu}{\mu^3} = \frac{1}{G}$$

$$G = \frac{\mu^3}{c^2 \cdot \mu}$$

$$\frac{3}{\frac{2}{3}} - \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{\frac{4}{3}} - \frac{8}{9} = \frac{4}{9}$$

$$= 2 \mu$$