

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

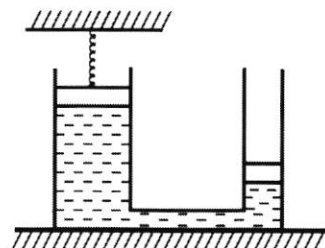
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

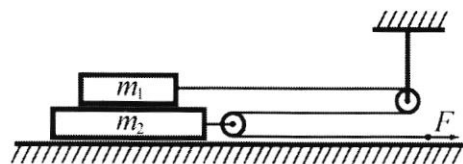
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



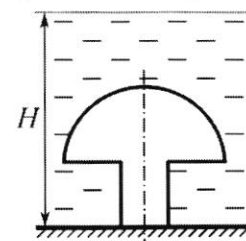
- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



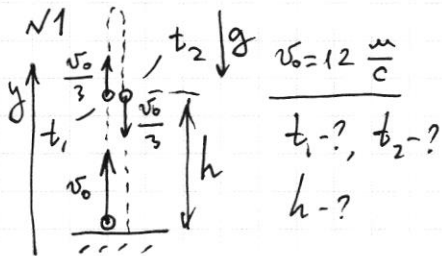
- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



m - масса камня

1) Изм. скорости за вр. t , от начала:

$$Oy: \frac{v_0}{3} - v_0 = -gt_1$$

$$gt_1 = \frac{2}{3}v_0$$

$$t_1 = \frac{2}{3} \frac{v_0}{g} = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{10} = 0,8 \text{ с}$$

Изм. см. за вр. t_2 от нач.:

$$Oy: -\frac{v_0}{3} - v_0 = -gt_2$$

$$gt_2 = \frac{4}{3}v_0$$

$$t_2 = \frac{4}{3} \frac{v_0}{g} = \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{10} = 1,6 \text{ с}$$

2) Закон сохр. энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{m(\frac{v_0}{3})^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2gh + \frac{v_0^2}{9}$$

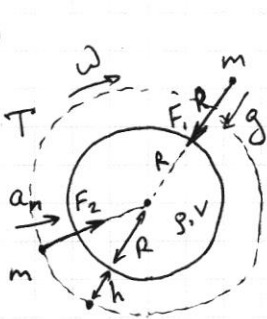
$$\frac{8}{9}v_0^2 = 2gh$$

$$\frac{4}{9}v_0^2 = gh$$

$$h = \frac{4}{9} \frac{v_0^2}{g} = \frac{4}{9} \cdot \frac{12^2}{10} = \frac{4 \cdot 16}{10} = 6,4 \text{ м}$$

Ответ: $t_1 = 0,8 \text{ с}$; $t_2 = 1,6 \text{ с}$; $h = 6,4 \text{ м}$

№3



R, ρ, G

$$h = 0,5R$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$g = ?$$

$$T = ?$$

1) На расст. $2R$ от центра планеты:

$$F_1 = G \frac{mM}{(2R)^2}, \text{ где } m - \text{масса тела, } M - \text{планеты}$$

$$\text{II закон Ньютона: } F_1 = mg$$

$$\Rightarrow mg = G \frac{mM}{4R^2}$$

$$g = G \frac{M}{4R^2} = G \frac{V\rho}{4R^2} = G \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{4R^2} = \boxed{G \frac{\pi R \rho}{3}}$$

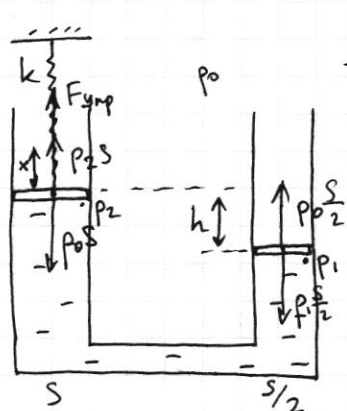
2) На орбите высотой $h = 0,5R$, m - масса спутника, $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ - планеты. Гр. сила:

$$F_2 = G \frac{mM}{(R+h)^2}; \text{ II закон Ньютона: } F_2 = ma_n; \quad a_n = \omega^2(R+h) = \frac{4\pi^2}{T^2}(R+h)$$

$$G \frac{mM}{(R+h)^2} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}(R+h)$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho} = \frac{4\pi^2 \cdot (\frac{3}{2}R)^3}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho} = \frac{81}{8} \cdot \frac{\pi}{G\rho} \Rightarrow \boxed{T = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}}$$

№2



$g, S, \frac{S}{2}, h, k$

1) Усл. равновес. ~~лев.~~ правого поршня:

$$p_0 \frac{S}{2} = p_1 \frac{S}{2} \Rightarrow p_0 = p_1$$

2) $p_2 = p_1 - \rho g h = p_0 - \rho g h$

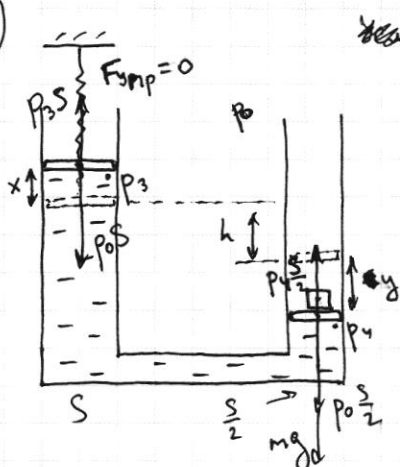
3) Усл. равновес. лев. поршня:

$$F_{гип.} + p_2 S = p_0 S$$

$$F_{гип.} = (p_0 - p_2) S = \rho g h S$$

3-й закон: $F_{гип.} = kx \Rightarrow kx = \rho g h S \Rightarrow x = \frac{\rho g h S}{k}$

4)



~~Усл. равновес.~~ Усл. кесним. тугк.:

$$x S = y \frac{S}{2} \Rightarrow y = 2x$$

5) Усл. равновес. лев. поршня:

$$p_3 S = p_0 S \Rightarrow p_3 = p_0$$

6) $p_4 = p_3 + \rho g x + \rho g h + \rho g (2x) = p_0 + \rho g (h + 3x)$

7) Усл. равновес. прав. поршня:

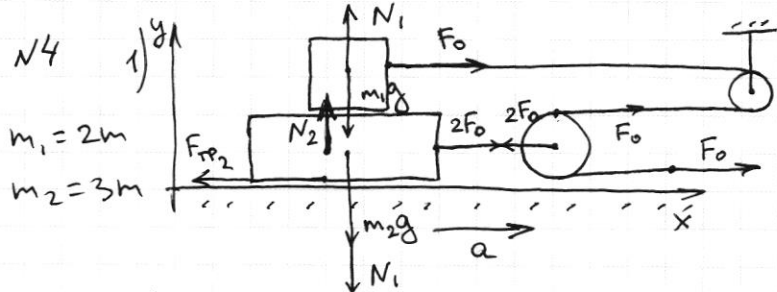
$$p_4 \frac{S}{2} = p_0 \frac{S}{2} + mg$$

$$mg = (p_4 - p_0) \frac{S}{2} = \rho g (h + 3x) \frac{S}{2}$$

$$m = \rho (h + 3x) \frac{S}{2} \Rightarrow m = \rho \left(h + \frac{3\rho g h S}{k} \right) \frac{S}{2} = \left(h + \frac{3\rho g h S}{k} \right) \frac{\rho S}{2}$$

Ответ: $x = \frac{\rho g h S}{k}$; $m = \left(h + \frac{3\rho g h S}{k} \right) \frac{\rho S}{2}$

№4



Усл. равновес. по верт. (Oy):

для m_1 : $N_1 = m_1 g$

для m_2 : $N_2 = m_2 g + N_1 = (m_1 + m_2) g$

$F_{тр1} = 0$; $F_{тр2} = \mu N_2 = \mu (m_1 + m_2) g$

II 3-й Ньютона (проект. на OX)

для m_1 : $F_0 = m_1 a$

для m_2 : $m_2 a = 2F_0 - F_{тр2}$

$$\frac{m_2 a}{m_1 a} = \frac{2F_0 - F_{тр2}}{F_0}$$

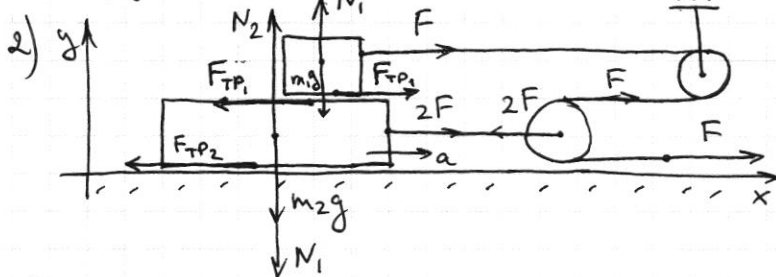
$$\frac{3}{2} = \frac{2F_0 - \mu (m_1 + m_2) g}{F_0}$$

$$3F_0 = 4F_0 - 2\mu \cdot 5mg$$

$$F_0 = 10\mu mg$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 - продолжение



верт. силы не изм. \Rightarrow

$$N_1 = m_1 g; \quad N_2 = (m_1 + m_2) g$$

$$F_{\text{тр}1} = \mu m_1 g = 2 \mu m g$$

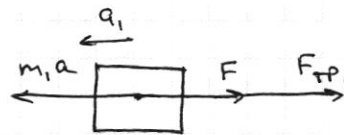
$$F_{\text{тр}2} = \mu (m_1 + m_2) g = 5 \mu m g$$

В Σ СО земли для нижнего бруска: Π 3-й Ньютон (Ox):

$$m_2 a = 2F - F_{\text{тр}1} - F_{\text{тр}2}$$

$$a = \frac{2F - 2\mu m g - 5\mu m g}{m_2} = \frac{2F - 7\mu m g}{3m}$$

В не ИСО нижнего бруска: ~~все сверху~~



~~все снизу~~

с учётом $\vec{F}_u = -m_1 \vec{a}$

Т.к. верхний брусок движ. влево отн. нижнего \Rightarrow ~~все~~ a_1 - влево.

Π 3-й Ньютон для верхнего бруска (Ox):

$$m_1 a_1 = m_1 a - F - F_{\text{тр}1}$$

$$\Rightarrow m_1 a - F - F_{\text{тр}1} \geq 0$$

$$2m \cdot \frac{2F - 7\mu m g}{3m} \geq F + 2\mu m g$$

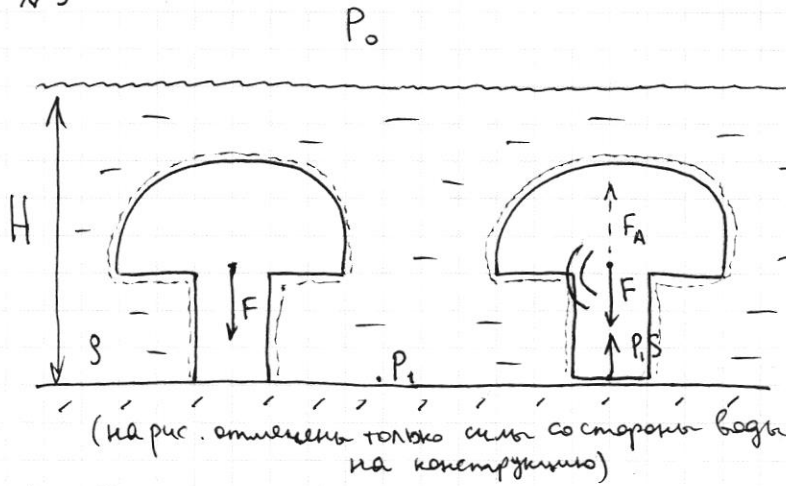
$$4F - 14\mu m g \geq 3F + 6\mu m g$$

$$F \geq 20\mu m g$$

Т.е. min знак $F = 20\mu m g$

Ответ: $F_0 = 10\mu m g$; $F = 20\mu m g$

№5



$P_0 = 100 \text{ кПа}$

$H = 2,5 \text{ м}$

$V = 8 \text{ дм}^3 = 0,008 \text{ м}^3$

$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$S = 20 \text{ см}^2 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$

$P_1 = ? ; F = ?$

1) $P_1 = P_0 + \rho g H = 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 = 125000 \text{ Па} = 125 \text{ кПа}$

2) Если бы ~~у~~ ~~было~~ ~~между~~ ~~двумя~~ ~~конструкциями~~ ~~и~~ ~~дном~~ ~~сосуда~~ ~~было~~ ~~бы~~ ~~подтекание~~ - сила, ~~с~~ ~~которой~~ ~~вода~~ ~~действовала~~ ~~бы~~ ~~на~~ ~~констр.~~ - $F_A = V \rho g$ (справа на картинке). Эта сила состоит из суммы ~~г~~ ~~сил~~ ~~давления~~ ~~на~~ ~~всей~~ ~~поверхности~~ ~~конструкции~~ ~~кроме~~ ~~ее~~ ~~дна~~ ~~и~~ ~~сил~~ ~~давления~~ ~~воды~~ ~~на~~ ~~это~~ ~~дно~~ ~~конструкции~~, а это и есть силы F и $P_1 S$.

$\vec{F}_A = \vec{F} + P_1 \vec{S}$

$F_A = P_1 S - F$

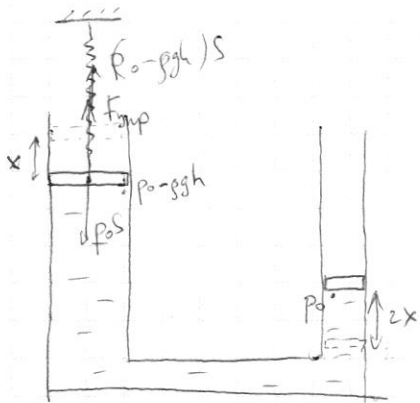
~~$F = P_1 S - F_A$~~ ~~$F = P_1 S - V \rho g$~~ ~~$F = P_1 S - P_1 S$~~

Не ошиблись ~~с~~ ~~напр.~~ ~~\vec{F}~~ , иначе было бы < 0 .

$F = P_1 S - V \rho g = 125000 \cdot 0,002 - 0,008 \cdot 1000 \cdot 10 = \overset{250}{125} - 80 = \overset{170}{45} \text{ Н}$

~~Ответ: $F = 45 \text{ Н}$ - вниз ; $P_1 = 125 \text{ кПа}$~~

Ответ: $F = 170 \text{ Н}$ - вниз ; $P_1 = 125 \text{ кПа}$

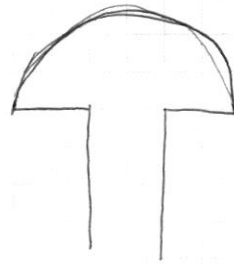


$$p_0 S - \rho g h S + F_{spring} = p_0 S$$

$$F_{spring} = \rho g h S$$

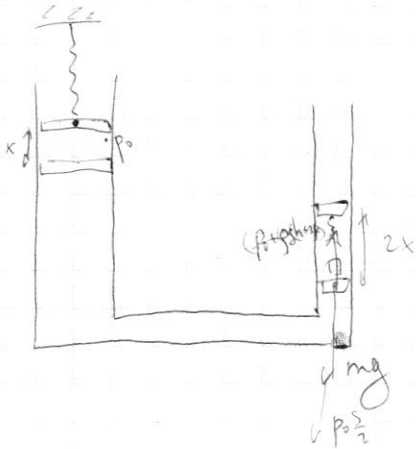
$$kx = \rho g h S$$

$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$



$$F_A = F + p_1 S$$

$$F = F_A - p_1 S$$



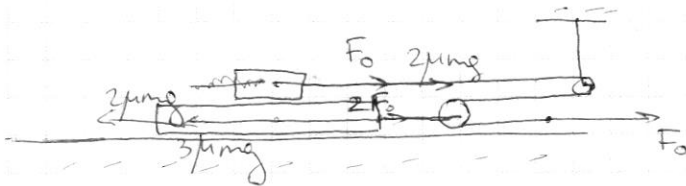
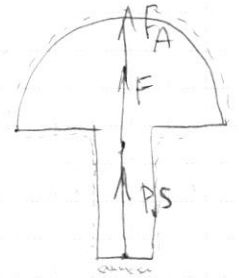
$$\rho g (h + 3x) \frac{S}{2} = mg$$

$$m = \rho (h + 3x) \frac{S}{2} = \rho \left(h + \frac{\rho g h S}{k} \right) \frac{S}{2}$$

$$p_1 = p_0 + \rho g H = p$$

$$= 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 =$$

$$= 25125000$$



$$3ma = 2F_0 - 3\mu mg$$

$$a = \frac{2F_0}{3m} - \mu g$$

$$F_0 = 2ma = \frac{2}{3} (2F_0 - 3\mu mg)$$

$$3F_0 = 4F_0 - 6\mu mg$$

$$6\mu mg = F_0$$

$$9\mu mg = 3ma$$

$$a = 3\mu g$$

~~$$12\mu mg = 3ma$$~~

~~$$2F_0 = 3ma$$~~

~~$$2F_0 = 3ma$$~~

~~$$3ma = 2F_0$$~~

$$2ma_1 = F_0 + 2\mu mg$$

$$3ma_2 = 2F_0 - 5\mu mg$$

$$a_1 < a_2$$

$$\frac{F_0 + 2\mu mg}{2m} < \frac{2F_0 - 5\mu mg}{3m}$$

$$3F_0 + 6\mu mg < 4F_0 - 10\mu mg$$

$$16\mu mg < F_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\uparrow v_0 \quad \frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{m(v_0/3)^2}{2} \quad \frac{v_0 - v_0/3}{g} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ с}$$

$$v_0^2 = 2gh + \left(\frac{v_0}{3}\right)^2 \quad \frac{v_0}{2} + \frac{v_0}{3} = gt$$

$$\frac{48}{9} v_0^2 = 2gh$$

$$h = \frac{4}{9} \frac{v_0^2}{g} = \frac{4}{9} \frac{12^2}{10} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 4}{9 \cdot 10} = \frac{64}{10} = 6,4 \text{ м}$$

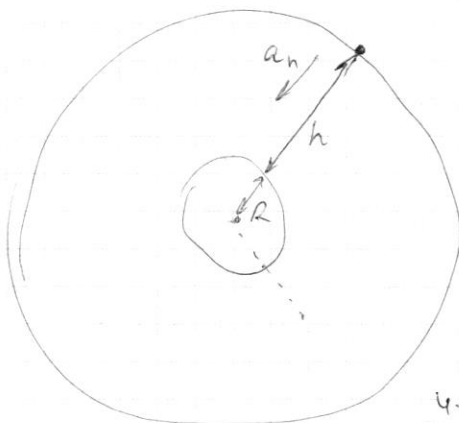
$$t = \frac{4}{3} \frac{v_0}{g} = \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{10} = 1,6 \text{ с}$$

$$H = G \cdot \frac{kr^2}{m^2}$$

$$G \cdot \frac{H \cdot m^2}{kr^2} = \frac{m}{c^2 \cdot kr} \cdot \frac{m^2}{kr^2} = \frac{m^3}{c^2 \cdot kr^3}$$

$$G \frac{mM}{r^2}$$

$$h = 0,5R \quad M = V\rho = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$$



$$1) \quad mg = G \frac{mM}{(R+h)^2}$$

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2} = G \frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{4R^2} = \frac{G\pi R\rho}{3}$$

$$2) \quad a_n = \omega^2(R+h) = \frac{4\pi^2}{T^2}(R+h)$$

$$ma_n = G \frac{mM}{(R+h)^2}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(R+h) = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM} = T^2$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot \left(\frac{3}{2}R\right)^3}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3\rho} = \frac{\pi \cdot 27}{G R \rho}$$

$$T = \sqrt[3]{\frac{\pi \cdot 27}{G R \rho}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \left(\frac{3}{2}R\right)^3}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3\rho} = \frac{\pi \cdot 27 \cdot 3}{G \cdot 8 \rho} = \frac{\pi \cdot 81}{G \cdot 8 \rho}$$

$$\sqrt[3]{\frac{\pi \cdot 27}{G R \rho}}$$

$$T = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$$

$$= \frac{81}{8} \frac{\pi}{G\rho}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

