

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

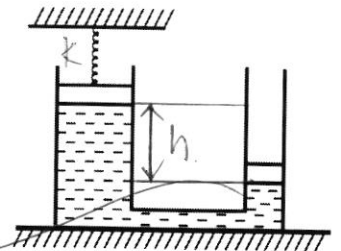
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

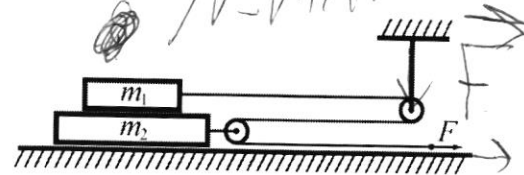
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



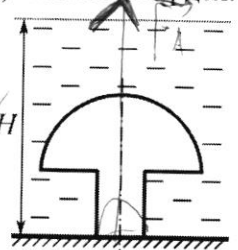
- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.



Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с²

- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

Handwritten notes and scribbles:

- $F_{\text{пр}} = 5mg$
- $V = m_1 + m_2 = 5mg$
- $P_1 = \rho_0 + \rho g H + \frac{F_A}{S}$
- $= \rho_0 + \rho g H + \frac{\rho g V}{S}$
- discontact display pueblita la Laguna Española
- disappears

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

Дано: Решение:

$$h = 0,5 R$$

$$R, \rho$$

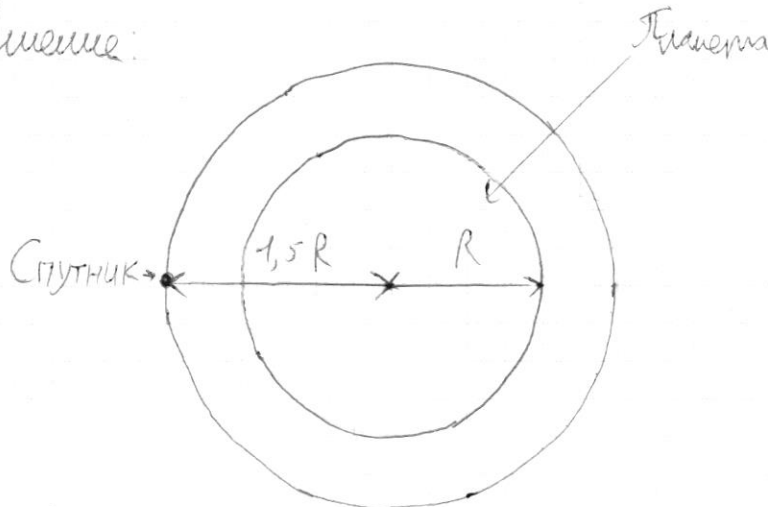
$$G$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$2R$$

$$g - ?$$

$$T - ?$$



Затем закон Всемирного тяготения и
Второй закон Ньютона:

$$\begin{cases} F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \\ F = m \cdot a = m \cdot g \end{cases}$$

$g_i = G \frac{M_i}{R_i^2}$, где R_i — расстояние до центра планеты, M_i — масса планеты.

$$g = G \frac{M}{(2R)^2} = G \frac{M}{4R^2} = G \frac{\rho \cdot V}{4R^2} = G \rho \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{4R^2} = G \frac{\rho \pi R}{3}$$

Затем первую космическую скорость для спутника —
скорость обращения по круговой орбите:

$$v_I = \sqrt{G \frac{M}{R_c}} = \sqrt{G \frac{M}{1,5R}} = \sqrt{G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{1,5R}} = R \sqrt{G \cdot \frac{4\pi\rho}{4,5}}$$

$$L = 2\pi \cdot (R + 0,5R) = 3\pi R \text{ — длина орбиты спутника}$$

$$T = \frac{L}{v_I} = \frac{3\pi R}{\sqrt{G \frac{4\pi\rho}{4,5}}} = \frac{3\pi R \cdot \sqrt{4,5}}{\sqrt{4\pi\rho G}} = \frac{3\sqrt{4,5}\pi R}{2\sqrt{G\rho}}$$

Ответ: $g = G \frac{\rho \pi R}{3}$; $T = \frac{3\sqrt{4,5}\pi R}{2\sqrt{G\rho}}$

Задача 1

Дано:

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$\frac{v_0}{3} = 4 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$t = ?$$

$$h = ?$$

Решение:

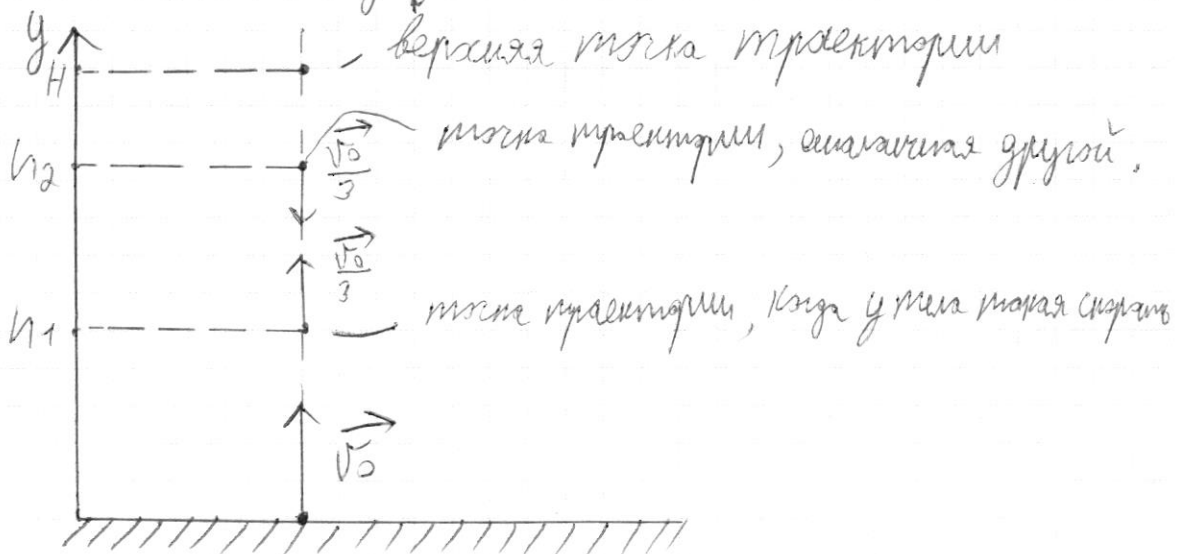


Рисунок сделан схематично,

$$\begin{cases} v_0 t - g \frac{t^2}{2} = h_1 \\ v_0 - g t = \frac{v_0}{3} \end{cases}$$

$$v_0 - g t = \frac{v_0}{3}$$

$$t = \frac{2v_0}{3g} = \frac{2 \cdot 12 \text{ м/с}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,8 \text{ с.}$$

$$h_1 = 12 \text{ м/с} \cdot 0,8 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,64 \text{ с}^2}{2} = 9,6 \text{ м} - 3,2 \text{ м} = 6,4 \text{ м.}$$

Эта ситуация возникает тогда, когда камень за первую половину времени движения достиг скорости $\frac{v_0}{3}$.

$$\begin{cases} g t_1 = \frac{v_0}{3} \\ h_1 = H - \frac{g t_1^2}{2} \end{cases}$$

$$t_1 = \frac{v_0}{3g} = \frac{12 \text{ м/с}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,4 \text{ с.} - \text{столько времени прошло с момента}$$

поскопления тела в верхней точке траектории

$$\begin{cases} v_0 - g T = 0 & T = \frac{v_0}{g} = 1,2 \text{ с.} \\ v_0 T - g \frac{T^2}{2} = H & H = 14,4 \text{ м} - 10 \text{ м/с}^2 \cdot \frac{1,44 \text{ с}^2}{2} = 7,2 \text{ м.} \end{cases}$$

$$t = T + t_1 = 1,6 \text{ с.} \quad h_1 = 7,2 \text{ м} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,16 \text{ с}^2}{2} = 6,4 \text{ м} = h.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

точка проекции, в которой скорость камня была равна $\frac{v_0}{3}$
достигается до прохождения верхней точки траектории
и после \Rightarrow будет два времени, когда скорости тела
равна $\frac{v_0}{3}$.

Ответ: $t = 1,6\text{c}; 0,8\text{c}$. $h = 6,4\text{м}$.

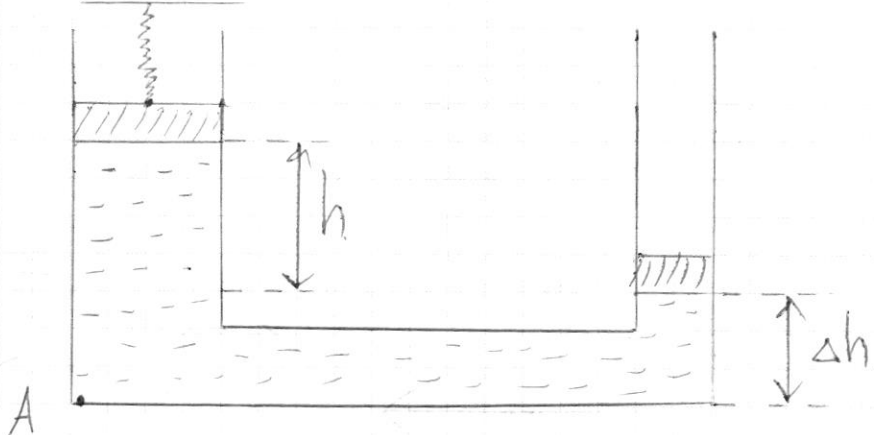
Задача 2

Дано:

ρ, k
 $h, 5,0, 5$
 g

$x - ?$
 $m - ?$

Решение:



Так как сосуды — сообщающиеся, уровень жидкости
в них при нормальных условиях должен быть одинаков, а
т.к. он разный, запишем уравнение равенства давлений
для А (Δh — высота воды в правой колбе):

$\rho g(h + \Delta h) - \frac{F}{S} = \rho g \Delta h - F$ Это сила, которая действует
со стороны пружинки на левый поршень.

$$\rho g h = \frac{F}{S}$$

$$\rho g h S = F$$

$x = \frac{\rho g h S}{k}$ — удлинение пружины. Сила F не отмечена на рисунке,

ведь исполняется, в какую сторону сдвигается пружина.
 Поэтому, что если положить на правый поршень груз, который
 увеличит удлинение пружины до нуля, сила, действующая
 со стороны пружины обратится, и высота воды в левом
 колене увеличится на x . Запишем уравнение равновесия
 для A в этом случае:

$$\rho g(h + \Delta h + x) = \frac{\rho g}{2} + (\rho g(\Delta h - x))$$

$$\rho h + \rho \Delta h + \rho x = \frac{2\rho g}{g} + \rho \Delta h - \rho x$$

$$\rho(h + 2x) = \frac{2\rho}{g}$$

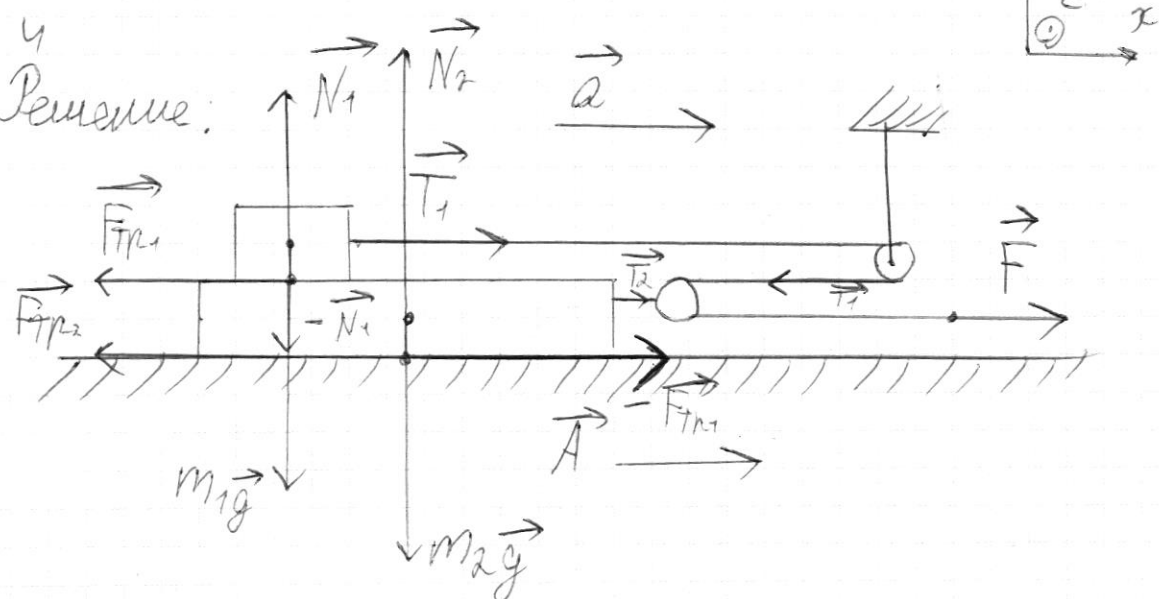
$$m = \frac{\rho S(h + 2x)}{2} = \frac{\rho S}{2} \cdot \left(h + \frac{\rho g S h \cdot 2}{k} \right) = \frac{\rho S \cdot (kh + \rho g S h \cdot 2)}{2k}$$

Ответ: $m = \frac{\rho S(kh + \rho g S h \cdot 2)}{2k}$; $x = \frac{\rho g h S}{k}$

Задача 4

- Дано:
- $m_1 = 2m$
 - $m_2 = 3m$
 - μ, g
 - $F_0 = ?$
 - $F = ?$

Решение:



$F = T_1$ — шить нерастяжима.

$T_2 = 2T_1 = 2F$ — свойство невтяжимого диска.

$$\begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{N}_1 + m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{тр1} & \text{— II з-к Ньютона для верхнего блока.} \\ m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр2} - \vec{F}_{тр1} + \vec{N}_2 - \vec{N}_1 \end{cases}$$

OX:

$$m_1 a = T_1 - F_{тр1}$$

$$m_1 a = F - F_{тр1}$$

OY:

$$N_1 - m_1 g = 0 \quad N_1 = m_1 g;$$

$$F_{тр1} = \mu N_1$$

~~$F_{тр1} = \mu m_1 g$~~ — сила трения скольжения

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если $F_{тр1} = 0$:

~~$$m_1 a = F - F_0$$~~

$$m_2 A = T_2 - F_{тр2} + 0 \geq 0$$

$$3m A = 2F_0 - \mu N_2$$

$$3m A = 2F_0 - \mu 5mg \geq 0$$

$$2F_0 \geq 5\mu mg$$

$$F_0 \geq 2,5\mu mg \Rightarrow F_0 = 2,5\mu mg$$

Если $A - a \geq 0$:

$$3m A = 2F - \mu N_2 + \mu N_1 = 2F - 5\mu mg + 2\mu mg = 2F - 3\mu mg$$

~~$$A = \frac{2F - 5\mu mg}{3m}$$~~

~~$$A = \frac{2F - 3\mu mg}{3m}$$~~

$$2m a = F - \mu N_1 = F - 2\mu mg$$

$$a = \frac{F - 2\mu mg}{2m}$$

$$\frac{2F - 3\mu mg}{3m} - \frac{F - 2\mu mg}{2m} \geq 0$$

$$\frac{4F - 6\mu mg - F + 6\mu mg}{6m} \geq 0$$

$F \geq 0$ - условие для ускорения

$$\frac{2F - 3\mu mg}{3m} \geq 0$$

$$F \geq 1,5\mu mg \Rightarrow F = 1,5\mu mg$$

Ответ: $F = 1,5\mu mg$; $F_0 = 2,5\mu mg$.

Задача 5

Дано:

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ м}^3$$

$$= 9008 \text{ м}^3$$

$$S = 200 \text{ м}^2$$

$$= 20 \cdot 10^4 \text{ м}^2$$

$$= 9002 \text{ м}^2$$

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

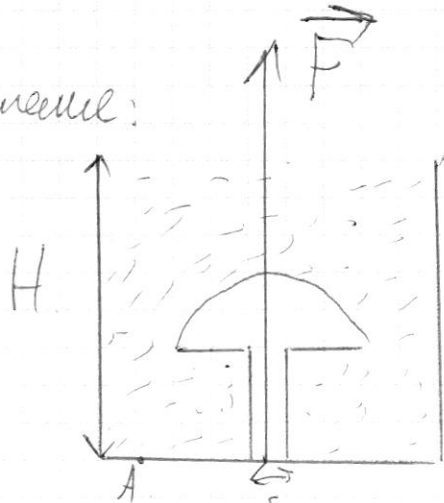
$$P_0 = 100000 \text{ Па}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$P_1 = ?$$

$$F = ?$$

Найти:



Понятно, что в любой момент на эту конструкцию действует сила Архимеда, а т.к. она невесомая и закреплена к клею, то на дно клея действует сила Архимеда по III закону Ньютона.

Затем давление на точку А:

$$P_A = \rho g H + P_0 + \frac{F_A}{S} = P_1$$

$$P_1 = 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 2,5 \text{ м} + \frac{1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 9008 \text{ м}^3}{9002 \text{ м}^2} + 100000 \text{ Па}$$

$$; F_A = \rho g V - \text{выталкивающая сила.}$$

$$P_1 = 25000 \text{ Па} + 40000 \text{ Па} + 100000 \text{ Па} = 165 \text{ кПа}$$

Понятно, что помимо сил Архимеда вода действует на тело путем гидростатического давления.

$$P' = \rho g H$$

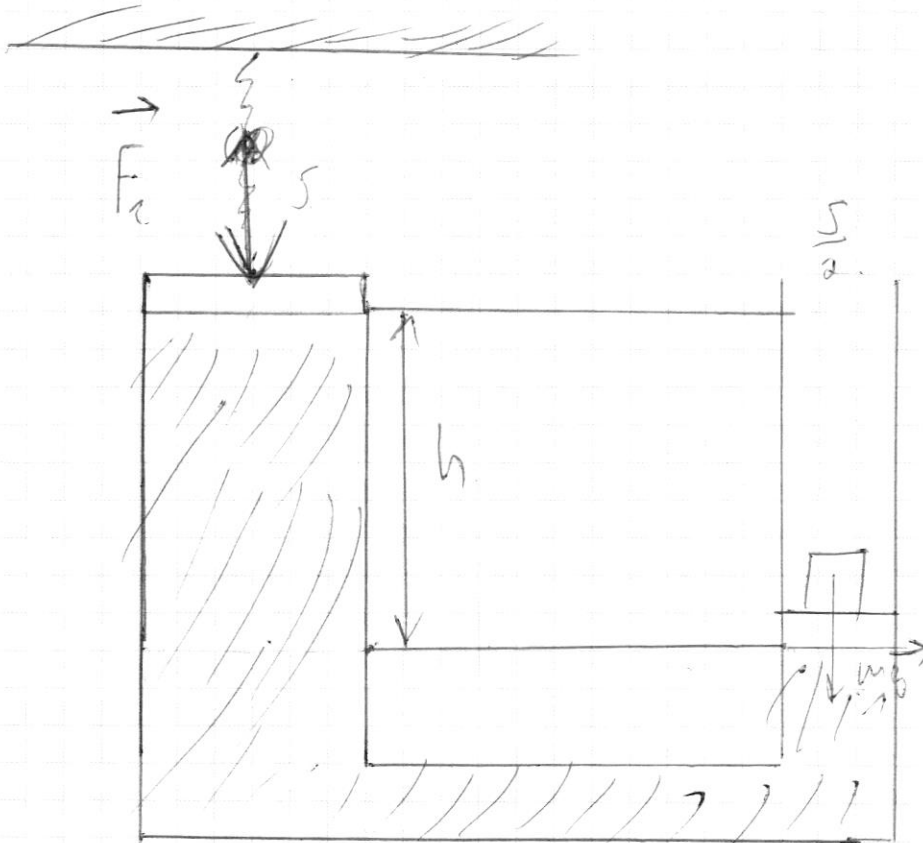
Понятно, что сила Архимеда направлена вверх, а сила давления со стороны жидкости — вниз \Rightarrow

$$F = P' \cdot S + \rho g V = 25000 \text{ Па} \cdot 9002 \text{ м}^2 + 1000 \cdot 10 \cdot 9008 \text{ Н} =$$

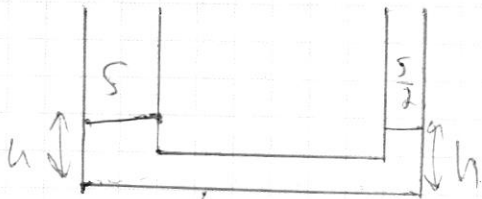
$$= 50 \text{ Н} - 90080 \text{ Н} = -80030 \text{ Н} \Rightarrow \text{Результирующая сила, действующая со стороны воды направлена вверх.}$$

Ответ: $P_1 = 165 \text{ кПа}$; $F = 30 \text{ Н} \uparrow$.

2.



$$F_2 = k \Delta x.$$



$$\frac{F_2}{s} = \Delta p = p'$$

$$\frac{F_2}{s} = \rho g h$$

$$\Delta x = \frac{\rho g h s}{k}$$

$$s \cdot h_1 = \frac{s}{2} \cdot h_2$$

$$h_1 = \frac{h_2}{2}$$

~~сдел~~

$$m = \rho g h s$$

$$m = \rho g h s$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано: $\frac{1}{3} = 4 \text{ м/с}$
 $v_0 = 12 \text{ м/с}$
 $t = ?$
 $h = ?$

Решение:

вершина точки траектории
 исходная точка траектории

$\frac{1}{3} v_0$
 $\frac{1}{2} v_0$

$x = 1000 \text{ м}$
 $h = 10000 \text{ м}^2$

$1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ м}^2$
 $20 \text{ м}^2 = 1$
 $\frac{10000}{20} = 500 \text{ м}^2$

$1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ м}^2$
 $20 \text{ м}^2 = 1$
 $\frac{10000}{20} = 500 \text{ м}^2$

$1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ м}^2$
 $20 \text{ м}^2 = 1$
 $\frac{10000}{20} = 500 \text{ м}^2$

$1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ м}^2$
 $20 \text{ м}^2 = 1$
 $\frac{10000}{20} = 500 \text{ м}^2$

$$v_2 - gT = 0$$

$$T = \frac{v_0}{g} = 1,2 \text{ с} - \text{за это время тело окажется в вершине}$$

точке траектории

$$h_1 = v_0 T - \frac{gT^2}{2} = 12 \cdot 1,2 - \frac{10 \cdot 1,44}{2} = 7,2 \text{ м}$$

Поясню, что после прохождения тела вершины точки траектории оно будет лететь вниз с ускорением g без начальной скорости.

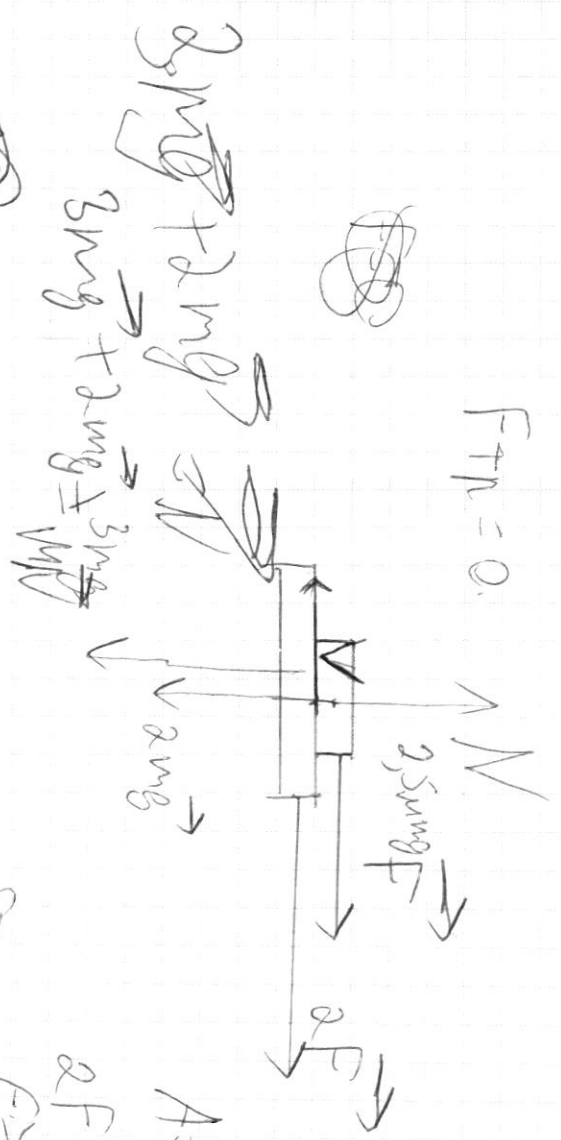
$$gt_1 = \frac{v_0}{3}$$

$$t_1 = \frac{v_0}{3g} = \frac{10}{30} = 0,34 \text{ с} \Rightarrow$$

$$t = t_1 + T = 1,6 \text{ с}$$

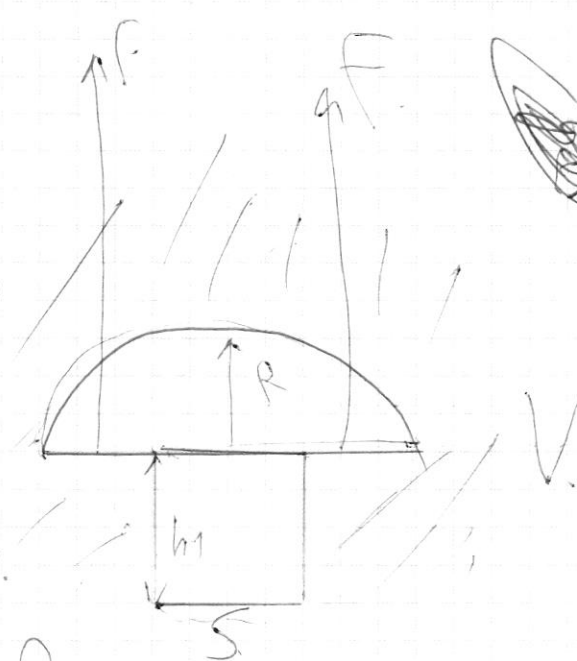
$$h = \frac{gt_1^2}{2} + h_1 = \frac{10 \cdot 0,1156}{2} + 7,2 = 6,4 \text{ м}$$

$F + \pi = 0$



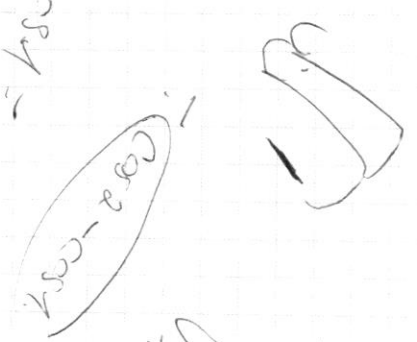
$N = 5mg$
 $F = ma$
 $2F - 5mg = 3m \Delta \rightarrow$
 $A = \frac{2F}{3m} = \frac{5}{3} mg$

$2F \geq 5mg$
 $F \geq 2.5mg$



$\cos^2 \alpha - \cos \alpha$
 $2\cos^2 \alpha - \cos \alpha - 1 = 0$
 $\cos \alpha / 2\cos \alpha - 1/2 = 1$

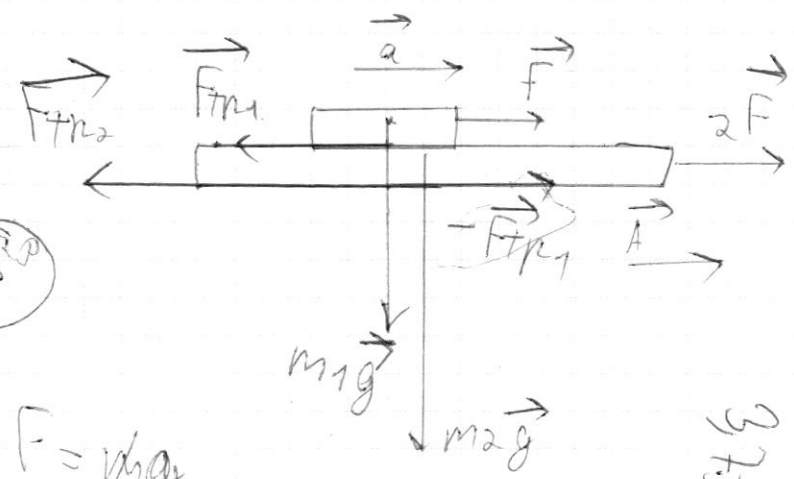
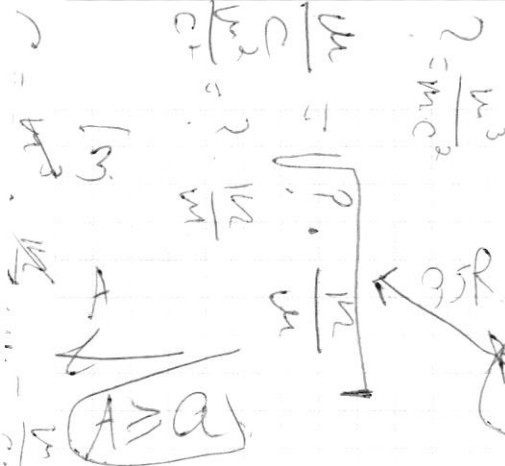
$sh_1 + pgh + p_0$
 $pgh + V_B$



$\sqrt{2} 5mg \cos \alpha$
 $\cos \alpha$

$V = \sqrt{\frac{2gh}{R}}$
 $W = \sqrt{gh}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



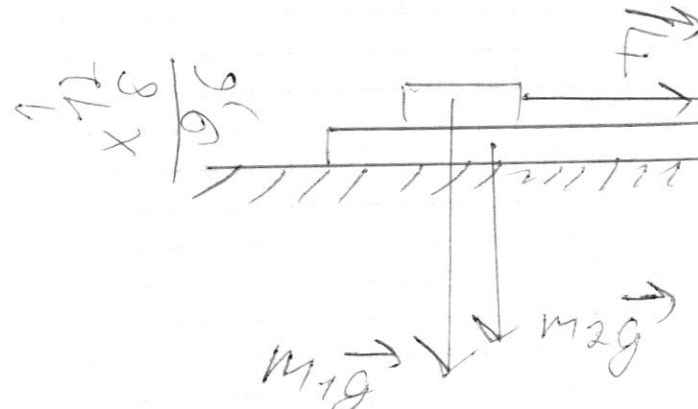
$m_1g = \frac{2}{3}kx$
 $\frac{kx}{s} + \rho g H = \frac{2m_1g}{3}$

$G \frac{M}{R^2} = F = \mu mg$
 $g = G \frac{M}{R^2}$
 $M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$

$F - F_{tr1} = 2ma$
 $3ma = 2F + F_{tr1} - F_{tr2}$
 $3ma = 2F + 2\mu mg - 3\mu mg$

$g = G \frac{M}{4R^2} = G \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi R^3}{4R^2} = G \frac{\pi R}{3}$

$3mA = 2F - \mu mg$
 $A = \frac{2F - \mu mg}{3M} \geq 0 \Rightarrow F \geq \boxed{95 \mu mg}$



$a = \frac{F - 2\mu mg}{2m}$
 $A = \frac{2F - \mu mg}{3m}$

$A \geq a \Rightarrow \frac{2F - \mu mg}{3m} \geq \frac{F - 2\mu mg}{2m}$
 $4F - 2\mu mg - 3F + 6\mu mg \geq 0$
 $F + 4\mu mg \geq 0$