

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

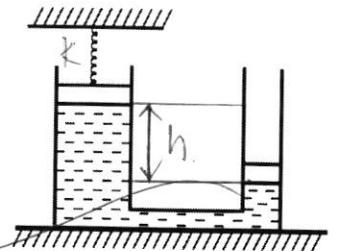
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

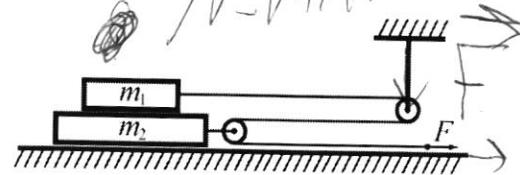
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 12$  м/с.
- 1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
  - 2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
- Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/2$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



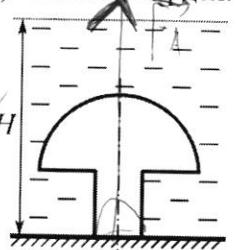
- 1) Найдите деформацию  $x$  пружины.
  - 2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = 0,5R$ , здесь  $R$  – радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .
- 1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $2R$  от центра планеты.
  - 2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину  $F$  минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=2,5$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 8$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа.



Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>

- 1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.
- 2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

*Handwritten notes and calculations:*

$F_{\text{пр}} = 5mg$   
 $V = V_1 + V_2 = 5mg$

$P_1 = P_0 + \rho g H + \frac{F_A}{S}$   
 $= P_0 + \rho g H + \frac{\rho g V}{S}$

*discontact display pueblita la Laguna Española disappear*



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

Дано: Решение:

$$h = 0,5 R$$

$$R, \rho$$

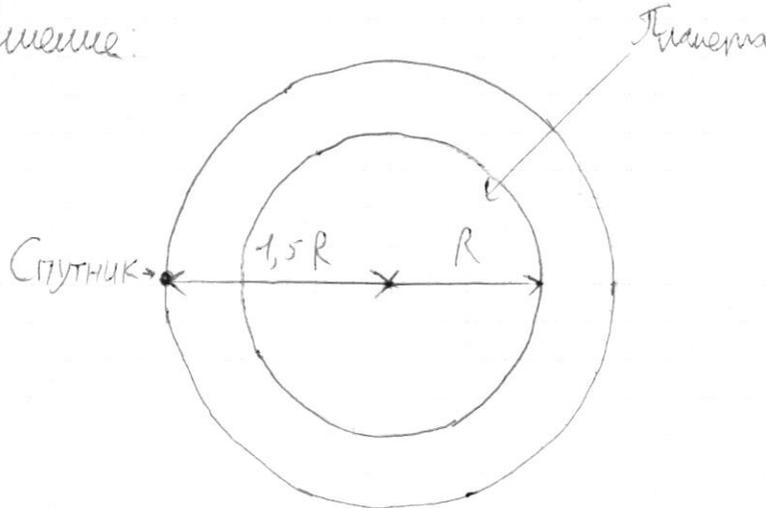
$$G$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$2R$$

$$g - ?$$

$$T - ?$$



Затем закон Всемирного тяготения и  
Второй закон Ньютона:

$$\begin{cases} F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \\ F = m \cdot a = m \cdot g \end{cases}$$

$g_i = G \frac{M_i}{R_i^2}$ , где  $R_i$  — расстояние до центра планеты,  $M_i$  — масса планеты.

$$g = G \frac{M}{(2R)^2} = G \frac{M}{4R^2} = G \frac{\rho \cdot V}{4R^2} = G \rho \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{4R^2} = G \frac{\rho \pi R}{3}$$

Затем первую космическую скорость для спутника —  
скорость бразения по круговой орбите:

$$v_I = \sqrt{G \frac{M}{R_c}} = \sqrt{G \frac{M}{1,5R}} = \sqrt{G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{1,5R}} = R \sqrt{G \cdot \frac{4\pi\rho}{4,5}}$$

$$L = 2\pi \cdot (R + 0,5R) = 3\pi R \text{ — длина орбиты спутника}$$

$$T = \frac{L}{v_I} = \frac{3\pi R}{\sqrt{G \frac{4\pi\rho}{4,5}}} = \frac{3\pi R \cdot \sqrt{4,5}}{\sqrt{4\pi\rho}} = \frac{3\sqrt{4,5}\pi R}{2\sqrt{G\rho}}$$

Ответ:  $g = G \frac{\rho \pi R}{3}$ ;  $T = \frac{3\sqrt{4,5}\pi R}{2\sqrt{G\rho}}$

Задача 1

Дано:

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$\frac{v_0}{3} = 4 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$t = ?$$

$$h = ?$$

Решение:

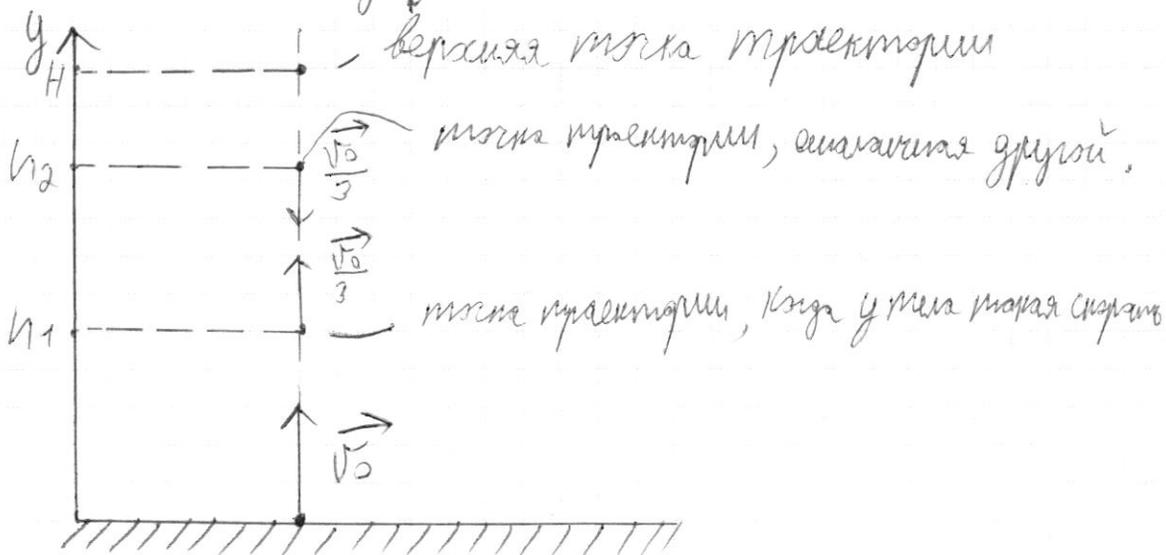


Рисунок сделан схематично,

$$\begin{cases} v_0 t - g \frac{t^2}{2} = h_1 \\ v_0 - g t = \frac{v_0}{3} \end{cases}$$

$$v_0 - g t = \frac{v_0}{3}$$

$$t = \frac{2v_0}{3g} = \frac{2 \cdot 12 \text{ м/с}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,8 \text{ с.}$$

$$h_1 = 12 \text{ м/с} \cdot 0,8 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,64 \text{ с}^2}{2} = 9,6 \text{ м} - 3,2 \text{ м} = 6,4 \text{ м.}$$

Эта ситуация возникает тогда, когда камень за первую половину времени движения достиг скорости  $\frac{v_0}{3}$ .

$$\begin{cases} g t_1 = \frac{v_0}{3} \\ h_1 = H - \frac{g t_1^2}{2} \end{cases}$$

$$t_1 = \frac{v_0}{3g} = \frac{12 \text{ м/с}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,4 \text{ с.} - \text{столько времени прошло с момента}$$

поскопления тела в верхней точки траектории

$$\begin{cases} v_0 - g T = 0 & T = \frac{v_0}{g} = 1,2 \text{ с.} \\ v_0 T - g \frac{T^2}{2} = H & H = 14,4 \text{ м} - 10 \text{ м/с}^2 \cdot \frac{1,44 \text{ с}^2}{2} = 7,2 \text{ м.} \end{cases}$$

$$t = T + t_1 = 1,6 \text{ с.} \quad h_1 = 7,2 \text{ м} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,16 \text{ с}^2}{2} = 6,4 \text{ м} = h.$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

точка проекции, в которой скорость камня была равна  $\frac{v_0}{3}$   
достигается до прохождения верхней точки траектории  
и после  $\Rightarrow$  будет два времени, когда скорости тела  
равна  $\frac{v_0}{3}$ .

Ответ:  $t = 1,6\text{c}; 0,8\text{c}$ .  $h = 6,4\text{м}$ .

Задача 2

Дано:

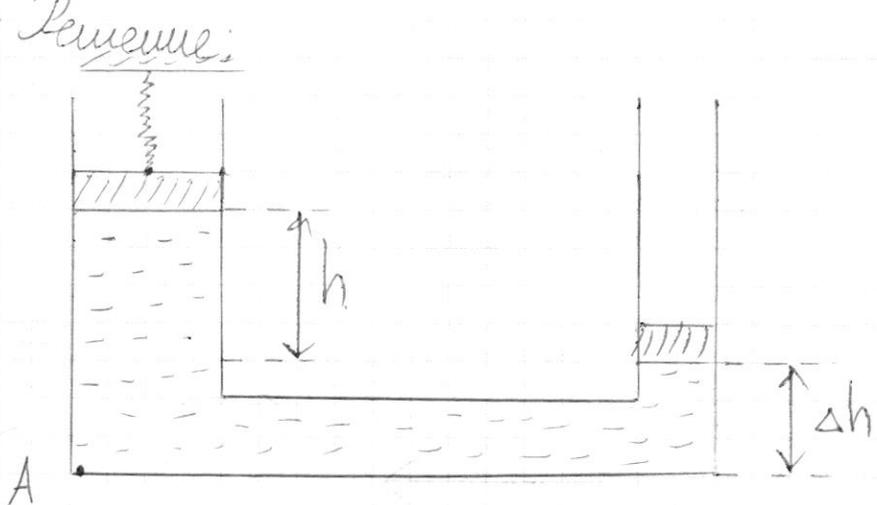
$\rho, k$   
 $h, 5,0, 5$

$g$

$x - ?$

$m - ?$

Решение:



Поскольку сосуды — сообщающиеся, уровень жидкости  
в них при нормальных условиях должен быть одинаков, а  
т.к. они разные, запишем уравнение равенства давлений  
для А ( $\Delta h$  — высота воды в правой колбе):

$\rho g(h + \Delta h) - \frac{F}{S} = \rho g \Delta h - F$  Это сила, которая действует  
со стороны пружинки на левый поршень.

$$\rho g h = \frac{F}{S}$$

$$\rho g h S = F$$

$x = \frac{\rho g h S}{k}$  — удлинение пружины. Сила  $F$  не отмечена на рисунке,

ведь исполнится, в какую сторону сдвигается пружина.  
 Поэтому, что если положить на правый поршень груз, который  
 увеличит удлинение пружины до нуля, сила, действующая  
 со стороны пружины обратится, и высота воды в левом  
 колене увеличится на  $x$ . Запишем уравнение равновесия  
 для  $A$  в этом случае:

$$\rho g(h + \Delta h + x) = \frac{\rho g}{2} + (\rho g(\Delta h - x))$$

$$\rho h + \rho \Delta h + \rho x = \frac{2\rho g}{g} + \rho \Delta h - \rho x$$

$$\rho(h + 2x) = \frac{2\rho}{g}$$

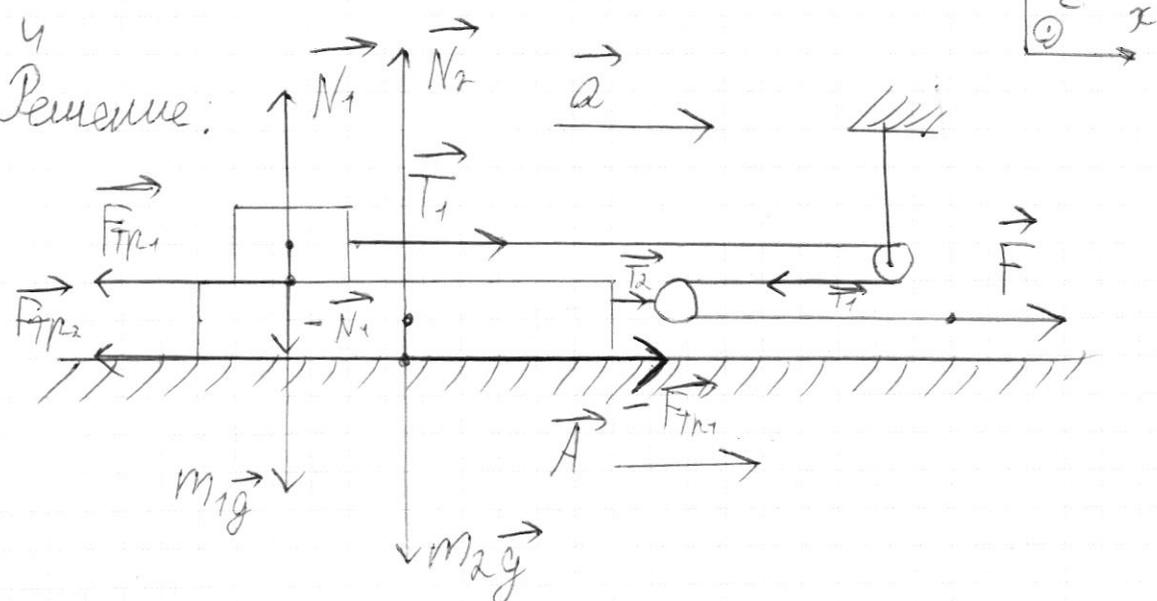
$$m = \frac{\rho S(h + 2x)}{2} = \frac{\rho S}{2} \cdot \left( h + \frac{\rho g S h \cdot 2}{k} \right) = \frac{\rho S \cdot (kh + \rho g S h \cdot 2)}{2k}$$

Ответ:  $m = \frac{\rho S(kh + \rho g S h \cdot 2)}{2k}$ ;  $x = \frac{\rho g h S}{k}$

Задача 4

Дано:  
 $m_1 = 2m$   
 $m_2 = 3m$   
 $\mu, g$   
 $F_0 = ?$   
 $F = ?$

Решение:



$F = T_1$  — шить нерастяжима.

$T_2 = 2T_1 = 2F$  — свойство подвижного блока.

$$\begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{N}_1 + m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{тр1} & \text{— II з-н Ньютона для верхнего блока.} \\ m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр2} - \vec{F}_{тр1} + \vec{N}_2 - \vec{N}_1 \end{cases}$$

OX:

$$m_1 a = T_1 - F_{тр1}$$

$$m_1 a = F - F_{тр1}$$

OY:

$$N_1 - m_1 g = 0 \quad N_1 = m_1 g;$$

$$F_{тр1} = \mu N_1$$

~~$F_{тр1} = \mu m_1 g$~~  — сила трения скольжения

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если  $F_{тр1} = 0$ :

~~$$m_1 a = F - F_0$$~~

$$m_2 A = T_2 - F_{тр2} + 0 \geq 0$$

$$3m A = 2F_0 - \mu N_2$$

$$3m A = 2F_0 - 5\mu mg \geq 0$$

$$2F_0 \geq 5\mu mg$$

$$F_0 \geq 2,5\mu mg \Rightarrow F_0 = 2,5\mu mg$$

Если  $A - a \geq 0$ :

$$3m A = 2F - \mu N_2 + \mu N_1 = 2F - 5\mu mg + 2\mu mg = 2F - 3\mu mg$$

~~$$A = \frac{2F - 5\mu mg}{3m}$$~~

~~$$A = \frac{2F - 3\mu mg}{3m}$$~~

$$2m a = F - \mu N_1 = F - 2\mu mg$$

$$a = \frac{F - 2\mu mg}{2m}$$

$$\frac{2F - 3\mu mg}{3m} - \frac{F - 2\mu mg}{2m} \geq 0$$

$$\frac{4F - 6\mu mg - F + 6\mu mg}{6m} \geq 0$$

$F \geq 0$  - условие для ускорения

$$\frac{2F - 3\mu mg}{3m} \geq 0$$

$$F \geq 1,5\mu mg \Rightarrow F = 1,5\mu mg$$

Ответ:  $F = 1,5\mu mg$ ;  $F_0 = 2,5\mu mg$ .

Задача 5

Дано:

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ м}^3$$

$$= 9008 \text{ м}^3$$

$$S = 200 \text{ м}^2$$

$$= 20 \cdot 10^4 \text{ м}^2$$

$$= 9002 \text{ м}^2$$

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

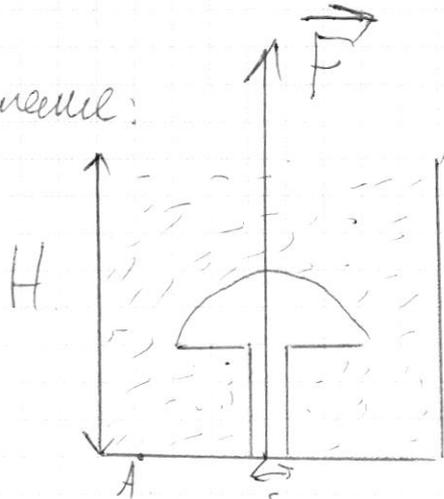
$$P_0 = 100000 \text{ Па}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$P_1 = ?$$

$$F = ?$$

Найти:



Понятно, что в любой момент на эту конструкцию действует сила Архимеда, а т.к. она невесомая и закреплена к клею, то на дно клея действует сила Архимеда по III закону Ньютона.

Затем давление на точку А:

$$P_A = \rho g H + P_0 + \frac{F_A}{S} = P_1$$

$$P_1 = 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 2,5 \text{ м} + \frac{1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 9008 \text{ м}^3}{9002 \text{ м}^2} + 100000 \text{ Па}$$

$$; F_A = \rho g V - \text{выталкивающая сила.}$$

$$P_1 = 25000 \text{ Па} + 40000 \text{ Па} + 100000 \text{ Па} = 165 \text{ кПа}$$

Понятно, что помимо сил Архимеда вода действует на тело путем гидростатического давления.

$$P' = \rho g H$$

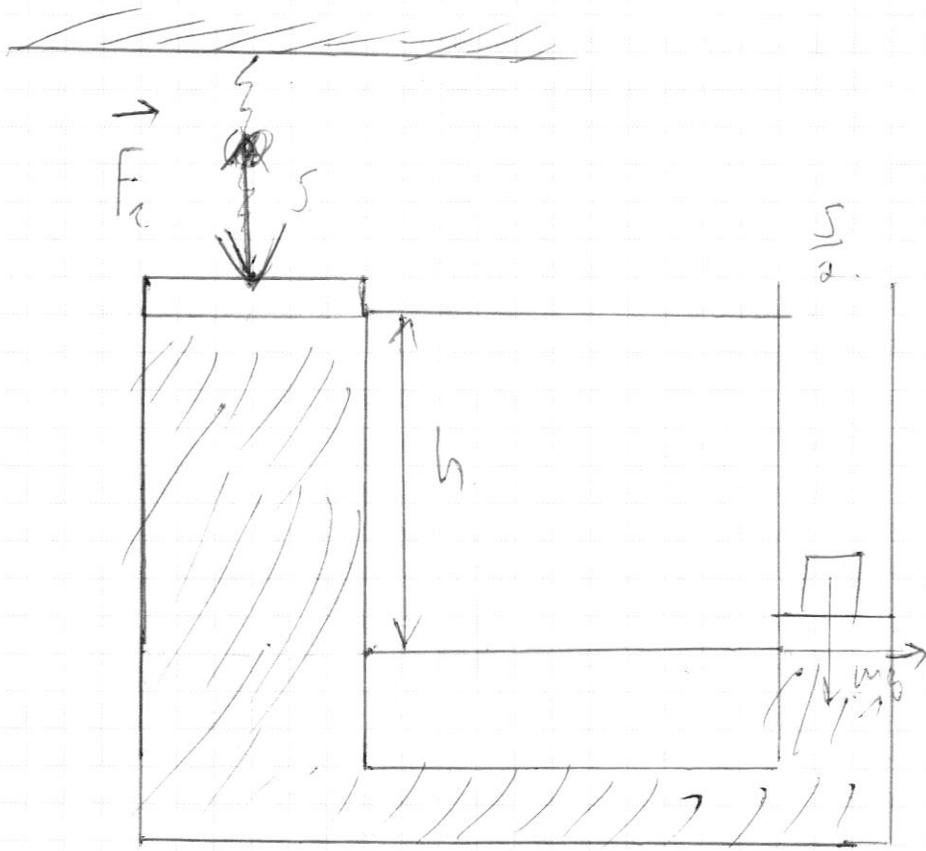
Понятно, что сила Архимеда направлена вверх, а сила давления со стороны жидкости — вниз  $\Rightarrow$

$$F = P' \cdot S + \rho g V = 25000 \text{ Па} \cdot 9002 \text{ м}^2 + 1000 \cdot 10 \cdot 9008 \text{ Н} =$$

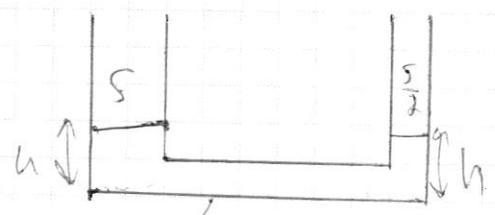
$$= 50 \text{ Н} - 80 \text{ Н} = -30 \text{ Н} \Rightarrow \text{Результирующая сила, действующая со стороны воды направлена вверх.}$$

Ответ:  $P_1 = 165 \text{ кПа}$ ;  $F = 30 \text{ Н} \uparrow$ .

2.



$$F_z = k \Delta x.$$



$$\frac{F_z}{s} = \Delta p = p'$$

$$\frac{F_z}{s} = \rho g h$$

$$\Delta x = \frac{\rho g h s}{k}$$

$$s \cdot h_1 = \frac{s}{2} \cdot h_2$$

$$h_1 = \frac{h_2}{2}$$

$$m = \rho g h s$$

$$m = \rho g h s$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:  $\frac{1}{3} = 4 \text{ мкс}$   
 $v_0 = 12 \text{ м/с}$   
 $t = ?$   
 $h = ?$

Решение:

вершина точки траектории  
 исходная точка траектории

$1000 \frac{m}{s} = 9000 m^2$   
 $20 m^2 = 1$   
 $1 m^2 =$   
 $1000 m^2 = 10000 m^2$

$2 \cdot 10^3 = \frac{80000 - 40}{2} \cdot \frac{80}{9.002}$   
 $2 \cdot 10^3 = 90 m$   
 $2 \cdot 10^3 = 9000 m^3$

$14,4$   
 $14,4$   
 $14,4$

$$v_2 - gT = 0$$

$$T = \frac{v_0}{g} = 1,2 \text{ с} - \text{за это время тело окажется в вершине}$$

точке траектории

$$h_1 = v_0 T - \frac{gT^2}{2} = 12 \cdot 1,2 - \frac{10 \cdot 1,44}{2} =$$

$$= 14,4 - 7,2 = 7,2 \text{ м.}$$

Поятис, что после прохождения тела вершины точки траектории, оно будет лететь вниз с ускорением  $g$  без начальной скорости.

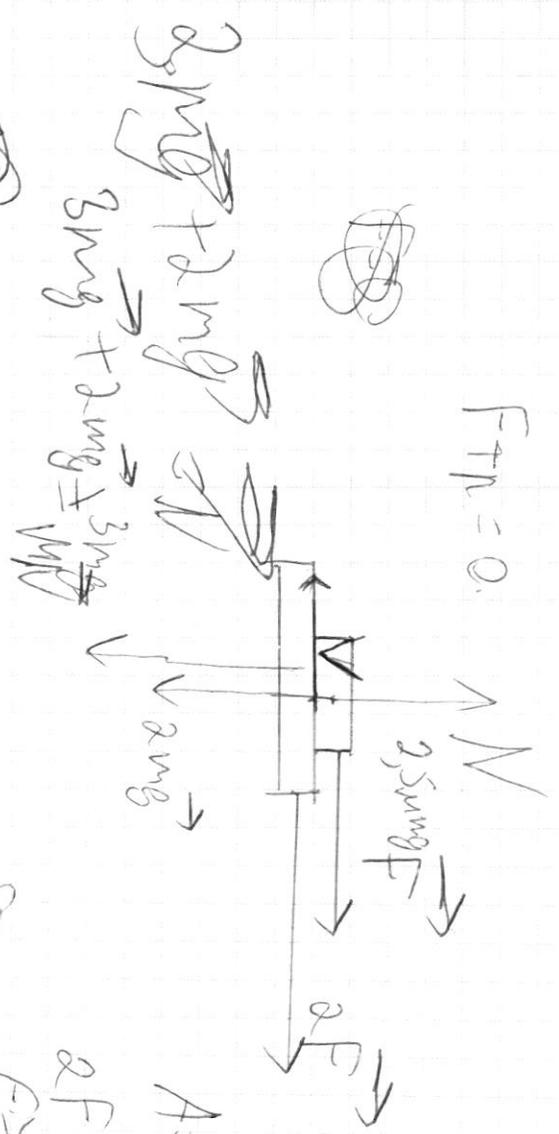
$$gt_1 = \frac{v_0}{3}$$

$$t_1 = \frac{v_0}{3g} = \frac{10}{30} = 0,34 \text{ с.} \Rightarrow$$

$$t = t_1 + T = 1,6 \text{ с.}$$

$$h = \frac{gt_1^2}{2} + h_1 = \frac{10 \cdot 0,1156}{2} + 7,2 = 8 \text{ м. } h = h_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 7,2 - \frac{10 \cdot 0,1156}{2} = 6,4 \text{ м.}$$

$F + \pi = 0$



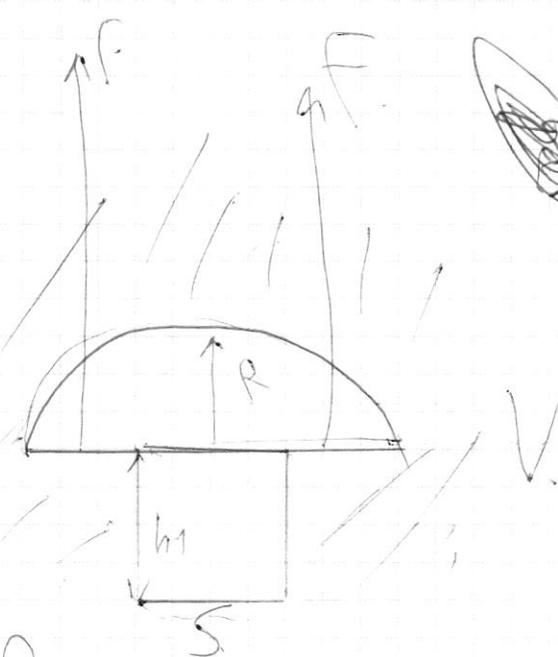
$N = 5mg$   
 $F = ma$

$N = 0$   
 $N = 0$

$2F - 5mg = 3m \Delta \rightarrow 0$   
 $A = \frac{2F}{3m} = \frac{5}{3} mg$

$2F \geq 5mg$   
 $F \geq 2.5mg$

$F_{\text{нр}} < F_{\text{нр}} = 2.5mg$



$Sh_1 + pgh + p_0$   
 $pgh + V_B$

$\cos^2 \alpha - \cos \alpha$   
 $2\cos^2 \alpha - \cos \alpha - 1 = 0$   
 $\cos \alpha / 2\cos \alpha - 1 = 0$

$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos \alpha = 0$

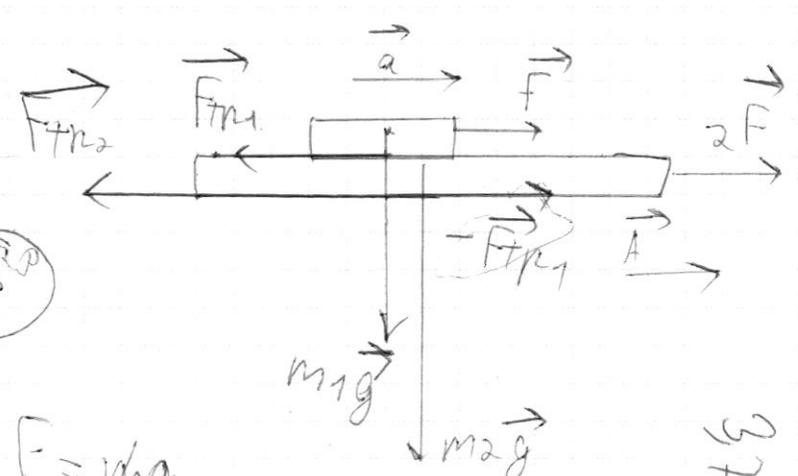
$\cos^2 \alpha - \cos \alpha$

$\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha$

$V = \sqrt{\frac{2gh}{R}}$   
 $W = \sqrt{gh}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten notes on the left side of the page, including a diagram of a rod with forces and the condition  $A \geq a$ .



Handwritten notes on the right side of the page, including the condition  $m_1g < \mu m_2g$  and a complex expression for  $H$ .

$$G \frac{M}{R^2} = F = \mu m_2 g$$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$F - f_{tr1} = 2ma$$

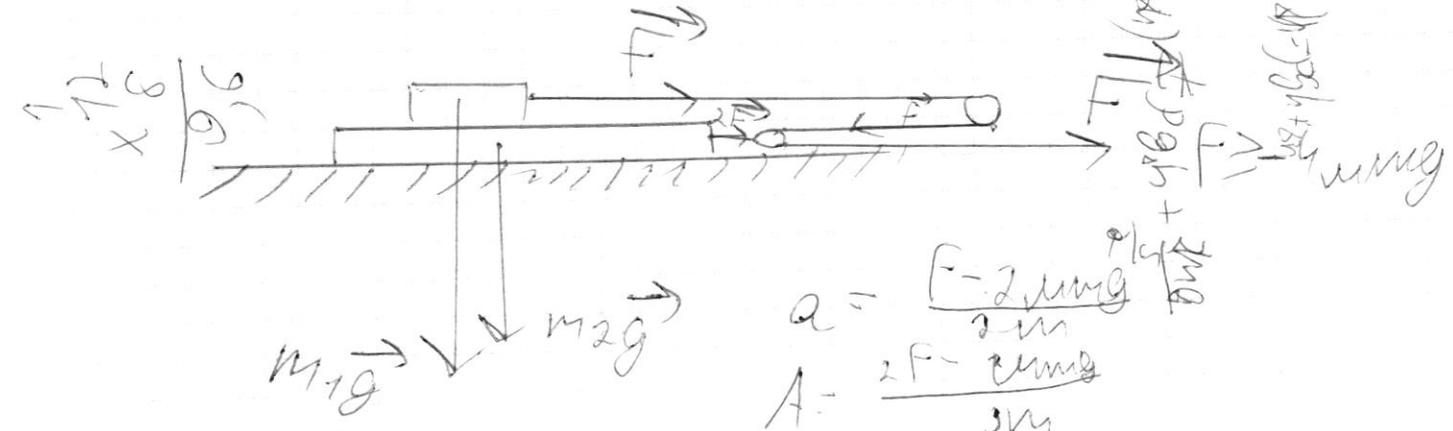
$$3ma = 2F + f_{tr1} - f_{tr2}$$

$$3ma = 2F + 2\mu m_1 g - 3\mu m_2 g$$

$$g = G \frac{M}{4R^2} = G \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi R^3}{4R^2} = G \frac{\pi R}{3}$$

u.

$$A = \frac{3mA - 2F - \mu m_1 g}{3m} \geq 0 \Rightarrow F \geq \boxed{95 \mu m_2 g}$$



$$a = \frac{F - 2\mu m_2 g}{2m}$$

$$A = \frac{2F - \mu m_1 g}{3m}$$

$$A \geq a \Rightarrow \frac{2F - \mu m_1 g}{3m} \geq \frac{F - 2\mu m_2 g}{2m} \Rightarrow 4F - 2\mu m_1 g - 3F + 6\mu m_2 g \geq 0 \Rightarrow F + 4\mu m_2 g \geq 0$$