

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

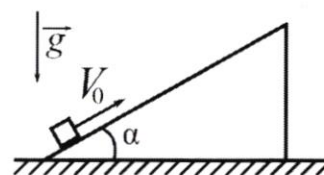
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

- 1) На какой высоте H взорвался фейерверк?
- 2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

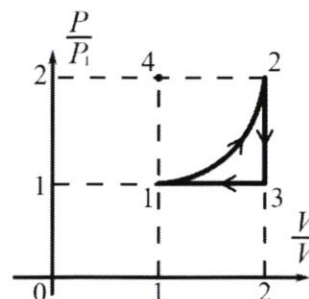
- 1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.
- 2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. ~~Массы шайбы и клина одинаковы.~~ *массы шайбы и клина одинаковы.*

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение a модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

- 1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу A газа за цикл.
- 3) Найдите КПД η цикла.



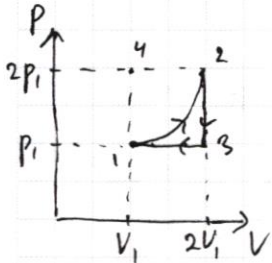
5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

- 1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.
- 2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4 Для удобства перерисуем график из осей $\frac{P}{p_i}$ и $\frac{V}{V_i}$ в оси P и V ; заметим, что т.к. по условию (12) — дуга окружности с

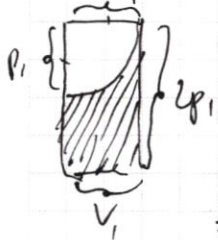


центром в точке 4 \Rightarrow (14) и (12) — её радиусы, а значит они численно равны.

1) Обозначим количество теплоты Q , приведённое

к газу, как Q_{12} (Q нагревателя), т.к. в остальном процессе газ отдаёт тепло. (уменьшается внутренняя энергия и совершается отрицательная или не совершается работа) \Rightarrow

$\Rightarrow Q_{12} = Q_{12}$; $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$. A_{12} найдём как площадь на графике.



$$A_{12} = 2p_1 \cdot V_1 - \frac{\pi \cdot R^2}{4}; \quad R \text{ численно равно } p_1 \text{ и } V_1, \text{ в силу совпадения размерностей пусть } R^2 = p_1 V_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{12} = 2p_1 V_1 - p_1 V_1 \cdot \frac{\pi}{4} = p_1 V_1 \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) \approx \frac{5}{4} p_1 V_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) = \frac{i}{2} (4p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{i}{2} \cdot 3p_1 V_1$$

1) $Q_{12} = \frac{i}{2} \cdot 3p_1 V_1 + \frac{5}{4} p_1 V_1$; т.к. $i=3 \Rightarrow$ по условию $Q_{12} = p_1 V_1 \left(\frac{9}{2} + \frac{5}{4}\right) = \frac{23}{4} p_1 V_1$

Ответ на пункт 1): $Q \approx \frac{23}{4} p_1 V_1$

2) A — работа газа за цикл. Найдём через площадь на графике: $P \left\{ \begin{array}{l} V_1 \\ V_1 \end{array} \right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow A = \cancel{p_1 V_1} p_1 V_1 - p_1 V_1 \cdot \frac{\pi}{4} = p_1 V_1 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \approx \frac{1}{4} p_1 V_1$$

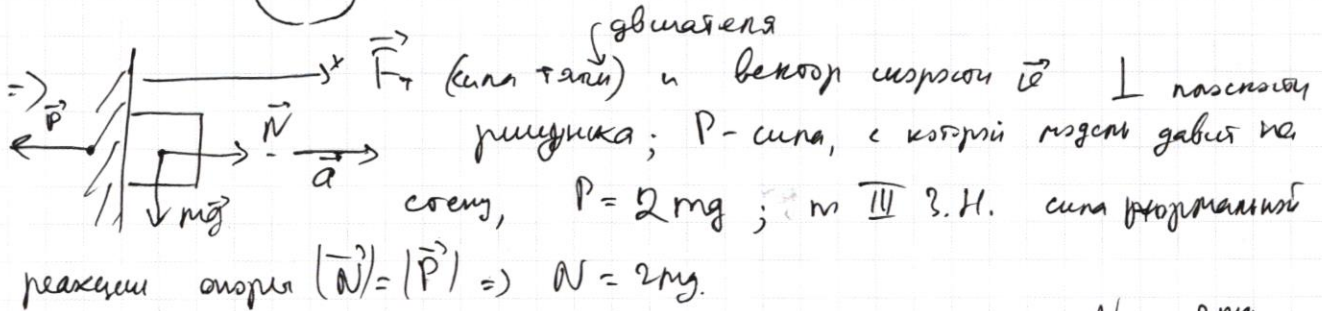
Ответ на пункт 2): $A \approx \frac{1}{4} p_1 V_1$

3) $\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{A}{Q_{12}} \approx \frac{\frac{1}{4} p_1 V_1}{\frac{23}{4} p_1 V_1} \approx \frac{1}{23}$ Ответ на пункт 3): $\eta \approx \frac{1}{23}$

Задача №3!



← плоскость, в которой движется модель в пункте 1) ⇒

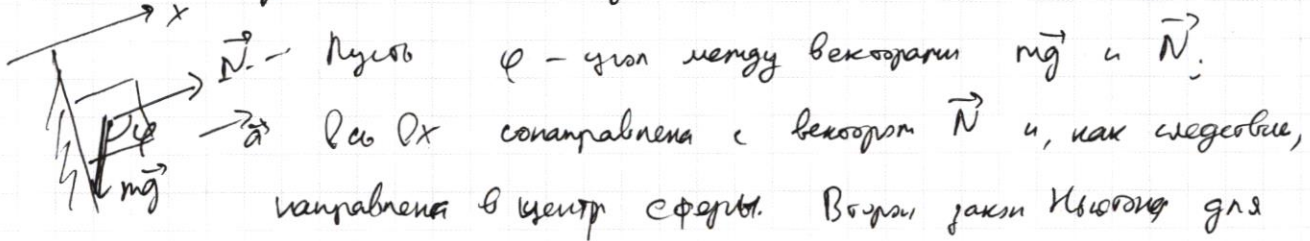


II Закон Ньютона для модели: Ох: $N = ma \Rightarrow a = \frac{N}{m} = \frac{2mg}{m} = 2g \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 20 \text{ м/с}^2$. Примечание: по условию $|\vec{v}| = \text{const} \Rightarrow \vec{v}$ должен быть перпендикулярен \vec{u} (и в данном случае направлен в центр сферы)

Ответ на пункт 1): $a = 20 \text{ м/с}^2$

Для некоторого положения модели:



модели: Ох: $N + mg \cdot \cos \varphi = ma$ (1) т.к. a - центростремительное

ускорение, то $a = \frac{v^2}{R}$ (2). По условию модель движется равномерно \Rightarrow

$\Rightarrow |\vec{v}| = \text{const} \Rightarrow |\vec{a}| = \text{const}$, а тангенциальное ускорение \vec{a}_t будет

равно нулю (иначе модуль скорости менялся бы). $\Rightarrow \vec{F}_T = -\vec{F}_{Tn}$

(компенсирует друг друга), но F_{Tn} зависит от N , значит

F_{Tn} меняется, значит F_T меняется, а значит двигатель варьирует

свою мощность \Rightarrow в том числе в нулевой момент может выключаться

и на движение.

из (1) и (2) $v = \sqrt{\frac{R(N + mg \cdot \cos \varphi)}{m}}$ (3); для минимизации v надо свести

к минимуму N и $mg \cdot \cos \varphi$. В один момент траектории N может

быть равно нулю (модель почти-почти отрывается), и это имеет смысл,

когда значение $mg \cdot \cos \varphi$ минимально.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



← плоскость, в которой движется модель в пункте 2. Сила нормального реакции опирается на все время находится в этой плоскости.

Значит так же как и плоскость, так и сила реакции опирается на поверхность сферы.

Разные положения модели:



\Rightarrow φ минимален в высшей точке траектории.

$\Rightarrow \varphi = 90^\circ - \alpha = 45^\circ$
~~At the highest point~~

При N в высшей точке траектории равен нулю $v = v_{\min}$ и

$$v_{\min} \text{ (из (3))} = \sqrt{\frac{R(0 + mg \cdot \cos 45^\circ)}{m}} = \sqrt{R \cdot g \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{R \cdot g \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

При $R = 1 \text{ м}$ и $g = 10 \text{ м/с}^2$ $v_{\min} = \sqrt{5\sqrt{2}}$

(ответ на пункт 2): $v_{\min} = \sqrt{5\sqrt{2}}$ (с учётом того, что движущаяся может менять свою позицию).

Задача 1: Рейерберг взрывает в высшей точке траектории \Rightarrow в этот момент его скорость равна нулю, и падает он $T = 3 \text{ с}$ по условию.

$$H = \frac{v_0 + v_k}{2} \cdot T; \quad v_k = 0 \text{ (конечная скорость)}, \quad v_0 - \text{начальная}, \quad v_k = v_0 - gT \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = gT; \quad H = \frac{gT^2}{2}. \quad H = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

Ответ на пункт 1): $H = 45 \text{ м}$.

Суммарная кинетическая энергия всех осколков K равна сумме

кинетических энергий каждого осколка $\Rightarrow K = \frac{\Delta m_1 v_1^2}{2} + \frac{\Delta m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{\Delta m_n v_n^2}{2}$

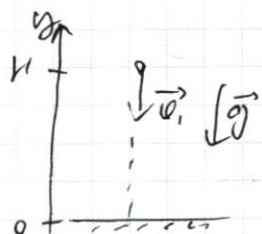
где Δm — масса одного осколка, v_i — скорость осколка,

n — кол-во осколков. $K = n \cdot \frac{\Delta m v_1^2}{2}$, и $m = n \cdot \Delta m \Rightarrow K = \frac{m v_1^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2K}{m}} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{2}} = 60 \text{ м/с}$$

Исправленный вопрос второго пункта: "Через какое время после взрыва первый осколок упадет на землю?"

Обозначим искомое время как t_1 . По условию осколки летят во всевозможных направлениях, ~~и~~ а значит найдётся такой осколок, который летит после взрыва вертикально вниз, а именно этот осколок упадет первым.



уравнение движения: $y = H - v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, при $t = t_1$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = H - v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow \frac{gt_1^2}{2} + v_0 t_1 - H = 0.$$

$$t_1 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot H}}{2 \cdot \frac{g}{2}} \Rightarrow t_1 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g}$$

$$t_1 = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10} = -6 + \sqrt{45} \approx 0,7 \text{ с}$$

(другой корень меньше нуля)

$$\sqrt{45} \approx 6,7$$

Ответ на пункт 2): $t_1 \approx 0,7 \text{ с}$ (через это время ^{после взрыва} первый осколок ~~и~~ упадет на землю)

Задача 2: пусть масса шайбы m , масса клина $- 2m$.

В момент толчка шайбы система имеет энергию $E_1 = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{2m \cdot v_{к1}^2}{2}$;

$v_{к1}$ - скорость клина в этот момент; нулевой уровень потенциальной энергии расположен на уровне поверхности, на которой лежит клин.

Т.к. шайба движется безотрывно, горизонтальный компонент её скорости и горизонтальный компонент скорости клина равны и сонаправлены $\Rightarrow v_{к1} = v_0 \cdot \cos \alpha \Rightarrow E_1 = \frac{mv_0^2}{2} + m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha$

Энергия системы в момент, когда шайба на высоте H :

$E_2 = mgh$, т.к. высота максимальная \Rightarrow скорость шайбы $= 0$;

скорость шайбы $= 0 \Rightarrow$ скорость клина $= 0$ из-за условия безотрывности.

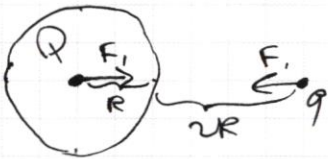
По Закону сохранения энергии $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} + mv_0^2 \cdot \cos^2 \alpha = mgh$

$$v_0^2 \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \alpha \right) = gh \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gh}{\frac{1}{2} + \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,2}{\frac{1}{2} + 0,36}} = \sqrt{\frac{2}{0,86}} = \frac{1}{0,93} \approx 1,5 \text{ м/с}$$

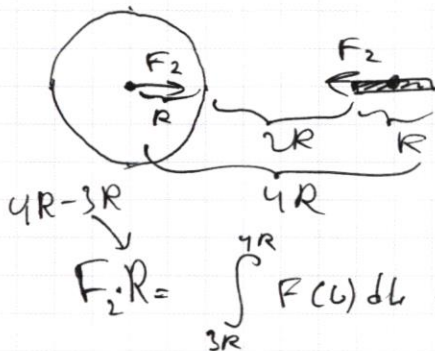
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ на пункт 1): $v_0 \approx 1,5 \text{ м/с}$

~~Задача 5~~ / Задача 5 / По закону Кулона: $F_1 = k \frac{Qq}{(3R)^2} = k \frac{Qq}{9R^2}$



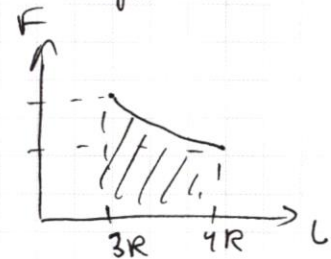
Ответ на пункт 1): $F_1 = k \frac{Qq}{9R^2}$



~~Задача 5~~ / Пусть l - расстояние от центра сферы до некой точки на поверхности

$$F(l) = k \frac{Qq}{l^2}$$

$$\left[(-x^{-1})' = +x^{-2} = \frac{1}{x^2} \right]$$



$$F_2 \cdot R = \int_{3R}^{4R} F(l) dl = \int_{3R}^{4R} kQq \cdot \frac{1}{l^2} dl = kQq \int_{3R}^{4R} \frac{1}{l^2} dl = kQq \cdot \left(-\frac{1}{l} \Big|_{3R}^{4R} \right) = kQq \cdot \left(-\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right) =$$

$$= \frac{kQq}{12R} \Rightarrow F_2 = k \frac{Qq}{12R^2}$$

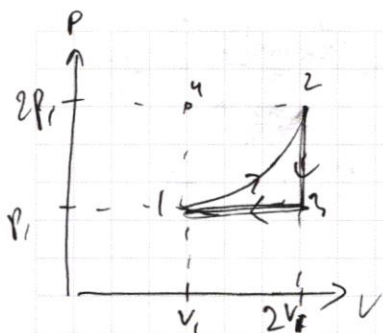
Ответ на пункт 2): $F_2 = k \frac{Qq}{12R^2}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$i=3, j=1$ моль

$Q = Q_{12}$

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

A_{12} (из графика) = ~~...~~



$A_{12} = 2p_1 \cdot V_1 - \frac{p_1 V_1 \pi}{4}$

$6,5 - 0,75 = 5,75$

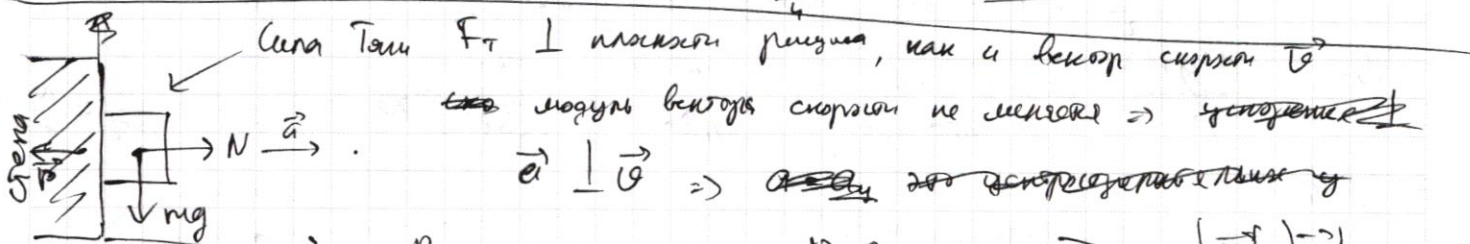
V_1 и p_1 (не считая размерности) считать равными.

$\Delta U_{12} = \frac{1}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{1}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) = \frac{1}{2} (4p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{1}{2} \cdot 3p_1 V_1$

1) $Q_{12} = \frac{1}{2} \cdot 3p_1 V_1 + 2p_1 V_1 - \frac{p_1^2 \pi}{4} \Rightarrow Q_{12} = \frac{3}{2} p_1 V_1 + 2p_1 V_1 - \frac{p_1^2 \pi}{4} = p_1 V_1 (6,5 - \frac{\pi}{4}) = 5,75 p_1 V_1$

$A_{12} = A_2$ (из графика) $\Rightarrow \frac{1}{2} p_1 V_1 - \frac{p_1 V_1 \pi}{4} = p_1 V_1 (1 - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4} p_1 V_1$

$\eta = \frac{A_2}{Q_{12}} = \frac{p_1 V_1 (1 - \frac{\pi}{4})}{p_1 V_1 (6,5 - \frac{\pi}{4})} = \frac{0,25 p_1 V_1}{5,75 p_1 V_1} = \frac{1}{4} = \frac{1}{25}$



Сила $F_{тр}$ \perp плоскости движения, как и вектор скорости \vec{v}

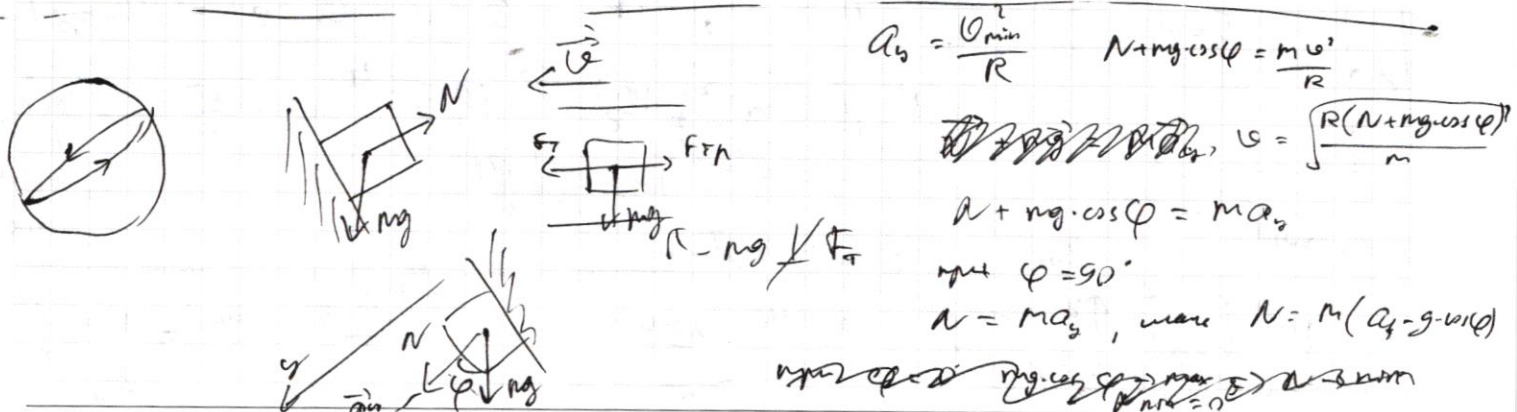
~~...~~ модуль вектора скорости не меняется \Rightarrow ускорение \perp

$\vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow$ ~~...~~

P - сила, ... , но так $P = \mu mg$; по III з.к. $(\vec{P} = \vec{N}) \Rightarrow$

$\Rightarrow N = \mu mg$; по II з.к. $\Sigma F_x: N = ma \Rightarrow a = \frac{N}{m} = \frac{\mu mg}{m} = [\mu g] = 20 \text{ м/с}^2$

Ответ: $a = 20 \text{ м/с}^2$



$a_{\phi} = \frac{v_{\min}^2}{R} \quad N + mg \cos \phi = \frac{mv^2}{R}$

$v = \sqrt{\frac{R(N + mg \cos \phi)}{m}}$

$N + mg \cos \phi = ma_{\phi}$

при $\phi = 90^\circ$

$N = ma_{\phi}$, значит $N = m(a_{\phi} - g \cos \phi)$



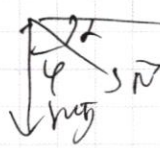
Форм в левой руке! И масса в массовом функцие \Rightarrow

в левой...

в правой руке.

$$\Delta F = \frac{Q \cdot \frac{g}{h}}{L_i} \quad F = \sum_{i=0}^n \left(\frac{Q \cdot \frac{g}{h}}{L_i} \right) =$$

$$= Q$$



$$\Rightarrow \varphi_{\min} = 45^\circ$$

$$\sum_{i=0}^n L_i = \frac{(2R+4R) \cdot h}{2} = \frac{2R \cdot h}{2}$$

$$N_{\min} = 0 \Rightarrow$$

$$N_{\min} + mg \cdot \cos 45 = m a_n \Rightarrow mg \cdot \cos 45 = \frac{m v_{\min}^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\min} = \sqrt{\frac{Rg \sqrt{2}}{2}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}}{2}} = \sqrt{5\sqrt{2}}$$

масса шайбы = m, масса клина: 2m. ~~Используем, что скорость клина v_k = const~~

По 3.С.Э (нет трения): В момент столкновения: $E_1 = \frac{m v_0^2}{2} + \frac{2m \cdot v_k^2}{2}$
для шайбы

$$v_{k1} = v_0 \cdot \cos \alpha, \text{ фик. ...}$$

$$E_1 = \frac{m v_0^2}{2} + m v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow E_2$$

В направлении x границ: шайба не движется \Rightarrow ее vпр.компл = 0, \Rightarrow

\Rightarrow клин не движется, но у шайбы... $E_2 = mgh$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{m v_0^2}{2} + m v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha = mgh \Rightarrow v_0^2 \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{2} \right) = gh$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gh}{\frac{1 + \cos^2 \alpha}{2}}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,2}{0,5 + 0,36}} = \sqrt{\frac{2}{0,86}} = \sqrt{\frac{1}{0,43}} \approx \frac{1}{0,7} \approx \frac{10}{7} \approx$$

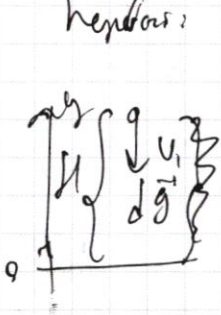
$$\approx 1,5 \text{ м/с}$$

про последний элемент:
 $y = g \cdot t + v_0 t - \frac{g t^2}{2}$; $y = 0$ при $t = \tau \Rightarrow v_0 = \frac{g \tau^2 - v_0^2}{2 \tau}$
 $0 = v_0 + v_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2}$
 $H = \frac{v_0 + v_k}{2} \cdot \tau$; $v_k = 0 = v_0 - g \tau \Rightarrow v_0 = g \tau$
 $H = \frac{g \tau^2}{2} = \frac{10 \cdot 0,2}{2} = 1 \text{ м}$
 $v_1 = \frac{g \tau}{2} - \frac{v_0}{2} = \frac{10 \cdot 0,2}{2} - \frac{4,5}{2} = 50 - 45 = 5 \text{ м/с}$
 $v_1 = 5 \text{ м/с}$
 про первый элемент:
 $H = \frac{g \tau^2}{2} = \frac{10 \cdot 0,2}{2} = 1 \text{ м}$
 $K = \frac{2m v_1^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2} + \dots = \frac{n \cdot 2m \cdot v_1^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 6 \text{ м/с}$

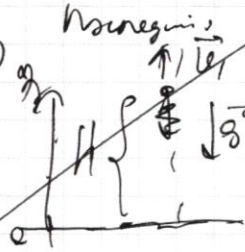
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

„В течение 10 с“ \Rightarrow от момента t_1 , когда принята пуля, до t_2 ,
при $t_0 - \text{выстрел} = 0$ с. $\Rightarrow t_2 - t_1 = \tau = 10$ с

пуля:



$$y = H - v_1 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \quad (1)$$



$$y = H + v_2 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \quad (2)$$

$$\frac{g t_2^2}{2} - v_2 t_2 - H = 0$$

$$t_2 = \frac{v_2 + \sqrt{v_2^2 + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot H}}{2 \cdot \frac{g}{2}}$$

$$t_2 = \frac{v_2 + \sqrt{v_2^2 + 2gh}}{g}$$

$$\frac{g t_1^2}{2} + v_1 t_1 - H = 0$$

$$t_1 = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot H}}{2 \cdot \frac{g}{2}}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gh}}{g}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{v_2 + \sqrt{v_2^2 + 2gh}}{g} - \frac{\sqrt{v_1^2 + 2gh} - v_1}{g}$$

$$\tau = \frac{v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gh} - \sqrt{v_2^2 + 2gh} + v_2}{g}$$

$$\tau = \frac{2v_1}{g} \Rightarrow v_1 = \frac{g\tau}{2} = 50 \frac{m}{s}$$

„В течение 10 с“ после выстрела \Rightarrow время падения посл. пули:

$$y = H + v_1 t - \frac{g t^2}{2} \Rightarrow \text{при } y=0 \quad t=\tau \Rightarrow 0 = H + v_1 \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$\Rightarrow H = \frac{g \tau^2}{2} - v_1 \tau = \frac{10 \cdot 100}{2} - 60 \cdot 10 = -100 \text{ м}$$

$$H = \frac{g \tau^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}; \quad k = \frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2k}{m}} = 60 \text{ м/с}$$

пуля - пуля, координата выстрела; пуля 20 т, $y = H + v_1 t - \frac{g t^2}{2}$

$$y = H - v_1 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \Rightarrow \frac{g t_1^2}{2} + v_1 t_1 - H = 0; \quad t_1 = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot H}}{2 \cdot \frac{g}{2}}$$

$$= \frac{-60 + \sqrt{3600 + 20 \cdot 45}}{10} = \frac{-60 + 105.95}{10} = \frac{-6 + \sqrt{45}}{\sqrt{45} \approx 6.7} \approx 0.7 \text{ с}$$



$$y = H - u \cdot \cos \alpha \cdot t_n - \frac{g t_n^2}{2}$$

$$0 = H - u \cdot \cos \alpha \cdot t_n - \frac{g t_n^2}{2}$$

$$\frac{g t_n^2}{2} + u \cdot \cos \alpha \cdot t_n - H = 0$$

$$t_n = \frac{-u \cos \alpha \pm \sqrt{u^2 \cos^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

$$t_n = \frac{-u \cdot \cos \alpha + \sqrt{u^2 \cdot \cos^2 \alpha + 2gH}}{g}$$

Нужно $u \cos \alpha = x$
 $2gH = a$
 $g = b$
 $t_n = y$

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + a} - x}{b}$$

$$y' = \frac{1}{b} \left(\left((x^2 + a)^{\frac{1}{2}} \right)' - 1 \right) = \frac{1}{b} \left(\frac{1}{2} (x^2 + a)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x - 1 \right)$$

$$y' = \frac{1}{b \sqrt{x^2 + a}} - \frac{1}{b} \Rightarrow y' = \frac{1 - \sqrt{x^2 + a}}{b \sqrt{x^2 + a}}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{x^2 + a} = 0 \\ b \sqrt{x^2 + a} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = \sqrt{x^2 + a} \Rightarrow x^2 + a = 1 \\ x^2 \neq -a \end{cases}$$

$$\Rightarrow u^2 \cos^2 \alpha + 2gH = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 - 2gH}{u^2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{1 - 2gH}}{u}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{1 - 2 \cdot 10 \cdot 45}}{60} = \frac{\sqrt{895}}{60} \approx \frac{30}{60} \approx \frac{1}{2}$$

$$y' = \frac{1}{b} \left(\left((x^2 + a)^{\frac{1}{2}} \right)' - 1 \right) = \frac{1}{b} \left(\frac{1}{2} (x^2 + a)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x - 1 \right)$$

$$y' = \frac{x}{b \sqrt{x^2 + a}} - \frac{1}{b} \Rightarrow y' = \frac{x - \sqrt{x^2 + a}}{b \sqrt{x^2 + a}}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - \sqrt{x^2 + a} = 0 \\ b \sqrt{x^2 + a} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 = x^2 + a$$

$$F(L) = k \frac{P \cdot a}{L^2}$$

$$F = \sum_{i=0}^n \left(\frac{Q \cdot Q}{L_i} \right)$$

~~F(L)~~

$$F_2 = \int_{3R}^{4R} F(L) dL$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\left(\frac{\ln x^2}{2x} \right)' = \frac{1}{2x} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot 2x = \frac{1}{x^2} \cdot 2x$$

$$\left(\frac{\ln x^2}{2x} \right)' = \frac{\frac{1}{x^2} \cdot 2x \cdot 2x - (\ln x^2 \cdot 2x)'}{2x^2}$$

черновик чистовик
 (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № _____
 (Нумеровать только чистовики)