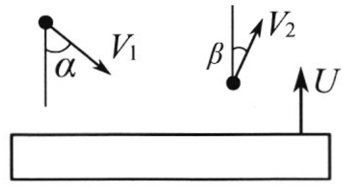
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-02**

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{3} \right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

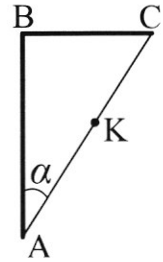
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

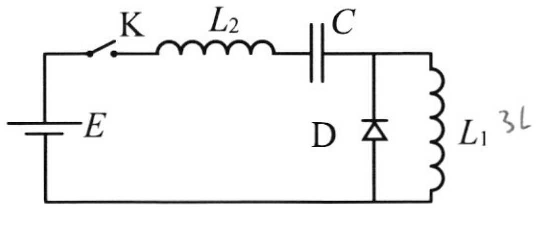
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

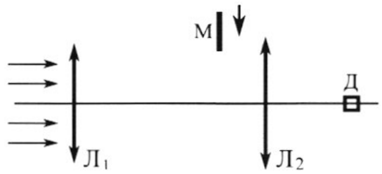


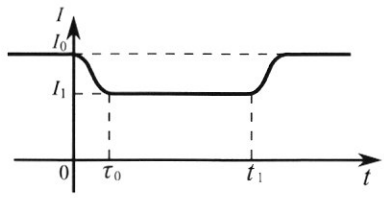
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

F₀ - 12 клеток

$2\pi(1-\cos\alpha)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Дано:

$V_1 = 6\ \frac{м}{с}$, $\sin\alpha = \frac{2}{3}$

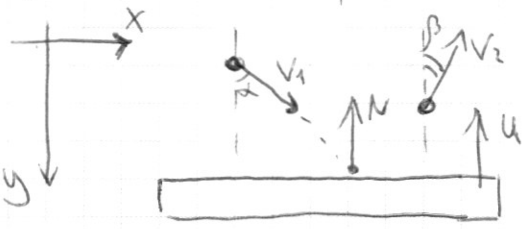
$\sin\beta = \frac{1}{3}$

$V_2 - ?$

$u - ?$

Решение: m - масса шарика.

Рассмотрим силы при ударе.



действием силы тяжести из удара можно пренебречь

поверхность гладкая → силы трения нет.

Значит по оси x силы не действуют. Значит ЗСИ на ox выполняется:

OX: $mV_1\sin\alpha = mV_2\sin\beta$ $\quad 6\cdot\frac{2}{3} = V_2\cdot\frac{1}{3}$

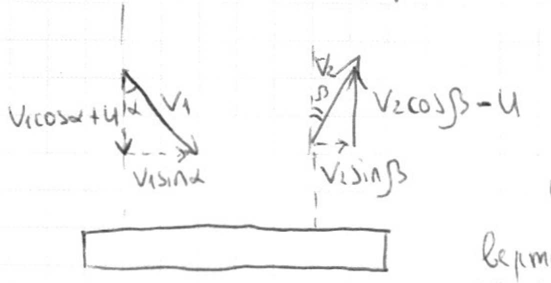
$V_2 = 12\ \frac{м}{с}$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\qquad \cos\beta = \sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

т.е. по оси ox скорость сохраняется

Перейдем в с.о. плиты. Тогда до удара по вертикали прибавим ко всем скоростям u вниз (напр) движется с $V_1\cos\alpha + u$.

после - $V_1\cos\beta - u$.



плита - массивная. Она всегда неподвижна. Т.к. удар неупругий, то вертикальная состав. после удара меньше чем до удара.

$\cancel{V_1\cos\alpha}$ $V_1\cos\alpha + u > V_2\cos\beta - u$

$2u > 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6\,\frac{\sqrt{5}}{3}$ $\qquad$ $2u > 8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

$u > 4\sqrt{2} - \sqrt{5}$

Ответ: $V_2 = 12\ \frac{м}{с}$ $\quad u > 4\sqrt{2} - \sqrt{5}$ $\qquad u > 3{,}3\ \frac{м}{с}$ примерно.

№2.

Дано:

$\nu = \frac{6}{25}$

$T_1 = 330 K$

$T_2 = 440 K$

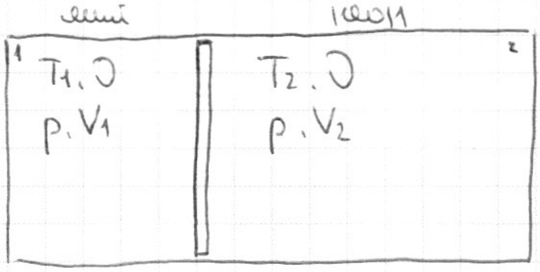
$R = 8{,}31\ \frac{Дж}{моль\ K}$

$\frac{V_1}{V_2}$ - ? $\quad i = 3$

T - ?

Q - ?

Решение: Гелий - газ.



Внешние давления равны т.к. поршень не двигается.

уравнение Менделеева-Клапейрона

(1) $pV_1 = \nu R T_1$ гелий

(2) $pV_2 = \nu R T_2$ неон

$\frac{(1)}{(2)}$ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$

В установившемся режиме температуры сравняются. Сосуд - теплоизолированный. Значит выполняется ЗСЭ.

$W_1 + W_2 = W_1' + W_2'$

$\frac{3}{2}\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R T_2 = \frac{3}{2}\nu R T + \frac{3}{2}\nu R T$

$\frac{T_1 + T_2}{2} = T$ $\qquad$ $T = \frac{330 + 440}{2} = 385 K$

На сколько уменьшилась энергия неона, столько теплоты передал неон гелию, т.к. сосуд теплоизолированный, а работа газов по перемещению поршня равна 0.

$Q = \nu R \frac{3}{2}(T_2 - T) = \frac{6}{25} \cdot \frac{3}{2} \cdot 55 \cdot 8{,}31 = 164{,}3$ Дж

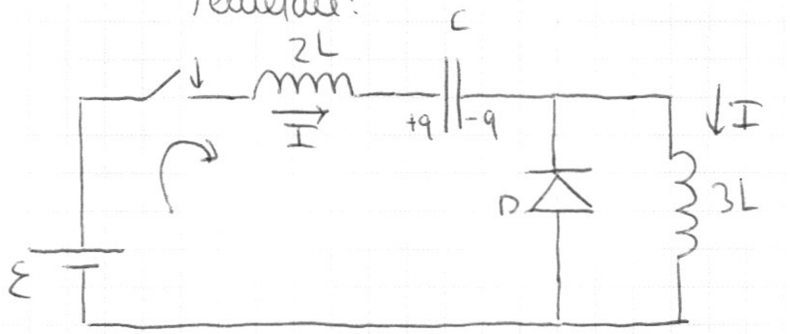
Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$ $\quad T = 385 K$ $\quad Q = 164{,}3$ Дж

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Дано:
$L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$
C, D,
ЭДС – ε
T – ?
I_{01} – ?
I_{02} – ?

Решение:



Открываем ключ. ток пойдет по часовой. диод закрыт. через 2L = I через 3L = I

2ое правило Кирхгофа: $\varepsilon = \dot{I}\,2L + \frac{q}{C} + \dot{I}\,3L$

$\varepsilon = 5\dot{I}L + \frac{q}{C}$ т.к. $\dot{I} = \ddot{q}$, то

$\varepsilon = 5\ddot{q}L + \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{5L} = \ddot{q} + \frac{q}{5LC}$

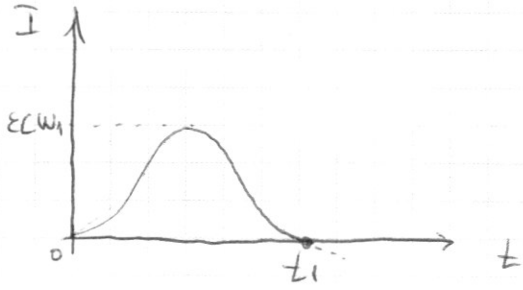
Уравнение гармонических колебаний со смещением полож. равновесия. Равновесие, когда $\ddot{q} = 0$ $q_{равн} = \varepsilon C$ $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{5LC}}$

тогда $q(t) = \varepsilon C - q_{m1}\cos(\omega_1 t)$

из нач. условий при $t = 0$ $q = 0$. Значит $q_{m1} = \varepsilon C$.

$q(t) = \varepsilon C - \varepsilon C\cos(\omega_1 t)$. t_1 – полпериода $t_1 = \frac{\pi}{\omega_1}$

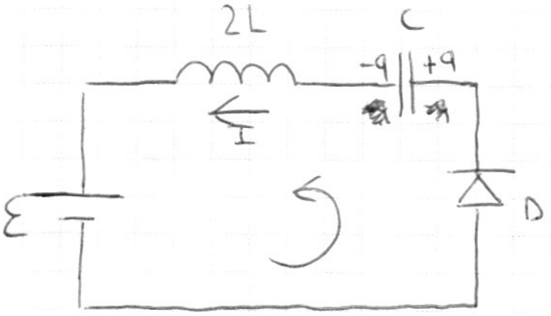
$I(t) = \varepsilon C\omega_1 \sin(\omega_1 t)$



после t_1 ток пойдет против часовой стрелки. диод откроется.
в момент времени t_1 заряд на C

$q_0 = 2\varepsilon C$

Идеальный диод открыт. через 3L ток не пойдет.
II-ое правило Кирхгофа.



$$\dot I \cdot 2L + \frac{q}{C} = -\mathcal{E}$$

т.к. $\dot I = +\ddot q$

$$+\ddot q \cdot 2L + \frac{q}{C} = -\mathcal{E}$$

$$\ddot q \cdot 2L + \frac{q}{C} = -\mathcal{E} \qquad \ddot q + \frac{q}{2LC} = -\frac{\mathcal{E}}{2L}$$

Аналогично $q_{равн} = -\mathcal{E}C$ $\quad \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$

$q(t) = -\mathcal{E}C - q_{m2}\cos(\omega_2 t)$ начинаем отсчет с t_1.

в указанной полярности при $t = 0$ $\quad -q_0 = -2\mathcal{E}C$
значит.

$q_{m2} = \mathcal{E}C$.

$q(t) = -\mathcal{E}C - \mathcal{E}C\cos(\omega_2 t)$.

$I(t) = \mathcal{E}C\omega_2 \sin(\omega_2 t)$. т.е. через $t_2 = \frac{\pi}{\omega_2}$
(полпериода)

ток ~~пойдет~~ ~~через~~ по часовой стрелке. (т.к. станет ток отрицательным) диод закроется. мы вернемся к первой ситуации.

Значит $T = t_1 + t_2 = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \pi\left(\sqrt{5LC} + \sqrt{2LC}\right)$

$T = \pi\sqrt{LC}\left(\sqrt5 + \sqrt2\right) = \pi\sqrt{LC}\,(1.4 + 2.3) = \pi\sqrt{LC}\cdot 3.7$

через L_1 $\quad I_{01} = \mathcal{E}C\omega_1 = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{5LC}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}$

через L_2 $\quad I_{02} = \mathcal{E}C\omega_2 = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{2LC}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{2L}}$

Ответ: $T = \pi\sqrt{LC}\left(\sqrt5 + \sqrt2\right)$ $\quad I_{01} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}$ $\quad I_{02} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{2L}}$

$T = \pi\sqrt{LC}\cdot 3.7$ $\quad I_{01} = \frac{1}{2.3}\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$ $\quad I_{02} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}\cdot\frac{1}{1.4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

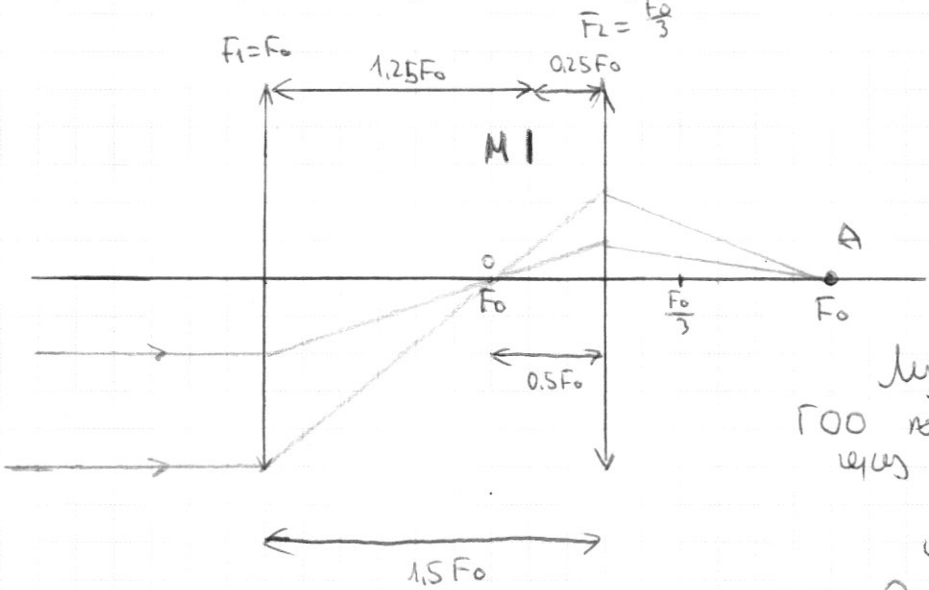
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$D \ll F_0$. Значит параксиальные лучи. ~~P~~ $I \sim P$.

Дано:
F_0. $\frac{F_0}{3}$
$1{,}5 F_0$
$F_0, D,$
I_0
$I_1 = \frac{8I_0}{9}$
x



Лучи параллельные ГОО ~~пос~~ проходят через фокус линзы

через фокус $Л_1$

после преломления в $Л_1$ все лучи пройдут через точку $O = F_0$ т.к. $F_1 = F_0$

т.е. источник света будет на расстоянии $1{,}5F_0 - F_0 = 0{,}5 F_0$ от $Л_2$.

Формула тонкой линзы для $Л_2$

$$\frac{1}{0{,}5F_0} + \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{F_0}{3}} \qquad \frac{2}{F_0} + \frac{1}{x} = \frac{3}{F_0} \qquad x = F_0$$

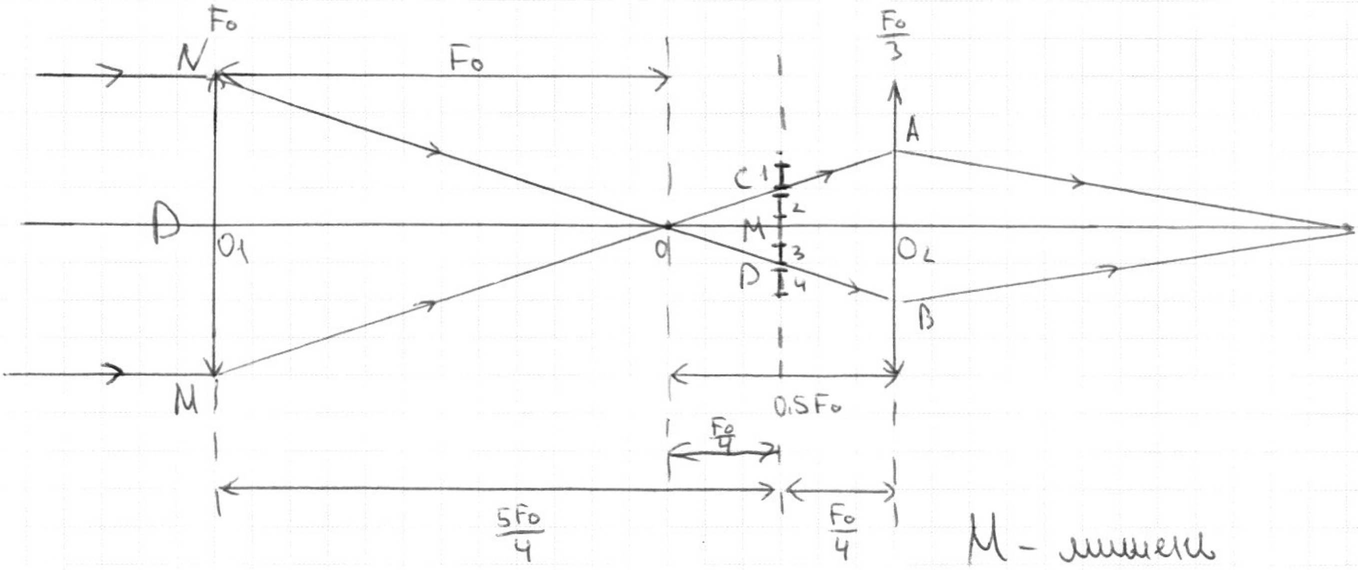
т.к. свет фокусируется на A, расстояние между A и $Л_2 = F_0$

Мощность падающего света пропорциональна освещ. площади.

~~от 0 до I_0 мощность M больше~~. ~~т.к. $I(t)$ - меняется.~~

Значит I пропорциональна освещ. площади (т.к. $I \sim P$, а $P \sim S$).

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



M – мишень

положение

$\triangle MNO \sim \triangle BAO$ Значит $AB = \frac{D}{2}$ т.к. $OO_1 = 2OO_2$

$\triangle OAB \sim \triangle OCD$ Значит $CD = \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{D}{4}$

т.к. $OM = \frac{1}{2} OO_2$

положение 1 – момент времени $t = 0$

2 – τ_0 на 2–3 $I_1 = \frac{8I_0}{9}$

3 – t_1

теряется ток

Значит на M $= I_0 - I_1 = \frac{I_0}{9}$

4 – $t_1 + \tau_0$

т.к. $I \sim S$

Значит M закрывает собой $\frac{1}{9}$ площади CD d – диаметр M

Значит $\frac{\pi d^2}{4} = \frac{1}{9} \cdot \frac{\pi \cdot CD^2}{4}$ $d = \frac{CD}{3} = \frac{D}{12}$

~~От 1→~~ ~~…~~ 1→2 прошел d за τ_0

Значит $V = \frac{d}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$

1→3 ~~за~~ M надо пройти CD ~~за~~ т.е. $t_1 = \frac{CD}{V}$

$t_1 = \frac{\frac{D}{4}}{\frac{D}{12\tau_0}} = 3\tau_0$.

Ответ: F_0, $v = \frac{D}{12\tau_0}$, $t_1 = 3\tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~идеальн~~

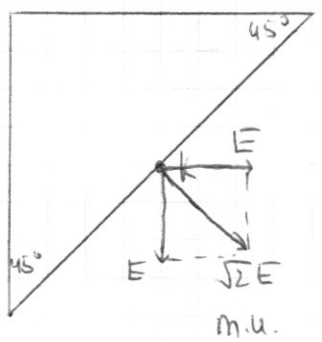
№3

Дано:

а) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

Решение:

а)



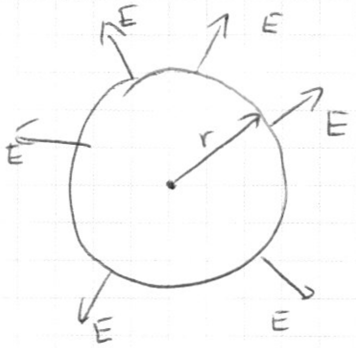
т.к. углы по 45°, то пластины AB и BC К - равноудалена от них и каждая создает одинаков. напряженность E в точке. т.к. одинаковы σ

Если BC создает E, то обе создадут $\sqrt{E^2+E^2} = \sqrt{2}E$.

Значит увеличится в 1,41 раз

б) напряженность бесконеч. нити с λ

теорема Гаусса $\Phi = \frac{q_{охв}}{\varepsilon_0}$



L - длина

т.к. осевая симметрия, то по теореме Гаусса $E \cdot 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

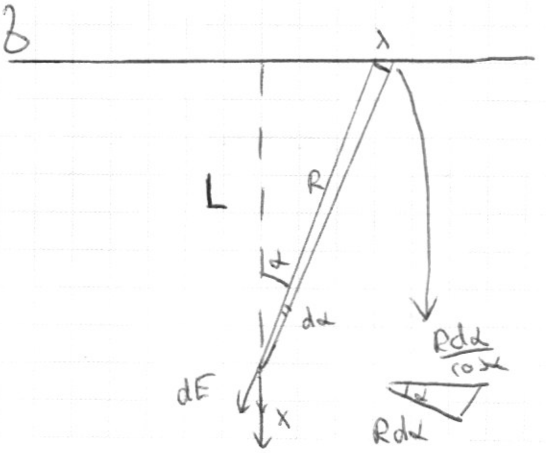
Разобьем плоскость на много бескон. нитей.

$$R = \frac{L}{\cos\alpha}$$

l - длина участка

условие — одинаковости

в)



$$\sigma l \frac{R\,d\alpha}{\cos\alpha} = \lambda l$$

$$\lambda = \frac{\sigma L\,d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

подставим R.

$$\lambda = \frac{\sigma L\,d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

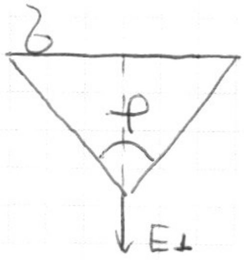
$$\lambda = \frac{\sigma\, d\alpha\, L}{\cos^2\alpha} \qquad E = \frac{\lambda}{2\pi r\cdot \varepsilon_0}$$

$$dE = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{R}\cdot\frac{\sigma\, d\alpha\, L}{\cos^2\alpha}$$

a $\quad dE_x = dE\cos\alpha = \dfrac{\sigma L}{2\pi\, \cancel{R\cos\alpha}\,\varepsilon_0}\, d\alpha$

Интегрируем. т.к. $L = R\cos\alpha$, оно сократится

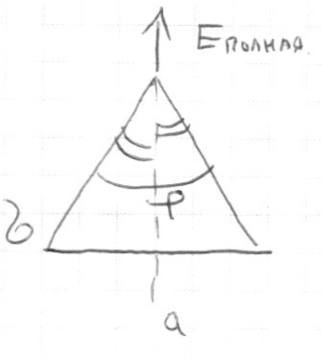
$$E_\perp = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\varphi$$



проверим на частный случай.
если бесконечная плоскость, то $\varphi = \pi$

$E_\perp = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ сходится.

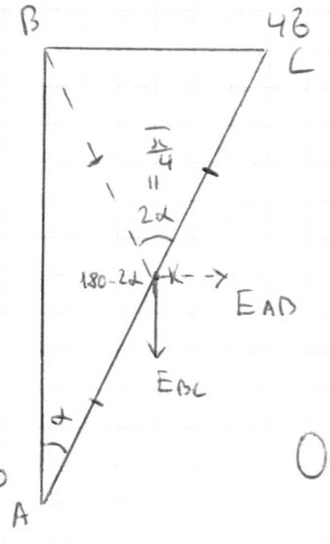
Если присутствует симметрия отн. прямой a, то $E_\parallel = 0$,
и $E_{полная} = E_\perp = \dfrac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\varphi$



Вернемся к нашему случаю
по формуле посчитаем. здесь присутст симметрия, которая была выше

$E_{BC} = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\, 4\sigma \left(\dfrac{\pi}{8}\cdot 2\right) = \dfrac{\pi}{4}$

~~$E_{BC} = \dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$~~ $\quad E_{BC} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



$E_{AD} = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\,\sigma\,\dfrac{3\pi}{4} = \dfrac{3\sigma}{8\varepsilon_0}$

по теореме Пифагора

$E = \sqrt{E_{AD}^2 + E_{BC}^2} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{9}{64}} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\dfrac{5}{8}$

Ответ: в $\sqrt{2} = 1{,}41$. $E = 0{,}625\,\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

МФТИ

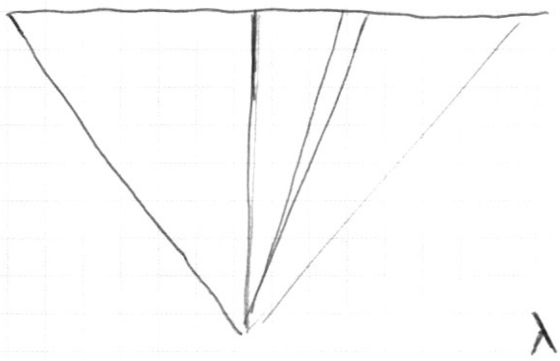
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

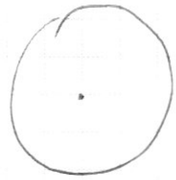
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

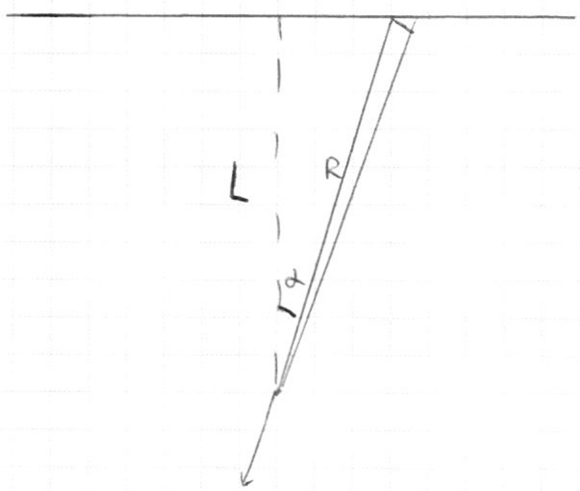
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$E =$



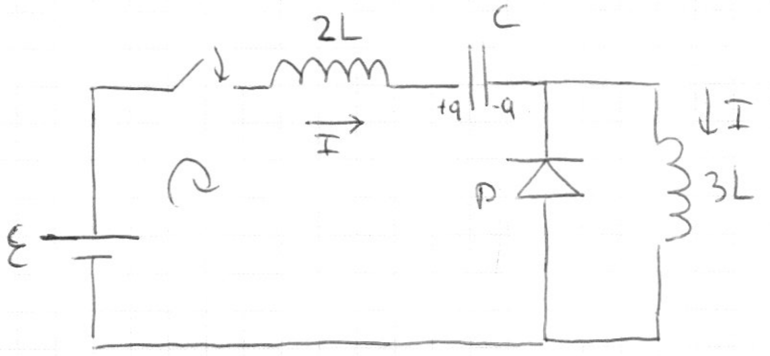
$$\sigma L \frac{R\,d\alpha}{\cos\alpha} = \lambda L$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$$\mathcal{E} = \dot{I}\cdot 2L + \frac{q}{C} + \dot{I}\cdot 3L$$

$$\mathcal{E} = 5\dot{I}L + \frac{q}{C}$$

$$\mathcal{E} = 5\ddot{q}L + \frac{q}{C}$$

$$\frac{\mathcal{E}}{5L} = \ddot{q} + \frac{q}{5LC}$$

$q_{равн} = \mathcal{E}C$ $\qquad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{5LC}}$

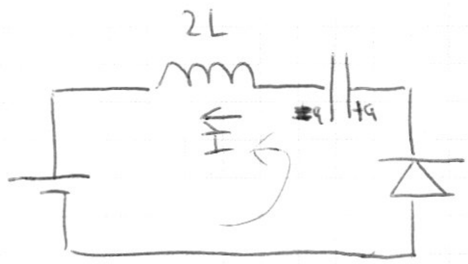
$q(t) = \mathcal{E}C - q_m \cos(\omega_1 t)$.

$q_m = \mathcal{E}C$ $\quad \omega$ $\qquad q(t) = \mathcal{E}C - \mathcal{E}C\cos(\omega_1 t)$

$I(t) = \mathcal{E}C\omega_1 \sin(\omega_1 t)$

$\frac{q}{C} + \ddot{q}2L = -\mathcal{E}$

$q_{равн} = -\mathcal{E}C$



$$\dot{I}2L - \frac{q}{C} = -\mathcal{E}$$

$$\dot{I} = -\ddot{q}$$

$$-\ddot{q}2L - \frac{q}{C} = -\mathcal{E}$$

$$\ddot{q}2L + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$$

$\mathcal{E}C + q_{m_2}\cos(\omega_2 t)$ $\qquad q_{m_2} = \mathcal{E}C$

$-q_m$ $\qquad -\mathcal{E}C\omega_2 \sin(\omega_2 t)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

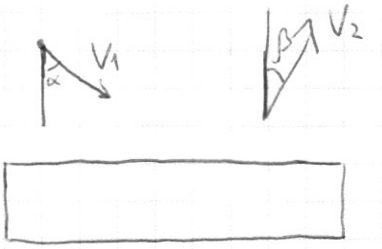
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1



m - масса

$mV_1 \sin\alpha = mV_2 \sin\beta$

$6 \cdot \frac{2}{3} = V_2 \cdot \frac{1}{3}$ $\quad V_2 = 12\ \frac{м}{с}$

$\frac{770}{2} =$

385
2
770

$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} =$

$V_1 \cos\alpha + u \geqslant V_2 \cos\beta - u$

98
72

$pV_1' = \nu RT'$

$\frac{3}{2}\nu RT_1 + \frac{3}{2}\nu RT_2 = \frac{3}{2}\nu RT + \frac{3}{2}\nu RT$

18
11
18
18
198

198
83
594
1584
16434

11

$\frac{63 \cdot 55}{25 \cdot 2} =$

$\frac{63 \cdot 11 \cdot 8{,}31}{10}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)