Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

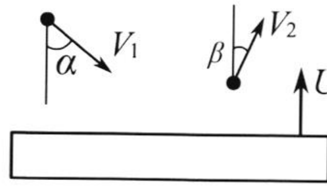
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{3} \right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

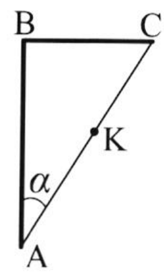
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

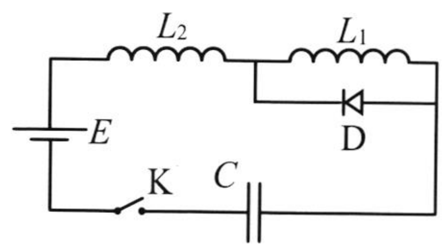
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

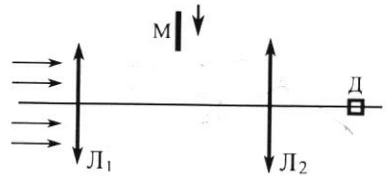


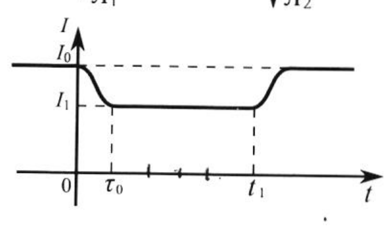
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

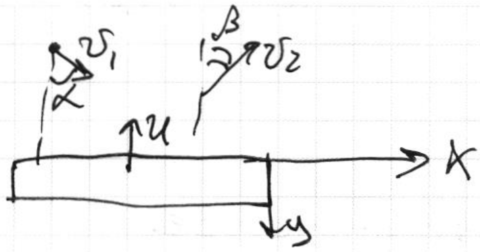
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

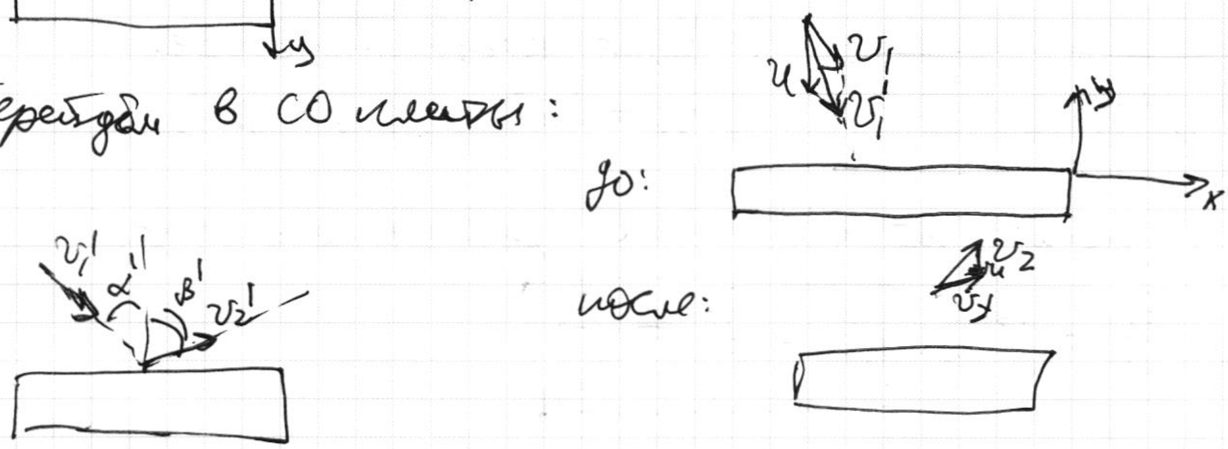
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



Перейдем в СО плиты:

до:

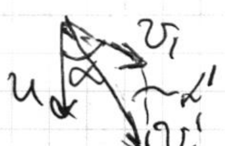


после:

1.) Т.к. поверхность плиты гладкая $\Rightarrow$ проекция скорости шарика на Ox не изменяется.

$v_2 \sin\beta = v_1 \sin\alpha \Rightarrow \boxed{v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}}$; $v_2 = 18 м/с$

2.) В СО плиты $v'_{1y} = v_1\cos\alpha + u$



$v_1'^2 = v_1^2 + u^2 + 2uv_1\cos\alpha$

$\frac{v_1'}{\sin\alpha} = \frac{v_1}{\sin\alpha'} \Rightarrow \sin\alpha' = \frac{v_1}{v_1'}\sin\alpha \Rightarrow \cos\alpha' = \frac{1}{v_1'}\sqrt{(v_1')^2 - v_1^2\sin^2\alpha}$

ЗСИ:

$\cancel{m} v_2' \cos\beta' = v_1' \cos\alpha' \cancel{m}$

Возвращаемся в ЛСО: $v_2\cos\beta = v_2'\cos\beta' + u$

$v_2\cos\beta = u + v_1'\cos\alpha'$

$v_2\cos\beta = u + \sqrt{(v_1')^2 - v_1^2\sin^2\alpha}$

$(v_2\cos\beta)^2 + \cancel{u^2} - 2v_2 u\cos\beta = v_1^2\cos^2\alpha + \cancel{u^2} + 2uv_1\cos\alpha$

~~$u = \frac{-v_1^2\cos^2\alpha + v_2^2\cos^2\beta}{2}$~~

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

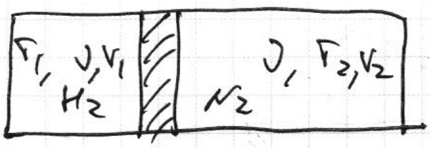
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{v_2^2\cos^2\beta - v_1^2\cos^2\alpha}{2(v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta)} = u \quad , \cos\beta = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u = \frac{v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha}{2} = \frac{18\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} - 12\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = (6\sqrt{2}-3\sqrt{3})\frac{м}{с}$$

$$\boxed{u = 3(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\frac{м}{с}}$$

№ 2.



1.) Ур-е Клап.-Менделеева:

$p_1V_1 = \nu RT_1$; $p_2V_2 = \nu RT_2$

Т.к. трения нет, и в начале равновесие $\Rightarrow p_1 = p_2$

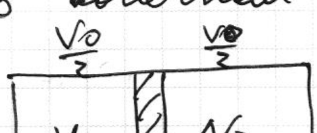
$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2} \Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11}}$$

2) Т.к. здесь нет работы внешних сил, и мы не передали тепло $\Rightarrow$ I н. терм. будет выглядеть так:

$0 = \Delta U + 0 \Rightarrow U = const$

$$\frac{5}{2}\nu RT_1 + \frac{5}{2}\nu RT_2 = \frac{5}{2}\cdot 2\nu RT \Rightarrow \boxed{T = \frac{T_1+T_2}{2} = 450K}$$

3.) В конечном состоянии:



Объемы равны т.к. темп., давл. и ν равны.

$V_1+V_2 = V_0 \Rightarrow V_2 = \frac{V_0 11}{18}$

$V_1 = \frac{7}{18}V_0$

I н. терм.:
(для водорода)

$Q = \Delta U_{H_2} + A_{H_2}$

от N_2

$dA_{H_2} = p_{H_2}dV$, т.к. поршень двигается медленно $\Rightarrow p_{H_2} = p_{N_2}$ всегда и равны начальным

~~$p_{H_2}V = \nu RT$~~

Это проверяется, если мы посчитаем давление H_2 в

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

тогда, то получим: $P_{H_2 к} = \frac{\nu R}{V_0}(T_1+T_2) = 900\frac{\nu R}{V_0}$

$P_{H_2 н} = \frac{\nu R T_1 18}{7V_0} = 800\frac{\nu R}{V_0} \Rightarrow P_{H_2} = const$

$A_{H_2} = P_{H_2}\left(\frac{V_0}{2} - V_1\right) = P_{H_2}\frac{2V_0}{18} = \frac{P_{H_2}V_0}{9} = \frac{\nu R(T_1+T_2)}{9} \cancel{= 100\cdot\frac{6}{7}\cdot 8{,}31}$

$\Delta U_{H_2} = C_V \nu\left(\frac{T_1+T_2}{2} - T_1\right) = C_V\nu\left(\frac{T_2-T_1}{2}\right) \cancel{= \frac{5}{2}\cdot 8{,}31\cdot\frac{3}{7}\cdot 100}$

$\cancel{Q = \Delta U_{H_2} + A_{H_2} = \nu\left(\frac{C_V}{2}(T_2-T_1) + (T_1+T_2)\frac{2}{5}\frac{C_V}{9}\right) = C_V\nu\frac{45(T_2-T_1)+4(T_1+T_2)}{90} =}$

$\cancel{= \frac{C_V\nu}{90}(49T_2 - 41T_1)}$ ~~$Q = \Delta U_{H_2} + A_{H_2} =$~~

$A_{H_2} = \frac{6}{7}\cdot 8{,}31\cdot\frac{1}{9}\cdot 900 = \frac{831\cdot 6}{7} = \left(70+7+9-\frac{2}{7}\right)6 = 420+42+54-\frac{12}{7} =$
$= \left(516 - \frac{12}{7}\right)$ Дж

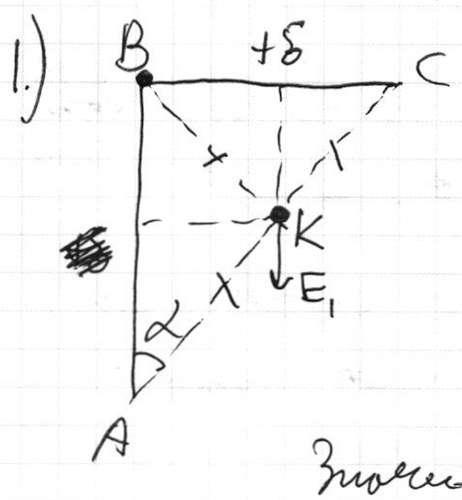
$A_{H_2} \approx 515$ Дж

$\Delta U_{H_2} = \frac{5}{2}\cdot 8{,}31\,\frac{6}{7}\,100 = \frac{15}{7}\cdot 831 = 15\left(86 - \frac{2}{7}\right) = 1290 - 4 - \frac{2}{7} \approx$
≈ 1286 Дж

$\boxed{Q = \Delta U_{H_2} + A_{H_2} = 1800 \text{ Дж}}$

№3

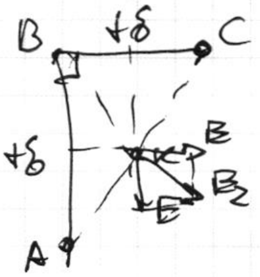
1.)



Т.к. треуг. прямоугольный, и K − середина AC =>
=> BK = KC = AK =>
=> (·)K симм. отн. краев плоскостей =>
=> краевые эффекты не учитываем.

Значит, $E_{пл} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

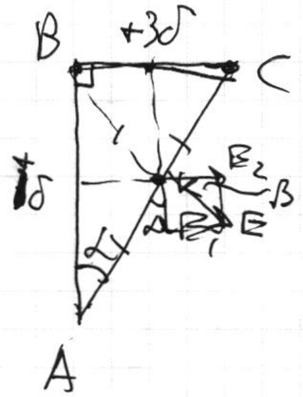
$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Rightarrow E_2 = \frac{\sqrt{2}\,\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\sqrt{2}}$$

$$\boxed{\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}}$$

2.)



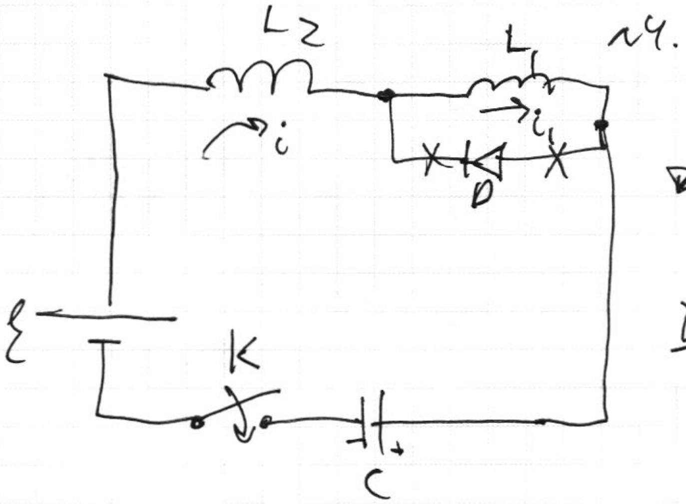
$$|\vec{E}| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

$$E_1 = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0};\ E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{10} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{5}{2}}}$$

$\operatorname{tg}\beta = \frac{E_1}{E_2} = 3$ (β – угол $\vec{E}$ к горизонту)

$$\boxed{\beta = \operatorname{arctg}(3)}$$

№4.



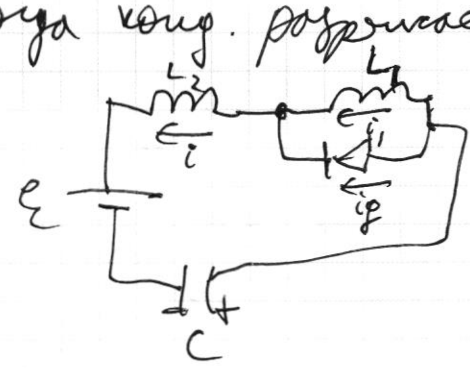
1) Рассм. ситуацию, когда конд. заряжается.

$i_1 = i$

II пр. Кирх.: $\mathcal{E} = \frac{q}{C} + (L_1+L_2)\frac{di}{dt}$

$$\ddot{q}(L_1+L_2) + \frac{q}{C} - \mathcal{E} = 0 \quad (1)$$

Когда конд. разряжается:



Через диод начинает течь ток.

$\mathcal{E}_1 = 0 = -L\frac{di_1}{dt} \Rightarrow i_1 = \text{const}$

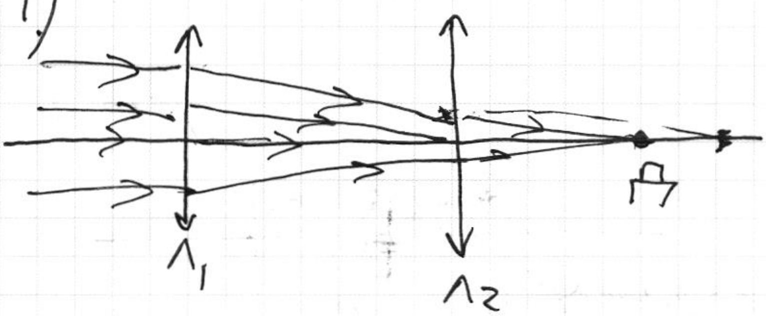
в конце зарядки конд. $i_1 = 0 \Rightarrow$ и $i_1 = \text{const} = 0$.

$$\ddot{q}L_2 + \frac{q}{C} - \mathcal{E} = 0 \quad (2)$$

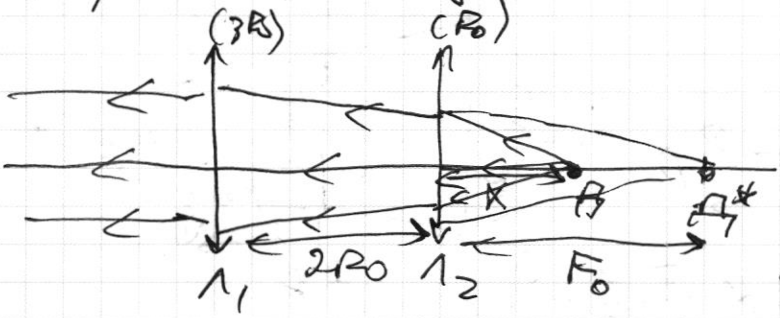
Продолж. на стр. 7

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) №5.



Воспользуемся обратимостью световых лучей и представим, что у нас в (.) Д лампочка.



Тогда изображение (.) Д должно находиться в фокусе $Л_1$, чтобы лучи вышли параллельно.

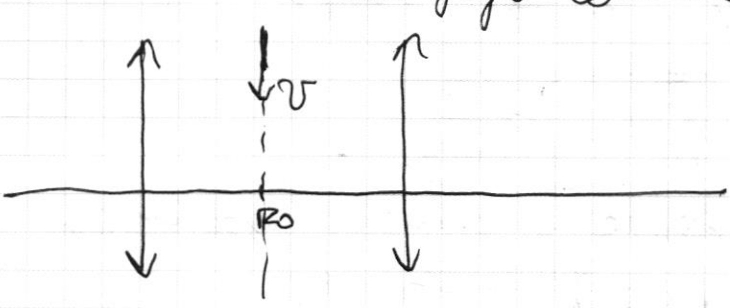
$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{x} - \frac{1}{F_0} \Rightarrow \boxed{x = \frac{F_0}{2}}$$

оно мнимое

2.) Обозначим интенсивность света за I.

$I \sim P$

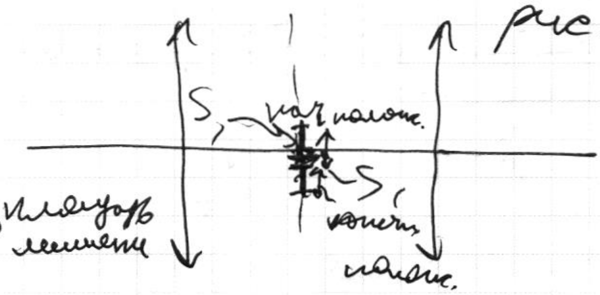
$P \sim US$, S — площадь сечения пучка.



Когда мишень лежит не близко к Г.О.О., у нас значительно меняется угол между нитями и площадь ~~мише~~ мишени => сильно меняется ток в детекторе.

Но, когда мишень лежит вблизи Г.О.О., $I \approx const = I_1$

рис. А

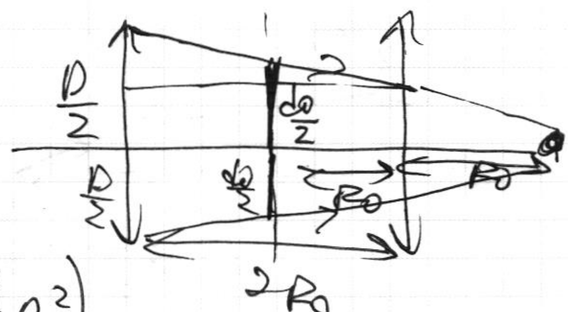


$I \sim US$

$U = const$ (в сечении)

$I_0 = \alpha S_0$, $I_1 = \alpha(S_0 - S_1)$

$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$, $S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$



$$\frac{d_0/2}{D/2} = \frac{2R_0}{3R_0} \Rightarrow d_0 = \frac{2}{3}D$$

$I_1 = \alpha \frac{\pi}{4}\left(\frac{4}{9}D^2 - d_1^2\right)$; $I_0 = \alpha \frac{\pi}{4}\left(\frac{4}{9}D^2\right)$

$I_1 = \frac{5}{9} I_0$

$$\frac{\frac{5}{9}}{\frac{4}{9}D^2 - d_1^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}D^2} \Rightarrow \frac{20}{81}D^2 = \frac{4}{9}D^2 - d_1^2 \Rightarrow d_1^2 = D^2 \cdot \frac{16}{81}$$

$$d_1 = \frac{4}{9}D$$

Чтобы опуститься до нач. положения (рис. А), мишень прошла за t_1 путь: $l_1 = \frac{D}{2} - \frac{d_1}{2} = v\tau_0$

$$v = \frac{\frac{D}{2} - \frac{d_1}{2}}{\tau_0} \Rightarrow \boxed{v = \cancel{\frac{5D}{18\tau_0}}} = \frac{D}{18\tau_0}$$

3) $t_1 - \tau_0$ -> время, за которое мишень „проходит половину себя". => $t_1 - \tau_0 = \frac{d_1}{2v}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t_1 = \tau_0 + \frac{4/9\ 18}{\cancel{2}\cdot\cancel{8}}\tau_0 = \tau_0\left(1+\frac{8}{\cancel{9}}\right) = \frac{9}{\cancel{8}}\tau_0$

к 4 (продолж.)

Из (1):

$$\cancel{q}\ \ddot{q} + \frac{q}{C(L_1+L_2)} - \mathcal{E} = 0 \ ; \quad \omega_1^2 = \frac{1}{C\cdot 7L}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{7LC}$$

Мы берём половину этого периода, т.к. во второй включивается диод.

$$t_1 = \pi\sqrt{7LC}$$

Из (2): $\ddot{q} + \frac{q}{L_2 C} - \mathcal{E} = 0 \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{3LC}$

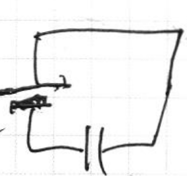
Мы берём тоже его половину: $t_2 = \pi\sqrt{3LC}$

$$\boxed{T_0 = t_1 + t_2 = \pi\sqrt{LC}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}$$

2.) Это будет при зарядке конденсатора:

ЗСЭ:

$$\mathcal{E}\cdot q = \frac{q^2}{2C} + \left(\frac{L_1+L_2}{2}\right) I_{M_1}^2 \ ; \qquad \mathcal{E} = \frac{q}{C}$$

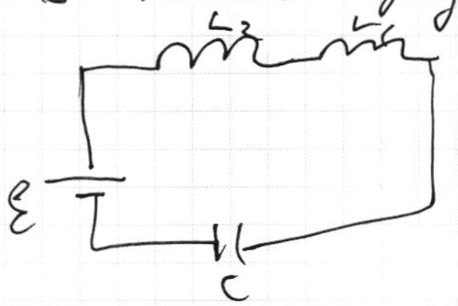


$$I_{M_1}^2 = \frac{\cancel{2}\,\mathcal{E}^2 C}{\cancel{2}(L_1+L_2)} \Rightarrow \boxed{I_{M_1} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2 C}{7L}}}$$

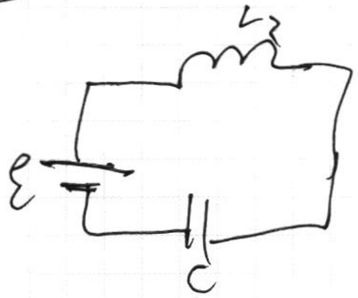
3.) Это будет при разрядке конденсатора:

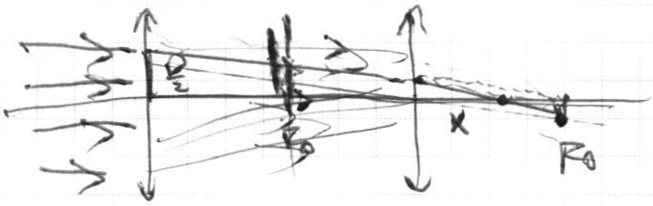
ЗСЭ: $\frac{q^2}{2C} + \cancel{q}\mathcal{E}q = L_2\frac{I_{M_2}^2}{2} \Rightarrow I_{M_2}^2 = \frac{3\mathcal{E}^2 C}{L_2} \Rightarrow \boxed{I_{M_2} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2 C}{L}}}$

У нас в одну сторону эквивалентная схема:



В другую:

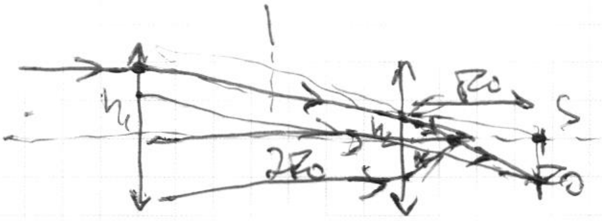




$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{x}$

$x = \frac{F_0}{2}$

$E = \cancel{2\pi r} \; \pi r^2 =$



$\frac{h_1}{h_2} = 3$

$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{x} - \frac{1}{F_0} \Rightarrow x = \frac{F_0}{2}$

$P = \frac{F}{S} \cancel{\alpha i}$

$F = \alpha S i$

$F_1 = \alpha \pi r^2 i$

$\frac{r}{t_1 - t_0} = v$, $I =$

$\cancel{R_0} = \cancel{\chi R_0} S_0 = \chi P_1 (t_1 - \pi r^2)$

$P = \frac{I}{S} \cancel{B} = \alpha i \quad F = \alpha i S \quad i = \frac{F}{\alpha S}$

$iS = const$

$\frac{5}{9} \; \frac{5}{9}$

$\frac{5}{9}\left(\frac{\pi D_1^2}{4} - \pi r^2\right) = \frac{\pi D_1^2}{4}$

$\frac{5}{9} r^2 = \frac{5}{9} \frac{D_1^2}{4} - \frac{D_1^2}{4} \frac{4}{5}$

$\frac{2}{3} D_1$

$I \sim P$

$P = \frac{\alpha I \pi r}{S}$

$\frac{5}{9} = \frac{\dfrac{x}{F_0}}{\dfrac{\pi}{4}\left(\frac{4}{9} D^2 - d_1^2\right)}$

$1 = \frac{\dfrac{x}{F_0}}{\dfrac{\pi}{4} \dfrac{4}{9} D^2}$

$\frac{5/9}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{4}{9} D^2 - d_1^2\right)} = \frac{1}{\frac{\pi}{4} \frac{4}{9} D^2}$

$\frac{5}{9}\left(\frac{4}{9} D^2 - d_1^2\right) = \frac{4}{9} D^2$

$d_1^2 \cdot \frac{5}{9} = \frac{20}{81} D^2 - \frac{4}{9} D^2$

$\frac{20}{81} D^2 = \frac{4}{9} D^2 - d^2$

$d^2 = \frac{36 - 20}{81} = \frac{16}{81}$

$d = \frac{4}{9}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$P_{H_2K} = \frac{\nu R (T_1 + T_2)}{V_0}$ $P_{H_2K} = \frac{\nu R T_1 \cdot 28}{7 V_0}$

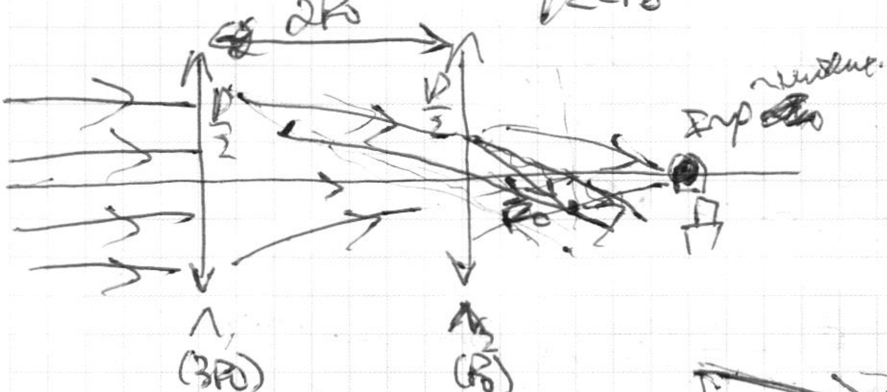
$8{,}31 =$

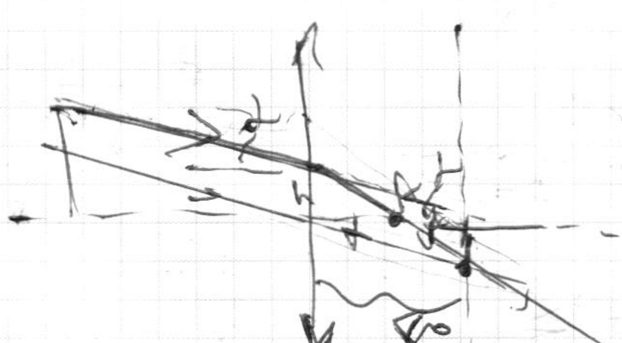
$700 + 131 = 700 + 70 + 63 - 2 = (70 + 7 + 9 - \frac{2}{7}) 7$

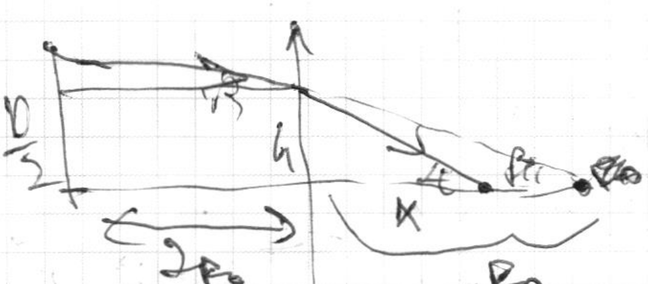
$$\begin{array}{r} 86 \\ \times\ 15 \\ \hline 430 \\ 86 \\ \hline 1290 \end{array}$$

30

$D < F_0$







$F_0 \operatorname{tg}\beta = h$

$h = x \operatorname{tg}\alpha$

$x \operatorname{tg}\alpha = F_0 \operatorname{tg}\beta$

$\operatorname{tg}\beta = \frac{\frac{D}{2} - h}{2F_0}$

$x \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}\left(\frac{D}{2} - h\right)$

$h = x \operatorname{tg}\alpha$

$3h = \frac{D}{2} \Rightarrow h = \frac{D}{6}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)