

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

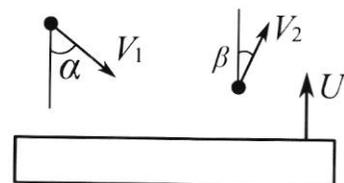
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 12$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

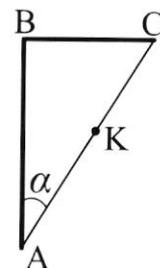


- 1) Найти скорость  $V_2$ .
  - 2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве  $\nu = 6/7$  моль. Начальная температура водорода  $T_1 = 350$  К, а азота  $T_2 = 550$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

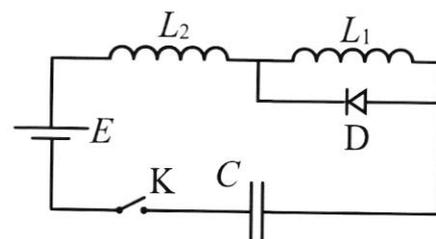
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.

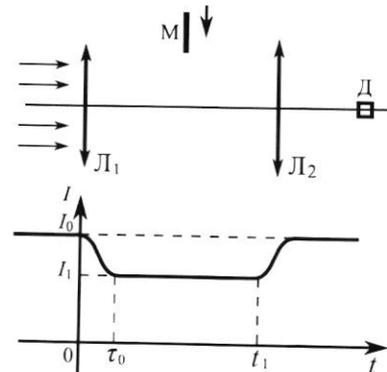


- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 3\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/5$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .



5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $3F_0$  и  $F_0$ , соответственно. Расстояние между линзами  $2F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 5I_0/9$ .



- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
  - 2) Определить скорость  $V$  движения мишени.
  - 3) Определить  $t_1$ .
- Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Дано

$$v_1 = 12 \text{ м/с}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \quad \sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$v_2 = ? \quad U = ?$$

Решение

Поверхность шмита гладкая  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  Импульс шарика вдоль  
шмита сохраняется

$$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \text{ м/с}$$

Найдём возможные значения  $U$  при неупругом ударе

1) Абсолютно упругий удар:  $U = v_2 \cos \beta$

2) Потери энергии в процессе соударения пренебрежимо малы, тогда <sup>модуль</sup> скорости шарика относительно шмита сохраняется

$$v_1 \cos \alpha + U = v_2 \cos \beta - U \Rightarrow U = \frac{1}{2} (v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha)$$

Окончательно получаем:

$$\frac{1}{2} (v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha) < U \leq v_2 \cos \beta$$

$$(6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \frac{\text{м}}{\text{с}} < U \leq 12\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

№ 2

Дано:

$$T_1 = 550 \text{ К} \quad T_2 = 550 \text{ К}$$

$$\nu = \frac{6}{7} \text{ моль} \quad C = \frac{5}{2} R$$

$$P_A = ?$$

$$V_1/V_2 = ?$$

$$Q = ?$$

Решение

Найдём  $V_1/V_2$

~~Давление~~ Давления газов в двух отсеках сосуда всегда одинаковые

$$P_H = \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11}$$

система является теплоизолированной, работа не совершается  $\Rightarrow \Delta U = 0$

$$\frac{5}{2} R \nu (T_1 + T_2) = \frac{5}{2} R \cdot 2\nu T_K \quad (T_K - \text{конечн. темп.})$$

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450 \text{ K}$$

Пусть азот передал малое кол-во теплоты  $\delta Q$  водороду, тогда

$$\delta Q = \delta A + dU = \nu R T \frac{dV}{V} + \frac{5}{2} \nu R dT$$

$$-\delta Q = -\nu R (2T_K - T) \frac{dV}{V} - \frac{5}{2} \nu R dT$$

(т.к. сумма темп. в отсеках постоянна)

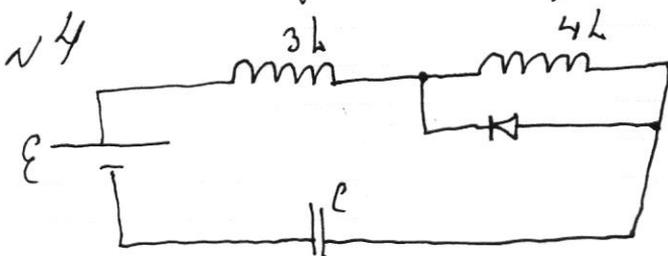
$$\nu R T \frac{dV}{V} = \nu R (2T_K - T) \frac{dV}{V} \Rightarrow \nu R T \frac{dV}{V} = \nu R T_K \frac{dV}{V}$$

$$\delta Q = \nu R T_K \frac{dV}{V} + \frac{5}{2} \nu R dT$$

$$Q = \nu R T_K \ln \frac{V_0/2}{V_1} + \frac{5}{2} \nu R (T_K - T_1)$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 + V_2 = V_0 \\ \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_0}{2V_1} = \frac{9}{7}$$

$$Q = \nu R T_K \left( \ln \frac{9}{7} + \frac{5}{2} \right) - \frac{5}{2} \nu R T_1$$



$$I_{M_1} = ?$$

$$I_{M_2} = ?$$

$$I_{M_3} = ?$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Первый этап колебаний: Диод замкнут

$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} + 7L \ddot{q} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{1}{7LC}$$

Второй этап колебаний: Уменьшилось направ-  
ление тока, диод открыт

$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} + 3L \ddot{q} \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{1}{3LC}$$

$$T_{\Sigma} = T \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) = T \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$$

Максимальный ток  $I_{m1}$  на катушке  $7L$  будет  
на первом этапе колебаний при  $\ddot{q} = 0$

$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} \Rightarrow q_0 = \mathcal{E} C$$

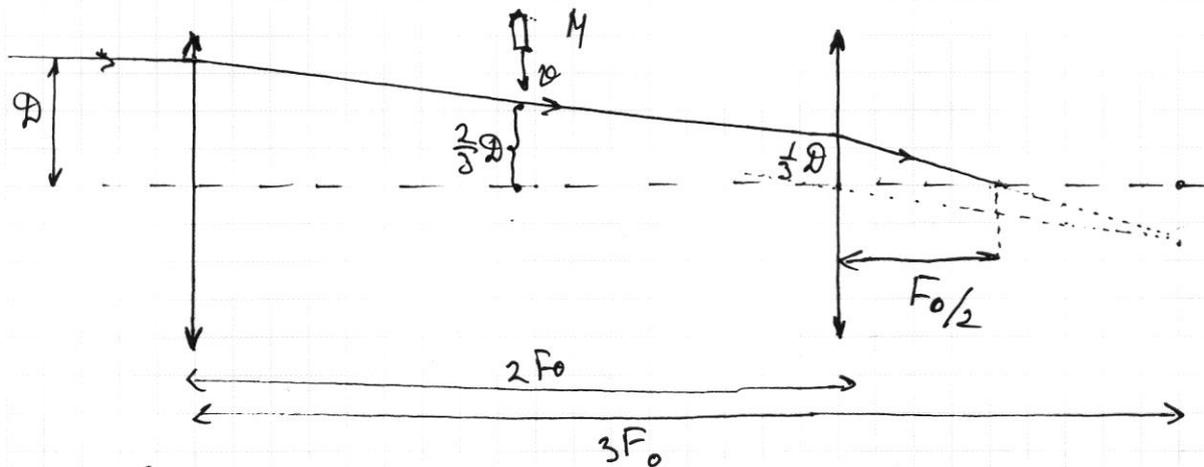
$$I_{m1} = q_0 \omega_1 = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

Максимальный ток  $I_{m2}$  на катушке  $3L$   
будет на втором этапе колебаний (индуктив-  
ность уменьшилась) при  $\ddot{q} = 0$

$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} \Rightarrow q_0 = \mathcal{E} C$$

$$I_{m2} = q_0 \omega_2 = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

№ 2



Фотодисктор находится на расстоянии  $\frac{F_0}{2}$  от линзы  $L_2$

$\bar{I}_1 = \frac{5}{9} \bar{I}_0 \Rightarrow$  мишень  $M$  не пропускает  $\frac{4}{9}$  падающего света

$$H = \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2}{3} D\right) = \frac{8}{27} D \text{ - ширина мишени}$$

$$H = D \cdot \tau_0 \rightarrow \tau_0 = \frac{H}{D} = \frac{8}{27} \tau_0$$

$$2 \cdot \left(\frac{2}{3} D\right) = D \cdot (t_1 + \tau_0) \Rightarrow t_1 = \frac{4}{3} \frac{D}{D} - \tau_0 = \frac{4}{3} \tau_0 - \tau_0 = \frac{1}{3} \tau_0$$

№ 3

1) При  $d = \frac{d_1}{4}$  система симметрична относительно  $BK$ , пластина создает в точке  $K$  равное напряжение по углам  $\frac{\alpha}{2} \Rightarrow$  результирующая напряженность увеличится в  $\sqrt{2}$  раз

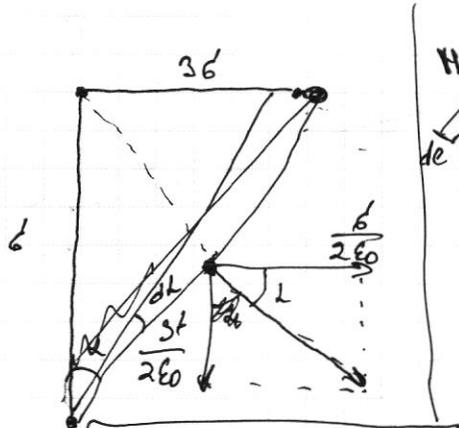
2) Пусть  $E_{AB} = E$ , тогда  $E_{BC} = E \frac{d_1}{d_2} \operatorname{tg} \alpha = 3E \operatorname{tg} \frac{\alpha}{5}$

Пластина бесконечная  $\Rightarrow E = \frac{b}{2\epsilon_0}$

$$E_0 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{b}{2\epsilon_0} \sqrt{1 + 9 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{5}}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

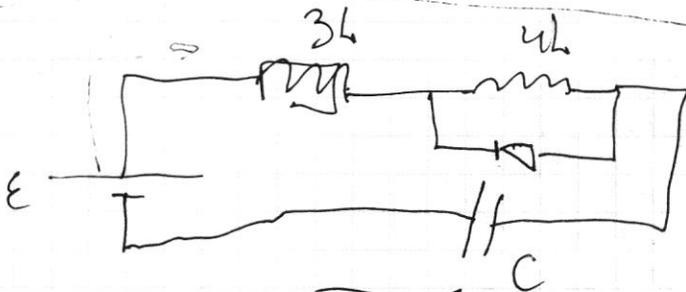
$$E = \frac{b}{2\epsilon_0}$$



$$dq = b' H dL$$



$$\frac{b}{2\epsilon_0 \cos(\frac{\alpha}{5})} = \sqrt{\left(\frac{3b'}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{b}{2\epsilon_0}\right)^2} = \frac{b}{2\epsilon_0} \sqrt{9+1} = \frac{b \sqrt{10}}{2\epsilon_0}$$



$$E_0 = E \sqrt{1 + 9 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{5}}$$

$$E - 2 \frac{b}{\epsilon_0} = \frac{b}{\epsilon_0}$$

$$\pi_1 = 2\pi \sqrt{7LC} \quad \pi_2 = 2\pi \sqrt{3LC}$$

$$\pi = \frac{\pi_1 + \pi_2}{2} = \pi (\sqrt{7LC} + \sqrt{3LC}) = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$$

$$E = \frac{q}{\epsilon} + 7L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{q}{\epsilon C} + 7L \ddot{q} - E = 0$$

$$I = I_m \sin(\omega t)$$

$$\epsilon = \frac{q_0}{C} \quad \varphi_0 = \epsilon b$$

$$q = \frac{q_0}{C} \sin(\omega t)$$

$$I = \dot{q} = \frac{\epsilon C}{\sqrt{7LC}} \cos \omega t$$

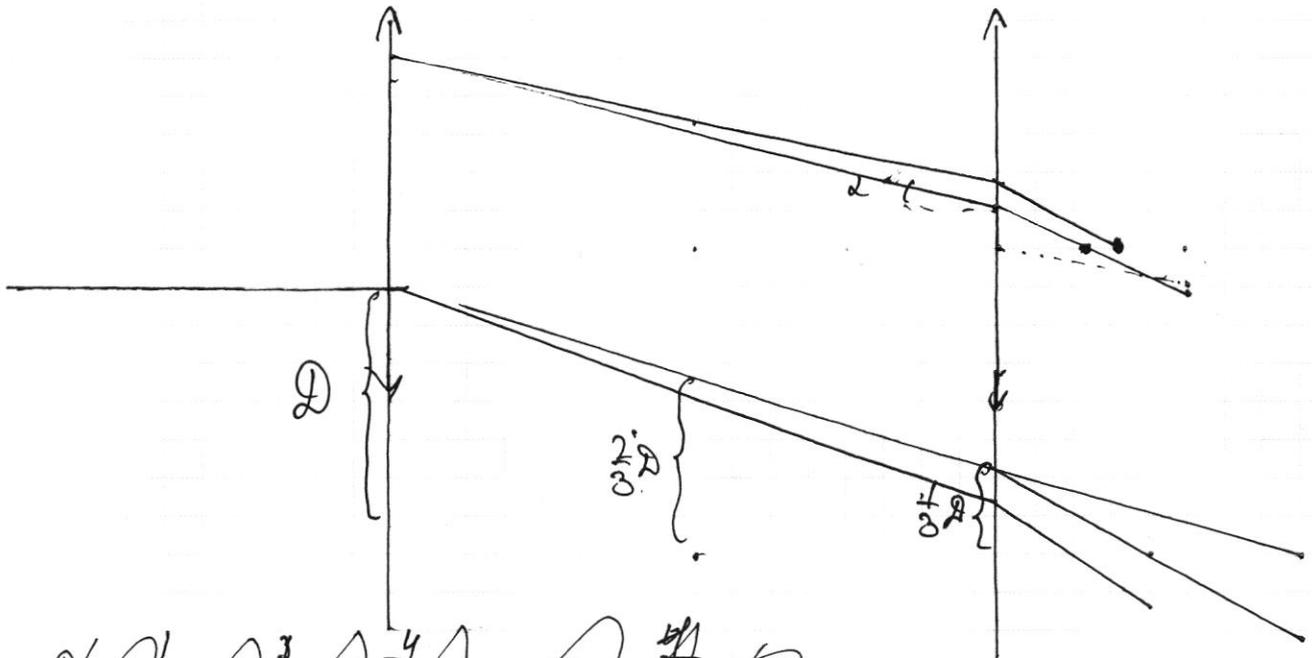
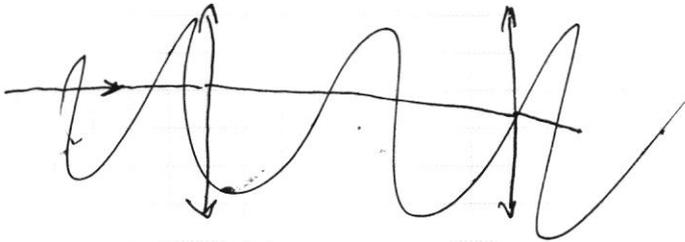
$$I_{m1} = \frac{\epsilon C}{\sqrt{7LC}} E \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

$$I_{m2} = \varphi_0 \omega_2 = \frac{\epsilon C}{\sqrt{3LC}} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$\omega_1^2 = \frac{1}{7LC}$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{3LC}$$

$$\varphi_1 = \frac{E}{\omega_1 C}$$



$$D_0 = \frac{1}{3} F_0 + \frac{2}{3} F_0 = \frac{4}{3} F_0$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{1}{3 F_0}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$(1 - \sin^2 \alpha) \text{tg}^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{\text{tg}^2 \alpha}{\text{tg}^2 \alpha + 1}} = \frac{\frac{1}{3 F_0}}{\sqrt{\frac{1}{9 F_0^2} + 1}}$$

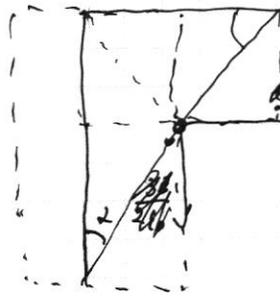
$$\frac{4}{3} D = 2 \cdot (t_1 + \tilde{t}_0)$$

$$H = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} D = \frac{8}{27} D = 27$$

$$\frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 27 \cdot 9}{8 \cdot 27}$$

$$S_0 \cdot \cos \alpha = S_2$$

$$S_0 \sin \alpha = \frac{8 \text{tg} \alpha}{2}$$



$$6 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \frac{\alpha}{5}} = 2 \epsilon_0 (\text{tg} \frac{\alpha}{5} + 1)$$

$$E(S + S + 2S \text{tg} \alpha) =$$

$$= E \cdot 2S(1 + \text{tg} \alpha) = \frac{6S}{\epsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{6}{2 \epsilon_0 (1 + \text{tg} \alpha)}$$

$$E_2 = \frac{3S}{2 \epsilon_0 (1 + \text{tg} \alpha)} \quad E_0 = \frac{6}{2 \epsilon_0} \sqrt{\left(\frac{3}{1 + \text{tg} \frac{\alpha}{5}}\right)^2 + \left(\frac{1}{1 + \text{tg} \frac{\alpha}{5}}\right)^2}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Blank grid area for writing the answer.

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} +Q = -A + \frac{5}{2} R D (\pi - \pi_1) \\ -Q = A + \frac{5}{2} R D (\pi - \pi_2) \end{cases}$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \frac{5}{2} R D (\pi_1 + \pi_2) = \frac{5}{2} R D \cdot 2\pi_1$$

$$\pi_k = \frac{\pi_1 + \pi_2}{2} = 450 \text{ K}$$

$$2Q = \frac{5}{2} R D (\pi - \pi_1 - \pi + \pi_2) = \frac{5}{2} R D (\pi_2 - \pi_1)$$

$$V_0 = V_1 + V_2 =$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}$$

$$V_1 = \frac{7V_2}{11} = \frac{2(V_0 - V_1)}{11}$$

$$\delta A = p dV = \frac{2R\pi}{V} dV$$

$$dQ = 2R\pi \frac{dV}{V} + \frac{5}{2} R D d\pi$$

$$2R\pi \frac{dV}{V} + \frac{5}{2} R D d\pi = \left( \frac{2R\pi dV}{V} - 2R \cdot 2\pi_k \frac{dV}{V} - \frac{5}{2} R D d\pi \right)$$

$$5 \frac{d\pi}{2} = -2\pi_k \frac{dV}{V}$$

$$2R\pi \frac{dV}{V} = -2R\pi_k \frac{dV}{V} + 2R(\pi_1 + \pi_2) \frac{dV}{V}$$

$$2R\pi \frac{dV}{V} = 2R\pi_k \frac{dV}{V}$$

$$dQ = 2R\pi_k \frac{dV}{V} + \frac{5}{2} R D d\pi \Rightarrow \frac{6}{7} \cdot \frac{8,31}{7} \frac{1}{1,18}$$

$$Q = 2R\pi_k \ln \frac{V_1 + V_2}{2\sqrt{V_1 V_2}} + \frac{5}{2} R D (\pi_k - \pi_1) \frac{1}{6} \frac{13}{7} \frac{1}{1,18}$$

$$= 2R \left( \ln \frac{5}{7} \pi_k + \frac{5}{2} (\pi_k - \pi_1) \right)$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$~~   $v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{3}{2} = 18 \text{ м/с}$

~~$v_1 \sin \alpha - v_1 \cos \alpha + Mv = Mv + m v_2 \cos \beta$~~

$$6\sqrt{3} \downarrow \quad \uparrow 18 \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{18}{3} \sqrt{8} = (2 \cdot \sqrt{2})$$

~~$v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta$~~

$$\frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

~~$v_1 \cos \alpha + v = v_2 \cos \beta - v$~~

$$-m v_1 \cos \alpha + Mv = m v_2 \cos \beta + M(v - v)$$

~~$Mv = \frac{m}{M} (v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta)$~~

$$\int N(t) dt = m (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) = Mv \neq 0$$

~~$Mv$~~   $v_1 \cos \alpha + v = v_2 \cos \beta$

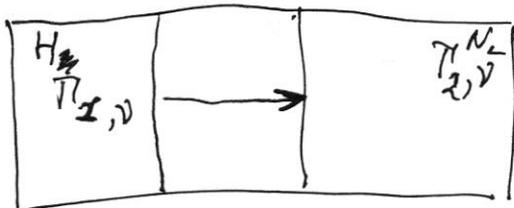
$$v_2 \cos \beta = v$$

$$v_2 \cos \beta \leq v < \frac{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta}{2}$$

$$\frac{12\sqrt{2}}{18} \leq v < 3(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$\frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = 3(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$\begin{matrix} \times 2 \\ \times 1,5 \\ 3 - 4 \end{matrix}$$



$$p_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R V_2}{V_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$