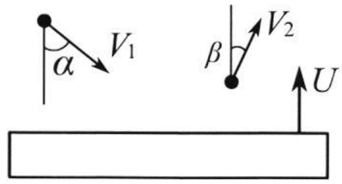
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-04**

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 18 м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{3}{5} \right)$ с вертикалью.



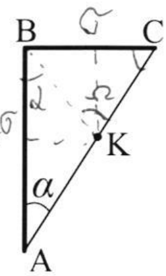
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона T_1 = 320 К, а криптона T_2 = 400 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

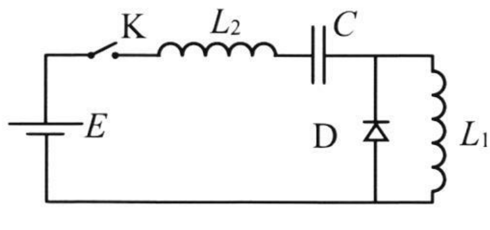
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

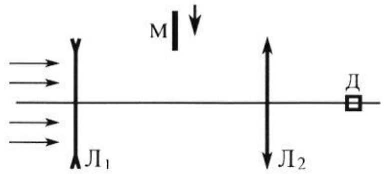
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

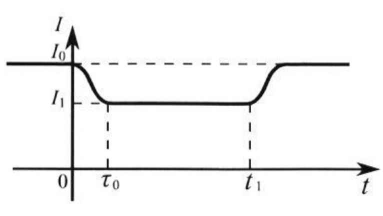
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями -2F_0 и F_0, соответственно. Расстояние между линзами 2F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от $Л_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

1) Так как плита гладкая, ~~вертикальная~~ горизонтальная составляющая (|| плите) скорости не изменяется.

$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ (1)

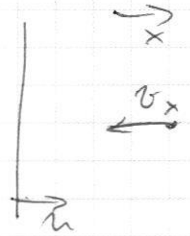
2) После столкновения, вертикальная составляющая скорости шарика изменяет свое значение и становится равна:

$v_1 \cos\alpha + 2u = v_2 \cos\beta$ (2)

Совмещая (1) и (2) получим:

$u = \frac{1}{2} v_1 (\sin\alpha \, ctg\beta - \cos\alpha) < 0$

Лемма: $v_x' = v_x + 2u$



В СО стены: $-v_x - u$

после контакта: $u + v_x =$

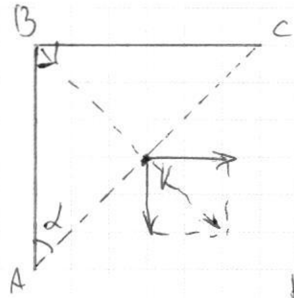
$v_x' = u + v_x + u = v_x + 2u$

Ответ: 1) $v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{10}{9} v_1$

2) $u = \frac{1}{2} v_1 \left(\frac{48}{25} - \frac{\sqrt{5}}{3} \right)$

$(u = \frac{1}{2} v_1 (\sin\alpha \, ctg\beta - \cos\alpha)$

Задача №3

1) 

При такой конфигурации ($\alpha=45°$) пластины будут создавать на биссектрисе $\angle ABC$ равные напряженности =>

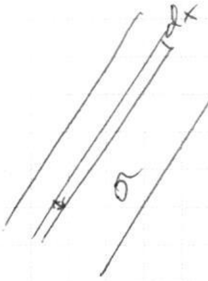
=> при двух пластинах $E_K' = E\sqrt{2}$

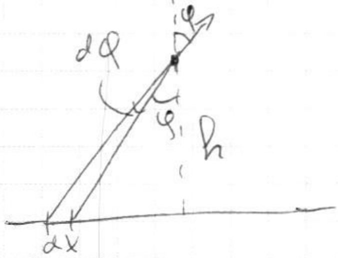
E - напряженность в т. K при одной заряженной пластине

2) Из т. Гаусса ($\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$) следует, что поле от нити (бесконечной) будет $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

(λ - лин. плотность, r - расстояние от нити)

Если плотность пов. зар. пластины σ, то $\lambda = \sigma dx$

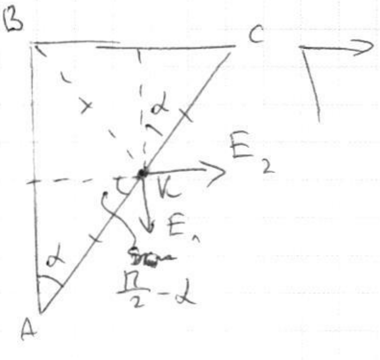




$$dx = \frac{h}{\cos\varphi} d\varphi$$

$$dE = dE_y = \frac{\sigma \cancel{h} \cos\varphi}{2\pi\varepsilon_0 \cancel{h}} d\varphi$$

$$E = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\cos\varphi\, d\varphi = \underline{\frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\sin\varphi_0}$$



$$E_1 = \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\sin\alpha$$

$$E_2 = \frac{2}{7}\frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\cos\alpha$$

$$E = \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\sqrt{\sin^2\alpha + \frac{4}{49}\cos^2\alpha}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$

2) $\frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\sqrt{\sin^2\frac{\pi}{5} + \frac{4}{49}\cos^2\frac{\pi}{5}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2

(газы одноатомные)

1) Так как поршень может перемещаться в сосуде без трения, давления по разные стороны поршня равны, отсюда:

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4} = 1{,}25$$

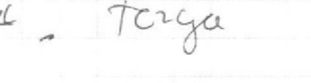
2) Чтобы найти конечную температуру, можно записать ЗСЭ:

$$\frac{3}{2}\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R T_2 = \frac{3}{2}\nu R T + \frac{3}{2}\nu R T$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

3) ~~Количество теплоты, полученное аргоном будет равно:~~ $\cancel{Q_1 = \Delta U_1 + A_1}$

Так как процесс медленный, можно считать, что давление по сторонам поршня равно. Тогда можно записать:



$$pV_1' = \nu R T_1' \ (1); \quad pV_2' = \nu R T_2' \ (2)$$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{3}{2}\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R T_2 = \frac{3}{2}\nu R T_1' + \frac{3}{2}\nu R T_2' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 + T_2 = T_1' + T_2' = \text{const} \ (3) \qquad (V_1' + V_2') = \text{const}$$

Сложим (1) и (2): $T_1' + T_2' = \frac{p}{\nu R}(V_1' + V_2')$ (4)

Из (3) и (4): $p = \text{const}$

$$Q = C_p \nu (T - T_1) = \frac{5}{2}\nu R\left(\frac{T_2 - T_1}{2}\right) = 498{,}6 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1{,}25$; 2) $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360\text{K}$

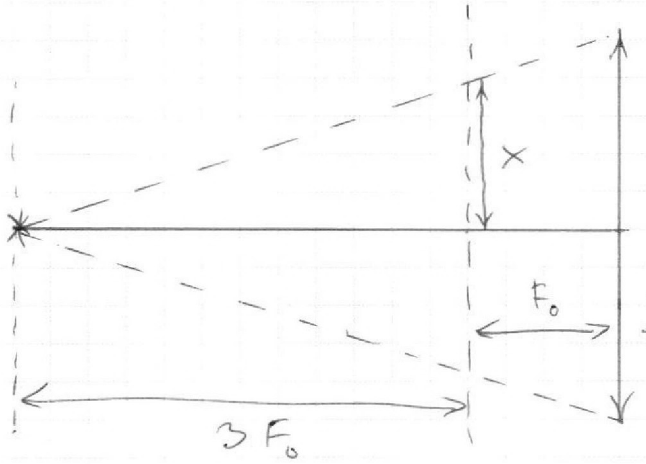
Задача №5

1) Рассеивающая линза $Л_1$ создает пучок расходящихся лучей, продолжения которых сойдутся за ней на расстоянии $2F_0$ от её центра. Т.е для $Л_2$ мнимый источник будет находиться на расстоянии $4F_0 = d$.

Запишем ф-лу линзы:

$$\frac{1}{4F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \underline{\underline{f = \frac{4}{3}F_0}} \text{ - расст. до детектора.}$$

2)



Из подобия:

$$\frac{D}{2 \cdot 4F_0} = \frac{x}{3F_0} \Rightarrow x = \frac{3}{8}D$$

Найдем ~~диаметр~~ радиус мишени:

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_м}{\pi \frac{9}{64}D^2} \Rightarrow r = \frac{3\sqrt{7}}{32}D$$

$S_м$ - площадь мишени

τ_0 - время вхождения мишени в "световой конус". Тогда: $v\tau_0 = 2r \Rightarrow v = \frac{3\sqrt{7}}{16}\frac{D}{\tau_0}$

3) $t_1 + \tau_0 = \frac{2x}{v} \Rightarrow t_1 = \tau_0\left(\frac{4}{\sqrt{7}} - 1\right)$

Ответ: 1) $\frac{4}{3}F_0$

2) $v = \frac{3\sqrt{7}}{16}\frac{D}{\tau_0}$

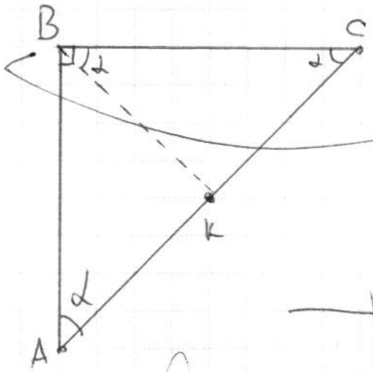
3) $t_1 = \left(\frac{4}{\sqrt{7}} - 1\right)\tau_0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

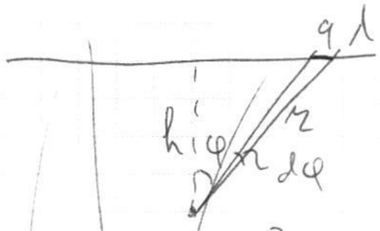
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3



1) Определим напряженность поля от участка заряженной нити (толщиной dx)



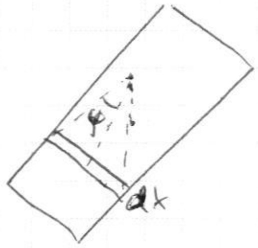
$$q = \frac{h}{\cos\varphi}\lambda d\varphi$$

$$r = \frac{h}{\cos\varphi}$$

$$dE = k\frac{q}{r^2} = k\frac{\lambda}{h}$$

$$E = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} k\frac{\lambda}{h}\cos\varphi\, d\varphi = \sqrt{2}\,k\frac{\lambda}{h}$$

2) Используя данные полученные в предыдущем действии найдем поле искомой пластинки.



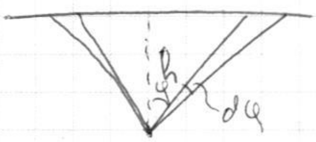
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

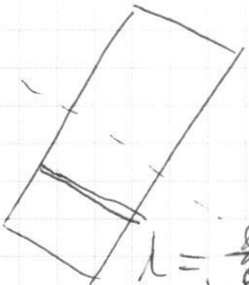
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E = k\frac{q}{r^2} \qquad \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9} = \pi\,\frac{9-2}{18} = \frac{7}{18}\pi$$

$$q = \frac{h}{\cos\varphi}\lambda\, d\varphi$$

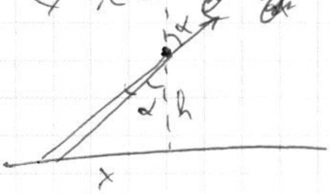
$$r = \frac{h}{\cos\varphi}$$



$$dF = k\frac{\cancel{h}}{\cancel{\cos\varphi}}\lambda\, d\varphi \cdot \frac{\cos^2\varphi}{h} = k\frac{\lambda}{h}\cos\varphi\, d\varphi$$

$$E = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} k\frac{\lambda}{h}\cos\varphi\, d\varphi = k\frac{\lambda}{h}\sin\varphi\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = k\frac{\lambda}{h}2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 h}$$

$$\lambda = \cancel{\frac{\sigma}{2}}\ \cancel{\frac{\sigma}{dx}}\ \sigma\, dx$$



$$\cancel{r}\ \frac{h}{\cancel{\cos\alpha}} \qquad dx = \frac{h}{\cos\alpha}\cdot d\alpha$$

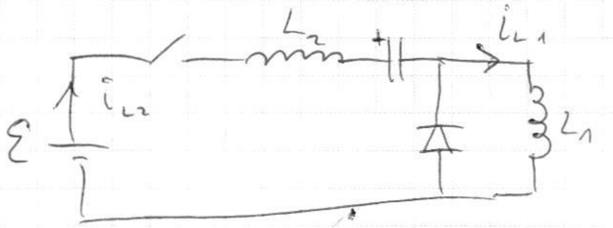
$$E = k\frac{\lambda}{h}\sqrt{2}$$

$$E_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{k\sqrt{2}}{h}\sigma h\, d\alpha = \frac{\pi\sqrt{2}\, k}{1}\sigma$$

$$E = k\frac{\lambda}{h}\cancel{k}\, 2\sin\varphi$$

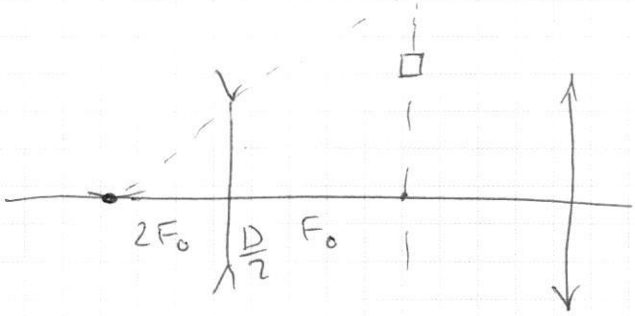
$$\cancel{\sin\varphi = \frac{\ell}{2}} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\ell}{2}\cdot\frac{\cos\alpha}{h}$$

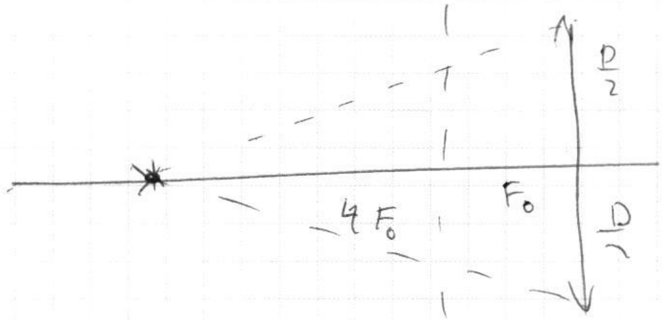
$$E \sim \frac{\sigma}{h}\ \cancel{\ }$$



$$\cancel{S_{AE}}\ \frac{7}{16}\cdot\cancel{\pi}\frac{9}{64}D^2=\cancel{\pi}r^2$$

$$r=\frac{3}{8}\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}D$$



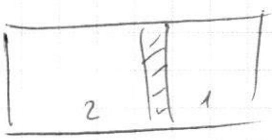


$$\frac{3}{8}\cancel{D}\cdot\frac{16}{3\sqrt{7}}\frac{\tau_0}{\cancel{D}}=\frac{2}{\sqrt{7}}\tau_0$$

$$\frac{3}{4}\cancel{D}\cdot\frac{16}{3\sqrt{7}}\frac{\tau_0}{\cancel{D}}=\frac{4}{\sqrt{7}}\tau_0$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{16}D=v\tau_0$$

$$\frac{3}{4}D\cdot\cancel{\frac{3\sqrt{7}}{3\sqrt{7}}}\frac{1}{\ } \frac{16}{3\sqrt{7}}\frac{\tau_0}{D}=\frac{4}{\sqrt{7}}\tau_0$$



$$\Delta U=\frac{3}{2}\nu R(T-T_1)$$

$|Q_1|=|Q_2|$ $\qquad dA=p\,dV$

$Q_1=\Delta U+A_1$ $\qquad C=C_V+\frac{p\,dV}{dT}$

$Q_2=-\Delta U\mp A_1$ $\qquad \frac{T_1'}{V_1'}=\frac{T_2'}{V_2'}$;

$pV_1'=\nu RT_1'$; $pV_2'=\nu RT_2'$

~~$\nu R\,T_1'+\nu$~~ $\quad T_1'+T_2'=T_1+T_2$

$$\frac{p}{\nu R}(V_1'+V_2')=$$

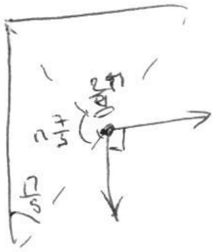
☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

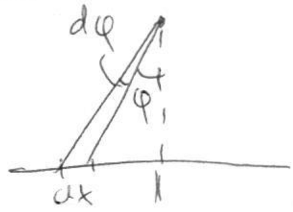


$\pi - \frac{2}{5}\pi = \pi\,\frac{9-2}{5} = \frac{7}{5}\pi$

2

$F = \sum_i \sigma_i \varphi_i$ $\quad \frac{7}{16}\cdot \cancel{\pi}\frac{9}{64}D^2 = \cancel{\pi} r^2$

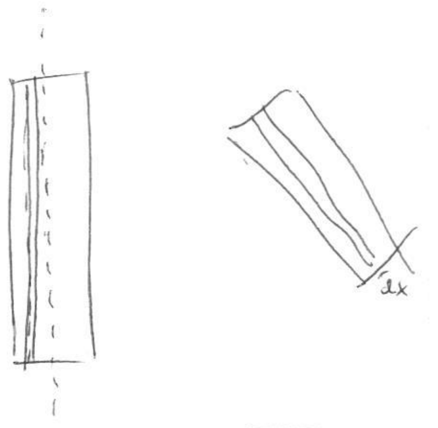
$r = \frac{3\sqrt{7}}{32}D$



$\lambda = \sigma\, dx$

$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$dx = \frac{h}{\cos\varphi}\,d\varphi$



$\sqrt{1-\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\frac{\cancel{5}}{2}\,\frac{3}{\cancel{5}}R\,40$

$3R\cdot 20$

$60R$

$v + u = v + u.$

$\cos\beta = \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}v_1\left(\frac{2}{3}\,\frac{8}{4} - \frac{\sqrt{5}}{3}\right) =$

$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

$\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\,\frac{\cos\varphi}{h}\cdot d\varphi\,\frac{h}{\cos\varphi}\cdot\cos\varphi\,\sigma$

$\cos^2\varphi = \frac{1+\cos 2\varphi}{2}$

831 × 6 = 4986

4986

4800
180
6

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)