Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104727**

ID профиля: **813066**

Вариант 24

Чистовик

24-вариант.

№1

$$S=\frac{(a_1+a_9)}{2}\cdot 9=(a_1+4d)\cdot 9.$$

$a_5=a_1+4d$; $a_{18}=a_1+17d$.

~~$a_{18}=a_1+17d$~~

$a_{10}=a_1+9d$

$a_{13}=a_1+12d$.

$$\begin{cases} a_5\cdot a_{18}>S-4 \\ a_{10}\cdot a_{13}<S+60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+4d)(a_1+17d)>S-4 \\ (a_1+9d)(a_1+12d)<S+60 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+21a_1d+68d^2>S-4 \\ S+60>a_1^2+21a_1d+108d^2. \end{cases}$$

Сложим эти нер-ва:

$$64>40d^2$$

$$d^2<\frac{64}{40}$$

Мы знаем что $d\geq 1$, т.к. $d\in \mathbb{Z}$, т.к. в обратном случае прогрессия будет или невозрастающей или не будет состоять из целых чисел $\Rightarrow$ $d=1$ т.к $1<\sqrt{\frac{64}{40}}<2$, а $1\leq d<\sqrt{\frac{64}{40}}$.

Перепишем условие с учётом этого

Чистовик ②

$$\begin{cases}(a_1+9)(a_1+12) < S+60 \\ (a_1+4)(a_1+17) > S-4 \\ S = 9a_1+36.\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+21a_1+108 < 9a_1+36+60 \\ a_1^2+21a_1+68 > 9a_1-4+36.\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+12a_1+12<0 \\ a_1^2+12a_1+36>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a_1^2+12a_1+12<0 \\ (a_1+6)^2>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1 \in (-6-2\sqrt{6}; -6+2\sqrt{6}) \\ a_1 \neq -6\end{cases}$$

$2<\sqrt{6}<3 \Rightarrow -12< -6-2\sqrt{6} < -10$

$-2 < -6+2\sqrt{6} < 0$

$-11 \vee -6-2\sqrt{6}$

$-5 \vee -2\sqrt{6}$

$-5 < -2\sqrt{6} \Rightarrow -11 < -6-2\sqrt{6}$

$\cancel{0 \vee -6+2\sqrt{6}}$ $\quad -1 \vee -6+2\sqrt{6}$

$\cancel{6 \vee 2\sqrt{6}}$ $\quad 5 \vee 2\sqrt{6}$

$\cancel{6 > 2\sqrt{6} \Rightarrow 0 > -6+2\sqrt{6}}$ $\quad 5 > 2\sqrt{6} \Rightarrow -1 > -6+2\sqrt{6}$

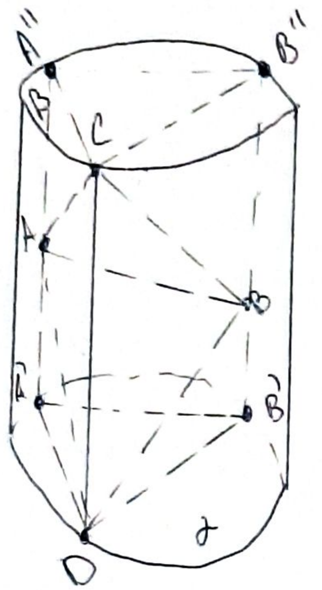
Из этих условий получаем что нам подходят

для a_1: $-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2$

Ответ: $-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2$

Чистовик ③

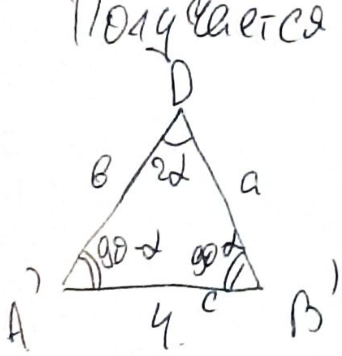
№2



1) CD ∥ оси цилиндра ~~и~~ и CA
ABCD – вписанный в цилиндр тетраэдр } =>
=> CD – является высотой цилиндра.

2) Опустим проекции точек A и B на плоскости оснований цилиндра: $A', B'; A''; B''$
Заметим что $A''B''C$ и $A'B'D$ – равны т.к. $CD \perp \alpha$, $CD \perp \beta$ и $\alpha \parallel \beta$ (α и β – плоскости оснований)

3) ~~Мы~~ Рассмотрим при каком $\Delta A'B'D$ радиус описанной возле его окружности будет минимален:
Мы знаем что $A'B' = AB$ (~~AB = A'~~ т.к. $CD \perp \alpha$, а $AB \perp CD$ из-за того что $CB = AC$ и $BD = AD$.)
Мы знаем что $A'D = DB'$ т.к. $AD = BD$ и $AA' = BB'$
Получается вот такой $\Delta DA'B'$ в основании:



$S = \frac{abc}{4R}$

$a = \sin(90-\alpha) \cdot 2R = \cos\alpha \cdot 2R$

$b = \sin(90-\alpha) \cdot 2R = \cos\alpha \, 2R$

$c = \sin 2\alpha \cdot 2R = 2\sin\alpha\cos\alpha \cdot 2R$

$S = \frac{1}{2} \cancel{a} c \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot tg(90-\alpha) =$
$= 4ctg\,\alpha$

$\cancel{4}ctg\alpha = \frac{\cancel{2}R \cdot \cancel{2}R \cdot \cancel{2}R \cdot \cos^3\alpha \cdot \sin\alpha \cdot \cancel{2}}{\cancel{4R}}$

Чистовик ④

$ctg\alpha = r^2 \cdot \cos^3\alpha \cdot \sin\alpha$

$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = r^2 \cdot \cos^2\alpha \cdot \sin\alpha$

$r^2 = \frac{1}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} = \frac{4}{\sin^2 2\alpha}$

Заметим что r^2 будет минимальным когда $\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow r = 2$

$2\alpha = 90$

~~4) Зная это найдём CD:~~

~~$(DB')^2 + (BB')^2 = DB^2$~~

~~$DB' = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$~~

~~$2 + (BB')^2 = 64$~~

~~$(BB')^2 = 62$~~

~~$BB' = \sqrt{62}$~~

~~$(CB'')^2 + (BB'')^2 = CB^2$~~

~~$2 + (BB'')^2 = 49$~~

~~$(BB'')^2 = 47$~~

~~$BB'' = \sqrt{47}$~~

~~5) $CD = B'B'' = \sqrt{47} + \sqrt{62}$~~

~~Ответ: $\sqrt{47} + \sqrt{62}$~~

4) Зная это найдём CD:

$CD = B'B'' = B'B + B''B$

$(B'B)^2 + (DB')^2 = DB^2$

$DB' = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow BB' = \sqrt{62}$

$(CB'')^2 + (BB'')^2 = CB^2$

$BB'' = \sqrt{47}$

Ответ: $\sqrt{47} + \sqrt{62}$

черновик

$S = \frac{abc}{4R}$

$a = 2\sin\cos\alpha R$

$b = 2\cos\alpha R$

$c = 4\sin\alpha\cos\alpha R$

$S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot h = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot tg\alpha\cdot 2 = 4\,ctg\alpha$

$tg\alpha = \frac{h}{2}$

$4\cdot ctg\alpha = \frac{2\cos\alpha R\cdot 2\cos\alpha R\cdot 4\sin\alpha\cos\alpha R}{4R}$

$R^2 = \frac{1}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}$

$3a \geq -5-b$

$a \geq \frac{-5-b}{3}$

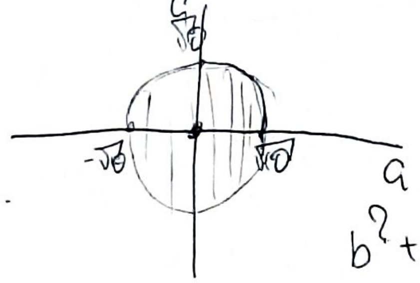
$\frac{-5-b}{3} \leq$

$R = \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha} = 2$

$a^2+b^2 \leq 10$

$10\ 5?$

$10 \geq -6a-2b$



$b \geq -10-3a$

$b^2+2b+a^2+6a \leq 0$

$D = 4-4\cdot a^2-24a \leq 0$

$-4(a^2+6a-1) \leq 0$

$-6a-2b \leq 10$

$3a+b \geq -5$

$b \geq -5-3a$

$a^2+b^2 \leq -6a-2b \quad 24+4\ 28$

$a^2+6a+b^2+2b \leq 0$

$b=0$

$a = \frac{-10}{3}$

$D = 36-4\cdot b^2-8b \geq 0$

$(0;0)$

$-4(b^2+2b-36) \geq 0$

$a = \frac{-6\pm}{2} =$

$b\in\ 4+4\cdot 36 = 4\cdot 37$

$a\in[-6;-2]$

$\frac{-2\pm 2\sqrt{37}}{2}$

$-\frac{2}{2} = -1\ ;\ 0$

$b\in[-1-\sqrt{37};-1+\sqrt{37}]$

1) $-6a-2b \le 10$

$-3a-b \le 5.$

$b \ge -3a-5$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

$a(a+6) \le -b(b+2)$

чернови

$x^2+a^2-2ax+y^2+b^2-2by \le 10$

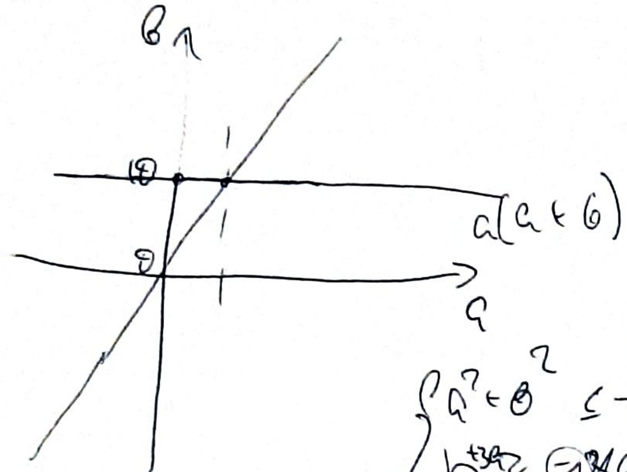
$x^2+y^2+a^2+b^2-2(ax+by) \le 10$

$-6-2b$

№3. Черновик

$(x-a)^2+(y-в)^2 \le 10$

$a^2+в^2 \le \min(-6a-2b, 10)$.



$a^2+6a + (-3a-5)(-3a-5+2) =$

$= a^2+6a+9a^2+9a+15a+15 \le 0$

$10a^2+30a+15 \le 0$

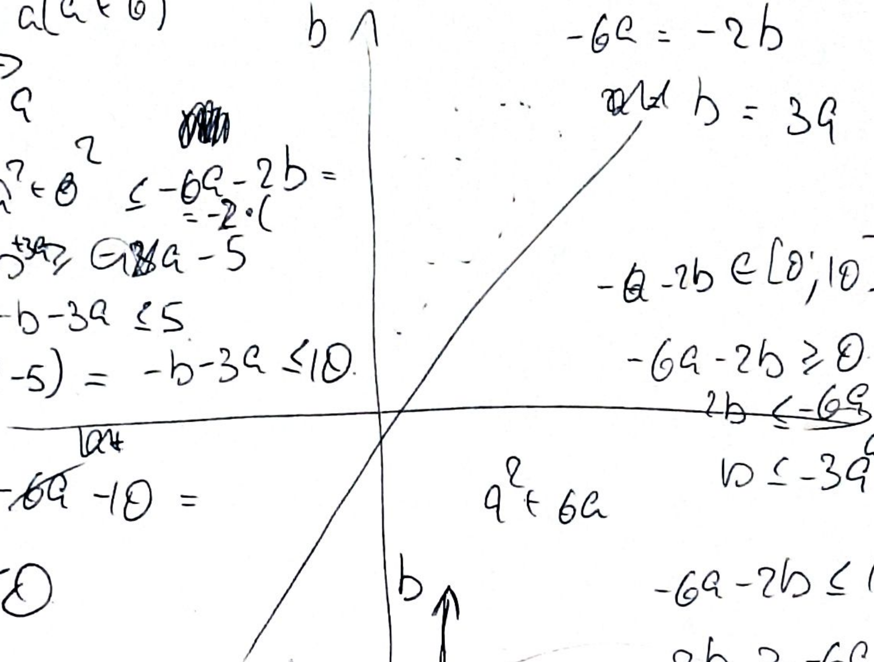
$a^2+в^2 \le$

$2a^2+6a+3 \le 0$

$36-4\cdot 6=$

$-6a=-2b$

$b=3a$



$\begin{cases} a^2+в^2 \le -6a-2b = -2\cdot(\\ b = -3a-5 \end{cases}$

$-b-3a \le 5$

$-6a-2b \in [0;10]$

$-6a-2b \ge 0$

$\cancel{2b \le -6a}$

$b \le -3a$

$a^2+6a+(-3a-5)^2+2\cdot(-3a-5) = -b-3a \le 10$

$= a^2+\cancel{6a}+9a^2+25+30a-\cancel{6a}-10 =$

a^2+6a

$= 10a^2+30a+15 \le 0$

$-6a-2b \le 10$

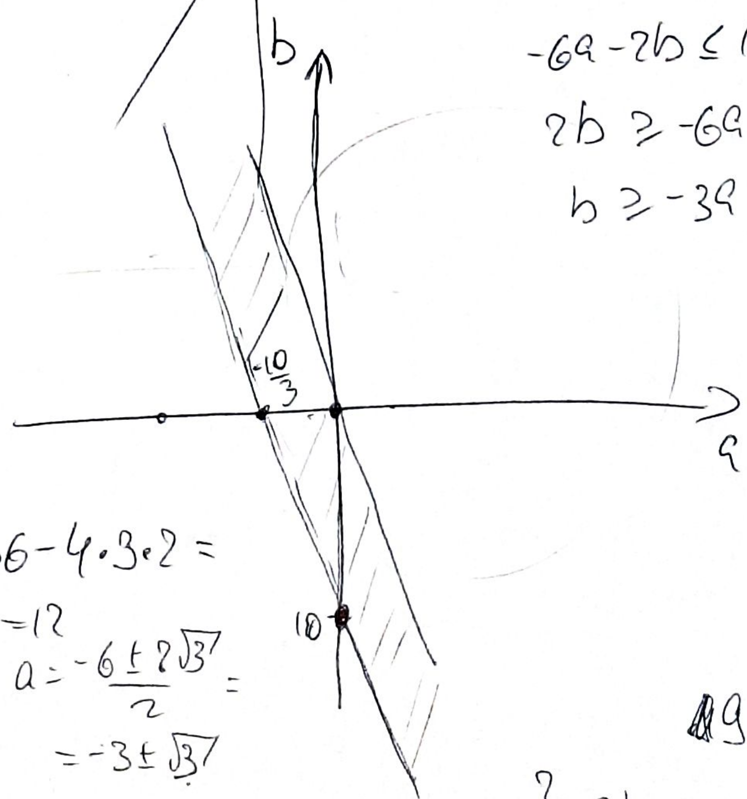
$-6a-2b \le 10$

$2b \ge -6a-10$

$-3a-b \le 10$

$b \ge -3a-5$

$b \ge -10-3a$



$10a^2+30a+15 \le 0$

$2a^2+6a+3 \le 0$

$D=36-4\cdot 3\cdot 2 = 12$

1) $b \ge -10-3a$

$a = \frac{-6 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -3 \pm \sqrt{3}$

a

$-4b^2-8b+36 \ge 0$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

$-4(b^2+2b+9) \ge 0$

$a^2+b^2 \le$

a^2+6a

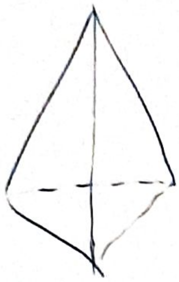
$a^2+6a+b^2+2b \le 0$ $-4($

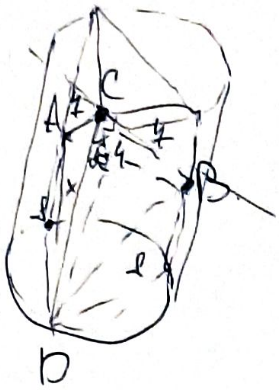
$a(a+6)+b(b+2) \le 0$

$D = 36-4b^2-8b \ge 0$

№2. Церковин $(\sin\alpha\cos\alpha)' = -\sin\alpha\sin\alpha +$

$r = 2{,}5.$





$49 - 4 = \sqrt{45}$

$\sqrt{60}$

$\frac{4}{\sin\alpha} = 2\cdot 2{,}5$

$\sqrt{60}$ $\sqrt{45}$ $\frac{3\cdot 4\cdot 5}{4\cdot R} = 6.2.$

$R = 2{,}5$

$r = 2\sqrt{2}.$

A x $60 = 45 + x^2 + \sqrt{45}x\cdot\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{15 - x^2}{\sqrt{45}x}.$

$45 + 60 = x^2$

$\sqrt{45} + \sqrt{60}$

$\sqrt{60} - \sqrt{45}$

$\sin\alpha = \frac{15 - x^2}{\sqrt{45} - x}.$

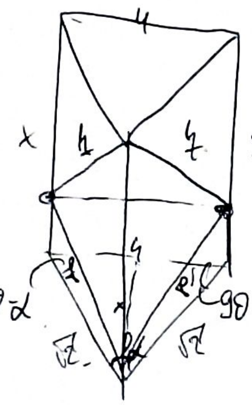
$45 + x^2 = 60.$

$x^2 =$

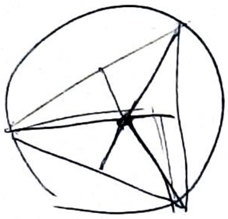
$4 = \sqrt{2}\cdot t$ $x \in (\sqrt{60} - \sqrt{45}; \sqrt{60} + \sqrt{45})$

$t = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$

$1 - \frac{(15 - x^2)^2}{(\sqrt{45} - x)^2}.$



$r = 2\sqrt{2}.$



$\sin 2\alpha = 90^0$

$S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot h.$

$2\cdot 2\cdot tg\alpha.$

$2t^2 = 4$

$t^2 = 2$ $t = \sqrt{2}$

$R =$

$2 + x^2 = 64$

$2 + 4^2 = 49.$

$S = \frac{abc}{4R}$

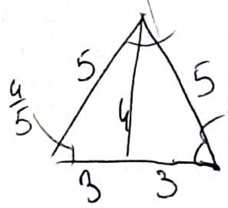
$a = 2\sin\alpha R$

$a =$ $\frac{4}{\sin\alpha} = 2R$

$(180 - 2\alpha) = \sin 2\alpha =$

$S =$

$2R^2\cdot\sin^2\alpha\cdot\sin 2\alpha = 2\cdot 2\cdot tg\alpha\cdot 2\cdot 2$



$\sin\alpha = \frac{4}{5}$ $12.$ $=$

$x^2 = 62$

$x = \sqrt{62}$

$12 =$ $2R^2\sin^2\alpha\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot 4$

$= 2\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{24}{25}$ $r = 2\sqrt{2}$

$R^2\cdot\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 2.$

$R^2 = \frac{2}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \frac{\sqrt{2}}{\sin\alpha\cos\alpha} =$

$= \frac{2\sqrt{2}}{\sin 2\alpha}$

$\sin\alpha\cos\alpha$ $\sin 2\alpha = 1$

$S = \left(\frac{a_1 + a_1 + 8d}{2}\right) \cdot 9$ $\frac{2}{9} S = 2a_1 + 8d$ Черновик n m

$a_5 = a_1 + 4d$ $4d = \frac{S}{9} - a_1$

$a_{18} = a_1 + 17d$

$a_{10} = a_1 + 9d$ $d \neq 1$

$a_{13} = a_1 + 12d$

$(a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < S + 60$

$(a_1 + 4d)(a_1 + 17d) > S - 4$

$+\frac{12}{9}$ / 108 $+\frac{17}{4}$ / 68

$a_1^2 + \cancel{12a_1d +} 21a_1d + 108d^2 < S + 60$

$a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > S - 4$

$1\ 3\ 5$

$\frac{1+5}{2} \cdot 3 = 9$

$40d^2 < 64$

$d^2 < \frac{64}{40}$ $d = 1$

$(a_1 + 9)(a_1 + 12) < S + 60$

$(a_1 + 4)(a_1 + 17) >$

$\frac{S}{9} = 2a_1 + 4$

$a_1^2 + 21a + 68 > S - 4$

$S = 9a_1 + 36$ -6

$a_1^2 + 2$

$-\frac{108}{96}$ $25\ 24$ 36

$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$ $-\frac{68}{32}$ / 36 $0 < \sqrt{6} <$

$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$

$144 -$ $+\frac{12}{8}$ / 96

$\frac{-12 \pm 4\sqrt{6}}{2} =$ $12^2 - 4 \cdot 12 =$

$= 12(12-4) = 12 \cdot 8 = 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 4^2 \cdot 6$

$= -6 \pm 2\sqrt{6}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104727**

ID профиля: **813066**

Вариант 24

Чистовик (1)

№4.

$НОД(a, b, c) = 33$

Пусть: $a = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\cancel{\alpha_2}\alpha_2}$ тогда мы знаем что

$b = 3^{\beta_1} \cdot 11^{\beta_2}$ $\min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 1$

$c = 3^{\gamma_1} \cdot 11^{\gamma_2}$ и $\min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 1$.

Других простых чисел в разложение не входят потому что в НОК(a, b, c) входят лишь 3 и 11. Если бы в разложении были бы ещё какие-нибудь простые числа, то они бы входили в разложение НОК(a, b, c).

$НОК(a, b, c) = 3^{19} \cdot 11^{15} \Rightarrow \max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 19$

$\max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = \cancel{19}\ 15$

Мы знаем что ~~од~~ одно из чисел $\alpha_1, \beta_1, \cancel{и}\ \gamma_1 = 1$, а ещё одно 19.

Третье может принимать любые целые значения от 1 до 19.

В таком случае у нас есть 6 вариантов расположить 1 и 19 на 3 позиции и в оставшейся позиции может быть ~~19~~ 17 ~~цифр.~~ чисел (2 - 18)

$N_1 = \cancel{6 \cdot 19}\ 6 \cdot 17$

Чистовик. ②

Рассмотрим случаи 1;19;19 и 1;1;19 отдельно.
В обоих случаях будет только 3 варианта расстановки => $N_1 =$ ки $17 \cdot 6 + 6 = 18 \cdot 6$.

На каждый такой случай у нас будет случай выбора степени 5.

Посчитаем их также:

$N_2 = 13 \cdot 6 + 6 = 14 \cdot 6$.

В итоге

$N = N_1 \cdot N_2 = 18 \cdot 6 \cdot 14 \cdot 6 = 9072$

Ответ: 9072

Чистовик. 3

№5.

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

1) Ограничения:

$x < -1$

$x \geq -49$

$x \neq 42$

$x \neq -2$

2) ~~Одз~~ Пусть $a = 29-x$ тогда наши числа (с учётом ограничений):

$b = \frac{x}{7}+7$

$c = -x-1$

$2\log_a b$

$\frac{1}{2}\log_c a$

$2\log_b c$.

3) Допустим:

$$\begin{cases} 2\log_a b = \frac{1}{2}\log_c a \\ \frac{1}{2}\log_c a + 1 = 2\log_b c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = \log_c a \cdot \log_b a \\ \log_c a + 2 = 4\log_b c \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\log_c a + 2} = \frac{\log_c^2 a}{4} \Rightarrow 16 = \log_c^3 a + 2\log_c^2 a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_c^3 a + 2\log_c^2 a - 16 = 0 \Rightarrow$$

Чистовик (4)

$\Rightarrow \cancel{\log_c a = 2}$

$(\log_c a - 2)(\log_c^2 a + 4t + 8) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log_c a = 2.$

Проверим подходит ли:

$\log_c a = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ наши числа:

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{4}+7\right) = 1 \\ \log_{(x+1)^2}(29-x) = 1 \\ \log_{\sqrt{\frac{x}{4}+4}}(-x-1) = 2 \end{cases}$$

из последнего уравнения $x = -4$.
Подставив в два других мы понимаем что она подходит.

2) Допустим:

$$\begin{cases} 2\log_a b = 2\log_b c \\ \frac{1}{2}\log_c a = 1 + 2\log_a b. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_a b \cdot \log_c b = 1. \\ \log_c a = 2 + 4\log_a b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_a^2 b = \frac{1}{2+4\log_a b} \Rightarrow 4\log_a^3 b + 2\log_a^2 b - 1 = 0$$

Единственный корень $-\log_a b = \frac{1}{2}$

В таком случае наши числа

~~$2\log_a b = 1$~~

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{4}+7\right) = 1$$

$$\log_{(x+1)^2}(29-x) = 2$$

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{4}+4}}(-x-1) = 1.$$

Мы знаем из первого уравнения, что $\frac{x}{4}+7 = \sqrt{29-x}$
Слева - возрастающая функция, а справа убывающая $\Rightarrow$ корень только 1 и он равен -4.

Чистовик ⑤

А при $x = -4$ наши числа соответственно 1, 1, 2, что не подходит под 1, 2, 1

3) Допустим

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\log_c a = 2\log_b c \\ 2\log_a b = 1 + 2\log_b c \end{cases}$$

Заметим что ~~уравнение~~ система схожа с системой из п. 1.

и её корни:

~~$\log_b c = 2$~~

~~$\log_c a = 4$~~

$$\left.\begin{aligned} \log_b c &= \frac{1}{2} \\ \log_c a &= 2 \\ \log_a b &= 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Наши числа:

$$\log_{\sqrt{29+x}}\left(\frac{x}{4}+7\right) = 2$$

$$\log_{(x+1)^2}(29-x) = 1$$

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{4}+7}}(-x-1) = 1$$

Из второго уравнения: $x = \left[\begin{matrix} 4 \\ -7 \end{matrix}\right.$ оба корня не подходят

первый из-за ограничений, второй был описан в п. 2

Ответ: -7.

нерговар

4)

$\log_c a \cdot \log_c b.$

$\frac{1}{4} = \log_b c \cdot \log_a c$

$1 + 2\log_b c = 2\log_a b$

$\frac{1}{2 \cdot 4(1+2\log_b c)} = \frac{1}{2} \cdot \log_b^2 c$

$4\log_b^2 c + 2\log_b^2 c - 1 = 0$

$29 - x = \frac{x}{7} + 7$

$8x = 29 \cdot 7 - \cancel{4} \cdot 49 \cdot 7 =$

$= 4 \cdot 22$

$x = \frac{7 \cdot 11}{4}$

$29 - x = (x+1)^2$

$-7 \quad -7 \qquad 29 - 4 =$

$x^2 + 2x + 1 + x - 29 = 0 \qquad 4)$

$x^2 + 3x - 28 = 0 \qquad + \frac{192}{9}$

$D = 9 + 4 \cdot 28 \qquad x_1 \cdot x_2 = -28$

$49 + 21 - 28 \qquad 49 - 21 - 28 \checkmark \qquad x_2 = 4.$

черновик

$\log_a b = \frac{1}{2}$ => $2\log_a b = 1$.

$\cancel{\log_c b = 2}$ $2\log_b c = 4$.

$\log_a b = \log_b c = \frac{1}{2}$. $\log_b c = 2$.

$-x-1 = \frac{x}{4}+7$.

$2\log_b c = \frac{1}{2}$ $-4x-4 = x+49$.

$\log_b c = \frac{1}{4}$. $5x = -56$.

$c = \frac{x}{4}+4 \geq 0$ $x = -4$.

$x \geq -49$

$\log_{\sqrt{27+7}}(\cancel{(-4)}) - 1 +$ ✓

$\log_b c = \frac{1}{2}$.

$\cancel{(x+1)} = \sqrt{4 \cdot 42 \cdot 7}$.

$x \neq 0$

$x \leq -1$.

$x \leq 29$.

$x \neq 28$.

$\boxed{x \leq -1}$.

$x^2+1+2x = \frac{x}{4}+7$.

$4x^2+ \ldots 13x-48=0$

$\times\ 192 \cdot 4 = 1344$

$1344 + 169 = 1513$

2). $2\log_a b = \frac{1}{2}\log_c a$.

$4 = \log_c a \cdot \log_b a$.

$4\log_a b \cdot \log_a c = 1$.

$\frac{4}{\frac{\ldots}{\log_c a + 2}} =$

$\log_a b = \frac{1}{2}$.

$\log_b c = \frac{1}{2}$.

$\cancel{2\log_a b + 1} = 2\log_b c$.

$\frac{1}{2}\log_c a + 1 = 2\log_b c$.

$2\log_{\frac{x}{4}+7}(-x-1) = 1$.

$2\log_a b$

$\frac{1}{2}\log_c a$

$2\log_b c$.

$x \neq -1$.

$x \neq$

$\frac{x}{4}+7 = 1$

$x+49 = 4$

$x = -42$

1) $2\log_a b = 2\log_b c$

$\log_a b = \log_b c$

$\log_a b \cdot \log_c b = 1$.

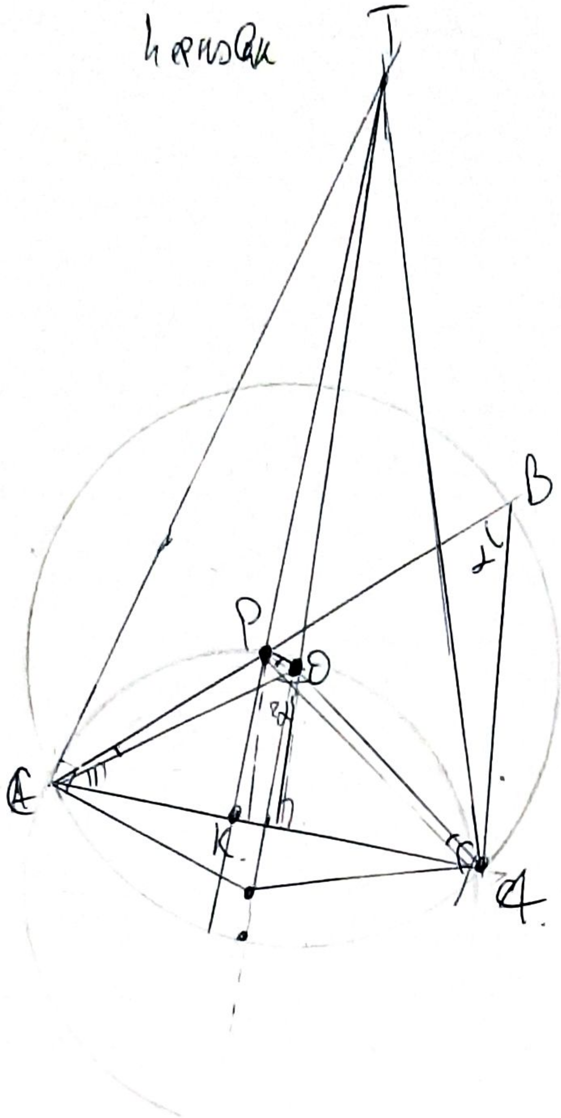
$\frac{1}{2}\log_c a = 2\log_a b + 1$.

$2\log_a^2 b = \frac{1}{2\log_a b + 1}$

$4\log_a^3 b + 2\log_a^2 b - 1 = 0$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1$ ✓

hernsQu



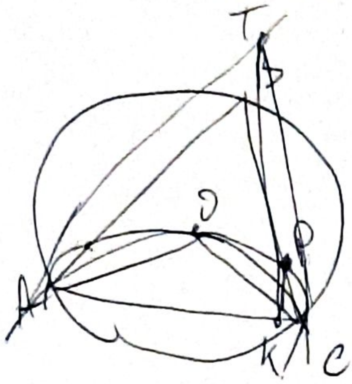
$R = \frac{abc}{4S}$

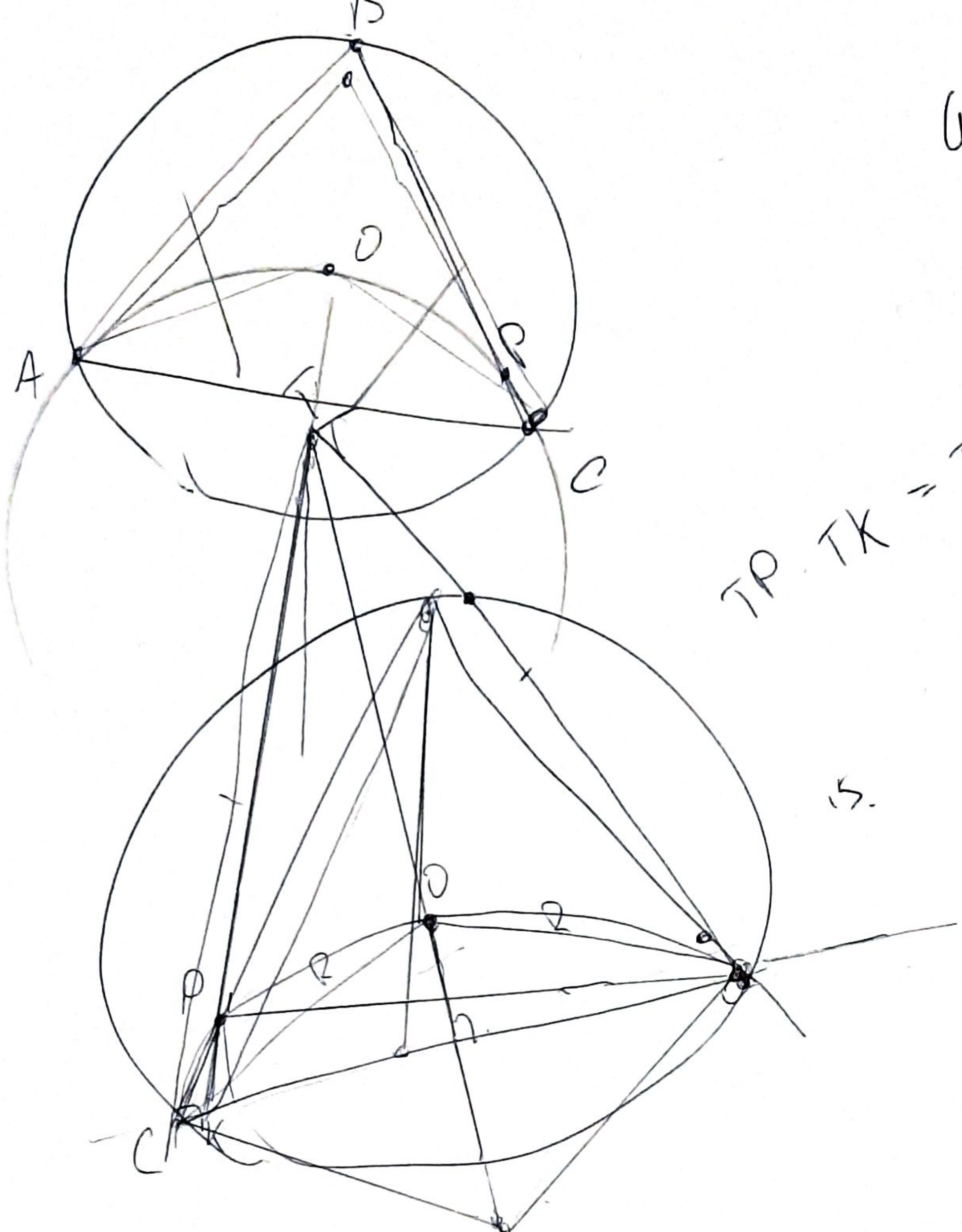
$\frac{AP \cdot BC \cdot AC}{4 \cdot 30} = R$

$CP \cdot CA \cdot \sin\alpha$

Черновик

$B_1 \;, \; B_1 \;, \; B_2$





6

$TP \cdot TK = TC^2$.

5.

$\frac{1}{2} CK \cdot h = 16$ 14. $\frac{CK}{BK} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$

№4.

3·11. Чернован

$НОД(a,b,c) = 33.$

$3^{\alpha}_{1} \cdot 11^{\alpha}$

$a = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\alpha_2}$ ~~$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma$~~

$b = 3^{\beta_1} \cdot 11^{\beta_2}$ $\min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 1$

$c = 3^{\gamma_1} \cdot 11^{\gamma_2}$ $\min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 1.$

$НОК(a,b,c) = 3^{19} \cdot 11^{15}.$

$\alpha_1 = 1$

$\max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 19$

$\max(\alpha_2, \beta_1, \gamma_2) = 15$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{4}+4\right) = 1.$

$\frac{x}{4} + 4 = \sqrt{29-x}$

$29 - x = (x+1)^2$

$-x-1 = \sqrt{x}$

$\frac{x}{4}+4.$

$-4x-4 = x+49$

$\log_c a = 2.$

$\log_a b = \frac{1}{2}.$

$2\log_a c = 2$

19.

1 19 x | 1 x 19 | x 1 19

19 1 x | 19 x 1. | x 19 1.

$-8x = 56$

$x = -7.$

1 19 x.

6·18. $\log_{\sqrt{36}}(6) = 1$

$\log^3 \ldots$

1 19 1

19 19

$t^3 + 2t^2 - 16 \;|\; t-2$

$t^3 - 2t^2 \quad\quad t^2 + 4t + 8$

$4t^2 + 0$

$-4t^2 - 8t$

$8t - 16$

$+8t - 16$

0

$18 \times 14 = 42 + 18\_ = 252$

$252 \times 36 = 1512 + 456\_ = 9072$

log

$\frac{x}{4} + 4 = \sqrt{29-x}$

2.

$-x-1 \geq 0 \Rightarrow$ неоновки

$\Rightarrow x \leq -1.$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+4\right)^6 = 1$

$a = 29-x$; $b = \frac{x}{7}+4$; $c = -x-1$

$2\log_a b$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)^6$

$\frac{1}{2}\log_c a$

$\frac{x^2}{49}+49+2x = 29-x = x^2+2x+1$

$2\log_b c.$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+4}}(-x-1)^6 = 1$

$\frac{x}{7}+4 = \sqrt{29-x} = -x-1$

$2\log$

1) $2\log_a b = 2\log_b c.$

$\log_a b = \frac{1}{2}$, $x \in (3, 4]$

$\sqrt{29-x} = -x-1.$

$29-x = x^2+1+2x$

$x^2+3x-29=0$

$$\begin{cases} \log_a b \cdot \log_c b = 1. \\ \frac{1}{2}\log_c a = 2\log_a b+1 \\ 2\log_a b+1 = \frac{1}{2}\log_c a. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_a b \cdot \log_c b = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\log_c a = 2\log_a b+1. \end{cases}$$

$2\log_a^2 b = \frac{1}{2\log_a b+1}.$

$4\log_a b+2 = \log_c a.$ $D = 9+4\cdot 29 =$

$\log_a b \cdot \log_a b = \frac{1}{2\log_a b+1}.$

$x = -3$

$\log_a b = \frac{1}{2}$

$\frac{x^2}{49}+49+2x = 29-x.$

$2\log_a^3 b+\log_a^2 b-1 = 0$

$\frac{x^2}{49}+20+3x=0$

$\frac{x}{7}+4 = \sqrt{29-x}$

$2\log_a^2 b = \frac{1}{2\log_a b+1}.$

$(3\cdot 49+1)x = -20$

$4\log_a^3 b+2\log_a^2 b-1 = 0$

$4\log_a^3 b+2\log_a^2 b-1 \;\Big|\; t-\frac{1}{2}$

$4t^2+4t+2$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1$ $\quad \log_a b = \frac{1}{2}.$

$-\quad 4t^3-2t^2$

$64-32-16$

$x = \frac{-20}{148} = -\frac{5}{37}$

$2(2t^2+2t+1)$

$x^2+3\cdot 49x+20\cdot 49 = 0$

$4t^2+0$

$4t^2-2t$

$t: D = 4-8<0$

$3\cdot 49^2-4\cdot 20\cdot 49 =$

$2t-1$

$-2t-1$

0

$= 49(3\cdot 49-4\cdot 20)$