Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104697**

ID профиля: **379083**

Вариант 24

Чистовик Математика 11 кл.

① Запишем сумму первых 9 членов прогрессии:

$$S = \frac{a_1 + a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = \frac{2(a_1+4d)}{2} \cdot 9 = 9(a_1+4d)$$

По условию $a_1 \in \mathbb{Z}$, а т.к. $a_i \in \mathbb{Z}$, то $d \in \mathbb{Z}, d>0$ (т.к. прогрессия возрастает)

Из условия:

$$\begin{cases} (a_1+4d)(a_1+17d) > 9(a_1+4d) - 4 \\ (a_1+9d)(a_1+12d) < 9(a_1+4d) + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4 \\ a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \end{cases}$$

Перепишем 2 неравенство системы в следующем виде:

$$\underbrace{a_1^2 + 21a_1d + 68d^2}_{\substack{\vee \\ 9a_1+36d-4}} + 40d^2 < 9a_1 + 36d + 60$$

$$a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 + 40d^2 > \cancel{9a_1} + \cancel{36d} - 4 + 40d^2 < \cancel{9a_1} + \cancel{36d} + 60$$

$$40d^2 < 64$$

Т.к. $d \in \mathbb{Z}$ и $d > 0$, то такое неравенство выполняется только при $d = 1$

Тогда получаем:

$$(a_1+4)(a_1+17) > 9(a_1+4) - 4$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 36 - 4$$

$$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$$

$(a_1+6)^2 > 0$ — верно. для любого a_1, кроме $a_1 = -6$.

$\cancel{a_1 = -6}$

~~Проверим, выполняется ли второе условие при $a_1 = -6$:~~

$$\cancel{(-6+9)(-6+12) < 9(-6+4)+60}$$

$$\cancel{3 \cdot 6 < -18 + 60}$$

$\cancel{36 < 60}$ ~~— верно~~

~~Ответ: $\boxed{a_1 = -6}$~~

~~Лист 1~~

Лист 1

21104697 (U379083 M1296585)

Черновик

$$\cancel{(a_1+9)(a_1+12) < 9(a_1+4)+60}$$

$$\cancel{a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 36 + 60}$$

$$\cancel{a_1^2 - 12a_1 + 12 < 0}$$

$$\cancel{a_1 = \frac{12 \pm \sqrt{104}}{2} = 6 \pm \sqrt{26}.}$$

$$(a_1+9)(a_1+12) < 9(a_1+4)+60$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 96$$

$$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$$

$$D = 144 - 48 = 96$$

$$a_1 = \frac{-12 \pm \sqrt{96}}{2} = -6 \pm \sqrt{24}$$

$$4 < \sqrt{24} < 5$$

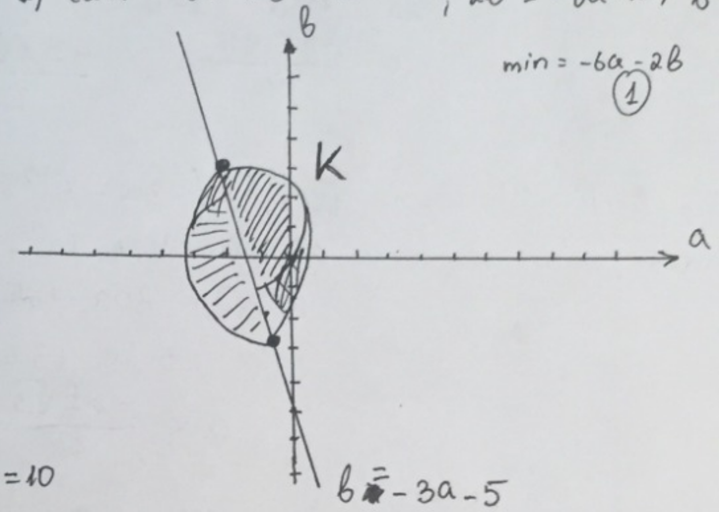
$a_1 \in [-10; -2]$, кроме $a_1 = -6$.

Ответ: $a_1 \in [-10; -2]$, кроме $a_1 = -6$

Лист 2

③ $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le \min(-6a-2b;\ 10) \end{cases}$

Построим множество допустимых значений a и b в координатах (a, b). 1) Если $-6a-2b<10$; $2b>-6a-10$; $b>-3a-5$



1) $a^2+b^2 \le -6a-2b$; $a^2+6a+b^2+2b \le 0$; $a^2+6a+9+b^2+2b+1 \le 10$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10$ — окружность $R=\sqrt{10}$; $O_1(-3;-1)$

2) $a^2+b^2 \le 10$ — окружность $R=\sqrt{10}$; $O_2(0;0)$

Заметим, что первое неравенство системы задаёт окружность с центром $(a;b)$ и $R=\sqrt{10}$.

Тогда заметим, что если подставить в 1 неравенство системы пару из множества K (допустимые a и b), то они зададут окружность $R=\sqrt{10}$.

Заметим, что множество всех центров окружностей, которые задаёт первое неравенство, совпадает с множеством K. (*)

Найдём точки пересечения окружностей из множества K с прямой $b=-3a-5$

Лист 3

(*) Т.к. каждой окружности однозначно соответствуют пара (a, b)

Чистовик

1) $\begin{cases} a^2+b^2=10 \\ b=-3a-5 \end{cases}$

$a^2+(-3a-5)^2=10$

$a^2+(3a+5)^2=10$

$a^2+9a^2+30a+25=10$

$10a^2+30a+15=0 \quad |:5$

$2a^2+6a+3=0$

$a=\dfrac{-6\pm\sqrt{12}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}}{2}$

2) $(a+3)^2+(b+1)^2=10$
$b=-3a-5$

$(a+3)^2+(-3a-4)^2=10$

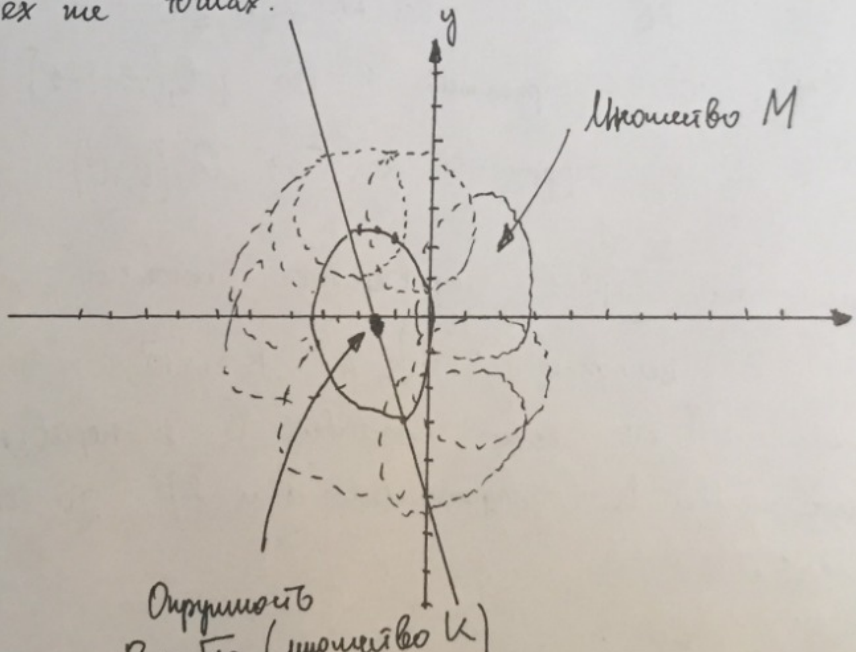
$a^2+6a+9+9a^2+24a+16=10$

$10a^2+30a+15=0$

$2a^2+6a+3=0$

$a=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}}{2}$

Получили, что окружности пересекают прямую в одних и тех же точках.



Итоговое множество M – окружность радиуса $2\sqrt{10}$ (построены окружности $R_1=\sqrt{10}$ во всём множестве K (с центром в нём)

$S=\pi R'^2=\pi\cdot(2\sqrt{10})^2=40\pi$

Лист 4

Ответ: $\boxed{S=40\pi}$

21104697 (U379083 M1296585)

Черновик

a_1 - первый член.

$S = \frac{a_1+a_1+8d}{2} \cdot 9$ $\qquad a_i \in Z \Rightarrow d \in Z.$

$\frac{2a_1+8d}{2} = (a_1+4d) \cdot 9$

$\begin{cases} (a_1+4d)(a_1+17d) > 9a_1+36d-4 \\ (a_1+9d)(a_1+12d) < 9a_1+36d+60 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 4a_1d + 17a_1d + 68d > 9a_1+36d-4 \\ a_1^2 + 21a_1d + 108d < 9a_1+36d+60 \end{cases}$

$\cancel{a_1^2 - 9a_1 + 21a_1d + 72d - 60}$

$a_1^2 + 21$

$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 32d - 9a_1 + 4 > 0 \\ a_1^2 + 21a_1d - 9a_1 + 72d - 60 < 0 \end{cases}$

$a_1^2 + a_1(21d-9) + 32d + 4 > 0$

$a_1^2 + a_1(21d-9) + 72d - 60 < 0$

$D = 441d^2 - 378d + 81 - 288d + 240 =$

$= 441d^2 - 666d + 321 \geq 0$

$441d^2 - 666d + 321 \geq 0$

$147d^2 - 222d + 107 \geq 0$

$D = 222^2$

$x, y \to a, b$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 10$

$x^2+y^2 \leq \min(-6x-2x; 10)$

2
$\times 17$
4
68

$\times 12$
9
108
-36
72

68 $\quad \times 72$
4
288

$\times 21$
17
168
21
378

$+378$
288
666

$\times 21$
21
21
42
441 | 3
-3 | 147
14
-12
21

321 | 3
-3 | 107
21

222

Черновик.

$$\begin{cases} (a_1+4d)(a_1+17d) > 9(a_1+4d) - 4 \\ (a_1+9d)(a_1+12d) < 9(a_1+4d) + 60 \end{cases}$$

$d < 2$.

$d = 1$.

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 68d > 9a_1 + 36d - 4 \\ a_1^2 + 21a_1d + 108d < 9a_1 + 36d + 60 \end{cases}$$

$42 \cdot 9 = 378$ $\quad 441 : 3 = 147$

$$\begin{cases} a^2 + a_1(21d - 9) + 32d + 4 > 0 \\ a_1^2 + 21a_1d + 72d - 9a_1 - 60 < 0 \end{cases}$$

$32 \cdot 4 = 128$

$$a_1^2 + a_1(21d - 9) + 72d - 60 < 0$$

$378 + 288 = 666$

$$D_1 = 441d^2 - 378d + 81 - 128d - 16 > 0 \ ?$$

$$D_2 = 441d^2 - 378d + 81 - 288d + 240 > 0$$

$$441d^2 - 666d + 321 > 0$$

$$f(d) = 147d^2 - 222d + 107 > 0$$

$$d_0 = \frac{222}{2 \cdot 147} \qquad 0 < d_0 < 1$$

$$f(1) > 0$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 \le 10$$

$$a^2+b^2 \le \min(-6a - 2b;\ 10)$$

$a < 0;\ b < 0$.

$$\begin{cases} (a_1+4)(a_1+17) > 9(a_1+4) - 4 \\ (a_1+9)(a_1+12) < 9(a_1+4) + 60 \end{cases}$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 36 - 4$$

$$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$$

$$(a_1+6)^2 > 0$$

$$a_1 = -6.$$

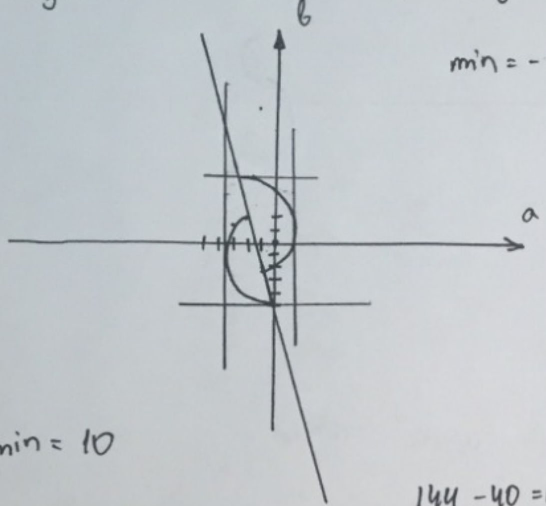
$$(-6+9)(-6+12) < 9(-6+4) + 60$$

$$3 \cdot 6 < 60 - 18.$$

21104697 (U379083 M1296585)

Черновик.

$a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10)$ Построим множество допустимых значений a и b в координатах $(a;b)$



$\min = -6a-2b$

1) $-6a-2b<10$

$2b > -6a-10$

$b > -3a-5$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

$a^2+6a+b^2+2b \le 0$

$a^2+6a+9+b^2+2b+1 \le 10$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10$

$\min = 10$

$144-40=104$

$96 \,|\, 4$, -8, 24, 16

$104 \,|\, 4$, -8, 26, 24

$144 - 48$, 96

$$\begin{cases} (a+3)^2+(b+1)^2=10 \\ b=-3a-5 \end{cases}$$

$(a+3)^2+(+3a+4)^2=10$

$a^2+6a+9+9a^2+24a+16=10$

$10a^2+30a+25=10$

$2a^2+6a+3=0$

$a^2+b^2=10$

$b=-3a-5$

$a^2+(9a^2+5)=10$

a^2+9a^2+30a

$D = 36-24=12$

$a=\frac{-6+\sqrt{12}}{4}=\boxed{\frac{-3+\sqrt{3}}{2}}$

$b=-3\left(\frac{-3+\sqrt{3}}{2}\right)-5=$

$=\frac{9-3\sqrt{3}}{2}-5=$

$\boxed{\frac{-3\sqrt{3}-1}{2}}$

$a=\boxed{\frac{-3-\sqrt{3}}{2}}$

$a_1=-5$.

$(-5+4)(-5+17)>9(-5+4)-4$

$-1\cdot 12 > -13$

$(-5+9)(-5+12)>9(-5+4)+60$

$4\cdot 7$ $<$

$b=-3\left(\frac{-3-\sqrt{3}}{2}\right)-5=$

$=\frac{9+3\sqrt{3}}{5}=\boxed{\frac{3\sqrt{3}-1}{2}}$

$\frac{3\sqrt{3}-1}{2}-\frac{3\sqrt{3}-1}{2}=$

-1

$(-10+4)(-10+17)>9(-10+4)-4$.

$-6\cdot 7 > -54-4$

$-42 > -5$

$\frac{-3+\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{-3-\sqrt{3}}{2}=-3$

$(-11+4)(-11+17)>9(-11+4)-4$

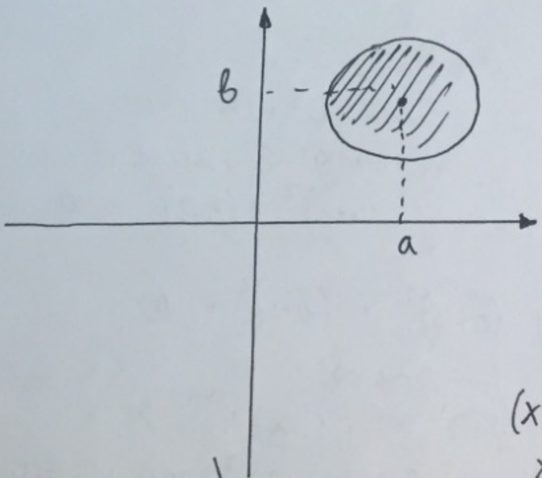
6.

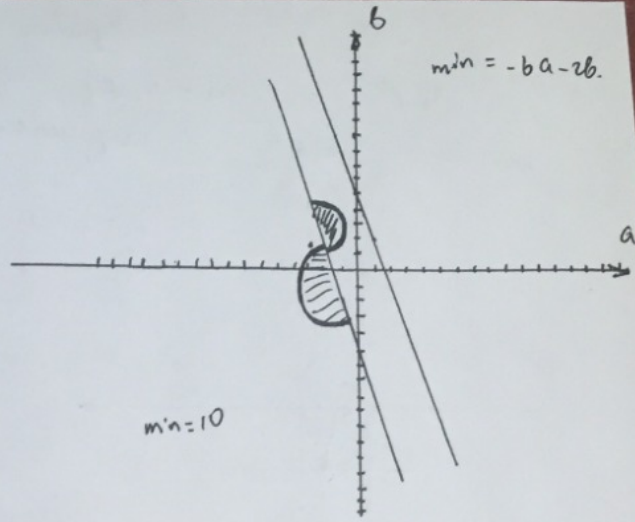
21104697 (U379083 M1296585)

Черновик.

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 10 \\ x^2+y^2 \le \min(-6x-2y, 10) \end{cases}$$





$\min = -6a-2b.$

$\min = 10$

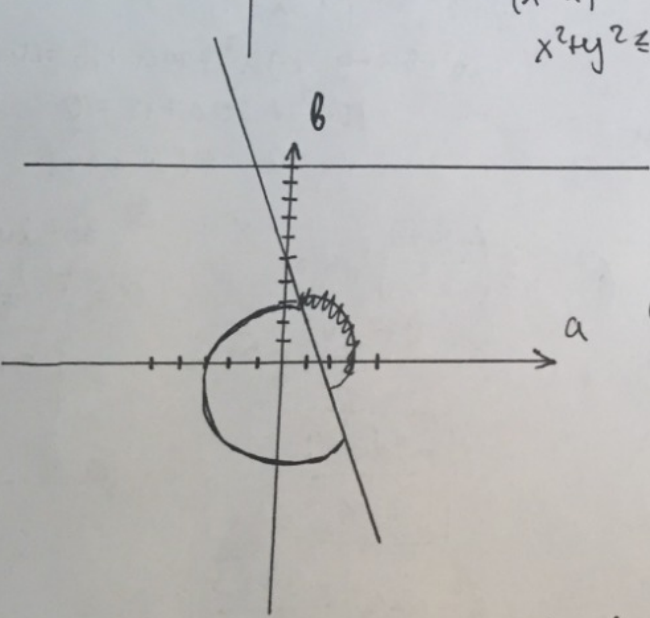
$x^2-2ax+a^2+y^2-2$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$

$x^2+y^2 \le \min(-6x-2y)$ $\quad -6x-2y < 10$

$2y > 10-6x$

$y \geq 5-3x$



$5-3x=10$

$3x=-5$

$x=-\frac{5}{3}$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

$a^2+6a+b^2+2b \le 0$

$a^2+6a+9+b^2+2b+1 \le 10$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10.$

$a^2+b^2 \le 10.$

$x^2+y^2 \le \min(-6x-2y, 10)$

$-6a-2b < 10$

$2b > -6a-10$

$b > -3a-5$

21104697 (U379083 M1296585)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104697**

ID профиля: **379083**

Вариант 24

Чистовик.

(4) $\begin{cases} \text{НОК}(a,b,c) = 3^{19}\cdot 11^{15} \\ \text{НОД}(a,b,c) = 33 = 3^1\cdot 11^1 \end{cases}$

Заметим, что a, b, c представляются в виде $3^{\alpha}\cdot 11^{\beta}$, т.к в НОК содержится максимальная степень вхождения некоторого простого числа в числа a, b, c (в нашем случае только 3 и 11).

$a = 3^{\alpha_1}\cdot 11^{\beta_1}$

$b = 3^{\alpha_2}\cdot 11^{\beta_2}$

$c = 3^{\alpha_3}\cdot 11^{\beta_3}$.

$\text{НОД}(a,b,c) = \min(\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3)\cdot\min(\beta_1\cdot\beta_2\cdot\beta_3)$

$\text{НОК}(a,b,c) = \max(\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3)\cdot\max(\beta_1;\beta_2;\beta_3)$.

Т.к. $\min(\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3)=1$, то одно из $\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3=1$.

$\min(\beta_1;\beta_2;\beta_3)=1$, то одно из $\beta_1;\beta_2;\beta_3=1$.

Т.к. $\max(\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3)=19$, то одно из $\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3=19$

$\max(\beta_1;\beta_2;\beta_3)=15$, то одно из $\beta_1;\beta_2;\beta_3=15$.

То есть среди $\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3$ и $\beta_1;\beta_2;\beta_3$ есть число 1 и число 19 (для α) и 15 (для β)

$\Downarrow$

Получаем количество троек (a, b, c):

Лист 1

Выбор α и $\beta = 1$: $3\cdot 3$ способа

Выбор α и $\beta = 19$ и 15 $\quad 2\cdot 2$ способа

Остальные 2 числа могут быть любыми из промежутков:

$\alpha\in[1;19]$; $\beta\in[1;15]$. $\quad 19\cdot 15$ способов.

Получим $9\cdot 4\cdot 15\cdot 19$ способов.

Но при таком подсчёте мы посчитали 2 раза случаи когда два каких-то числа равны:

Тогда получаем: $[a';b'] = 3^{19}\cdot 11^{15}$

$(a';b') = 3\cdot 11$

$a' = 3^{\alpha_1}\cdot 11^{\beta_1}$

$b' = 3^{\alpha_2}\cdot 11^{\beta_2}$

хотя бы одно равно 1, а 2 других 19 и 15

то число, которое не равно другим.

$3\cdot 2\cdot 2 = 12$

~~Всего способов: $3\cdot 2\cdot 2\cdot 15\cdot 19 = 3\cdot 4\cdot 15\cdot 19$~~

Всего способов: $9\cdot 4\cdot 15\cdot 19 - 12 = 10260 - 12 = 10248$

Ответ: $\boxed{10248}$

Чистовик.

⑤ $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$; $\log_{(x+1)^2}(29-x)$, $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

ОДЗ: $\begin{cases} 29-x>0 \\ 29-x\neq 1 \\ \frac{x}{7}+7>0 \\ -x-1>0 \\ x\neq -2 \\ x\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<29 \\ x\neq 28 \\ x>-49 \\ x<-1 \\ x\neq -2 \\ x\neq 0 \end{cases}$ $x\in(-49;-2)\cup(-2;-1)$

(1) $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

(2) $\log_{(x+1)^2}(29-x)=\frac{1}{2}\log_{|x+1|}(29-x)=\frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)$ (из ОДЗ: $-x-1>0$)

(3) $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$

Рассмотрим 3 случае: $(1)=(2)=a$ $(3)=a+1$

$a^2=((a+1)-1)^2$ (после проверим, что обе части одного знака)

Обе части положительны.

$\cancel{2}\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\log_{-x-1}(29-x)=\left(2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)-1\right)^2$

$\log_{-x-1}\left(\frac{x}{7}+7\right)=4\underbrace{\log^2_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)}_{t}-4\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)+1$

$\frac{1}{t}=4t^2-4t+1$; $4t^3-4t^2+t-1=0$

$4t^2(t-1)+(t-1)=0$

$(t-1)(4t^2+1)=0$

$\Downarrow$

$t=1$.

$\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)=1$.

$\frac{x}{7}+7=-x-1$.

$x+49=-7x-7$; $8x=-56$ $x=-7$

$\boxed{\text{Лист 2}}$

21104697 (U379083 M1296586)

Чистовик

2 случай: (2) = (3) = a ; (1) = a+1

$$\cancel{2}\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)\cdot\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\log_{(-x-1)}(29-x)=\left(2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)-1\right)^2$$

$$\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)=4\log^2_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)-4\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)+1.$$

$$\underbrace{\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)}_{=t}$$

$$\frac{1}{t}=4t^2-4t+1$$

Аналогичное уравнение относительно t

$$\Downarrow$$

$$t=1.$$

$$\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=1.$$

$$29-x=\frac{x}{7}+7.$$

$$203-7x=x+49$$

$$8x=154$$

$$x=19\frac{2}{8}\notin \text{ОДЗ}!$$

3 случай: (1) = (3) ; (2) = a+1.

$$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot 2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)=\left(\frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)-1\right)^2$$

$$4\log_{29-x}(-x-1)=\frac{1}{4}\log^2_{-x-1}(29-x)-\log_{-x-1}(29-x)+1.$$

$$\underbrace{\log_{-x-1}(29-x)}_{=t}$$

$$\frac{4}{t}=\frac{t^2}{4}-t+1\quad\Big|\cdot 4t$$

$$16=t^3-4t^2+4t;\qquad t^3-4t^2+4t-16=0$$

$$t(t^2+4)-4(t^2+4)=0$$

$$(t^2+4)(t-4)=0$$

$$\Downarrow$$

$$t=4$$

$$\log_{-x-1}(29-x)=4$$

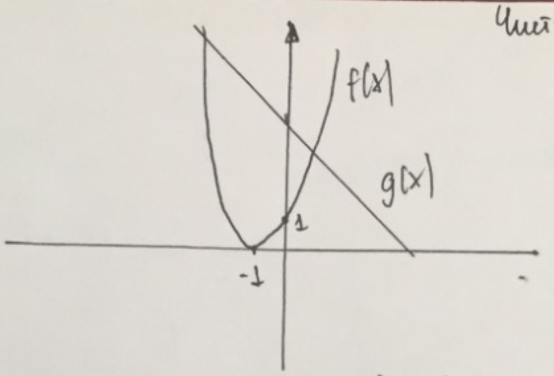
$$(x+1)^4=29-x$$

Изобразим графически $f(x)=(x+1)^4$ и $g(x)=29-x$

$\boxed{\text{Лист 3}}$

21104697 (U379083 M1296586)

Чистовик



Из ОДЗ $x < -1 \Rightarrow$ подходит только

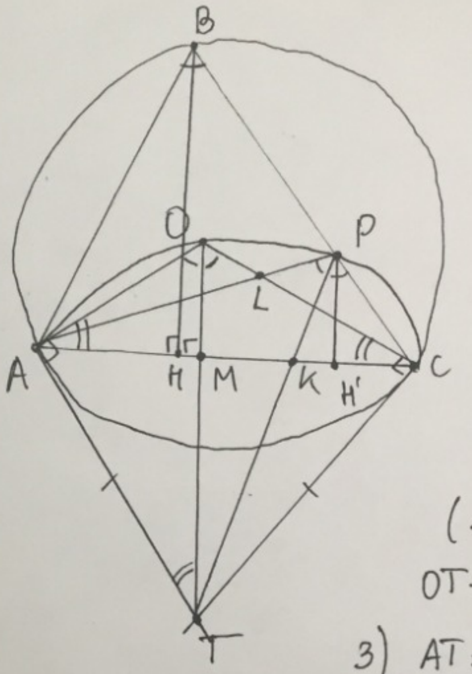
1 корень ~~[illegible]~~ и он $\in$ ОДЗ ; $x_2 = -3$

Ответ: $x_1 = -7$; ~~[illegible]~~ $x_2 = -3$

Лист 4

Чистовик

(6)



$S_{\triangle APK} = 16; \quad S_{\triangle CPK} = 14$

1) $\triangle APK$ и $\triangle CPK$ имеют общую высоту $\Rightarrow \dfrac{AK}{CK} = \dfrac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}} = \dfrac{8}{7}$

2) $OA \perp AT$ и $OC \perp CT$ (радиус в точку касания) $\Rightarrow AOCT$ – вписанный ($\angle OAT + \angle OCT = 180°$), причем OT – диаметр этой окружности.

3) $AT = CT$, как отрезки касательных, а значит $\angle APK = \angle CPK$ (AT и CT – хорды)

4) По свойству биссектрисы: $\dfrac{AP}{PC} = \dfrac{AK}{KC} = \dfrac{8}{7}$

5) $\angle AOC = \angle APC = 2\angle ABC \Rightarrow \angle APK = \angle CPK = \angle ABC$ ($\angle AOC = 2\angle ABC$, центральный)

~~6) $S_{\triangle AOL} = S_{\triangle LPC}$ ($S_{\triangle ALC}$ – общие), $S_{\triangle AOL} = S_{\triangle LPC}$, т.к. $\angle ALO = \angle CLO$~~

6) $\triangle CPK \sim \triangle ABC$ (по 2 углам)

$$\frac{S_{\triangle CPK}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{CK}{AC}\right)^2; \quad \frac{S_{\triangle CPK}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{49}{225}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{225 \cdot S_{\triangle CPK}}{49} = \frac{225 \cdot \cancel{14}^{2}}{\cancel{49}_{7}} = \frac{450}{7}$$

Ответ: $\boxed{S_{\triangle ABC} = \dfrac{450}{7}}$

Лист 5

Черновик.

$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)$; $\frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)$ $2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$

$a+1$ $\quad a$

$a^2=(a-1)^2$

$2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)\cdot\frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)=\left(2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)-1\right)^2=$

$\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)=4\log^2_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)-4\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)+1.$

$\frac{1}{t}=4t^2-4t+1$

$4t^3-4t^2+t-1=0$

$4t^2(t-1)+(t-1)=0$

$(t-1)(4t^2+1)=0$

$t=1.$

$29\cdot 7=203$

$203-49=154$

$154:8=19$, $154-8=74$, $74-72=2$

$19\cdot 8=152$

$t^3-4t^2+4t-16 \mid t-2$

$t^3-2t^2 \mid t^2-2t$

$-2t^2+4t$

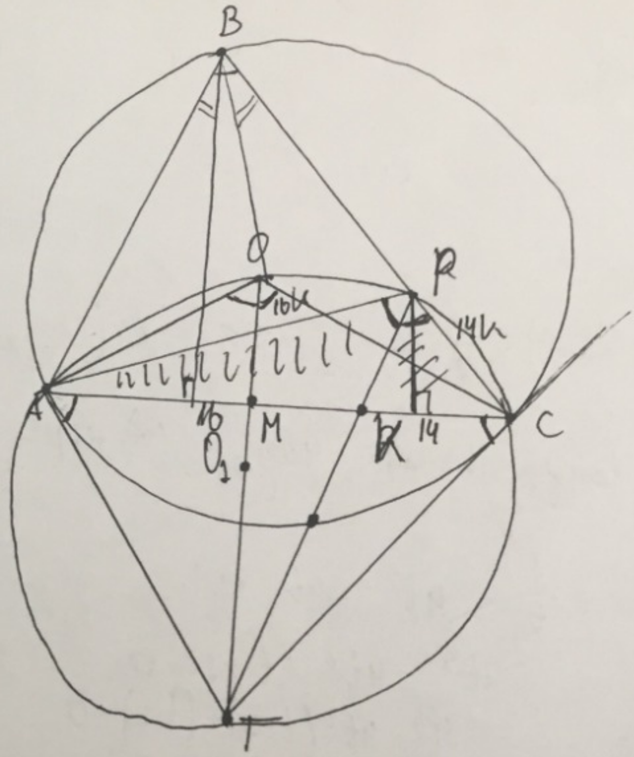
$-2t^2+4t$

t^3

8-16+8-16

64-64

Черновик.



21104697 (U379083 M1296586)

Черновик.

$a = 3^{\cancel{\alpha_1}} \cdot 11^{\cancel{\beta_1}}$ $\quad b = 3^{\cancel{\alpha_2}} \cdot 11^{\cancel{\beta_2}}$ $\quad c = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$.

$\alpha_{1,2,3} = 1$

$\beta_{1,2,3} = 1$.

$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

$1 \ldots 19$ и $1 \ldots 15$

19 15

$$\begin{array}{r} \times 60 \\ 9 \\ \hline 540 \end{array}$$

5 60

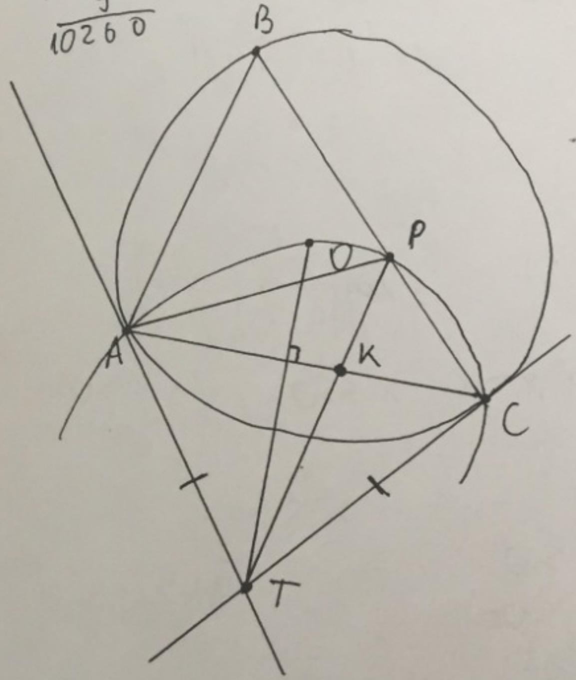
$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 360 \\ \hline 1140 \\ \times 9 \\ \hline 10260 \end{array}$$

$9 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 19 = 60$

$$\begin{array}{r} \times 540 \\ 19 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 54 \\ 19 \\ \hline 486 \\ 54 \\ \hline 10260 \end{array}$$

$\boxed{10260}$



$a = 3^1 \cdot 11^{10}$

$b = 3^3 \cdot 11^{15}$

$c = 3^1 \cdot 11^{10}$

a

и

a

и

$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)$; $\frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)$;

$2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$

и

$a+1$

$a^2 = (a+1)^2 - 2a - 1$.

√

$\alpha_1 \quad \beta_1$

$\alpha_2 \quad \beta_2$

$\cancel{2}\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) \cdot \frac{1}{\cancel{2}}\log_{(-x-1)}(29-x) = 4\log^2_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)$ –

$\log_{(-x-1)}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 4\log$

$- 4\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)-1$

3.

1 19 19

1 α

$a = 1$

$b = 1$

$c = 1$ α

1 1 1 1

$a = b$; c

$(1; 19; 19)$ $\quad (1; 1; 19)$;

$(a; b) = 3 \cdot 11$

$[a; b] = 3^{19} \cdot 11^{15}$

$ab = 3^{20} \cdot 11^{16}$

21104697 (U379083 M1296586)

Черновик.

(4) $(a, b, c) = 33 = 3 \cdot 11.$

$(a, b, c) = 3^{19} \cdot 11^{15}$

$a \le b \le c.$

$a = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\beta_1}$

$b = 3^{\alpha_2} \cdot 11^{\beta_2}$

$c = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}.$

$\alpha_1 \ge 1 \quad \beta_1 \ge 1.$

$a = b$

$a = 3 \cdot 11$

$c = 3^{19} \cdot 11^{15}$

b

$\log_{\sqrt{29-x}} \left(\frac{x}{7} + 7\right) \quad \log_{(x+1)^2} (29 - x) \quad \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}} (-x-1)$

ООЗ: $x > 0$; $29 - x > 0$; $x < 29$ $\quad -x - 1 > 0$

$x <$

$x > 0, \; 29 - x > 0$

$-x - 1 > 0$

$x < -1$

$\frac{x}{7} + 7 > 0$

$x + 49 > 0$

$x > -49$

$\begin{cases} x > 0 \\ x < -1 \end{cases}$

-1 0

$x \in (-49; -1)$

~~log~~ $2 \log_{29-x} \left(\frac{x}{7} + 7\right) = \frac{1}{2} \log_{(x+1)} (29 - x)$

$2 \log_{29-x} \left(\frac{x}{7} + 7\right) = \frac{1}{2} \log_{-x-1} (29 - x) = 2 \log_{\frac{x}{7}+7} (-x-1)$

$\log_{29-x} \left(\frac{x}{7} + 7\right) = \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)} (-x-1) \quad \frac{1}{7}(x + 49)$

$\cancel{\frac{1}{\log_{29-x}(x)}} \quad \frac{1}{\log_{\frac{x}{7}+7} (29 - x)} = \log_{\frac{x}{7}+7} (-x-1)$

21104697 (U379083 M1296586)