

# Часть 1

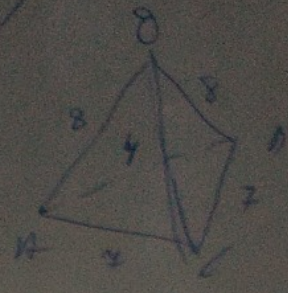
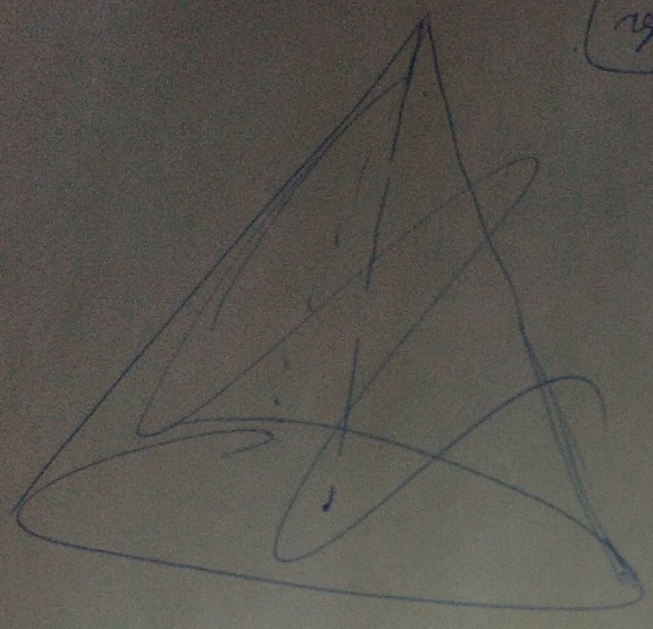
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104150**

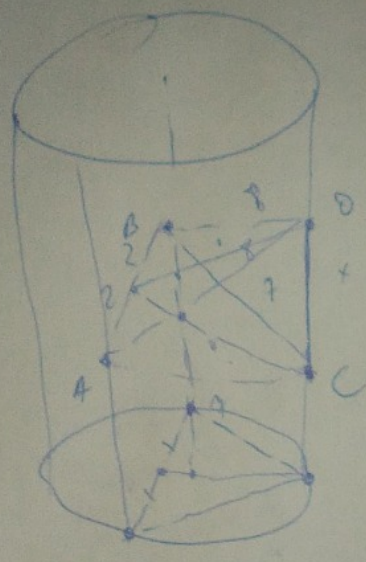
ID профиля: **855543**

Вариант 24

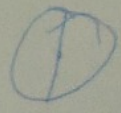
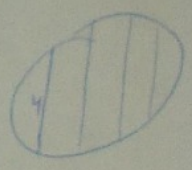
republic



2



$$S_0 = \frac{OAC}{4A}$$



194-724-

20-28-2/5-11-

109-72-7-

104-35-

12-15-5/20-5

35-

10-8-7-6-5-4-3-2-1-0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-65-66-67-68-69-70-71-72-73-74-75-76-77-78-79-80-81-82-83-84-85-86-87-88-89-90-91-92-93-94-95-96-97-98-99-100

$$I_3 = a + b_2 + \dots + a_3 = \frac{a + a_3 + 8b}{2} \quad a_3 \cdot 4,8 > 5 - 4$$

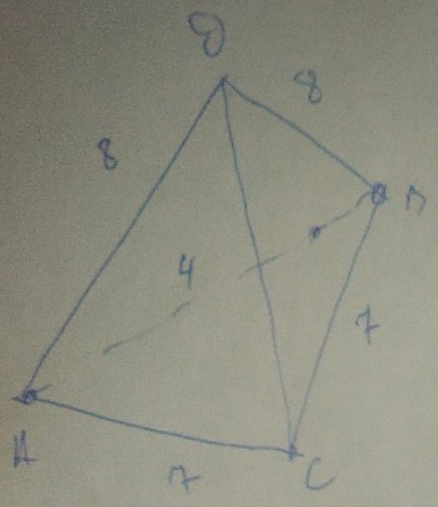
$$a_1 = 20 \quad b_2 \in \mathbb{R} \quad a_2 \cdot b_2 \in \mathbb{R} \quad (a_1 + a_2) \cdot b_2$$

$$a_2 = a_1 \cdot b$$

$$a_3 = a_1 + 2b$$

$$\begin{cases} (a_1 + a_2)(a_1 + a_3) > 5(a_1 + a_3) - 4 & a_1^2 + 2a_1b + 16b^2 > 5a_1 + 21b - 4 \\ 16 \cdot 8b / (a_1 + a_3) < 5(a_1 + a_3) + 10 & a_1^2 + 21a_1b + 100b^2 < 5a_1 + 31b + 10 \end{cases}$$

①



$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1b - 99 + 100b^2 - 31b - 10 > 0 \\ a_1^2 + 21a_1b - 99 + 100b^2 - 31b - 10 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 40b^2 - 14 < 0 \\ 40b^2 < 14 \\ 10b^2 < 3,5 \\ 5b^2 < 1,75 \end{aligned}$$

③

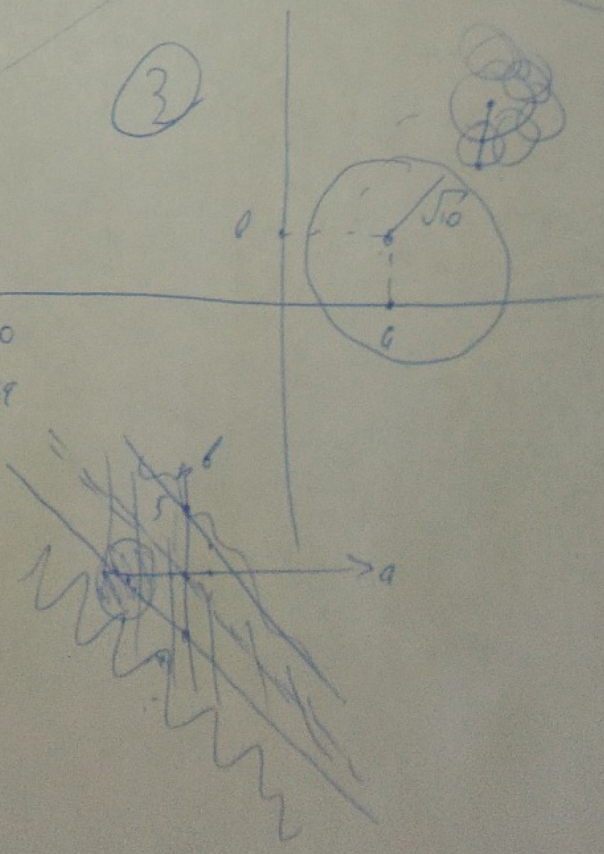
$$a, b^2 \leq \min(-69 - 38, 10)$$

$$\begin{aligned} -69 - 38 > 0 & \quad 38b \leq 0 \\ -69 - 38 > 10 & \quad b \leq -29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 38a & \leq 5 \\ b & \leq -5,39 \end{aligned}$$

$$a^2 + 6a + 3 \cdot b^2 + 20b + 1 \in \mathbb{D}$$

$$(4a)^2 + (6b)^2 \leq 10$$



543 M1296183

Мы можем представить себе это как декартово

упражнение

Комплексное ~~многоугольник~~, с радиусом  $R = \sqrt{10}$  и центром в начале координат, и вершинами в  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(-1, -1)$ ,  $(1, -1)$ .

Эти вершины

расположены на границах квадрата  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  (единица) и  $[-1, 1] \times [-1, 1]$ .

Все эти вершины принадлежат окружности радиуса  $R = \sqrt{10}$ , но все внутренние точки, то есть

центры лежат на окружности, описанной вокруг квадрата. Убедитесь, что радиус

данной окружности  $R = \sqrt{10}$  и ее площадь  $S = \pi R^2 = 10\pi$ , а т.е. в декартово

$\Rightarrow$  они образуют квадрат  $R = \sqrt{10}$ .

$$S = \pi (R)^2 = \pi \cdot 10 = 10\pi$$

Ответ:  $10\pi$

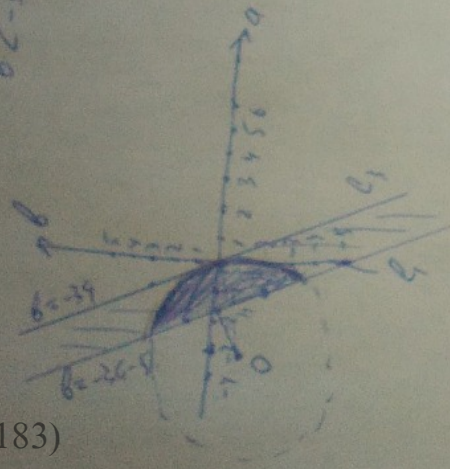
лист 4

число  $24 \text{ см}$   
}  $2 \text{ см}$

№3

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 10 & (1) \\ a^2 + b^2 \in \min(-60, -20, 10) & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \& (2) \quad a^2 + b^2 \in \min(-60, -20, 10) \\ \& -60 < b < 10 + a^2 \Rightarrow -60 < b < 10 \\ 34 < a < 5 \\ b < -34-5 \\ b < -39 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & a^2 + 60 + 9 + b^2 + 20 + 1 \leq 10 \\ & (a+3)^2 + (b+7)^2 \leq 10 \\ & \text{Омечено с помощью } (1) \text{ и } (2) \text{ и } D = \sqrt{10} \\ \& \text{ОТН } C_1 \text{ и } C_2 \text{ и } C_3 - b < -34-5 \\ & \text{и } b_2 = -1 \text{ и } b_1 = -34-1 \text{ и } b_2 = \frac{1}{2} \\ \& \begin{cases} b_1 = -34-5 \\ b_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -1 = -100 \\ & b_2 > \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (1) \text{ и } C_1 \text{ и } C_2 \Rightarrow \text{мы не можем найти } (x, y) \\ \& \begin{cases} y = -3x - 5 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 + 3x = -5 \\ 10x = -15 \\ x = -1.5 \\ y = -1 \end{cases} \\ & \text{и } \sqrt{(-1.5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3.25} \end{aligned}$$

параметр. системы  
Омечено C3

мет 3

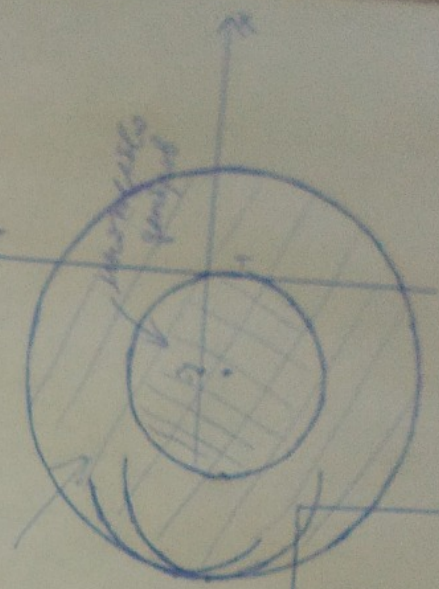
$$\begin{cases} -60 < b < 10 \\ 34 < a < 5 \end{cases}$$

параметры - аргументы части области



лог I и II => о.б. транспонировать  
мы бы D(-2; -1) и D = sqrt(10)

$$\begin{aligned} & \& (1) \quad (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 10 - \text{мы не можем найти } (x, y) \\ & \text{и } D = \sqrt{10} \\ & \text{помечено M} \end{aligned}$$

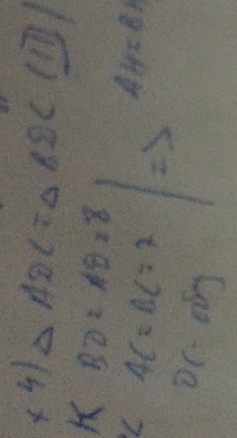


$$\sqrt{(-1.5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3.25}$$

№2

- 1)  $CH \perp AB \Rightarrow \text{ТМ } ABC - AH / AC = AB \Rightarrow AH \perp AB$
- 2)  $\Delta ABC \cong \Delta ABD$  по угл.;  $BC = AD \Rightarrow AB \perp AC$  и  $AB \perp AD$

3)  $A, B, C$  - проекция  $\Delta ABC$  на плоскости  $L$  - горизонтальная проекция.



4)  $\Delta ABC \cong \Delta ADC$  (1) и  $BC = AD \Rightarrow AB \perp AC$  и  $AB \perp AD$

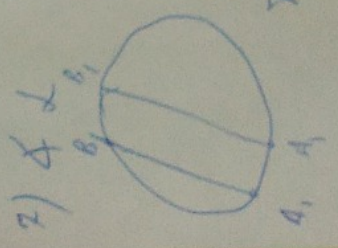
5) по Т. перпен. в  $\Delta ABC$  и  $AC$   
 $\begin{cases} KC \perp AC, AK \perp AC \\ KC \perp BC, AK \perp BC \end{cases} \Rightarrow AC \perp \text{пл. } KAC \Rightarrow AC \perp KC, AC \perp AK$   
 $\Rightarrow AC \perp BC$  - следствие!

6)  $\Delta A, B, C, H$   
 $AH \perp BC$   
 $A, C, H \perp AC$   
 $AH \parallel HC$

$AH, CK$  - перпендикуляры  
 $AB_1 = KC$   
 $AA_1 = KC$

$\Rightarrow \begin{cases} AA_1 \perp L \\ AB_1 \perp L \\ AA_1 = AB_1 \end{cases} \Rightarrow AB \parallel L \Rightarrow$   
 $\Rightarrow AB_1 = AB \Rightarrow AB$  -

проекции на  $AB$  - нуль.



Очевидно, что  $B, B_1$  - хорда и она перпендикулярна  $AB$ , а если эти хорды имеют одинаковый радиус, то хорды  $AB$  и  $AB_1$  параллельны, потому что радиус - перпендикуляр хорды.

Тогда  $\Delta ABC \cong \Delta AB_1C$ , а  $AB = AB_1 = R$  - радиус  $OH$   $AB_1 = AC$  (по Т. перпен.)

8) по Т. перпен.  $\Rightarrow OH \perp AC$  и  $OH \perp BC$

- 9) по Т. перпен.  $\Rightarrow OH \perp AC$  и  $OH \perp BC$
- 10) по Т. перпен. в  $\Delta AHC$  и  $\Delta BHC$   $HC \perp AC$  и  $HC \perp BC$
- 11) по Т. перпен. в  $\Delta AOC$  и  $\Delta BOC$   $OC \perp AC$  и  $OC \perp BC$
- 12) по Т. перпен. в  $\Delta AOC$  и  $\Delta BOC$   $OC \perp AC$  и  $OC \perp BC$

и т.д.

Вопрос:  $OH \perp AC$  и  $OH \perp BC$

Олимпиада Рязань по математике методом

Часть 24 вариант. 11 класс

v1

$a_1$  - первый член,  $a$  - разность прогрессии  $\Rightarrow a_1 = a; a_2 = a + b; a_3 = a + 2b \dots$

$a, a, a, \dots$  - арифметическая  $\Rightarrow a, b \in \mathbb{Z}$ .

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = \frac{a + a + 4b}{2} \cdot 5 = 5(a + 2b)$$

$$\begin{cases} a_5 - a_2 > 5 - 4 & (a + 4b) - (a + b) > 5 - 4 \\ a_{10} - a_{13} < 5 + 6 & (a + 9b) - (a + 12b) < 5 + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3b > 1 \\ -3b < 11 \end{cases}$$

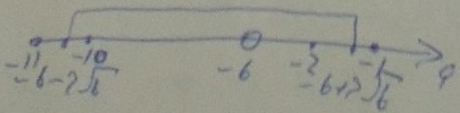
$$\begin{cases} a^2 + 21a + 68b - 36b - 4 > 0 & (1) \\ a^2 + 21a + 68b - 36b + 4 - 40b^2 - 64 < 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) + 40b^2 - 64 &< 0 \\ 40b^2 &< 64 \\ 5b^2 &< 8 \end{aligned}$$

Таким образом  $b = 1$

Подставим в исходную систему.

$$\begin{cases} (a + 4)(a + 17) > 5(a + 4) - 4 \\ (a + 9)(a + 12) < 5(a + 4) + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 21a + 68 > 5a + 16 - 4 \\ a^2 + 21a + 108 < 5a + 26 + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 16a + 56 > 0 \\ a^2 + 16a + 96 < 0 \end{cases}$$



С учетом (1)  $-6 - 2\sqrt{6} < -10$   
 $-2 < -6 + 2\sqrt{6} < -1$

$$a_1 = \frac{-12 \pm 4\sqrt{6}}{2} = -6 \pm 2\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{6} = n \\ n^2 = 24 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4 < n < 5 \\ 4 < 2\sqrt{6} < 5 \end{cases} \quad (*)$$

Таким образом нас устраивают все члены  $a, b \in [-10, -2]$ ,  
 за исключением 6 чл. (\*\*)

Ответ: -10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104150**

ID профиля: **855543**

Вариант 24



$$\begin{array}{l|l} \log_a b^2 & 2 \log_a b \\ \log_{c^2} a & \frac{1}{2} \log_c a \\ \log_{\frac{c}{b}} c & \log_{\frac{c}{b}} c \end{array}$$

$$2 \log_a b = \frac{1}{2} \log_c a = \log_b (c+1) \cdot 2$$

$$4 \log_a b = \log_c a = \log_b (c+2)$$

$$\log_a b^2 = \log_c a = \log_b (c+2)$$

$$\log_a b^2 = \frac{1}{\log_a c} = \log_b (c+2)$$

$$\log_a b^2 \log_a c = \log_b (c+2)^2$$

$$b^u = a = c \log_a c = \log_b c$$

$$b^u = a \log_c a = \log_b (c+2)$$

$$I = (1-x)^{-1} \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right) \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

$$I = \frac{1}{1-x^2} \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right) \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

$$\frac{\log \left( \frac{1+x}{1-x} \right)}{1-x^2} = \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

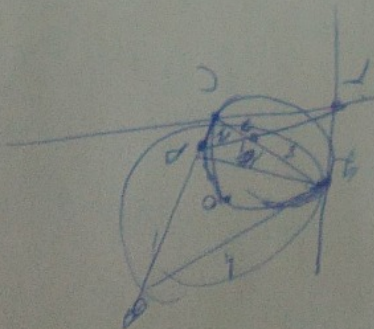
$$\frac{1}{1-x^2} \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right) = \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

$$\log \left( \frac{1+x}{1-x} \right) = \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

$x > 1$
$x < -1$
$x < 1$
$x > -1$
$x < 1$
$x > -1$
$x < 1$
$x > -1$

$$4 \log_a b = 1$$

$$7 = (1-x) \log \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$





радиовмун и радио 24 бар

$$\log_{\sqrt{29-x}} \left(\frac{x}{7}+7\right) = 2 \log_{(29-x)} \left(\frac{x}{7}+7\right) = A$$

$$\log_{\sqrt{141}} (29-x) = \frac{1}{2} \log_{141} (29-x) = \frac{1}{2} \log_{-x-1} (29-x) = B$$

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}} (-x-1) = 2 \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)} (-x-1) = C$$

- $x < 29$
- $x \neq 28$
- $x \neq -2$
- $x < -1$
- $x \neq -12$
- $x \neq -7$

$$\} A = C = B + 1$$

$$\log_{(29-x)} \left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)} (-x-1)$$

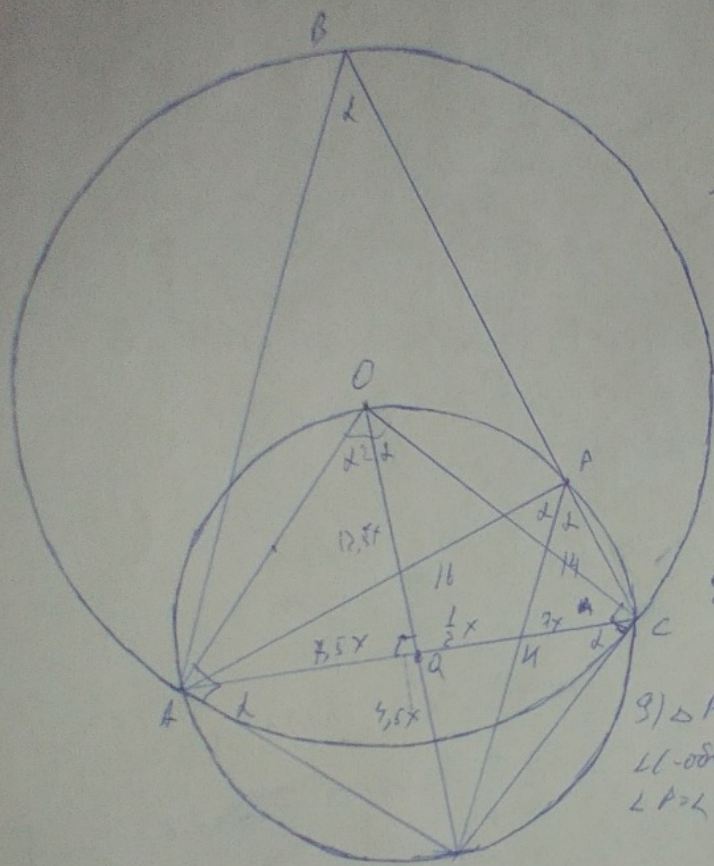
$$\frac{1}{\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)} (29-x)} = \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)} (-x-1) \rightarrow \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)} (29-x) \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)} (-x-1) = 1$$

$$2 \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)} (-x-1) = \frac{1}{2} \log_{(-x-1)} (29-x) + 1$$

- $29-x \rightarrow$
- $\frac{x}{7}+7 \rightarrow$
- $\frac{x}{7}+7 \rightarrow$
- $-x-1 \rightarrow$

$\Rightarrow$  177 -  $\rightarrow$  f; 177 - const  
знаменатель не равен нулю  
I корень

1)  $AC \cap OT = Q$



1)  $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$  — т.н. центр и углы.  
 $\angle A + \angle C = 180^\circ \Rightarrow$  компл.  
 $\angle AOC$  норма

3)  $\angle ACT = \frac{1}{2} \angle AOC$  — т.н. угол вписанн  
 4)  $\angle ACT = \frac{1}{2} \angle AOC = \angle APT = \angle$   
 5)  $\angle APT = \angle AOT = \angle AOC \Rightarrow OT$  — биссектриса  
 $\angle AOC$   
 6)  $\angle TOC = 2\alpha = \frac{1}{2} \angle AOC \Rightarrow \angle TPC = \alpha$

7)  $\angle APC = \alpha = \angle ABC \Rightarrow AB \parallel KP$

8)  $\frac{AP \cdot PH}{AP \cdot PC} = \frac{AH}{HC} = \frac{8}{7}$  т.н. биссектриса  
 $AH = 8x; HC = 7x; AC = 15x$

9)  $\triangle PNC \sim \triangle ABL$  (I)  
 $\angle C = \angle B$   
 $\angle P = \angle A \Rightarrow \frac{PN}{AN} = \frac{NC}{AL} = \frac{7x}{15x} = \frac{7}{15}$

$S_{ANL} = \frac{15^2}{7 \cdot 8} \cdot x^2 = \frac{30 \cdot 15}{7} = \frac{450}{7}$

10)  $\triangle AOC$  — р/б

$OQ$  — медиана  $\Rightarrow AQ = QC = 7.5x \Rightarrow QH = \frac{1}{2}x$

11)  $AH \cdot HC = PH \cdot HT$  — теорема о хордах.

12)  $\triangle AQT$   $\angle Q = 90^\circ$

$QT = AQ \cdot \tan \alpha = \frac{3}{2} \cdot 7.5x = 11.25x$

и тогда  $AT = \sqrt{7.5^2 + 11.25^2} x = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{45}{2}\right)^2} x = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} x = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{225 + 81} = \frac{x \sqrt{306}}{2} = \frac{3x \sqrt{34}}{2}$

13)  $\triangle AOT$

$\angle A = 90^\circ \Rightarrow$  гипотенуза  $AQ^2 = OQ \cdot OT$

$\frac{15^2}{4} x^2 = \frac{9}{2} y \cdot QO \Rightarrow QO = \frac{15 \cdot 25}{9 \cdot 2} x = 12.5x$

14) тогда  $AO = BO = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{25}{2}\right)^2} x = \frac{5}{2} x \sqrt{9 + 25} = \frac{5}{2} x \sqrt{34}$

~~15)  $\triangle AOT \sim \triangle ABL$~~

15)  $\frac{AO}{AT} = \frac{8}{7} \Rightarrow S_{AOT} = \frac{8^2}{2} = \frac{32x \cdot 11.25x}{2} = 180x^2$   
 $y = 4.5x^2$   
 $x = \frac{3\sqrt{95}}{2}$   
 $AC = 15x$

Ответ:  $S_{ANL} = \frac{450}{7}$  ед. кв.  $AC = \frac{45\sqrt{95}}{2}$

Answering "Puzzle" no answer.

we find

II next 24 factors 11 units.

$$\begin{cases} \text{HOD}(a, b, c) = 33 \\ \text{HOD}(a, b, c) = 3 \cdot 11 \cdot 1 \end{cases}$$

or

I guess, we can get  $a \neq b \neq c$ , for  $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 10\}$

(b, c, c) - some permutation, seems rather poor - sorry.

II & we can use HOD

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11^m \\ 3 \cdot 3 \cdot 3^f \\ 3 \cdot 3 \cdot 11^4 \end{array} \right\} \text{ or } \left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot 3 \cdot 11^4 \\ 3 \cdot 3 \cdot 3^f \\ 3 \cdot 3 \cdot 11^4 \end{array} \right\} \text{ or } \left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3^m \\ 3 \cdot 3 \cdot 3^f \\ 3 \cdot 3 \cdot 11^4 \end{array} \right\}$$

normal we can use more numbers 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

$$\text{HOD} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11^4 \Rightarrow \begin{cases} m+f=18 \\ m+4=14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9-18 \\ 5-1-x \\ 12-0 \end{cases} \Rightarrow \text{we can use } 18 \text{ rep } m+f; 14 \text{ rep } m+4 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} n=f \Rightarrow 14 \text{ rep } m+4 \text{ and } 3 \text{ separate representations } 9+6 \\ m=4 \Rightarrow 18 \text{ rep } m+f \Rightarrow 18 \cdot 3 - 6 \cdot 9 \end{cases}$$

II seems impossible  $6 \cdot 14 \cdot 18 + 14 \cdot 3 + 18 \cdot 3 = 3(2 \cdot 14 \cdot 18 + 14 + 18) = 3 \cdot 536 = 1608$

$$\begin{array}{r} 28 \cdot 12 \\ 32 \\ \hline 228 \\ 228 \\ \hline 504 \end{array}$$

And then 1808 spots

ANS 1