Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104128**

ID профиля: **212671**

Вариант 24

| Чистовик л.1 |

№1. Обозн. $a_1 = a \in \mathbb{Z}$, $b > 0$ – разность прогрессии. ($b \in \mathbb{Z}$)

Тогда $a_i = a + (i-1)b$

$\underline{S} = S_9 = 9a + (0+1+2+\ldots+8)b = 9a + \frac{\overset{4}{\cancel{8}} \cdot 9}{\cancel{2}} b = \underline{9a + 36b}$ (0)

$a_5 a_{18} > S - 4$

$\Updownarrow$

$(a+4b)(a+17b) > 9a + 36b - 4$

$\Updownarrow$

$a^2 + 21ab + 68b^2 > 9a + 36b - 4$ (1)

$a_{10} a_{13} < S + 60$

$\Updownarrow$

$(a+9b)(a+12b) < 9a + 36b + 60$

$\Updownarrow$

$a^2 + 21ab + 108b^2 < 9a + 36b + 60$ $\cancel{(2)}$ (2.0)

$\Updownarrow$

$-a^2 - 21ab - 108b^2 > -9a - 36b - 60$ (2)

$(1)+(2) \Rightarrow \cancel{a^2} + \cancel{21ab} + 68b^2 - \cancel{a^2} - \cancel{21ab} - 108b^2 > \cancel{9a} + \cancel{36b} - 4 - \cancel{9a} - \cancel{36b} - 60$

$\Updownarrow$

$-40b^2 > -64$

$\Updownarrow$

$40b^2 < 64 \quad /:8$

$\Updownarrow$

$5b^2 < 8$

Т.к. $b > 0$, $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow b = 1$, иначе при $b \geq 2 \Rightarrow b^2 \geq 4 \Rightarrow 5b^2 \geq 5 \cdot 4 = 20 > 8$ ✗ $\Rightarrow \boxed{b = 1}$ Тогда:

$(1) \Leftrightarrow a^2 + 21a + 68 > 9a + 36 - 4$

$\Updownarrow$

$a^2 + 12a + 36 > 0$

$\Updownarrow$

$(a+6)^2 > 0$

$\Updownarrow$

$a \neq -6$

(2) ~~<=>~~

Чистовик. 1.2

$(2.0) \Leftrightarrow a^2 + 21a + 108 < 9a + 36 + 60$

$\Downarrow$

$a^2 + 12a + 12 < 0$

Нули: $a_{1,2} = -6 \pm \sqrt{36-12} = -6 \pm \sqrt{24}$

$\Downarrow$

$a \in (-6-\sqrt{24}; -6+\sqrt{24})$

$\sqrt{16} = 4 < \sqrt{24} < 5 = \sqrt{25} \Longrightarrow -5 < -\sqrt{24} < -4$

$\Downarrow$ $\qquad\qquad$ $\Downarrow$

$4 - 6 < -6+\sqrt{24} < -6+5 \qquad -6-5 < -6-\sqrt{24} < -6-4$

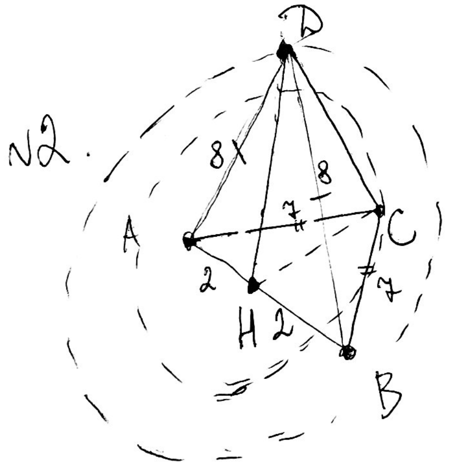
$\underline{-2 < -6+\sqrt{24} < -1} \qquad \underline{-11 < -6-\sqrt{24} < -10}$

$a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in [-10; -2] \cap \mathbb{Z}$

С учетом $a \neq -6$: $\boxed{a \in \{-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2\}}$

Ответ

№2.



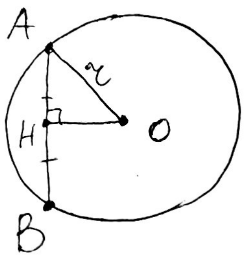
1) $CA = CB \Rightarrow C \in$ сер. перп. к $[AB]$.
Пусть H – серед. $[AB] \Rightarrow$
$\Rightarrow (CH) \perp (AB)$.
Аналог-но: $DA = DB \Rightarrow (DH) \perp (AB)$

2) Рассм. $\alpha(CDH)$. $(DH), (CH) \subset \alpha$; $(DH) \perp (AB), (CH) \perp (AB) \Rightarrow$
$\Rightarrow (AB) \perp \alpha \Rightarrow (AB) \perp (CD) \subset \alpha$.
Если (O_1O_2) – ось цилиндра $\Rightarrow (CD) \parallel (O_1O_2) \Rightarrow (AB) \perp (O_1O_2)$

3) Пусть $\beta: (A \in \beta$ и $\beta \perp (O_1O_2))$. $B' = pr_\beta(B)$ – проекция B на β.
$\left.\begin{array}{l}(AB') \subset \beta \Rightarrow (AB') \perp (O_1O_2) \\ \text{по п. 2 } (AB) \perp (O_1O_2)\end{array}\right\} \Rightarrow \underline{B' = B}$ (т.к. через т. A можно провести единств. прямую, $\perp (O_1O_2)$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \underline{B \in \beta}$.

Чистовик л. 3

4) Пусть ω_β — сечение цилиндра пл. β (т.к. $\beta \perp (O_1O_2)$ — оси цилиндра $\Rightarrow \omega_\beta(O, r)$ — окр., r — радиус цилиндра). AB — хорда



H — сер. $AB \Rightarrow (OH) \perp (AB)$.

$HA = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

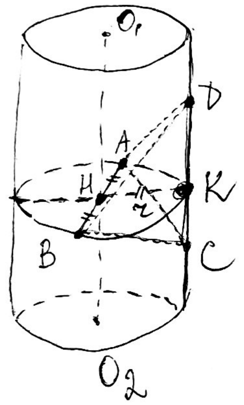
$OA = r$

$\triangle OAH$: OA — гипотенуза $\Rightarrow OA \geq AH = 2$

$\underline{r \geq 2}$

$r_{min} = 2$ — достигается, когда AB — диаметр $\Rightarrow$

$\Rightarrow H = O$



$\rightarrow$

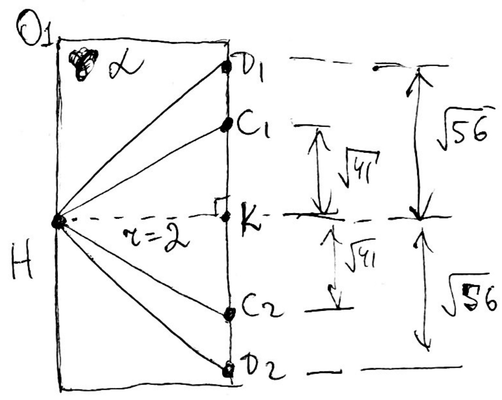


рис. α

5) $\alpha_{(CHD)} \perp (AB)$, $(AB) \perp (O_1O_2) \Rightarrow$

Пусть $K = \beta \cap (CD) \Rightarrow K$ леж. на боковой пов-ти цил.

(т.к. $(CD) \parallel (O_1O_2) \Rightarrow (CD) \subset$ бок. пов. цил.) $\Rightarrow K \in \omega_\beta \Rightarrow \underline{HK = r = 2}$,

$\underline{(HK) \perp (CD)}$.

$\triangle AHD$: $\underline{HD} = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{64-4} = \sqrt{60}$

$\triangle AHC$: $\underline{HC} = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{49-4} = \sqrt{45}$

$\triangle HKC$: $KC = \sqrt{HC^2 - HK^2} = \sqrt{45 - 2^2} = \sqrt{41}$

$\triangle HKD$: $KD = \sqrt{HD^2 - HK^2} = \sqrt{60 - 2^2} = \sqrt{56}$

Заметим, что для каждой из т. C и D есть 2 варианта расположения на прямой, соотв. наклонным с соответствующими длинами (см. рис. α)

| Чистовик л. 4 |

Длиной CD может быть длина любого отр. C_iD_j, где $i,j\in\{1,2\}$

$C_1D_1 = C_2D_2 = D_1K - C_1K = \boxed{\sqrt{56}-\sqrt{41}}$

$C_1D_2 = C_2D_1 = C_1K + KD_2 = \boxed{\sqrt{41}+\sqrt{56}}$

$\boxed{\text{Ответ: } \sqrt{56}-\sqrt{41} \text{ или } \sqrt{56}+\sqrt{41}}$

N3.) $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \\ a^2+b^2\le \min(-6a-2b,\,10)\end{cases}$

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \rightarrow (x,y)$ леж. внутри $\omega(\underset{\text{центр}}{(a;b)}, \underset{\text{радиус}}{\sqrt{10}})$

$a^2+b^2\le \min(-6a-2b,10) \rightarrow \begin{cases}a^2+b^2\le 10 \Rightarrow (a,b) \text{ леж. внутри } \omega_0((0;0),\sqrt{10}) \\ a^2+b^2\le -6a-2b\end{cases}$

$\Updownarrow$

$a^2+6a+9+b^2+2b+1\le 10$

$\Updownarrow$

$(a+3)^2+(b+1)^2\le 10 \Rightarrow (a,b)$ леж. внутри $\omega_1((-3;-1),\sqrt{10})$

~~1) Рассм. случай:~~

~~$a^2+b^2\le -6a-2b$~~

~~$a^2+6a+b^2+2b\le 0$~~

~~$\frac{D}{4} = 9-b^2-2b = -(b^2+2b-9)$~~

~~$\frac{D}{4}\ge 0$ при $b^2+2b-9\le 0$~~

~~нули: $\cancel{b_{1,2}=-1 \ldots+9}$~~

~~$b_{1,2} = -1\pm\sqrt{1+9} = -1\pm\sqrt{10} \rightarrow b\in[-1-\sqrt{10}, -1+\sqrt{10}]$~~

~~$b_{верш} = \frac{-2}{2} = -1$~~

~~Нули по a:~~

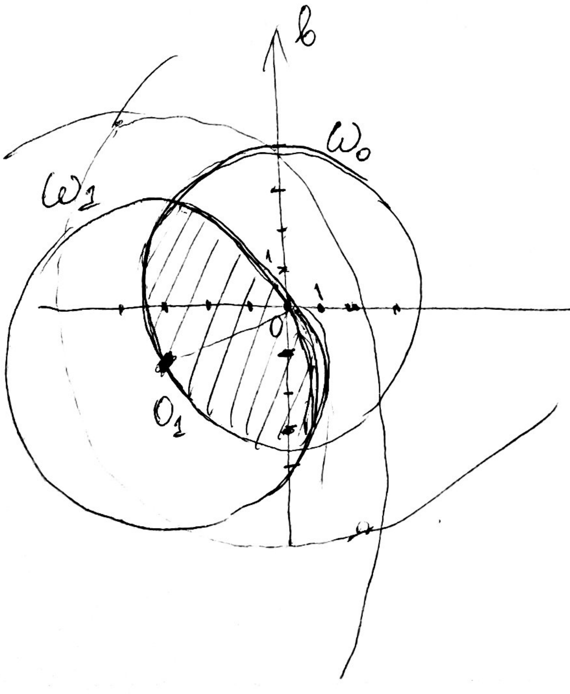
~~$a_{1,2} = -3\pm\underbrace{\sqrt{9-b^2-2b}}_{\left(\frac{D}{4}\right.}$~~

Обозн. $\omega(O^*, r)$ $O^*(a;b)$

$\omega_0(O, r)$ $O(0,0)$

$\omega_1(O_1, r)$ $O_1(-3,-1)$

$r=\sqrt{10}$

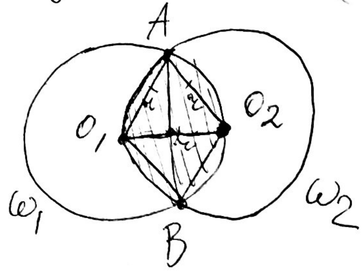


$OO_1 = \sqrt{(-3)^2+(-1)^2} = \sqrt{10} \Rightarrow O_1\in\omega_0,\ O\in\omega_1$

$O^*\in\omega_0\cap\omega_1$

Чистовик л. 5

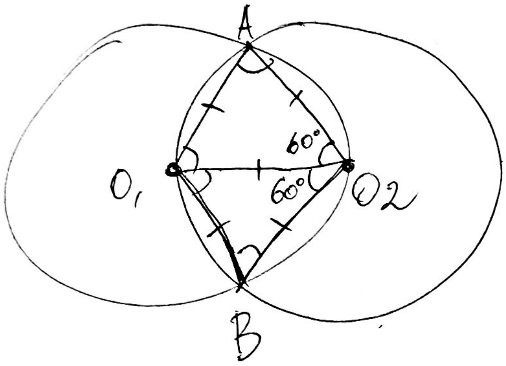
В общем случае площадь пересечения окр. с центрами O_1 и O_2; где $O_1O_2 = r$, (радиусы равны):



$\omega_1 \cap \omega_2 = \{A, B\}$

$\frac{AB}{2} \Rightarrow S_{AO_1O_2B} = 2 S_{AO_1O_2} =$ равностор., стор. r

$= 2 \cdot \frac{3r^2}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}\, r^2$



$\angle AO_2B = 120^\circ$

$S_{\triangle O_2AB} = \frac{2\pi/3}{2\pi} \cdot \pi r^2 = \frac{\pi r^2}{3}$

сектор

$S(\omega_1 \cap \omega_2) = S_{\triangle O_2AB} + S_{\triangle O_1AB} - S_{AO_2BO_1} =$

$= 2 \cdot \frac{\pi r^2}{3} - 3\sqrt{2}\, r^2 = \left(\frac{2\pi}{3} - 3\sqrt{2}\right) r^2$

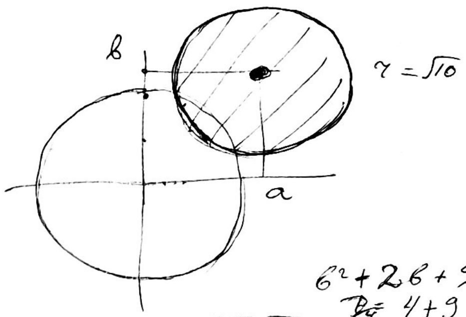
В нашем случае пересекаются 2 окр. с радиусами $2\cdot\sqrt{10}$, т.к. $(x;y)$ лежит вокруг кажд. т. $(A;B)$ в радиусе $\sqrt{10}$

$S_M = \left(\frac{2\pi}{3} - 3\sqrt{2}\right) \cdot (2\sqrt{10})^2 = \frac{2\pi - 9\sqrt{2}}{3} \cdot 4 \cdot 10 = \boxed{\frac{40(2\pi - 9\sqrt{2})}{3}}$

Черновик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 = (\sqrt{10})^2 \\ a^2+b^2 \le \min(-6a-2b;\ 10)\end{cases}$$

не быв.



$a^2+b^2 \le -6a-2b$

$a^2+6a+b^2+2b \le 0$

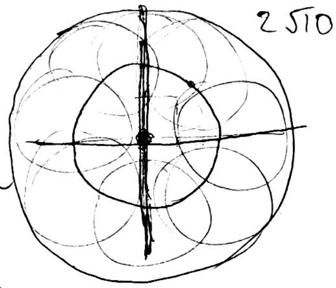
$\cancel{a}=0:\ a=-3\pm\sqrt{9-(b^2+2b)} = -3\pm\sqrt{9-b^2-2b}$

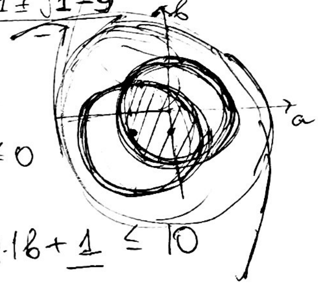
b^2+2b+9

$4+9$

$-b^2-2b-9$

$0:\ b=-1\pm\sqrt{1-9}$





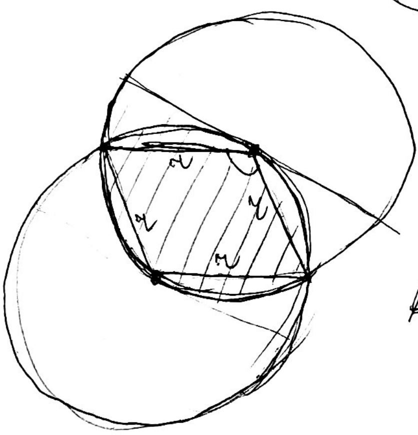
$a^2+b^2 \le 10$

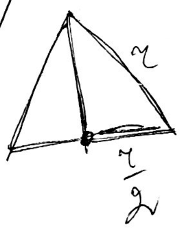
$(a-0)^2+(b-0)^2 \le (\sqrt{10})^2$

$a^2+\underset{2\cdot 3}{6a}+b^2+\underset{2\cdot 1}{2b} \le 0$

$a^2+2\cdot 3a+\underline{9}+b^2+2\cdot 1b+\underline{1} \le 10$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10$





$\left(r^2+\frac{r^2}{4}\right)=\frac{3r^2}{4}$

$h=\frac{3r}{\sqrt{2}}$

$S=rh=\frac{3r^2}{\sqrt{2}}$

Черновик

$S = S_9 = 9a + (1+2+\ldots+8)b = 9a + \frac{9\cdot 8}{2}b = 9a + 36b = 9(a+4b)$

арифм.

a_1 a_2 a_3

a $a+b$ $a+2b$

$(b=1)$ $S = 9a + 36$

$a_5 a_{18} = (a+4b)(a+17b) > S - 4 \rightarrow (a+4b)(a+17b) > 9(a+4b) - 4$

$a^2 + 21ab + 417b^2 > 9a + 36b - 4$ (1) $\quad (a+4b)(a+17b-9) \leq -4$

$b > 0$

$a \in \mathbb{Z}$

$a_{10} a_{13} = (a+9b)(a+12b) < S + 60$

$a^2 + 21ab + 912b^2 < 9a + 36b + 60$ (2)

$a - ?$

(+) $(4\cdot 17 - 9\cdot 12)b^2 > -64$

$68 \quad 108$

$-40b^2 > -64$

$5b^2 < 9$

$b^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \boxed{b=1}$

(1) $a^2 + 21a + 68 > 9a + 36 - 4$

$a^2 + 12a + 36 > 0$

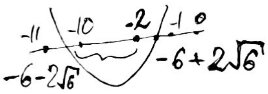
$(a+6)^2 > 0$ всегда

(2) $a^2 + 21a + 108 < 9a + 36 + 60$

$a^2 + 12a + 12 < 0$

$0: a = -6 \pm \sqrt{36-12} = -6 \pm 2\sqrt{6}$

$24 = 6\cdot 4$



$-11 \quad -10 \quad -2 \quad -1 \quad 0$

$-6-2\sqrt{6} \quad -6+2\sqrt{6}$

$2 < \sqrt{6} < 3$

$4 < 2\sqrt{6} < 6$

$-4 > -2\sqrt{6} > -6$

$-10 > -6-2\sqrt{6} > -12$

$-2 < -6+2\sqrt{6} < 0$

$-1 - ?$

$-11 - ?$

$-1 > -6+2\sqrt{6}$

$5 \vee 2\sqrt{6}$

$25 \vee 4\cdot 6$

$25 > 24$

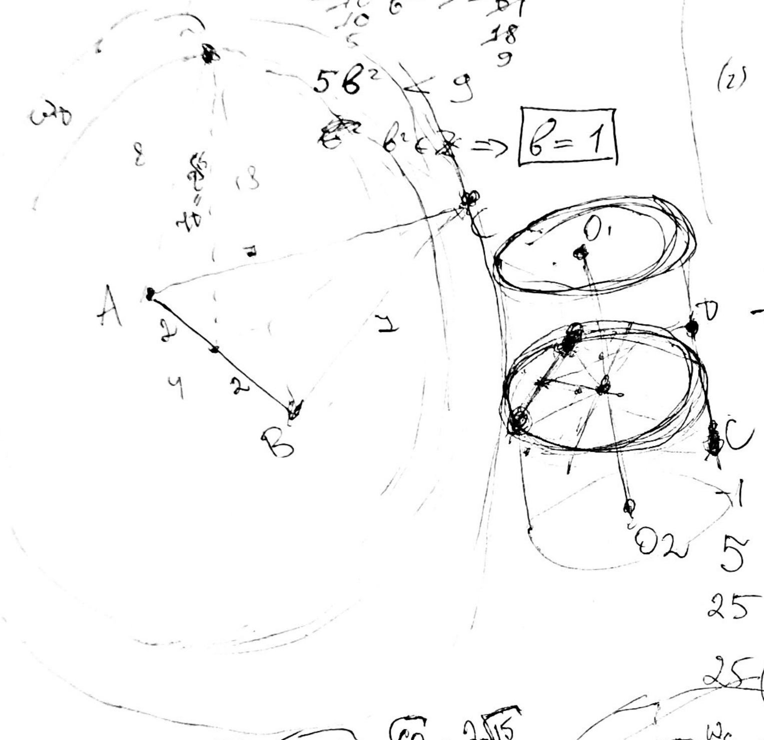
$-11 < -6-2\sqrt{6}$

$2\sqrt{6} \vee 5$

$4\cdot 6 \vee 25$

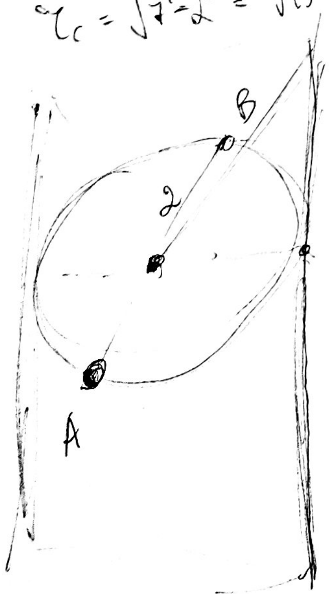
$<$

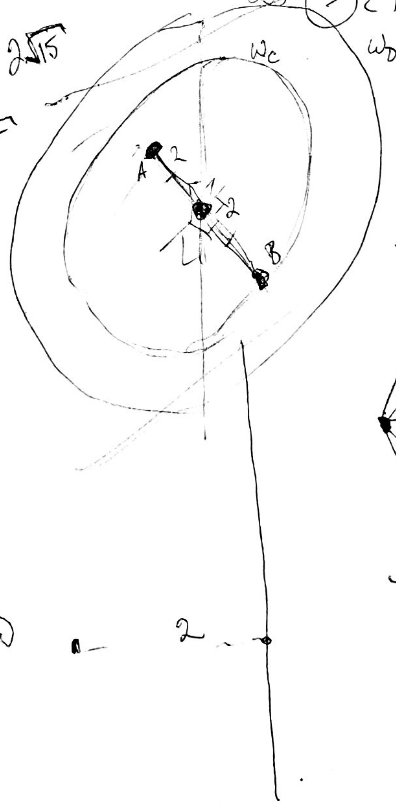
$a \in [-10; -2]$

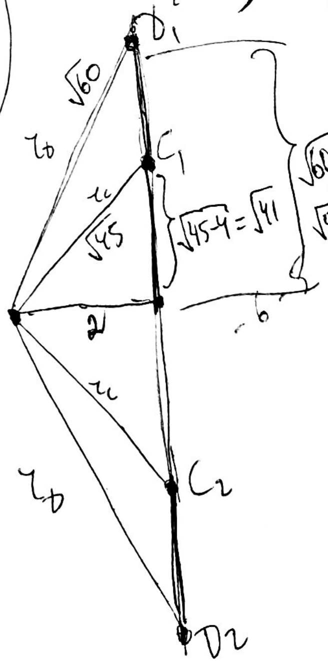


$r_D = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{64-4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$

$r_C = \sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{49-4} = \sqrt{45}$







$4 > \sqrt{24} > 5$

$4 < \sqrt{24} < 5$

$< -6 - \sqrt{24} < -6-4$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104128**

ID профиля: **212671**

Вариант 24

Чистовик л. 1

№4. $\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 33 \\ \text{НОК}(a, b, c) = 3^{19} \cdot 11^{15} \end{cases}$

Т. к. НОК делится на каждое число, но содержит только простые множ. 3 и 11 $\Rightarrow$ в числах a, b, c также содержатся только простые множ. 3 и 11. Представим числа в виде:

$a = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\beta_1}$

$b = 3^{\alpha_2} \cdot 11^{\beta_2}$

$c = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$

По определению: $\text{НОД}(a,b,c) = 3^{\min \alpha} \cdot 11^{\min \beta}$,

$\text{НОК}(a,b,c) = 3^{\max \alpha} \cdot 11^{\max \beta}$.

Тогда $\min \alpha = 1$, $\min \beta = 1$, $\max \alpha = 19$, $\max \beta = 15$. Т.е.:

$\begin{cases} \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{1, 19, n\}, \text{ где } n \in [1; 19] \cap \mathbb{Z} \\ \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\} = \{1; 15; m\}, \text{ где } m \in [1; 15] \cap \mathbb{Z} \end{cases}$

Найдем кол-во вар. упоряд. тройки $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$

1 сл. $n = 1 \Rightarrow \underbrace{\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}}_{M_\alpha} = \{1, 1, 19\} \Rightarrow$ 3 вар.

2 сл. $n = 19 \Rightarrow M_\alpha = \{1, 19, 19\} \Rightarrow$ 3 вар.

3 сл. $n \in [2; 18] \cap \mathbb{Z} \Rightarrow \forall n \; M_\alpha = \{1, 19, n\} \Rightarrow 3! = 6$ вар.

Всего 17 вар. для $n \Rightarrow$ всего $17 \cdot 6$ вар. для 3 случая

Суммарно: $3 + 3 + 17 \cdot 6 = \underline{6 \cdot 18 \text{ вар. } (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}$

Аналогично рассм. $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$

Чистовик л.2

1 сл. $m=1 \Rightarrow 3$ вар.

2 сл. $m=15 \Rightarrow 3$ вар.

3 сл. $m\in\underbrace{[2;14]\cap\mathbb{Z}}_{13 \text{ вар.}} \Rightarrow 13\cdot 3! = 13\cdot 6$ вар.

$\sum_\beta = 3+3+13\cdot 6 = \underline{6\cdot 14 \text{ вар.} \ (\beta_1,\beta_2,\beta_3)}$

Наборы степеней множителей 3 и 11 определяются независимо $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ общее число вар. (a,b,c):

$S = \sum_\alpha \cdot \sum_\beta = 6\cdot 18 \cdot 6\cdot 14 = \underset{3^2\cdot 2^2}{6^2}\cdot\underset{3^2\cdot 2}{18}\cdot\underset{2\cdot 7}{14} = \boxed{2^4\cdot 3^4\cdot 7 \text{ вар.}}$

Ответ

N5. 1 сл. $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{(x+1)^2}(29-x)$

$\begin{cases} 2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{1}{2}\log_{|x+1|}(29-x) \\ 29-x>0 \end{cases}$

$4\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{1}{\log_{(29-x)}(|x+1|)}$

$4\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right) =$

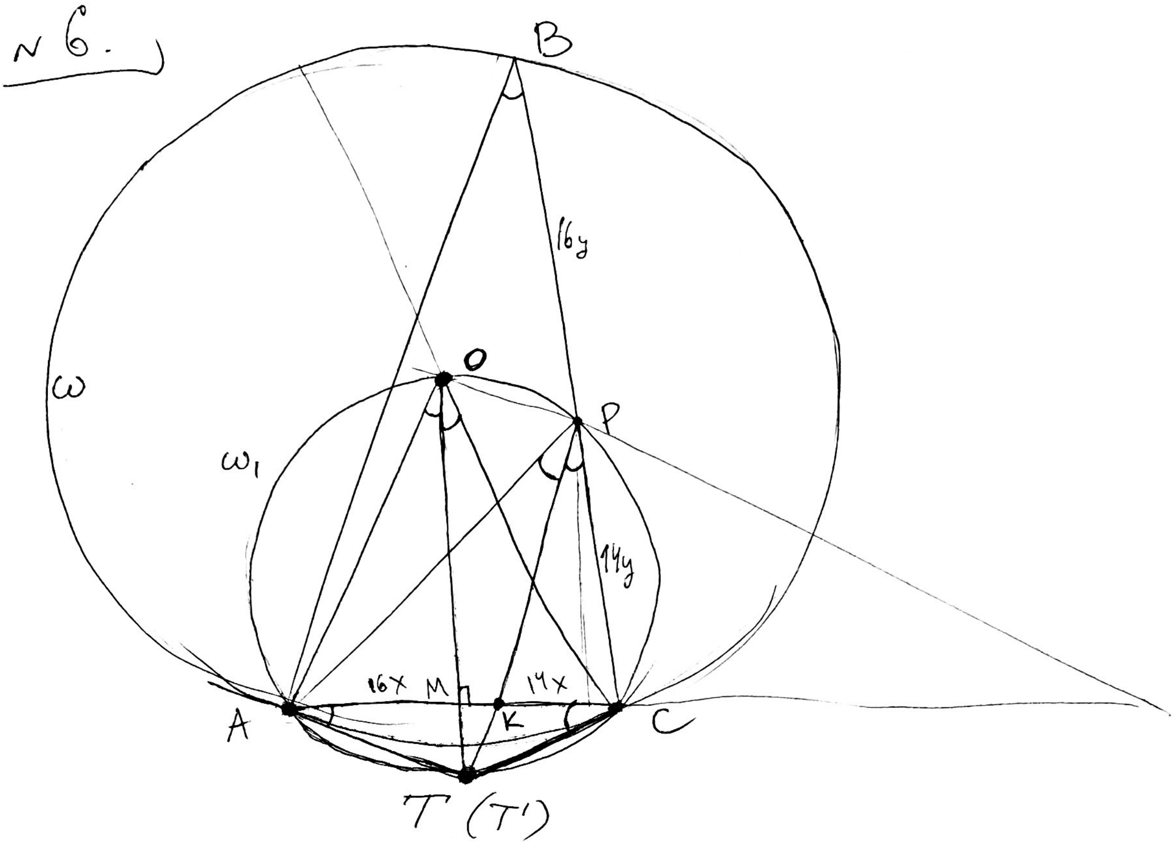
$29^{4\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)} = 29^{\frac{1}{\log_{(29-x)}(|x+1|)}}$

$\left(\frac{x}{7}+7\right)^4 = 29^{\frac{1}{\log_{(29-x)}(|x+1|)}}$ $\quad 1\log_{29-x}|x+1|$

$\left(\frac{x}{7}+7\right)^{4\log_{(29-x)}|x+1|} = 29$

Чистовик л. 3

№ 6.



1) (AT) – кас., $[AC]$ – хорда $\omega \Rightarrow \angle CAT = \frac{1}{2}\breve{AC} = \angle ABC$

(CT) – кас. $\Rightarrow \angle ACT = \frac{1}{2}\breve{AC} = \angle ABC$ $\Big| \Rightarrow AT = TC \Rightarrow (TM)$ – сер. перп. к $[AC]$ (M – сер. AC)

2) ~~ω_1 (AOC):~~

$OA = OC = r_\omega \Rightarrow \triangle AOC$ – р/б, OM – мед-а, выс., бисс. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOM = \angle MOC$

$\angle AOC = 2\angle AOM$

$\angle AOC = \breve{AC} = 2\angle ABC$ $\Big| \Rightarrow \angle AOM = \angle ABC$, $\angle AOM = \angle COM$

Пусть $T' = (OM) \cap \omega_1 (AOC)$.

$\angle CAT' = \frac{1}{2}\breve{CT'} = \angle COT' = \angle COM = \angle ABC \Rightarrow \angle CAT' = \angle CAT \Rightarrow$ ($\angle ABC = \angle CAT$)

$\Rightarrow T' = T =$ ~~(AM)~~ $(AT) \cap (OM) \Rightarrow \underline{T \in \omega_1}$

Чистовик л. 4

3) $\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AK}{KC} \Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{16}{14}$

$\angle APT = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AT} = \angle AOT = \overset{\angle ABC =}{\angle TOC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{CT} = \angle CPT \Rightarrow$

$\Rightarrow (PT)$ – бис. $\angle APC \Rightarrow$ ~~PK – бис. $\triangle APC$~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CPT = \angle ABC \Rightarrow (PT) \parallel (AB)$ (по соотв. углам, (BC) – секущ.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ (т. Фалеса) $\frac{BP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{16}{14}$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{APC}} = \frac{BC}{PC} = \frac{BP+PC}{PC} = \frac{16+14}{14} = \frac{30}{14}$$

$$\boxed{S_{ABC}} = \frac{30}{14} S_{APC} = \frac{30}{14}(S_{APK} + S_{KPC}) = \frac{30}{14}(\underbrace{16+14}_{30}) =$$

$$= \cancel{\frac{30 \cdot 16}{14} + 30} = \frac{30^2}{14} = \boxed{\frac{900}{14}}$$ Ответ (а)

б) Пусть $AK = 16x$, $KC = 14x \Rightarrow AC = 30x \Rightarrow AM = \frac{1}{2}AC = 15x$

$\triangle AOM: \angle AMO = 90° \Rightarrow \frac{AM}{MO} = tg\angle AOM = tg\angle ABC = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow MO = \frac{5}{3}AM = \frac{5}{3} \cdot 15x = 25x$

$OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{(25x)^2 + (15x)^2} = \sqrt{5^2 \cdot 5^2 + 5^2 \cdot 3^2}\, x =$

$= 5\sqrt{25+9}\, x = 5\sqrt{34}\, x = R$

$\triangle ABC: \frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R$

черновик

$\frac{\sin}{\cos^2}$ $\log_{\sqrt{29-x^2}}\left(\frac{x}{7}+y\right) = \log_{\sqrt{r}}$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

$tg^2 = \frac{1-\cos^2}{\cos^2} = \frac{1}{\cos^2} - 1$

$tg^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2}$

$\frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R$

$\frac{30x}{\frac{9}{34}} = \sqrt{\ldots}\ x$

$\frac{30}{14} \cdot 30 = \ldots$

$\frac{\sin}{\cos} = \frac{\sin}{\sqrt{1-\sin^2}} = tg$

$\frac{\sin^2}{1-\sin^2} = tg^2$

$\sin^2 = tg^2 - \sin^2 tg^2$

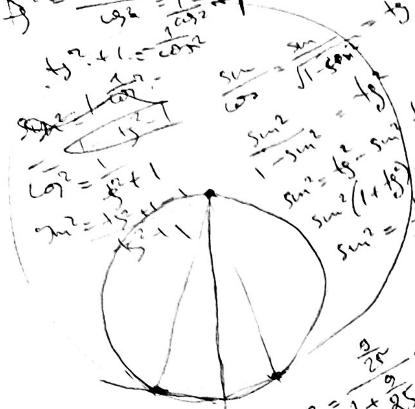
$\sin^2(1+tg^2) = tg^2$

$\sin^2 = \frac{tg^2}{1+tg^2}$

$\cos^2 = \frac{1}{tg^2+1}$

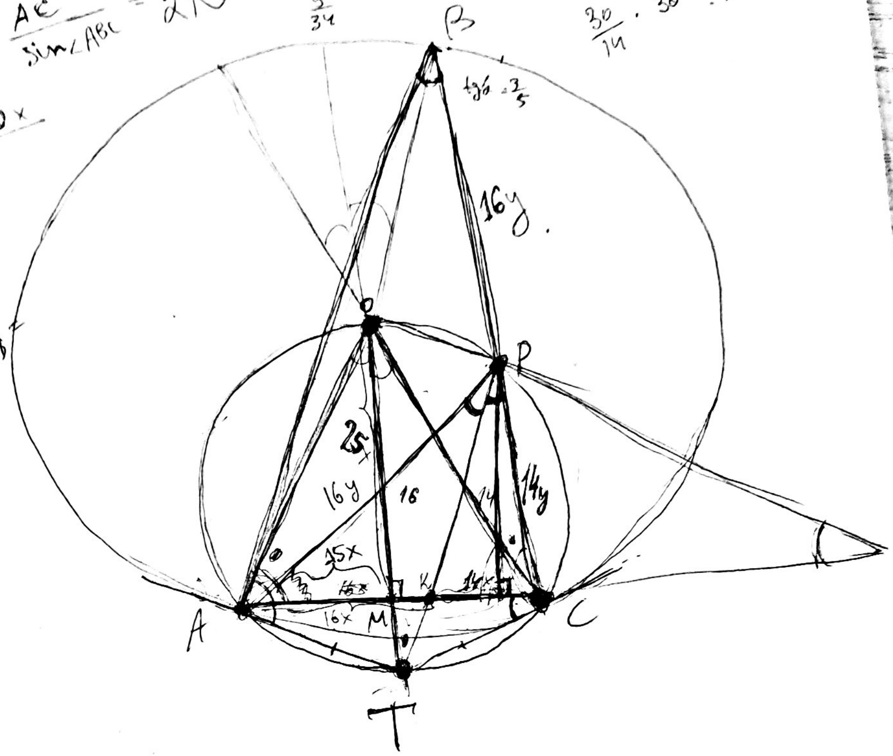
$\sin^2 = \frac{tg^2}{tg^2+1}$

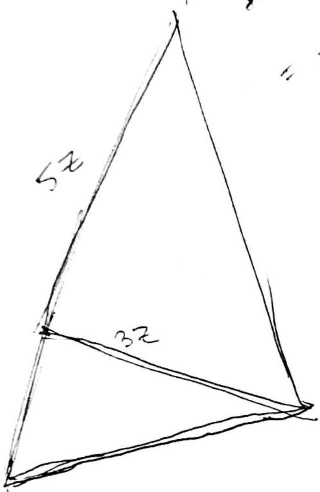
30x



$\sin^2 = \frac{\frac{9}{25}}{1+\frac{9}{25}} = \frac{9}{25+9}$

$= \frac{9}{34}$





S

R $\sqrt{25^2+19^2} =$

~~225~~ 225

441

Черновик

$НОК = 3^{19} \cdot 11^{15}$

3^1 3^{19}

11^1 11^{15}

$33\, a_1$
$33\, b_1$
$33\, c_1$

$3^{1+\alpha_1}$ $11^{1+\beta_1}$

3^{α_1} 11^{β_1}

α_2 β_2

α_3 β_3

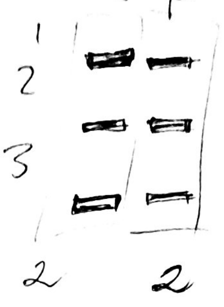
$\min(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 1$

$\min \beta = 1$

$\max \alpha = 19$

$\max \beta = 15$

max P

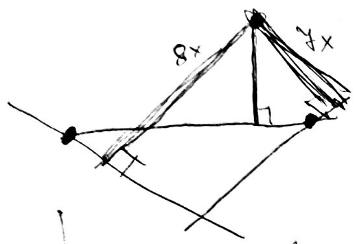


$\square \in [1; 19]$

$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-(x+1))$

$\frac{1}{\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(29-x)} = \log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$

$1 = \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(29-x) \cdot \log$



$(1, 19, n)$, n: $1, 19$

$1\ 19\ 1$ | $1\ 19\ 19$ | $1\ 19\ n$, n: $2, 18$

3 | 3 | $17 \cdot 3!$

6 | | $17 \cdot 6$

$1,\ 15,\ m$

$1\ 15\ 1$ | $1\ 15\ 15$ | $1\ 15\ m$, m: $2, 14$

3 | 3 | $13 \cdot 3!$

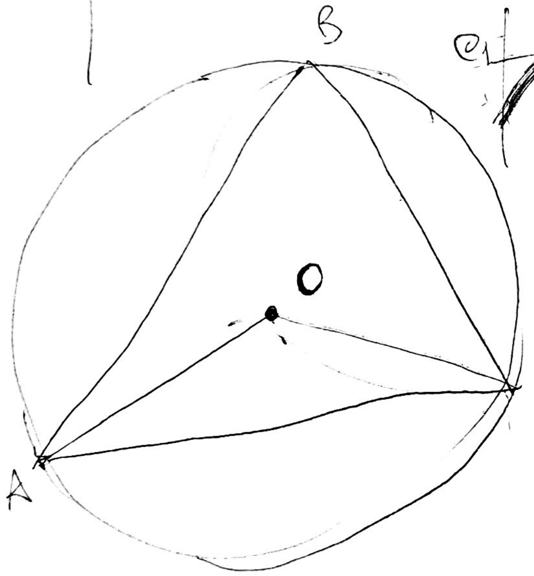
6 | | $13 \cdot 6$

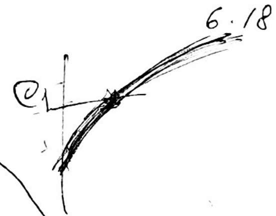
$6 \cdot 18$

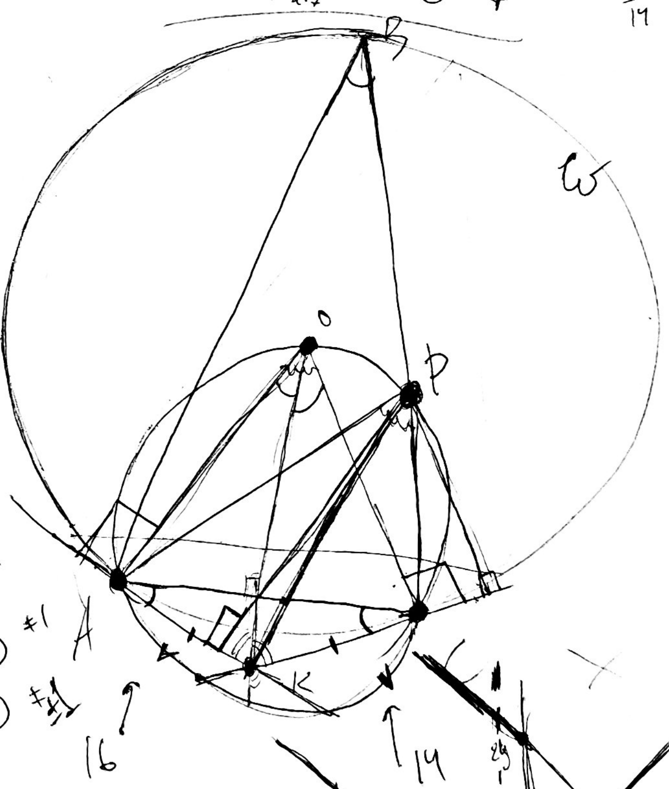
$6 \cdot 14$

$6^2 \cdot 18 \cdot 14 = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 7$

$\frac{16}{14} = \frac{8}{7}$







$\log_{(29-x)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{x}{7}+7\right) =$

$= 2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$29 - x > 0$ $\neq 1$

$\frac{x}{7} + 7 > 0$ $\neq 1$

$x + 1 < 0$ $\neq 1$

16

14

$\log_{(x+1)^2}(29-x) = \frac{1}{2}\log_{(x+1)}(29-x)$ как пойдет

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}^{\frac{1}{2}}}(-(x+1)) = 2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-(x+1))$