Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103681**

ID профиля: **282112**

Вариант 24

Чистовик №1/5

№1

$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_9 = 9a_1 + 36d$, где d – разность прогрессии, из условия $d \in \mathbb{Z}$, $d \geq 1$, $a_1 \in \mathbb{Z}$

$a_5 \cdot a_{18} = (a_1 + 4d)(a_1 + 17d) > 9a_1 + 36d - 4$

$a_{10} \cdot a_{13} = (a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < 9a_1 + 36d + 60$

из нижнего нер-ва вычтем верхнее (из меньшей части вычитаем большую, из большей – меньшую):

$d^2(9 \cdot 12 - 4 \cdot 17) < 64$

$40d^2 < 64 \Rightarrow d^2 < 4 \Rightarrow d < 2$, но $d \in \mathbb{Z} \Rightarrow d = 1$
(т.к. $d > 0$)

$(a_1 + 4)(a_1 + 17) > 9a_1 + 36 - 4$

$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$

$(a_1 + 6)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -6$

$(a_1 + 9)(a_1 + 12) < 9a_1 + 36 + 60$

$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$

корни: $a_{1_1} = -6 - \sqrt{24}$, $5 > \sqrt{24} > 4 \Rightarrow a_1 \in \{-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2\}$
$a_{1_2} = -6 + \sqrt{24}$

(т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$), Все преобразования были равносильны $\Rightarrow$ любое a_1 из этого мн-ва уд-ет нер-ву $(a_1+9)(a_1+12) < 9a_1 + 36 + 60$, объединяя решения в систему получаем, что $a_1 \in \{-10, -9, -8, -7, -5, -4, -3, -2\}$

Ответ: $-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2$

21103681 (U282112 M1297807)

(Черновик № 4/4)

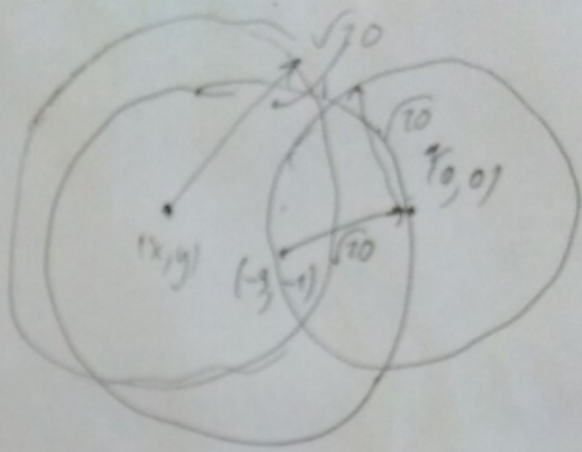
$$h = \frac{90x}{\sqrt{-x^4+210x^2-225}}$$

$$h' = 90\sqrt{-x^4+210x^2-225} - 90x\frac{1}{2\sqrt{-x^4+210x^2-225}}$$

$\cancel{4(x^2+1-3)^2}$

$\cancel{7}=$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$ Черновик №4



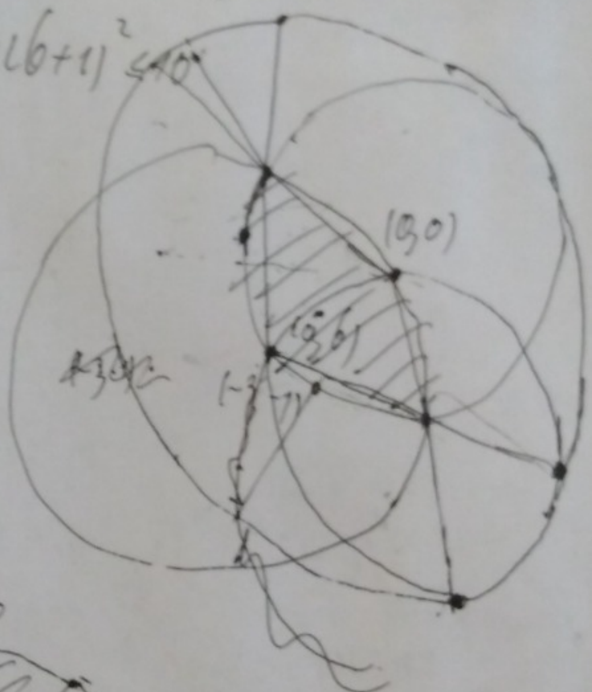
$$0 \le a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \le -6a-2b$$

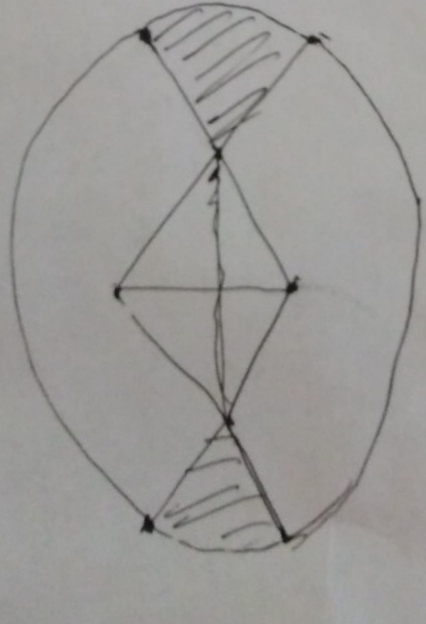
$a^2+b^2 \le 10$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

$(a+3)^2+(b+1)^2-9-1 \le 0$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10$





№3

№3, лист 2/2

Чистовик №3/5

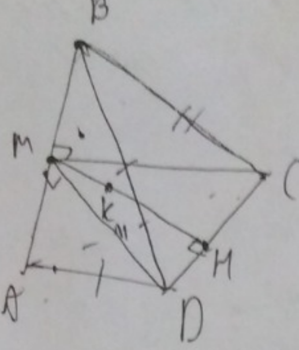
$\angle CAD = 60°$, т. к. $\triangle CAD$ правильный, тогда площадь сектора равна $\frac{\pi}{6}\cdot(\sqrt{10})^2$, их 2 $\Rightarrow$ их суммарная площадь равно $2\cdot\frac{\pi}{6}\cdot 10 = 10\frac{\pi}{3}$

$\angle ACD = 120°$, т. к. $\angle ACD = \angle DCB = 60° \Rightarrow$ площадь сектора равна $\frac{\pi}{3}\cdot(2\sqrt{10})^2$, их 2 $\Rightarrow$ их суммарная площадь равно $2\cdot\frac{\pi}{3}\cdot 40 = 80\frac{\pi}{3}$. Заметим, что мы 2 раза посчитали площадь ромба ADBC $\Rightarrow$ площадь $M = 10\frac{\pi}{3} + 80\frac{\pi}{3} - S_{ADBC}$

$S_{ADBC} = S_{ACD} + S_{BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(\sqrt{10})^2\cdot 2 = 5\sqrt{3} \Rightarrow S_M = 90\frac{\pi}{3} - 5\sqrt{3} = \underline{30\pi - 5\sqrt{3}}$

Ответ: $30\pi - 5\sqrt{3}$

№2, лист 1/2 [Чистовик №4/5]



M – середина AB, $DM \perp AB$, $CM \perp AB \Rightarrow (CMD) \perp AB$,
MH – высота в $\triangle CMD$, $MH \perp AB$, т.к. $(CMD) \perp AB$,
$CD \perp AB$, т.к. $(CMD \perp AB)$
l – ось цилиндра, $l \parallel CD \Rightarrow l \perp MH$
$l \perp AB$ $\Big\} \Rightarrow l \perp (ABH)$.

Пусть K – т. пересечения l с (ABH). $KA = KB = R$, где R – радиус цилиндра. $\Rightarrow KM \perp AB \Rightarrow K \in (CMD) \Rightarrow$
$\Rightarrow K \in (CMD) \cap (ABH) = MH$, тогда $KH = R$.
MD – высота в $\triangle ABD$ со сторонами 8, 8, 4 $\Rightarrow MD = \sqrt{60}$, аналогично $CM = \sqrt{46}$.
Если $CD = x$, то из т. косинусов для $\triangle CMD$ и осн. триг. тождества и определения синуса в прям. треуг.

$$MH = \frac{~~90x~~\ 90x}{\sqrt{-x^4 + 210x^2 - 225}} = h$$

$MK = h - r$

Из прям. $\triangle MBK$: $(h-r)^2 + 4 = r^2 \Rightarrow h^2 - 2rh + 4 = 0 \Rightarrow r = \frac{h^2+4}{2h} =$
т.к. мы ищем min r, возьмём r'

$$r' = \frac{2h \cdot 2h - (h^2+4) \cdot 2}{4h^2} = \frac{2h^2 - 8}{4h^2}$$

$r' = 0$ при $2h^2 - 8 = 0 \Rightarrow h^2 = 4 \Rightarrow h = 2$ и это т. минимума

$$\frac{90x}{\sqrt{-x^4 + 210x^2 - 225}} = 2$$

$$90^2 x^2 = -2x^4 + 420x^2 - 450$$

$x^4 - (210 - \frac{90^2}{2})x^2 + 450 = 0$, замена $x^2 = t$

$$t^2 + 3840t + 450 = 0$$

Решаем отн. t:

Черновик №1/4

$a_1, a_2 \dots$

$S = a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 9a_1 + \frac{9 \cdot 8}{2} d = 9a_1 + 9 \cdot 4d$

$a_5 \cdot a_{18} > S - 4$

$a_{10} \cdot a_{13} < S + 60$

$(a_1 + 4d)(a_1 + 17d) > 9a_1 + 9 \cdot 4d - 4$

$(a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < 9a_1 + 9 \cdot 4d + 60$

$a_1^2 + (9+12)a_1 d + 9 \cdot 12 d^2 < \dots$

$a_1^2 + (4+17)a_1 d + 4 \cdot 17 d^2 > \dots$

$d^2(4 \cdot 17 - 9 \cdot 12) > -64$

$40 d^2 < 64$

$d \geq 1$

$d^2 \geq 1$

$d^2 \geq 4 \Rightarrow 40d^2 > 64 \Rightarrow d = 1$

$-2, -3, 0, 1, \dots 6$

$\frac{4 \cdot 8}{2} = 16$

$S - 4 = 12$

$a_5 = 2$

$a_{18} = 15$

$S + 60 = 76$

$17 \times 4 = 68$

-22

$7 \cdot 10$

$12 \times 9 = 108$

$(a_1 + 4)(a_1 + 17) > 9a_1 + 32$

$a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 32$

$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$

$(a_1 + 6)^2 > 0$

$\boxed{a_1 \neq -6}$

$(a_1 + 9)(a_1 + 12) < 9a_1 + 36 + 60$

$a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 96$

$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$

$144 - 48 = 96$

$\frac{-12 \pm \sqrt{96}}{2} = -6 \pm \sqrt{24}$

$4 < \sqrt{24} < 5$

$-10 > -6 - \sqrt{24} > -11$

$-2 < -6 + \sqrt{24} < -1$

$-10 \dots -2$

-6

$\boxed{8 \quad №1}$

$(a-r)^2 + r^2 = 2^2$

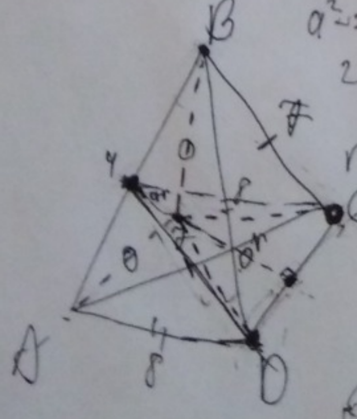
$a^2 - 2ar + 2r^2 = 4$

$2r^2 - 2ar + a^2 - 4 = 0$

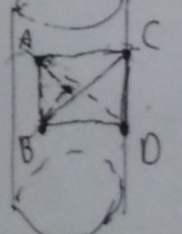
$r = \frac{2a \pm \sqrt{32 - 4a^2}}{4}$

$4a^2 - 8a^2 + 32$

$\sqrt{32 - 4a^2}$



$\frac{\sqrt{32}}{4} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$



$2a < \sqrt{32 - 8a^2}$

$4a^2 < 32 - 8a^2$

$12a^2 < 32$

$a^2 < \frac{32}{12}$

$(2a - 8)^2$

$4(a-4)^2$

$12a^2 - 32a + 32 \geq 0$

$3a^2 - 8a + 8 \geq 0$

$2a - \sqrt{32 - 8a^2} \geq 8$

$4a^2 - 32a + 64 \geq 32 - 8a^2$

№2, лист 2/2

Чистовик №5/5

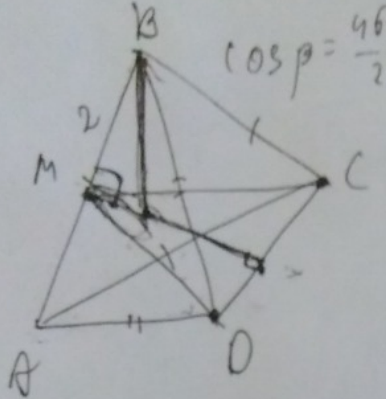
$t = \dfrac{-3840 + \sqrt{3840^2}}{}$

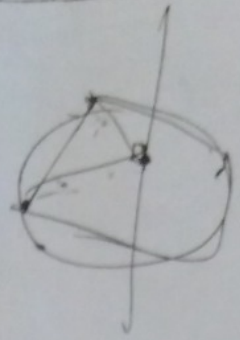
Черновик №3

$\sin\beta =$

S_1

$\cos\beta = \frac{45+60-x^2}{2\sqrt{45}\sqrt{60}}$





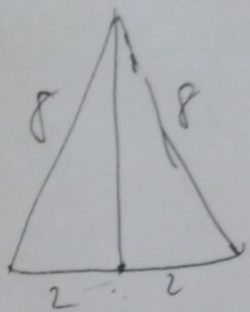
$(h-r)^2+4=r^2$

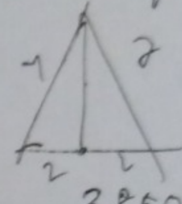
$h^2-2hr+4=0$

$r=\frac{h^2+4}{2h}$

$\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}$

$\sqrt{7^2-2^2}=\sqrt{45}$





$(h-r)^2+r^2=4$

$h^2-2hr+2r^2=4$

$2r^2-2hr+h^2-4=0$

$DM=\sqrt{60}$

$CM=\sqrt{45}$

$CD=x$

$D=4h^2-8(h^2-4)=$

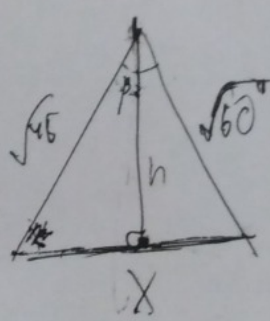
$=32-4h^2$

$r=\frac{2h\pm\sqrt{32-4h^2}}{4}$

8100

4067

3860



$\cos\alpha=\frac{45+x^2-60}{2x\sqrt{45}}=$

$=\frac{x^2-15}{2x\sqrt{45}}$

$h<2r$

$\frac{h}{2}<r$

$\frac{\sqrt{45}\cdot\sqrt{60}\sin\beta}{2}=\frac{hx}{2}$

$h=\frac{\sqrt{45}\sqrt{60}\sin\beta}{x}$

$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}$

$\frac{x^4-30x^2+225}{180x^2}$

$\frac{210x^2-x^4-225}{180x^2}$

$h=\frac{\sqrt{45}}{\sin\alpha}=\frac{90x}{\sqrt{210x^2-x^4-225}}$

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{210x^2-x^4-225}}{2x\sqrt{45}}$

$r=\frac{2h+\sqrt{32-4h^2}}{4}$

$\min r$

$4h^2=32-4h^2$

$h^2=4$

$h=2$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2\sqrt{32-4h^2}}\cdot 8h=\frac{1}{2}-\frac{h}{\sqrt{32-4h^2}}$

$2h=\sqrt{32-4h^2}$

$\left[\begin{array}{l} h-\min \\ h-\max \end{array}\right.$

№3, лист 1/2

Чистовик №2/6

Очевидно, что:

$a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le -6a-2b \\ a^2+b^2 \le 10 \end{cases}$

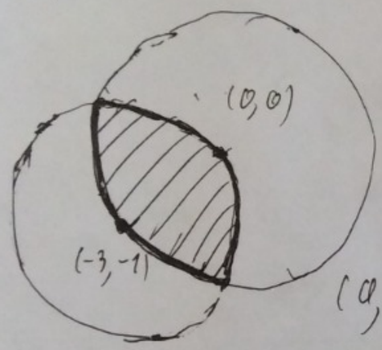
$a^2+b^2 \le 10 \Rightarrow$ точка (a,b) на коорд. пл-ти находится внутри круга с центром в $(0,0)$ и радиусом $\sqrt{10}$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

$\Updownarrow$

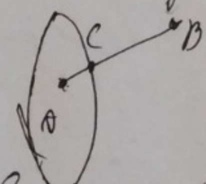
$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10 \Rightarrow$ точка (a,b) на коорд. пл-ти находится внутри круга с центром в $(-3,-1)$ и радиусом $\sqrt{10}$.

Рисунок:



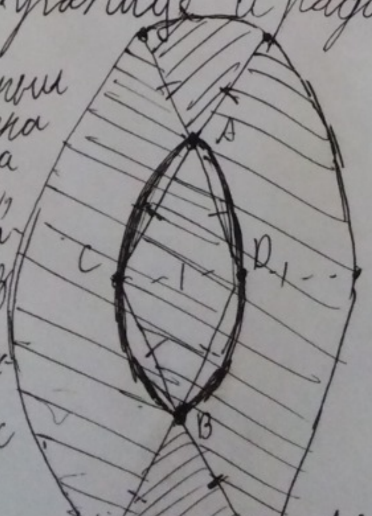
У нас система, поэтому т. (a,b) лежит в пересечении этих кругов. (расстояние между $(0,0)$ и $(-3,-1)$ равно $\sqrt{10}$, поэтому такой рисунок)

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \Rightarrow$ расстояние от (x,y) до (a,b) $\le \sqrt{10}$, тогда расстояние от (x,y) до какой-то точки на границе выделенного пересечения $\le \sqrt{10}$ (т.к. для точки внутри это верно и для точки снаружи можем взять пересечение отрезка с границей:



$BA \le \sqrt{10} \Rightarrow BC \le \sqrt{10}$.

Тогда M – объединение всех кругов с центрами на границе и радиусами $\sqrt{10}$. Нарисуем M:



Жирным обведена граница фигуры, состоящей из всех возможных точек (a,b)

Она состоит из нескольких частей:

//// – сектора кругов с радиусами $\sqrt{10}$ и центрами в A и B

= – сектора кругов с радиусами $2\sqrt{10}$ и центрами в C и D

(C и D – точки $(0,0)$ и $(-3,-1)$).

Найдём её площадь:

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

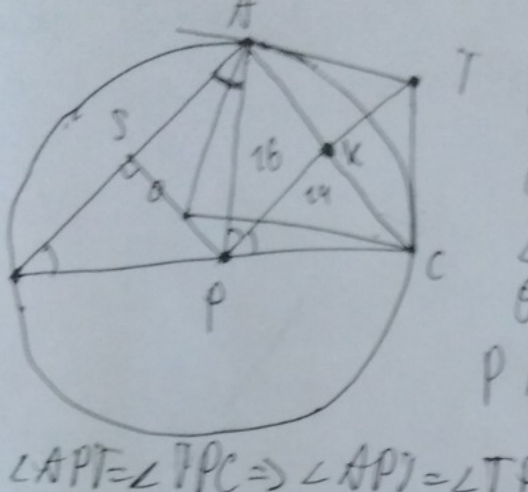
Шифр: **21103681**

ID профиля: **282112**

Вариант 24

№6

Чистовик №4/4



$\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow \angle OAT + \angle OCT = 180^\circ \Rightarrow O, A, T, C$ на одной окр., но окр. задаётся 3-мя точками $\Rightarrow$ O, A, P, C, T на окр.

(O – центр. ○ ΔABC)

$\angle ABC = \alpha \Rightarrow \angle AOC = 2\alpha$, т.к. ΔABC остроугольный (ΔABC – остр.) $\Rightarrow \angle APC = 2\alpha$, т.к. P на отрезке BC, но $AT = TC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APT = \angle TPC \Rightarrow \angle APT = \angle TPC = \alpha \Rightarrow \angle BAP = \angle APC - \angle ABP = \alpha$, тогда (∠APC – внешн. для ΔABP)

$BP = AP$.

PK – биссектриса $\Rightarrow \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AP}{PC} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{16}{14} \Rightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{16}{14} \Rightarrow \frac{S_{ABP}}{S_{APC}} = \frac{16}{14} \Rightarrow$ $\left(\frac{BP}{PC} = \frac{S_{ABP}}{S_{APC}}\right)$

$\Rightarrow S_{ABP} = \frac{16}{14} \cdot S_{APC} = \frac{16}{14} \cdot 30 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{16}{14} \cdot 30 + 30 = \frac{900}{14} = \frac{450}{7} = 64\frac{2}{7}$

а) Ответ: $64\frac{2}{7}$

Пусть PS – высота в ΔABC, тогда $\frac{BS}{BP} = \cos\alpha \Rightarrow \frac{AB}{BP} = 2\cos\alpha$, Пусть $BP = a$, тогда стороны ABC равны $a, a, 2a\cos\alpha$, тогда полупериметр равен $a(1+\cos\alpha)$, тогда площадь (по ф. Герона) равна $a^2\cos\alpha\sqrt{1+\cos\alpha}$, но мы знаем, что она равна $\frac{16}{14} \cdot 30 = 34\frac{2}{7}$, $\cos\alpha$ найдём из того, что $tg\,\alpha = \frac{3}{5}$, $tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ и $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ($\cos\alpha > 0$, т.к. $\alpha < 90^\circ$, т.к. $2\alpha = \angle APC < 180^\circ$), $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$, тогда сможем найти a. Аналогично найдём $\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$, тогда $S_{APK} = \frac{AP \cdot PK \cdot \sin\alpha}{2}$, $S_{APK} = 16$, $AP = a$ мы знаем, $\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}} \Rightarrow$ сможем найти PK, тогда AK из т. косинусов равна $\sqrt{AP^2 + PK^2 - 2AP \cdot PK \cdot \cos\alpha}$ все величины мы знаем $\Rightarrow$ сможем найти AK, но $\frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} \Rightarrow$ сможем найти KC, тогда найдём $AC = AK + KC$.

Черновик №4
1/4

$3^\alpha \| a$ $\min(\alpha,\beta,\gamma)=1$
$3^\beta \| b$ $\max(\alpha,\beta,\gamma)=19$
$3^\gamma \| c$

1, 1, 19
1, γ, 19
$1<\gamma<19$
1, 19, 19
...

$$\left(\begin{array}{c} 3 \\ 6\cdot 17 \\ 3 \end{array}\right)$$
$\times$

$\boxed{\text{№ 4}}$

$$\left(\begin{array}{c} 3 \\ 6\cdot 13 \\ 3 \end{array}\right)$$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

$x+1<0$
$29-x>0$

$-(x+1)=\cancel{b}\,a$
$29-x=b$
$\frac{x}{7}+7=c$

$-x-1=\frac{x}{7}+7$

$\log_{\sqrt{b}}c=2\log_b c$ $\sqrt{b}=c$

$\log_{a^2}b=\frac{1}{2}\log_a b$ $b^{\frac{1}{2}}=c$

$\log_{\sqrt{c}}a=2\log_c a$

2 $(\sqrt{c})^2=a$ $c=a$

$\sqrt{b}=c$
$a^2=b$
$a^2=b$

$(\sqrt{b})^2=c \Rightarrow b=c$

$a^2=b$

$\sqrt{c}=a$

$b=c$

$29-x=\frac{x}{7}+7$

$\frac{8x}{7}=22$ $x=\frac{22\cdot 7}{8}=\frac{11\cdot 7}{4}$ X

$t\cdot t\cdot(t+1)=2$

$t^2(t+1)=2$

$t^3+t^2-2=0$

$(t-1)(t^2+2t+2)=0$

$t=1$ $t\notin\mathbb{R}$

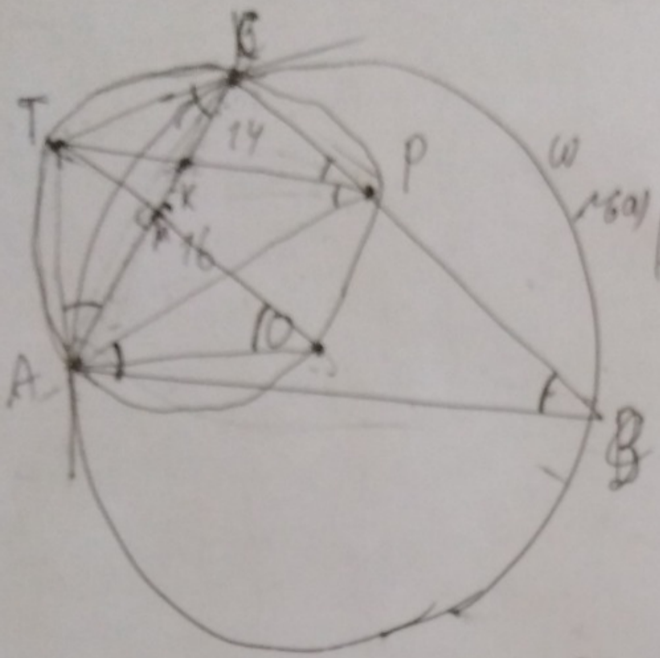
$(a^2)^2=b \Rightarrow a^4=b$

$\sqrt{b}=c$ $\sqrt{c}=a$

$\cancel{(x+1)^4=29-x}$ $49(29-x)=(x+49)^2$

$\sqrt{29-x}=\frac{x}{7}+7$ $x^2+2\cdot 49x+49^2+49x-49\cdot 29=0$

Черновик №3/4



$\frac{CP}{PB} = \frac{14}{16} \Rightarrow \frac{S_{APC}}{S_{APB}} = \frac{14}{16}$

$\boxed{S_{ABC} = \frac{30}{14} \cdot 30 = \frac{900}{14}}$

$\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{5}$

AC

~~S ATM~~ =

~~AC = 10 TM~~ $S_{ABC} = \cancel{\frac{TM \cdot AC}{2}} = \cancel{5TM^2} = \cancel{\frac{AC^2}{20}}$

$AM = \frac{5}{3} TM$

$AC = \frac{10}{3} TM$

$\sin\alpha = t$

$\frac{AC}{t} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2t}$

$\frac{TA}{AO} = tg\alpha$

$AO = R$

$\frac{TA}{R} = tg\alpha \Rightarrow TA = R \cdot tg\alpha =$

$= \frac{AC}{2\sin\alpha} \cdot tg\alpha = \frac{AC}{2\cos\alpha}$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 16 \\ \hline 108 \\ 18 \\ \hline 288 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 288 \\ \times 36 \\ \hline 1728 \\ 864 \\ \hline 10368 \end{array}$$

~~ATK~~ TAK TPA

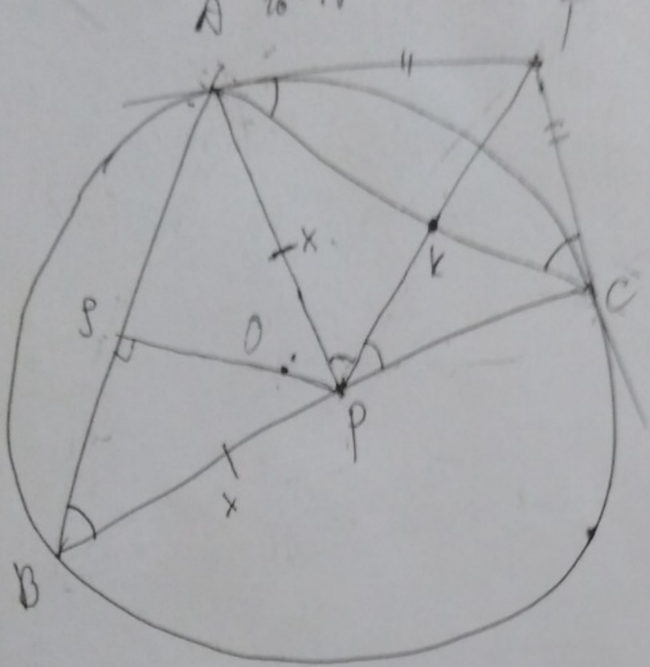
$\frac{TA}{TK} = \frac{TP}{TA}$ $TA^2 = TK \cdot TP$

21103681 (U282112 M1297808)

Черновик №4/4

$$\frac{x\cdot\frac{14}{16}x\cdot\frac{15}{17}}{2}=30$$

$$\frac{x^2\cdot 7\cdot 15}{16\cdot 17}=30$$



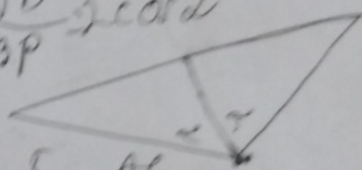
$\triangle ATK \sim \triangle PTA$

$\frac{AT}{TK}=\frac{PT}{TA}$

$\frac{AT}{AK}=\frac{PT}{PA}$

$\frac{BS}{BP}=\cos\alpha$

$\frac{AB}{BP}=2\cos\alpha$



$\frac{S}{3}=\frac{AC}{2h}$

$x, x, 2x\cos\alpha$

$p=x(1+\cos\alpha)$

$tg\,\alpha=\frac{3}{5}$ $\quad a^2\frac{3}{\sqrt{34}}\sqrt{\frac{34+\sqrt{34}}{\sqrt{34}}}=$

$=34\frac{2}{7}$

$\sin\alpha=\frac{3}{5}\cos\alpha$

$\sin^2\alpha=\frac{9}{25}\cos^2\alpha$ $\quad a=$

$1=\left(1+\frac{9}{25}\right)\sin^2\alpha$

$\sin\alpha=\sqrt{\frac{25}{34}}$

$\cos\alpha=\sqrt{\frac{9}{34}}$

$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{15}{34}$

$S^2=x(1+\cos\alpha)\cdot x\cos\alpha\cdot x\cos\alpha\cdot x$

$OT=\frac{AO}{\sin(90^\circ-\alpha)}$

$OT=OM+MT$

$OM=\frac{3\cdot AC}{10}$

$MT=\frac{5\cdot AC}{6}$

$\frac{AC}{2}\cdot\left(\frac{3}{5}+\frac{5}{3}\right)=\frac{AO}{\cos\alpha}$

$AC=AO\cdot\sin\alpha$

$\frac{AC}{2}\left(\frac{3}{5}+\frac{5}{3}\right)=\frac{AC}{\sin\alpha\cos\alpha}$

$\frac{34}{15}AC=\frac{34}{30}AC$

$S=x^2\cos\alpha\sqrt{1+\cos\alpha}$

Черновик №2/4

$x^2+3\cdot49x+49\cdot20=0$

$a=-x-1$

$b=29-x$

$c=\frac{x}{7}+7$

$a,b,c>0$

$a,b,c\neq1$

$b=a+30$

$|b|=b$

$x\ 2$ $\log_{\sqrt{b}} c$ $(\sqrt{b})^2=c$

2 $\log_{a^2} b$ $|b|=c$

$x=-7\vee2$ $\log_{\sqrt{c}} a$ $b=c$

$29-x=\frac{x}{7}+7$

$\frac{8x}{7}=22$

$x>0$ X

$(\sqrt{c})^2=a$

$|c|=a$

$c=a$

$-x-1=\frac{x}{7}+7$

$\frac{8x}{7}=-8$

$\boxed{x=-7}$

$a^2=b$

$\boxed{a^2=36}$

$a^4=b$

$\sqrt{c}=a$

$\sqrt{b}=c$

$(x+1)^4=29-x$

$x^4+4x^3+6x^2+4x+1=29-x$

$x^4+4x^3+6x^2+5x-28=0$

$\sqrt{b}=c$

$19\cdot19=171\ 19$

$49\cdot9=441$

361

$\sqrt{29-x}=\frac{x}{7}+7$

$29-x=\frac{x^2}{49}+2x+49$

$\frac{-3\cdot49-7\cdot19}{2\cdot7}+7<0$

$\frac{-21-19}{2}+7<0$

$x^2+3\cdot49x+20\cdot49=0$

$9\cdot49^2-80\cdot49=49(9\cdot49-80)=7^2\cdot19^2$

$\frac{-3\cdot49\pm7\cdot19}{2}$

$x=\frac{-3\cdot49+7\cdot19}{2}=\frac{-147+133}{2}=-7$

$\boxed{5}$

$\boxed{x=-7}$

21103681 (U282112 M1297808)

№5, лист 2/2

Чистовик №3/4

$=-7$, тогда в условии даны $\log_{36}6$, $\log_{36}36$, $\log_{\sqrt{6}}6$, все они определены, первые 2 равны 1, а третий равен 2, т. е. на 1 больше $\Rightarrow$ $\underline{x=-7}$ подходит, другие x не подходят

Ответ: -7

21103681 (U282112 M1297808)

№4

Чистовик №1/4

Очевидно, что в a, b, c не входят никакие простые, кроме 3 и 11, при этом ~~[illegible]~~ числа, максимальная из степеней вхождения тройки в них равна 19 (иначе в НОК было бы не 19), а минимальная 1, для 11 аналогично макс. 15, мин. 1. Посмотрим, сколько вариантов для степеней вхождения тройки: Если в 2-ух числах по 1, а в 3-ем 19, то таких вариантов 3, если в 2-ух по 19, в 3-ем 1, таких тоже 3, а если в 1-м 19, в 1-ом 1, а в 3-ем $1<t<19$, то их 6 для каждого t, итого $3+3+6\cdot17=6\cdot18$. Аналогично для 11-и будет $3+3\cdot6\cdot15=6\cdot16$. Теперь, чтобы получить ответ, надо перемножить эти числа (т.к. все получающиеся варианты, очевидно, различны). Итого $6\cdot18\cdot6\cdot16=$
$=10368$

Ответ: 10368

№5, лист 1/2 Чистовик №2/4

$-x-1=a$ a, b, c – логарифмируемые выражения $\Rightarrow a,b,c>0$, поэтому
$29-x=b$ везде вместо $|a|,|b|,|c|$ будем сразу писать a, b и c
$\frac{x}{7}+7=c$ соответственно.

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{\sqrt{b}}c=2\log_b c$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)=\log_{a^2}b=\frac{1}{2}\log_a b$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=\log_{\sqrt{c}}a=2\log_c a$

Перемножим эти 3 числа, по условию 2 из них равны t, а третье t+1:

$t\cdot t\cdot(t+1)=2\cdot(\log_{\sqrt{b}}c\cdot\log_{a^2}b\cdot\log_{\sqrt{c}}a)=2$

$t^3+t^2=2$

$t^3+t^2-2=0$

$(t-1)(t^2+2t+2)=0$

t^2+2t+2 не имеет корней в $\mathbb{R}\Rightarrow t=1$, т. е. 2 из логарифмов равны 1, а третий 2.

Если $\log_{\sqrt{b}}c=2$, то $(\sqrt{b})^2=c\Rightarrow b=c$

$29-x=\frac{x}{7}+x\Rightarrow\frac{8}{7}x=22\Rightarrow x>0\Rightarrow -x-1<0\Rightarrow a<0$, противоречие $\Rightarrow\log_{\sqrt{b}}c=1\Rightarrow\sqrt{b}=c$

$\sqrt{29-x}=\frac{x}{7}+7$

$29-x=\frac{x^2}{49}+2x+49$

$x^2+3\cdot49x+20\cdot49=0$

$D=9\cdot49^2-80\cdot49=49\cdot(9\cdot49-80)=49\cdot361=7^2\cdot19^2$

$x_{1,2}=\frac{-3\cdot49\pm\sqrt{D}}{2}=\frac{-3\cdot49\pm7\cdot19}{2}$

Если $x=\frac{-3\cdot49-7\cdot19}{2}$, то $c=\frac{x}{7}+7=\frac{-3\cdot49-7\cdot19}{2\cdot7}+7=$
$=\frac{-21-19}{2}+7=-13<0\Rightarrow c<0$, противоречие $\Rightarrow x=\frac{-3\cdot49+7\cdot19}{2}=$