# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103437**

ID профиля: **319941**

Вариант 24

Чистовик

1). Т.к. все члены прогрессии числа целые, то и разность прогрессии – целое число ($a_{n+1} = a_n + d$; $a_n \in \mathbb{Z}$; $a_{n+1} \in \mathbb{Z}$). $d > 0$, т.к. прогрессия возрастающая.

Пусть $a_1 = a$.

Тогда $a_5 = a + 4d$ $\quad a_{10} = a + 9d$

$a_{18} = a + 17d$ $\quad a_{13} = a + 12d$. Запишем условие:

$$\begin{cases} a_5 a_{18} > S - 4 \\ a_{10} a_{13} < S + 60 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} (a+4d)(a+17d) > S - 4 \\ -(a+9d)(a+12d) > -S - 60 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} a^2 + 21ad + 68d^2 > S - 4 \\ -a^2 - 21ad - 108d^2 > -S - 60 \end{cases}$$

$$-40d^2 > -64$$

$d^2 < 8/5$ $\quad$ Т.е. $0 < d < \frac{2\sqrt{10}}{5}$ $\quad \frac{2\sqrt{10}}{5} \approx 1{,}24$

Т.е $0 < d < 1{,}24$. Т.к. $d \in \mathbb{Z}$, то $\underline{d = 1.}$

Запишем значение $S$. $S = 9a + 36d = 9a + 36$

$$\begin{cases} a^2 + 21a + 68 > 9a + 32 & (1) \\ a^2 + 21a + 108 < 9a + 96 & (2) \end{cases}$$

Из (1) получим, что $a^2 + 12a + 36 > 0 \Longleftrightarrow (a+6)^2 > 0$, т.е. $a \neq -6$

Из (2) получим, что $a^2 + 12a + 12 < 0$

$D = 144 - 48 = 96$ $\quad \left[\begin{array}{l} a = 2\sqrt{6} - 6 \\ a = -2\sqrt{6} - 6 \end{array}\right.$

$+ \quad - \quad +$

$-2\sqrt{6} - 6 \quad 2\sqrt{6} - 6 \quad a$

$2\sqrt{6} \approx 4{,}8$

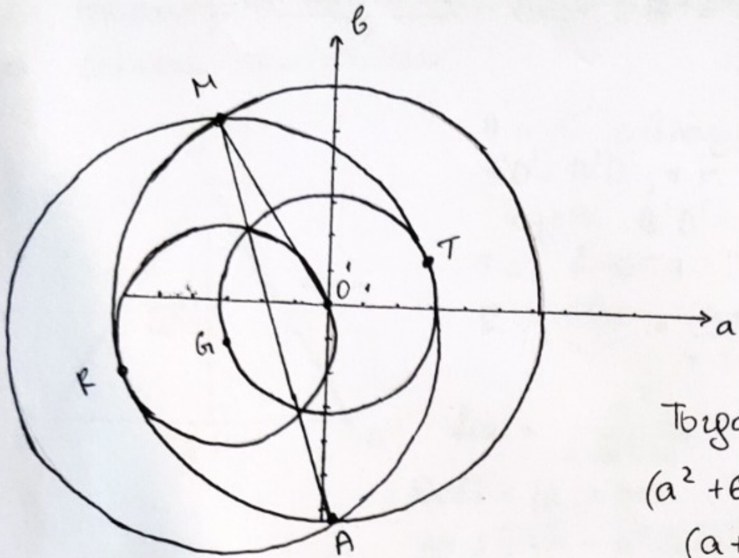
Т.е. $-10{,}8 < a < -1{,}2$. Значит, $a_1$ принимает значения

$-10, -9, -8, -7, -5, -4, -3, -2$. Непосредственная подстановка показывает, что все найденные значения $a_1$ подходят.

<u>Ответ</u>: $a_1 = \{-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2\}$

Чистовик

3). Рассмотрим декартову плоскость относительно переменных $a$ и $b$.




Тогда первое нер-во системы задаёт круг с центром в $(x;y)$ и радиусом $\sqrt{10}$.

Рассмотрим второе нер-во системы:

1а) Если $\min(-6a-2b;10)=-6a-2b$.

Тогда имеем $a^2+b^2 \le -6a-2b$.

$(a^2+6a+9)+(b^2+2b+1) \le 10$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le (\sqrt{10})^2$. Это задаёт круг с центром в $(-3;-1)$ и радиусом $\sqrt{10}$

1б) Если $\min(-6a-2b;10)=10$. Имеем $a^2+b^2 \le 10$, что задаёт круг в $(0;0)$ радиуса $\sqrt{10}$.

Т.е. для того, чтобы для какой-либо пары $(x;y)$ существовала пара $(a;b)$, необходимо наличие хотя бы одной общей точки между кругом с центром в $(x;y)$ и $R=10$ и кругами, полученными при рассмотрении второго нер-ва системы. Такие точки $(x;y)$ принадлежат фигуре, состоящей из двух кругов $R=2\sqrt{10}$ с центрами в $(0;0)$ и $(-3;-1)$ соответственно. Это и есть фигура M.

$S_M = 2S_o - 2S_{\text{сегмента}(ARM)}$.

$S_{\text{сегмента } ARM} = S_{\text{сектора}(ARMO)} - S_{AMO}$.

Найдём координаты точек A и M. Они лежат на пересечении двух окружностей $(a+3)^2+(b+1)^2=40$ и $a^2+b^2=40$ Т.е

$\begin{cases} a^2+6a+9+b^2+2b+1=40 \\ a^2+b^2=40 \end{cases}$

$6a+2b=-10$

$3a+b=-5 \Rightarrow b=-5-3a$

$a^2+25+9a^2+30a=40$

$2a^2+6a-3=0$

$\left[\begin{array}{l} a=\frac{\sqrt{15}-3}{2} \\ a=\frac{-\sqrt{15}-3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=\frac{-1-3\sqrt{15}}{2} \\ b=\frac{3\sqrt{15}-1}{2} \end{array}\right.$

$A\left(\frac{\sqrt{15}-3}{2}; \frac{-1-3\sqrt{15}}{2}\right)$; $M\left(\frac{-\sqrt{15}-3}{2}; \frac{3\sqrt{15}-1}{2}\right)$

$AM^2 = \left(\frac{\sqrt{15}-3}{2}+\frac{\sqrt{15}+3}{2}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{15}-1}{2}+\frac{1+3\sqrt{15}}{2}\right)^2 =$

$= 15+135=150 \Rightarrow AM=5\sqrt{6}$

По т. косинусов ($\Delta AMO$)

$150=40+40-2\cdot 2\sqrt{10}\cdot 2\sqrt{10}\cos AOM$

$\cos AOM = -\frac{7}{8} \Rightarrow \sin AOM = \frac{\sqrt{15}}{8}$ Т.е. $S_{AOM} = \frac{2\sqrt{10}\cdot 2\sqrt{10}}{2}\cdot \sin AOM = \frac{5\sqrt{15}}{2}$

$\angle AOM = \arccos(-\frac{7}{8})$;

$2S_{\text{сегмента}(ARM)} = 2\left(\frac{\pi R^2 \cdot \angle AOM}{360^\circ} - \frac{5\sqrt{15}}{2}\right) = \frac{2\pi \arccos(-\frac{7}{8})}{9^\circ} - 5\sqrt{15}$

Чистовик.

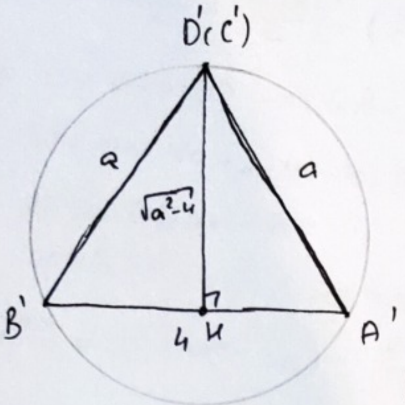
3) (продолжение)

$$S_M = 2\pi R^2 - \frac{2\pi \arccos(-\frac{7}{8})}{9^{\circ}} + 5\sqrt{15} = 80\pi + 5\sqrt{15} - \frac{2\pi \arccos(-\frac{7}{8})}{9^{\circ}}$$

Ответ: $80\pi + 5\sqrt{15} - \frac{2\pi \cdot \arccos(-\frac{7}{8})}{9^{\circ}}$

Чистовик.

2) Рассмотрим вид сверху на цилиндр, т.е. проекцию тетраэдра на верхнее основание:




D' и C' совпадут, т.к. DC ∥ оси.

$B'D' = A'D'$, т.к. $BD = AD$ и $BC = AC$

Пусть $B'D' = A'D' = a$ $\quad A'B' = AB = 4$

Т.е высота $D'H = \sqrt{a^2-4}$.

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{4a^2}{4\cdot 2\sqrt{a^2-4}} = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-4}}$$

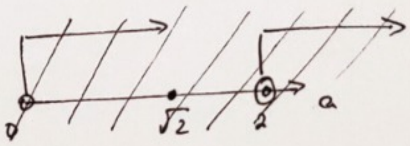
$$f(a) = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-4}} \to \min \qquad a>0$$

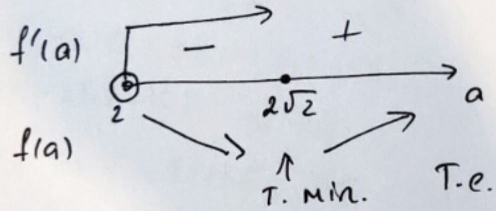
$D(f) = (2;+\infty)$

$$f'(a) = \frac{2a\cdot 2\sqrt{a^2-4} - a^2\cdot(2\sqrt{a^2-4})'}{4a^2-16} = \frac{4a\sqrt{a^2-4} - a^2\cdot\frac{2a}{\sqrt{a^2-4}}}{4a^2-16} =$$

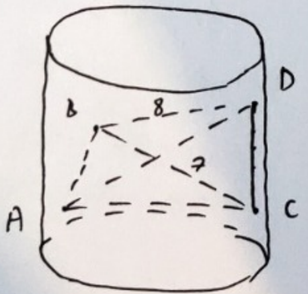
$$= \frac{4a(a^2-4) - a^2\cdot 2a}{4(a^2-4)\sqrt{a^2-4}} = \frac{2a^3-16a}{4\sqrt{a^2-4}\,(a^2-4)} = 0 \quad . \ a\neq 0$$

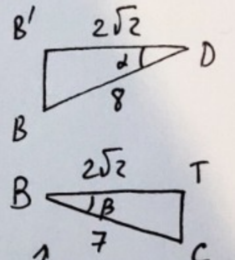
$$\frac{a^2-8}{\sqrt{a^2-4}\,(a^2-4)} = 0 \to a = 2\sqrt{2}$$




Т.е. минимум в $a = 2\sqrt{2}$




проекции на основание.

$8\cos\alpha = 2\sqrt{2}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4} \to \sin\alpha = \frac{\sqrt{14}}{4}$

$7\cos\beta = 2\sqrt{2}$

$\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{7} \Rightarrow \sin\beta \Rightarrow \frac{\sqrt{41}}{7}$

$$\cos(DBC) = \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{4}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{7} - \frac{\sqrt{14}}{4}\cdot\frac{\sqrt{41}}{7} =$$

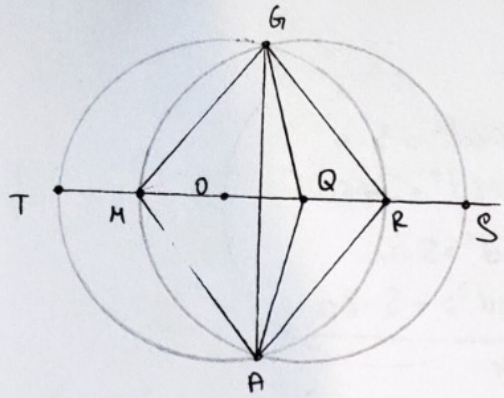
$$= \frac{1}{7} - \frac{\sqrt{574}}{28} = \frac{4-\sqrt{574}}{28}.$$

По т. Косинусов ($\triangle BDC$)

$$DC^2 = 64+49 - 2\cdot \overset{4}{\cancel{8}}\cdot\cancel{7}\cdot\frac{4-\sqrt{574}}{\underset{2}{\cancel{28}}} = 113 - 16 + 4\sqrt{574} = 97 + 4\sqrt{574}$$

<u>Ответ</u>: $DC = \sqrt{97+4\sqrt{574}} = \underline{2\sqrt{14}+\sqrt{41}}$

4




$OQ = \sqrt{10}$
$R = 2\sqrt{10}$

$S_{\circ} = \pi R^2 = 40\pi$

$\begin{cases} (a+3)^2 + (b+1)^2 = 40 \\ a^2 + b^2 = 40 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2 + 6a + 9 + b^2 + 2b + 1 = 40 \\ a^2 + b^2 = 40 \end{cases}$

$6a + 2b = -10$

$3a + b = -5$

$b = -5 - 3a$

$a^2 + 25 + 9a^2 + 30a = 40$

$10a^2 + 30a - 15 = 0$

$64 - 49 = 15$

$2a^2 + 6a - 3 = 0$

$D = 36 + 24 = 60 = (2\sqrt{15})^2$

$\left[ \begin{array}{l} a = \frac{\sqrt{15} - 3}{2} \Rightarrow b = \frac{-10 - 3\sqrt{15} + 9}{2} = \frac{-1 - 3\sqrt{15}}{2} \\ a = \frac{-\sqrt{15} - 3}{2} \Rightarrow b = \frac{3\sqrt{15} - 1}{2} \end{array} \right.$

$\sqrt{6} \approx 2{,}4$

$5\sqrt{6} \approx 12.$

$GA^2 = \left(\frac{\sqrt{15} - 3}{2} + \frac{\sqrt{15} + 3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{15} - 1}{2} + \frac{1 + 3\sqrt{15}}{2}\right)^2 =$

$= 15 + 135 = 150 \Rightarrow GA = 5\sqrt{6}$

$150 = 40 + 40 - 2 \cdot 40 \cos GQA$

$80 \cos GQA = -70$

$\cos GQA = -\frac{7}{8} \quad \sin GQA = \frac{\sqrt{15}}{8}$

$2 S_{GMA} = 2(S_{сект} - S_{\Delta}) = \frac{2\pi \arccos(-\frac{7}{8})}{9} - 5\sqrt{15}$

$\frac{S_{сект}}{S_{кр}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \quad S_{сект} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \alpha}{9^\circ}$

$S_{\Delta} = \frac{GQ \cdot QA}{2} \cdot \sin GQA = 20 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{5\sqrt{15}}{2}$

$S_M = 40\pi - \frac{2\pi \arccos(-\frac{7}{8})}{9} + 5\sqrt{15}$

$a_1 = -10 \Rightarrow S_9 = -90 + 36 = -54$

$100 - 210 + 68 = -52 > -58$

$100 - 210 + 108 \quad -2 < 6$

$a_1 = -9 \quad S_9 = -81 + 36 = -45$

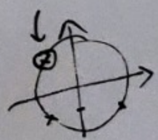
$81 - 189 + 68 = -40 > -49$

$81 - 189 + 108 = 0 < 15$

$a_1 = -2 \quad S_9 = -18 + 36 = 18$

$4 - 42 + 68 = \cancel{28}\,30 > 14$

$4 - 42 + 108 = \cancel{80}\,70 < 78$



21103437 (U319941 M1304712)

Черновик

$d>0 \qquad a_1, a_2, a_3 \ldots \in \mathbb{Z} \qquad S = \Sigma_9 \qquad a_1 = a$

$\begin{cases} a_5 a_{18} > S-4 \\ a_{10} a_{13} < S+60 \end{cases}$ $\qquad a_5 = a_1 + 4d$, $a_{18} = a+17d$, $a_{10} = a+9d$, $a_{13} = a+12d$

$\begin{cases} a^2 + 21ad + 68d^2 > S-4 \\ a^2 + 21ad + 108d^2 < S+60 . \end{cases}$

$d \in \mathbb{Z}$

$+\begin{cases} a^2 + 21ad + 68d^2 > S-4 \\ -a^2 - 21ad - 108d^2 > -S-60 \end{cases}$

$-40d^2 > -64$

$d^2 < \frac{32}{20} = \frac{16}{10} = 8/5$

$0 < d < \frac{2\sqrt{10}}{5}$

$\sqrt{10} \approx 3,1$

$2\sqrt{10} \approx 6,2$

$\frac{2\sqrt{10}}{5} \approx 1,24.$

Т.е. $d = 1$

$S_9 = 9a_1 + d(1+\ldots+8) = 9a_1 + \frac{1+8}{2} \cdot 8 = 9a + 36$

$\begin{cases} a^2 + 21a + 68 > 9a + 32 \\ a^2 + 21a + 108 < 9a + 96 \end{cases}$

1) $a^2 + 12a + 36 > 0$

$(a+6)^2 > 0 \rightarrow a \neq -6$

$\begin{array}{r} \times 1{,}24 \\ 5 \\ \hline 6{,}20 \end{array}$

2) $a^2 + 12a + 12 < 0$

$D = 144 - 48 = 96 = (4\sqrt{6})^2$

$\left[\begin{array}{l} a = \frac{4\sqrt{6}-12}{2} = 2\sqrt{6} - 6 \\ a = -2\sqrt{6} - 6 \end{array}\right.$

$a + a_1 + 1 + {} + a_1 + 2 + a_1 + 3 + {} + a_1 + 4 + a_1 + 5 + {} + a + 6 + a_1 + 7 + {} + a_1 + 8 = 9a + {} + 36$

$+ \quad -2\sqrt{6}-6 \quad 2\sqrt{6}-6 \quad + \quad a$

$-2\sqrt{6} \approx -4,8$

$-10,8 < a < -1,2$

$a = -10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2$

Ответ:

$a, b \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 10 \\ a^2 + b^2 \le \min(-6a - 2b; 10) \end{cases}$

$\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$

1) $a^2 + b^2 \le -6a - 2b$

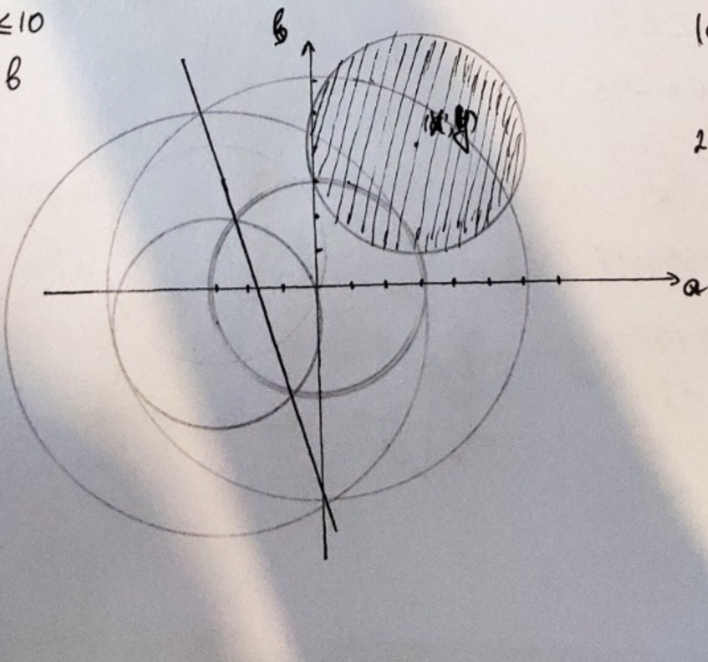
$a^2 + 6a + b^2 + 2b \le 0$

$(a^2 + 6a + 9) + (b^2 + 2b + 1) \le 10$

$(a+3)^2 + (b+1)^2 \le 10$

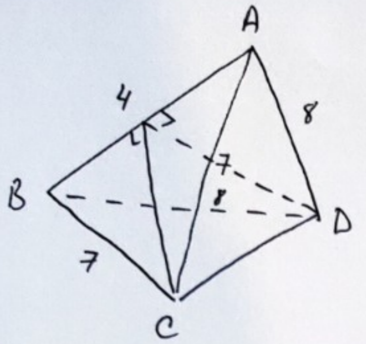
2) $a^2 + b^2 \le 10$

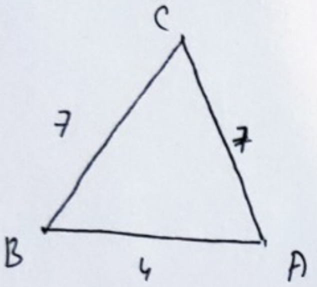
$\begin{cases} (a-x)^2 + (b-y)^2 \le 10 \\ \left[\begin{array}{l} a^2 + b^2 \le -6a - 2b \\ a^2 + b^2 \le 10 \end{array}\right. \end{cases}$

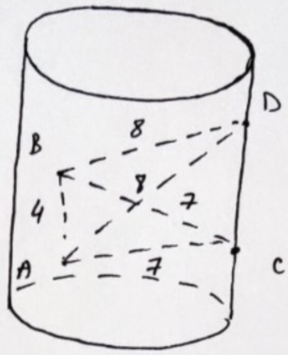


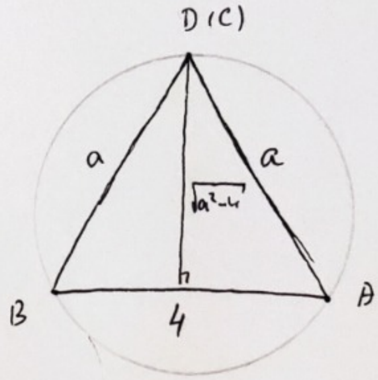

21103437 (U319941 M1304712)

Черновик




$R = \frac{abc}{4S} = \frac{a^2 \cdot 4}{4 \cdot 2\sqrt{a^2-4}} =$

$= \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-4}} \to \min$

$f(a) = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-4}}$

$(\sqrt{a^2-4})' = \frac{1}{2\sqrt{a^2-4}} \cdot 2a$

$(\sqrt{x})' = (x^{1/2})' = \frac{1}{2} x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$\frac{64}{4\cancel{18}\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ $\qquad \frac{32}{4 \cdot 4} = 2$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times\ 14 \\ \hline 164 \\ +\ 41\ \ \\ \hline 574 \end{array}$$

$a^2 + b^2 = 97$

$ab = 2\sqrt{574}$ $\qquad a^2 + \frac{4 \cdot 574}{a^2} = 97$

$b = \frac{2\sqrt{574}}{a}$ $\qquad a^4 - 97a^2 + 4 \cdot 574 = 0$

$$\begin{array}{r} 97^2 \\ \times\ 97 \\ \hline 679 \\ +\ 873\ \ \\ \hline 9409 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 574 \\ \times\ 16 \\ \hline 3444 \\ +\ 574\ \ \\ \hline 9184 \end{array}$$

$D = 9409 - 9184 = 225 = 15^2$

$a^2 = \frac{15+97}{2} = 56 = 4 \cdot 14$

$a = 2\sqrt{14}$ $\qquad b = \frac{2\sqrt{14} \cdot \sqrt{41}}{2\sqrt{14}} = \sqrt{41}$

$4 \cdot 14 + 41 = 97.$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103437**

ID профиля: **319941**

Вариант 24

Чистовик

1) $НОД(a;b;c)=3\cdot 11$

$НОК(a;b;c)=3^{19}\cdot 11^{15}$

Пусть $a=3^x\cdot 11^y$
$b=3^m\cdot 11^n$
$c=3^t\cdot 11^s$

Очевидно, что какое-то из чисел $x, m, t$ равно 1, иначе $НОД(a;b;c)$ имел бы делитель, больший 3 и кратный 3 (т.е. $3^{k+1}$).
Также какое-то из чисел $y, n, s$ равно 1 по таким же рассуждениям.

Очевидно, что $x,m,t\le 19$, а $y,n,s\le 15$, иначе степени чисел 3 и 11 были бы другие при вычислении НОКа.

Число 19 можно представить в одном виде 1.1.19, однако для вычисления НОК достаточно и существования двух чисел со степенью тройки, равной 19.

Т.е. получаем следующие наборы:

$\begin{cases} x=1 \\ m=1 \\ t=19 \end{cases}$ или $\begin{cases} x=1 \\ m=19 \\ t=19 \end{cases}$ без учёта перестановок. Всего получается 6 возможных вариантов перестановок.

Число 15 представляется следующим образом: $15=1\cdot 3\cdot 15=1\cdot 1\cdot 15$.

Т.е

$\begin{cases} y=1 \\ n=3 \\ s=5 \end{cases}$ (1) или $\begin{cases} y=1 \\ n=1 \\ s=15 \end{cases}$ (2) или $\begin{cases} y=1 \\ n=3 \\ s=15 \end{cases}$ (3) или $\begin{cases} y=1 \\ n=5 \\ s=15 \end{cases}$ (4) или $\begin{cases} y=1 \\ n=15 \\ s=15 \end{cases}$ (5) без учёта перестановок. В случае (1) кол-во перестановок равно $\frac{3!}{1!1!1!}=6$; во (2) – 3; в (3) – 6; в (4) – 6; в (5) – 3. Т.е. всего 24 возможных набора. Тогда получается всего существует $6\cdot 24=144$ набора чисел $(a;b;c)$.

**Ответ**: 144.

5

21103437 (U319941 M1304713)

Чистовик

2) Ограничения: $\sqrt{29-x}>0$ $\quad (x+1)^2>0$ $\quad \sqrt{\frac{x}{7}+7}>0$

$\sqrt{29-x}\neq 1$ $\quad (x+1)^2\neq 1$ $\quad \frac{x}{7}+7\neq 1$ $\quad (-x-1)>0$

Получим $x<29$ $\quad x\neq -1$ $\quad \frac{x}{7}+7>0 \to x>-49$

$x\neq 28$ $\quad x\neq 0;-2$ $\quad x\neq -42$ $\quad x<-1$

Т.е. $x\in(-49;-1)\setminus\{-2;-42\}$.

Преобразуем логарифмы: Получим числа:

$A=\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x+49}{7}\right)=2\log_{(29-x)}\left(\frac{x+49}{7}\right)=\frac{2\lg\left(\frac{x+49}{7}\right)}{\lg(29-x)}=\frac{2b}{a}$

$B=\log_{(x+1)^2}(29-x)=\frac{\lg(29-x)}{\lg(x+1)^2}=\frac{a}{c}$

$C=\log_{\sqrt{\frac{x+49}{7}}}(-x-1)=\log_{\left(\frac{x+49}{7}\right)}(x+1)^2=\frac{\lg(x+1)^2}{\lg\left(\frac{x+49}{7}\right)}=\frac{c}{b}$

Пусть $\lg(29-x)=a$

$\lg\left(\frac{x+49}{7}\right)=b$ $\quad ,a,b,c\neq 0$

$\lg((x+1)^2)=c$ Тогда рассмотрим трислучая:

~~1) $\frac{2b}{a}=\frac{a}{c}=\frac{c}{b}+1=\frac{c+b}{b}$~~

~~$2bc=a^2$~~

~~$ab=c^2-bc=c(c-b)$~~

~~$2b^2=ac-ab=a(c-b)$~~

~~$2b^2=a\cdot\frac{ab}{c}=\frac{a^2b}{c}\Rightarrow 2bc=a^2$~~

Заметим, что $A\cdot B=\frac{2b}{a}\cdot\frac{a}{c}=\frac{2b}{c}=\frac{2}{C}$

$B\cdot C=\frac{a}{c}\cdot\frac{c}{b}=\frac{2}{A}$ $\quad$ Т.е. $ABC=2$

$A\cdot C=\frac{2}{B}$

1) Пусть $A=B=C-1$. Тогда $A^3+A=2$

$A^3+A-2=0$

$$\begin{array}{l|l} A^3+A-2 & A-1 \\ \hline -(A^3-A^2) & A^2+A+2 \\ \quad A^2+A & \\ \quad -(A^2-A) & \\ \qquad 2A-2 & \\ \qquad -(2A-2) & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

Т.е $(A-1)(A^2+A+2)=0$ имеет одно решение: $A=1$. Т.е. $B=1$; $C=2$.

Т.к. $A=1$, то $2b=a$

$2\lg\frac{x+49}{7}=\lg(29-x)$

$(x+49)^2=49(29-x)$

$x^2+98x+2401=1421-49x$

$x^2+147x+980=0$

$D=133^2$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{133-147}{2}=-7 \to \text{подходит.} \\ x<-49 \text{ - пост. корень} \end{array}\right.$

Подставив $x=-7$ убедимся что оно подходит. Действительно.

$A=\log_6 6=1$

$B=\log_{36}36=1$

$C=\log_{\sqrt6}6=2$.

6

2) Пусть $A = B - 1 = C$

$A \cdot B \cdot C = 2 \quad A^3 + A = 2 \to A = 1.$ получаем корни как и в случае 1)

3) Пусть $A - 1 = B = C$

$A(A+1)^2 = 2 \quad A^3 + 2A^2 + A = 2$

$A(A^2-1) + 2(A^2-1) = 0$

$(A+2)(A^2-1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} A = 1 - \text{решено} \\ A = -1 \\ A = -2 \end{array}\right.$

а) $A = -1$. Т.е. $2b = -a$

$2\lg\left(\frac{x+49}{7}\right) = -\lg(29-x)$

$\left(\frac{x+49}{7}\right)^2 = \frac{1}{29-x}$

$(x^2 + 2401 + 98x)(29-x) = 49$

$-x^3 - 98x^2 - 2401x + 29x^2 + 2842x + 26950 = 0$

$x^3 + 69x^2 - 441x + 26950 = 0$

~~Не~~ Имеет корень, не входящий в ОДЗ.

Ответ: $x = -7$

б) $A = -2$ Т.е. $\frac{2b}{a} = -2 \Rightarrow 2b = -2a$
$b = -a$

$\lg\left(\frac{x+49}{7}\right) = -\lg(29-x)$

$\frac{x+49}{7} = \frac{1}{29-x}$

$-x^2 - 20x + 1421 = 7$

$x^2 + 20x - 1414 = 0$

$D = 400 + 5656 = 6056$

$\sqrt{6056} = 7$
$-49$
$14 : 1156$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{2\sqrt{1514} - 20}{2} = \sqrt{1514} - 10 - \text{не входит в ОДЗ} \\ x = -\sqrt{1514} - 10 \text{ ~~не входит в ОДЗ~~ } - \text{входит в ОДЗ} \end{array}\right.$

Ответ: $-\sqrt{1514} - 10$

Ответ: всей задачи: $-7; -\sqrt{1514} - 10$.

7

7

$$\begin{cases} 2bc = a^2 \\ ab = c(c-b) \\ 2b^2 = a(c-b) \end{cases}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{b} = \frac{2b}{a} - 1 = \frac{2b-a}{a}$$

$$\begin{cases} ab = c^2 \\ a^2 = 2bc - ac = c(2b-a) \\ ac = 2b^2 - ab = b(2b-a) \end{cases}$$

$a = \frac{c(c-b)}{b}$ $\quad 2b^2 = \frac{c(c-b)^2}{b}$

$2b^3 = c(c-b)^2$

$c = \frac{a^2}{2b}$ $\quad ab = \frac{a^2}{2b} \cdot \frac{a^2-2b^2}{2b}$

$4ab^3 = a^4 - 2a^2b^2$

$2b^2 = a\,\frac{a^2-2b^2}{2b}$

$4b^3 = a^3 - 2ab^2$

$b = \frac{a^2}{2c}$ $\quad \frac{a^3}{2c} = c\left(c - \frac{a^2}{2c}\right)$

$a^3 = c(2c^2 - a^2)$

$a^3 = 2c^3 - a^2c$

$\frac{a^4}{2c^2} = a\left(c - \frac{a^2}{2c}\right) = \frac{a(2c^2-a^2)}{2c}$

$a^4 = 2ac^3 - a^3c$

$a^2(a+c) = 2c^3$

$a(a^2-2b^2) = 4b^3$

$2842 - 2401 = 441$

$98 - 29 = 69$

$\sqrt{29-x}$

$x = -7$

$\log_6 6 = 1$

$\log_{36} 36 = 1$

$\log_{\sqrt{6}} 6 = 2$

$x = -20$

$\log_7\left(\frac{29}{7}\right)$

$\log_{361} 49 = \log_{19} 7$

$\log$

$x = -35$

$\log_8 2 = 1/3$

$\log_{34^2} 64 = \log_{34} 8$

$\log_{\sqrt{2}}(+361)$

$\sqrt{1251} < \sqrt{1514} < 39$

$49 - 10 < \sqrt{1514} - \ldots$

$\{49, -1\}$

$757 \cdot 2 = 1514$, $1514 \cdot 2 = 3028$, $3028 \cdot 2 = 6056$

$\log_{50} 16$

$\log_{\sqrt{50}} 4 = \log_{50} 8$

$\log_{400} 50 = \log_{20} 5\sqrt{2}$

$\log_2 20 = 1 + \log_2 10$

$1421 \times 49$: $12789 + 1421 = 69629$

$1421 \times 2 = 2842$

$\lg a = \lg(29-x) = \lg 36$

$b = \lg 6$

$c = \lg 36$

$\frac{\lg 36}{\lg 6} - 1 = 1$

$a = c = 2b$

$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

$\log_3 9 \cdot \log_9 81 = \log_3 81$

$2 \cdot 2 = 4$

$49 \times 49$: $441 + 196 = 2401$

$133 \times 133$: $399 + 399 + 133 = 17689$

$\sqrt{17689} = 133$

41

$\frac{2b}{a} =$

$2401 - 1421 = 980$

$A'' ; B'' ; C''$

$AB =$

$49 \times 29$: $441 + 98 = 1421$

$147 \times 147$: $1029 + 588 + 147 = 21609$

$+ 3920$

$\sqrt{25529} = 15$

$980 \times 4 = 3920$

$21609 - 3920$

$\sqrt{7689} = 87$

$26 \times 6 = 156$

$x^4 +$

$147 \times 147$: $1029 + 588 + 147 = 21609$

$+ 3920$

$\sqrt{25529} = 159$

$980 \times 4 = 3920$

$3029 \cdot 9$: $2149$, $2381$, $24800$

$147 = 7 \cdot 21 = 7^2 \cdot 3$

$980 = 2^2 \cdot 7^2 \cdot 5$

$49 + 1029 - 980$

$147 \times 7 = 1029$

$1414 \times 4 = 5656$

$49 \times 29$: $441 + 98 = 1421$

$\sqrt{17689} = 133$

$263 \mid 789$

$S_{APK} = 16$

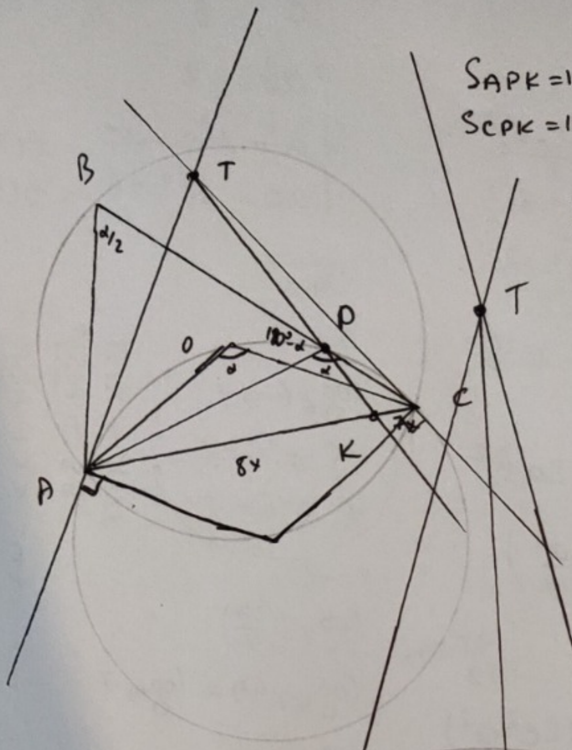
$S_{CPK} = 14$

$\cancel{\frac{\alpha}{2} = \frac{\breve{AC} - \breve{AD}}{2} = \frac{2\alpha - \breve{AD}}{2}}$

$\cancel{\breve{AD} = \alpha}$

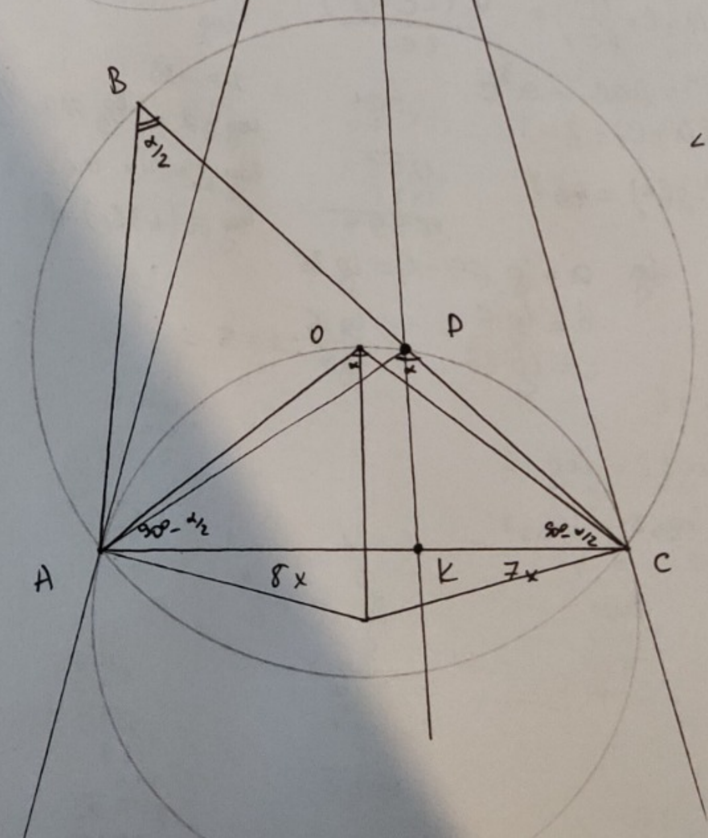
$\cancel{\angle ACB = \frac{\alpha}{2}}$

$AB = AC = 15x$




$\angle OAC = \frac{\cancel{180^\circ} - \alpha}{2} =$

$= 90^\circ - \alpha/2$




$$\begin{array}{r} \times\, 69 \\ 25 \\ \hline 345 \\ +\,138\phantom{0} \\ \hline 1725 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 441 \\ 25 \\ \hline 2205 \\ +\,882\phantom{0} \\ \hline 11025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\, 441 \\ 69 \\ \hline 3969 \\ +\,2646\phantom{0} \\ \hline 30429 \end{array}$$

Черновик

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$; $\log_{(x+1)^2}(29-x)$; $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

Огр:
$29-x>0$
$29-x\neq 1$
$\frac{x}{7}+7>0$
$x\neq 0;-1$
$29-x>0$
$-x-1>0$

$$\begin{cases} x<29 \\ x\neq 28 \\ x>-49 \\ x\neq 0;-1 \\ x<-1 \\ x\neq -42 \end{cases}$$

$x\in(-49;-1)/\{-42\}$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)=$ ~~...~~ $\log_{(x+1)^2}(29-x)$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(x+1)^2$

пусть $(29-x)=a$
$\left(\frac{x+49}{7}\right)=b$
$(x+1)^2=c$

Имеем числа $2\log_a b$
$\log_c a$
$\log_b c$

1) $2\log_a b=\log_c a=\log_b c-1=\log_b\left(\frac{c}{b}\right)$

$\log_c a=\log_b\left(\frac{c}{b}\right)$

$\log_a b=\frac{\lg b}{\lg a}$

$\log_{10}1000=3$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)=\log_{\frac{x+49}{7}}\left(\frac{(x+1)^2\cdot 7}{x+49}\right)$

$\frac{\lg(29-x)}{\lg(x+1)^2}=\frac{\lg((x+1)^2)-\lg\frac{x+49}{7}}{\lg\frac{x+49}{7}}$

$$\begin{cases} \lg(29-x)=x=\lg a \\ \lg\left(\frac{x+49}{7}\right)=y=\lg b \\ \lg((x+1)^2)=z=\lg c \end{cases}$$

$\frac{x}{z}=\frac{z-y}{y}$

$$\begin{cases} xy=z^2-yz=z^2-\frac{x^2}{2} \\ 2yz=x^2 \\ 2y^2=xz-xy=x(z-y)=\frac{x^2y}{z} \end{cases}$$

$\frac{\lg b^2}{\lg a}=\frac{\lg a}{\lg c}$

$\frac{\lg b^2}{\lg a}=\frac{\lg c-\lg b}{\lg b}$

$z(z-y)=xy$

$y^2\cancel{z}=x^2=2y\cancel{z}$
$y=2$
$4z=x^2$

~~$2xy=2z^2-2z$~~

$z^2-2z=4\sqrt{z}$

$z^4+4z^2-4z^3-16z=0$

$z^3(z-4)+4z(z-4)=0$

$z(z^2+4)(z-4)=0\rightarrow z=0-\varnothing$

$z=4\rightarrow x\neq 4.$

$y=2$ $\frac{x+49}{7}=100$
$x=651$

$z=4$ $x+1=\pm 100$
Нет!

$\frac{a}{2b}=\frac{c}{a}$

$2ab^3=ac(c-b)^2$
$2b^3=c^3+cb^2-2c^2b$
$2b^3=c^3+\frac{ba^2}{2}-ac$

Черновик

$НОД(a,b,c) = 3 \cdot 11$

$НОК(a;b;c) = 3^{19} \cdot 11^{15}$ 19 - пр. число.

$15 = 1\cdot 3\cdot 5 = 1\cdot 1\cdot 15$

$a = 3^{x} \cdot 11^{y}$ $x, y, m, n, t, s \geq 1$

$b = 3^{m} \cdot 11^{n}$ т.е.

$c = 3^{t} \cdot 11^{s}$

$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ m = 1 \\ t = 1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} y = 1 \\ n = 1 \\ s = 1 \end{array}\right.$

$\begin{pmatrix} 1, 19, 19 \\ 1, 1, 19 \end{pmatrix}$ ; $\Big($ 1; 3; 5 $\Big)$ - 6 пер.

$(19; 1; 19)$ ~~1; 1; 15~~ → 3 пер

$(19; 19; 1)$ 1; 15; 15 → 3 пер ~~3·2·5·3~~

$(19; 1; 1)$ 1; 3; 15 → 6 пер

$(1; 19; 1)$ 1; 5; 15 → 6 пер

~~15~~ = 90

6 × 24 = 144