Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103413**

ID профиля: **320267**

Вариант 24

$$\begin{cases}(a_1+4d)(a_1+12d-9)+5d(a_1+4d)>-4\\(a_1+4d)(a_1+12d-9)+5d(a_1+12d)<60\end{cases}$$ Чистовик

$$\begin{cases}(a_1+4d)(a_1+12d-9)+5d(a_1+4d)>-4\\40d^2<64\end{cases}$$

откуда получим, что $0<d<\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

ввиду $d\in\mathbb{N}$: $\underline{d=1}$

тогда система ~~ур-й~~ неравенств примет вид:

$$\begin{cases}(a_1+4)(a_1+3)+5(a_1+4)>-4\\(a_1+4)(a_1+3)+5(a_1+12)<60\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+12a_1+36>0\\a_1^2+12a_1+12<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(a_1+6)^2>0\\a_1^2+12a_1+12<0\end{cases}$$

решим 2-е ~~уравнение~~ неравенство системы:

$$a_1^2+12a_1+12<0$$

$$a_1=\frac{-12\pm\sqrt{12^2-4\cdot 12}}{2}=\frac{-12\pm\sqrt{8\cdot 12}}{2}=\underline{-6}\pm 2\sqrt{6}$$

$-6-2\sqrt{6}$ $-6+2\sqrt{6}$ a_1

-11 -6 -1

$$2\sqrt{6}=\sqrt{24}<5$$

$$\Downarrow$$

$$-6+2\sqrt{6}<-1$$

$$-6-2\sqrt{6}>-11$$

2

21103413 (U320267 M1296949)

а поэтому возможные значения a_1: (Чистовик)

$a_1 = -10, -9, -8, -7, \ldots, -2.$

Ответ: $a_1 = -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2.$

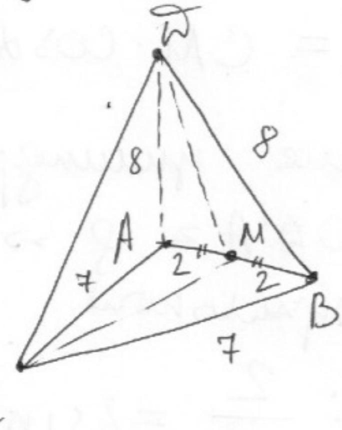
Чистовик

№2.
ABCD:
AB = 4
AC = CB = 7
AD = DB = 8.
R = R min.

CD = ?

Решение:

1) Проиллюстрируем чертеж к условию:



Отметим точку M – середину стороны AB тетраэдра
т.к. △BCA и △BDA – равнобедренные, то
DM ⊥ AB и CM ⊥ AB.

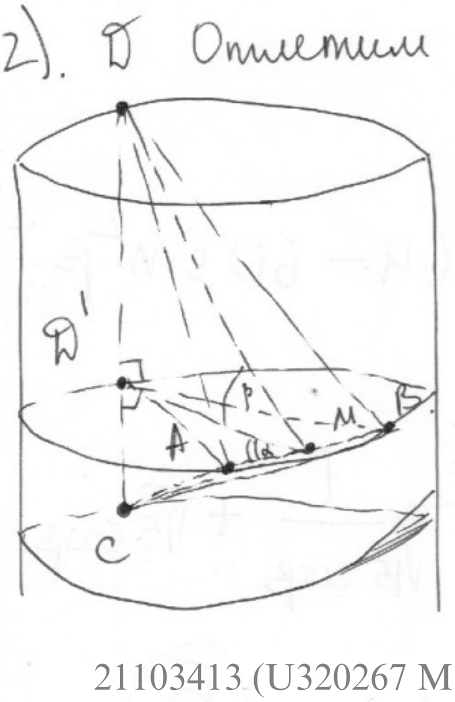
Найдем CM и DM
по ф-ле Герона для △ABD и △ABC:

$S_{ABD} = \sqrt{10 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6} = 4\sqrt{15} = \frac{DM \cdot AB}{2} = 2DM$

$S_{ABC} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = 6\sqrt{5} = \frac{CM \cdot AB}{2} = 2CM$

$CM = 3\sqrt{5}$; $DM = 2\sqrt{15}$.

2). D Отметим на стороне CD точку D' так, чтобы △D'AB ~~и △AB~~ был проекцией △DAB и △CAB на плоскость (ABD').



т.к. AD и BD – наклонные, имеющие одинаковую высоту DD' => их проекции AD' и BD' равны =>

4

$\Delta BD'A$ – равнобедренный и $D'M \perp AB$.

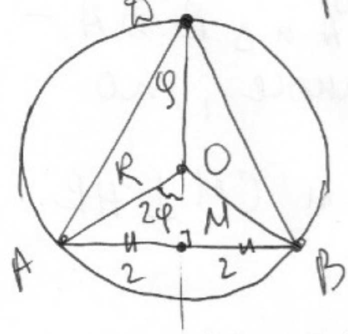
Введем углы α и β: $\beta = \angle D'MD$

$\alpha = \angle D'MC$.

Чистовик

тогда $D'M = DM \cdot \cos\beta = CM \cdot \cos\alpha$.

3) Рассмотрим сечение цилиндра с $\Delta AD'B$.



Пусть $\angle OD'A = \varphi \Rightarrow \angle AOM = 2\varphi$ как центральный

$$\sin 2\varphi = \frac{2}{R} = 2\sin\varphi \cdot \cos\varphi.$$

откуда радиус цилиндра:

$$R = \frac{1}{\sin\varphi \cos\varphi}$$

В $\Delta AD'M$:

$$\sin\varphi = \frac{2}{AD'}, \quad \cos\varphi = \frac{D'M}{AD'}.$$

$$R = \frac{AD'^2}{2D'M} = \frac{AD'^2}{4\sqrt{15}\cos\beta}$$

Найдем AD':

в $\Delta DMD'$: $DD' = DM \cdot \sin\beta$.

в $\Delta ADD'$: $AD'^2 = AD^2 - DD'^2 = 64 - 60\sin^2\beta$.

$\Downarrow$

$$R = \frac{64 - 60\sin^2\beta}{4\sqrt{15}\cos\beta} = \frac{4 + 60\cos^2\beta}{4\sqrt{15}\cos\beta} = \frac{1}{\sqrt{15}\cos\beta} + \sqrt{15}\cos\beta.$$

$\Rightarrow \quad R = \frac{1}{a} + a.$ Чистовик.

в положительном a: $R_{min} = 2$ при $a = 1$.

$\Downarrow$ (точка M становится центром окружности и лежит на оси цилиндра).

$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{15}} \Rightarrow D'M = 2.$

$\sin\beta = \sqrt{\frac{14}{15}}$

$\cos\alpha = \frac{DM}{CM} \cdot \cos\beta = \frac{2\sqrt{15}}{3\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{2}{3\sqrt{5}}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{41}}{3\sqrt{5}}$

$CD = DM \cdot \sin\beta + CM \cdot \sin\alpha = 2\sqrt{15} \cdot \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{15}} + 3\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{41}}{3\sqrt{5}}$

$CD = 2\sqrt{14} + \sqrt{41}.$

Ответ: $2\sqrt{14} + \sqrt{41}$.

Чистовик

N 1

a_1, a_2, a_3 – арифметическая прогрессия. целых чисел

$d > 0$, $d \in \cancel{\mathbb{Z}}\ \mathbb{N}$

$a_5 \cdot a_{18} > S - 4$

$a_{10} \cdot a_{13} < S + 60$

где $S = a_1 + \dots a_9$

a_1 – ?

Решение.

1) Для арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a_{18} = a_1 + 17d = a_1 + 12d + 5d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = a_1 + 4d + 5d$$

$$a_{13} = a_1 + 12d$$

$$S_9 = \frac{a_1 + a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = 9\underbrace{(a_1 + 4d)}_{a_5}.$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} (a_1 + 4d)(a_1 + 12d + 5d) > 9(a_1 + 4d) - 4 \\ (a_1 + 4d + 5d)(a_1 + 12d) < 9(a_1 + 4d) + 60 \end{cases}$$

21103413 (U320267 M1296949)

$a_5 = a_1 + 4d$

$a_{18} = a_1 + 17d = a_1 + 12d + 5d$

$a_{10} = a_1 + 9d = a_1 + 4d - 5d$

$a_{13} = a_1 + 12d.$

$$\begin{cases} (a_1 + 4d)(a_1 + 12d + 5d) > S - 4 \\ (a_1 + 4d + 5d)(a_1 + 12d) < S + 60 \end{cases}$$

$$- \begin{cases} (a_1 + 4d)(a_1 + 12d) + 5d(a_1 + 4d) > S - 4 \\ (a_1 + 4d)(a_1 + 12d) + 5d(a_1 + 12d) < S + 60 \end{cases}$$

$\cancel{5d(a_1 + 4d + a_1 + 12d) > -64}$

$\cancel{5d(2a_1 + 16d) > -64}.$

$\cancel{5d(a_1 + 8d) > -64}$

$\cancel{a_1 > -8d - \frac{64}{5d}} \quad \cancel{d > 0}$

$-20d^2 - 60d^2 > -64.$

$d^2 < \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$

$d =$

$0 < d < \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow$

21103413 (U320267 M1296949)

$S = 9(a_1 + 4d)$.

$(a_1 + 4d)(a_1 + 12d + 5d) > 9(a_1 + 4d) - 4$.

(1) $\underline{(a_1 + 4d)(a_1 + 12d - 9)} + 5d(a_1 + 4d) > -4$.

$(a_1 + 4d + 5d)(a_1 + 12d) < 9(a_1 + 4d) + 60$.

(2) $\underline{(a_1 + 4d)(a_1 + 12d - 9)} + 5d(a_1 + \underline{12d}) < 60$.

$(a_1 + 4d)(a_1 + 12d) + (a_1 + 4d)(5d - 9) > -4$.

$a_1^2 + 16a_1d + 48d^2 + 5a_1d - 9a_1 + 20d^2 - 36d > -4$.

(2) − (1). $60d^2 - 20d^2 < 64$.

~~52d + 12d~~

$d^2 < \frac{64}{40} = \frac{8}{5}$.

$0 < d < \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$d = 1$ — при условии целых членов прогрессии

21103413 (U320267 M1296949)

$$a_1^2+7a_1+12+5a_1+20>-4$$

$$a_1^2+12a_1+36>0$$

$$(a_1+6)^2>0$$

$$a_1^2+7a_1+12+5a_1+60<60$$

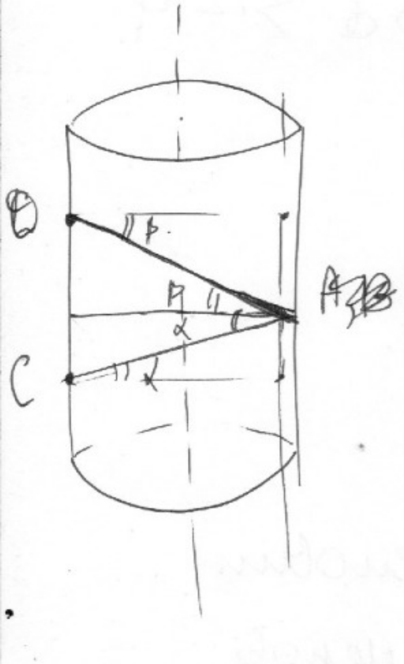
$$a_1^2+12a_1+12<0$$

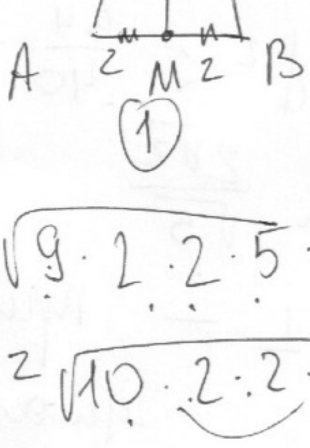
$AB=4.$

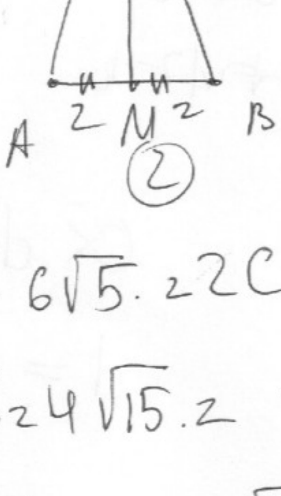
$AC=BC=7.$

$AD=DB=8.$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$







$$S_1=\sqrt{9\cdot2\cdot2\cdot5}=6\sqrt5=2CM$$

$$S_2=\sqrt{10\cdot2\cdot2\cdot6}=4\sqrt{15}=2DM$$

$$CM=3\sqrt5;\ DM=2\sqrt{15}.$$

$$\sin 2\varphi = \frac{2}{R} = 2\sin\varphi\cdot\cos\varphi$$

$$R = \frac{1}{\cos\varphi\cdot\sin\varphi}$$

$$\sin\varphi = \frac{2}{AD'}$$

$$\cos\varphi = \frac{2\sqrt{15}\cos\beta}{AD'}$$

$$R = \frac{AD'^2}{4\sqrt{15}\cos\beta} = \frac{4+60\cos^2\beta}{4\sqrt{15}\cos\beta} =$$

$$= \frac{1+15\cos^2\beta}{\sqrt{15}\cos\beta} =$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{15}\cos\beta} + \sqrt{15}\cos\beta\right).$$ в области положительных чисел:

$$\left(\frac{1}{a}+a\right)' = 1 - \frac{1}{a^2} = 0$$

$$a^2 = 1$$

$R_{min} = 2$:

$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{15}}.$

$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\cos\beta =$

$= \frac{2}{3\sqrt{5}}.$

$$D'M = 2\sqrt{15}\cdot\frac{1}{\sqrt{15}} = 2.$$

$$\sin\beta = \sqrt{1-\frac{1}{15}} = \sqrt{\frac{14}{15}}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{4}{45}} = \sqrt{\frac{41}{45}}$$

$$CD = DM\cdot\sin\beta + CM\cdot\sin\alpha =$$

$$= 2\sqrt{15}\cdot\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{15}} + \sqrt{45}\cdot\frac{\sqrt{41}}{\sqrt{45}} = 2\sqrt{14}+\sqrt{41}.$$

21103413 (U320267 M1296949)

$$64 - 60\sin^2\beta = 49 - 45\sin^2\alpha$$

$$\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$$

$$15 = 60\sin^2\beta - 45\sin^2\alpha.$$

$$\cos^2\beta = \frac{3}{4}\cos^2\alpha.$$

$$1 = 4\sin^2\beta - 3\sin^2\alpha.$$

$$1 - \sin^2\beta = \frac{3}{4}(1 - \sin^2\alpha)$$

$$1 = 4\sin^2\beta - 3\sin^2\alpha.$$

$$\sin 2\varphi = \frac{2}{R} = 2\sin\varphi\cdot\cos\varphi.$$

$$\sin\varphi = \frac{2}{AD'}$$

$$\cos\varphi = \cancel{\frac{2}{D'M}}\ \frac{D'M}{AD'}.$$

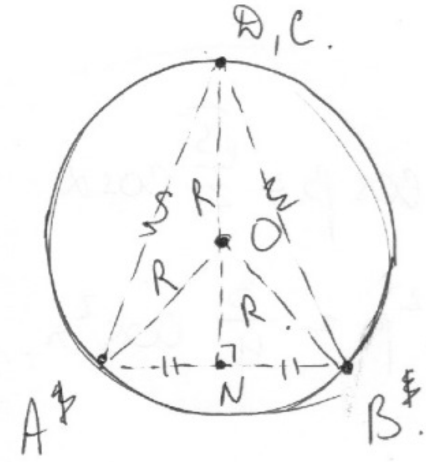
$$\sin\varphi\cos\varphi = \frac{2\,D'M}{AD'^2} = \frac{4\sqrt{15}\cos\beta}{64 - 60\sin^2\beta}.$$

$$R = \frac{64 - 60\sin^2\beta}{4\sqrt{15}\cos\beta}.$$

$$R' = -60\cdot 2\cdot \cancel{\sin\beta}\cos\beta\ \cdot 4\sqrt{15}\cdot\cos\beta\ +$$

$$+ (64 - 60\sin^2\beta)(4\sqrt{15}\sin\beta).$$

21103413 (U320267 M1296949)



$DM\cdot\cos\beta = CM\cdot\cos\alpha = D'M$.

$2\sqrt{15}\cos\beta = 3\sqrt{5}\cos\alpha$.

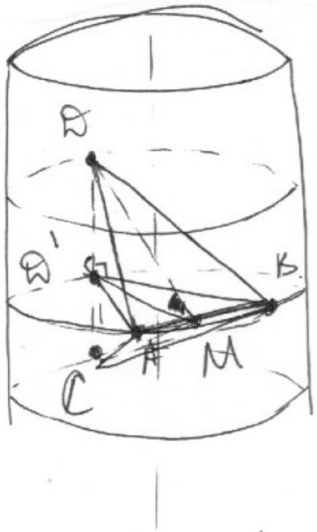
$2\cos\beta = \sqrt{3}\cos\alpha$.

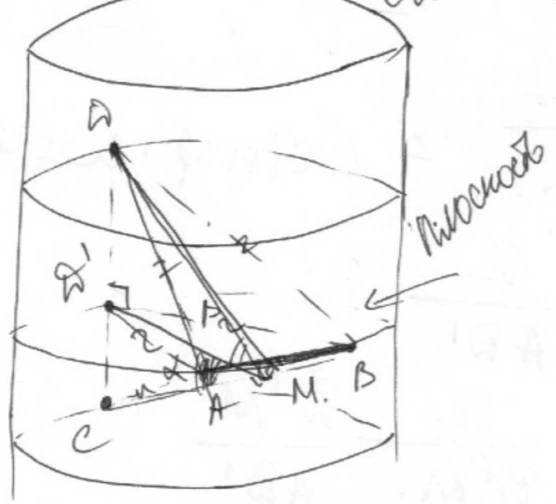
$\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$

$DD' = DM\cdot\sin\beta$; $CD' = CM\cdot\sin\alpha$.

$DD' = 2\sqrt{15}\cdot\sin\beta$.

$CD' = 3\sqrt{5}\sin\alpha$





В $\triangle ADD'$: $AD' = \sqrt{DA^2 - DD'^2}$

$D'B = \sqrt{BC^2 - CD'^2}$

$AD' = \sqrt{64 - 60\sin^2\beta}$; $BD' = \sqrt{49 - 45\sin^2\alpha}$

но $\triangle AD'B$ – равноб.:

$AD' = BD'$

Варант 24.

N 1.

$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ – возрастающая арифметическая прогрессия

$a_5 a_{18} > S - 4$

$a_{10} a_{13} < S + 60.$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_5 = a_1 + 4d$

$a_{18} = a_1 + 17d = a_1 + 12d + 5d$

$a_{10} = a_1 + \cancel{10}^{9}d = a_1 + 4d + 5d$

$a_{13} = a_1 + \cancel{13}^{12}d = a_1 + 17d - 5d.$

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \qquad S = S_9 = \frac{a_1 + a_1 + 8d}{2} \cdot 9 =$

$= 9a_1 + 36d = \underbrace{9(a_1 + 4d)}.$

$(a_1 + 4d)(a_1 + 17d) > 9a_1 + 36d - 4$

$a_1^2 + 21da_1 + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4.$

21103413 (U320267 M1296949)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103413**

ID профиля: **320267**

Вариант 24

$$\Rightarrow \quad (x+1)^2 = \left(\frac{x}{7}+7\right)^{b} = (29-x)^{\frac{ab}{2}} = (29-x)^{\frac{1}{c}}$$

$$\Downarrow$$

Чистовик

$$abc = 2.$$

вне зависимости от того, какие из чисел равны, получим ур-е вида:

$$t^2(t+1) = 2 \qquad t \neq 0 \ldots$$

$$t^3 + t^2 - 2 = 0$$

$t = 1$:

$$\begin{array}{r|l} t^3 + t^2 - 2 & t-1 \\ \hline -\; t^3 - t^2 & t^2 + 2t + 2 \\ \hline 2t^2 - 2 & \\ -\; 2t^2 - 2t & \\ \hline 2t - 2 & \\ -\; 2t - 2 & \\ \hline 0. & \end{array}$$

то есть:

$$\left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t^2 + 2t + 2 = 0. \end{array}\right.$$

$$t^2 + 2t + 2 = 0$$

$$D = 4 - 8 = -4$$

действительных корней нет.

$$t = 1.$$

Приравняем a, b, c к $t = 1$.

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 1; \quad \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = 1.$$

$$\log_{(x+1)^2}(29-x) = 1;$$

21103413 (U320267 M1296950)

$\Rightarrow \log_{(x+1)^2}(29-x) = 1$ Чистовик.

$29 - x = x^2 + 2x + 1$

$x^2 + 3x - 28 = 0$

$x = \left[\begin{array}{l} -7 \\ 4 \end{array}\right. \Rightarrow x = -7.$

$x = 4$ - не подходит

при этом:

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = \log_{\sqrt{6}}(6) = 2.$

и

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_6 6 = 1$

$\Downarrow$

$x = -7$ - подходит.

Ответ: $x = -7$.

Чистовик.

N 6.

ABC - остроугольный

ω - описанная

$\omega_1 \in A, O, C$

$\omega_1 \cap BC = P$

TC и TA - касательные к ω (T - точка пересечения)

$TP \cap AC = K$

$S_{APK} = 16$

$S_{CPK} = 14$

а) $S_{ABC} = ?$

б) $\angle ABC = arctg\,\frac{3}{5}$

$AC = ?$

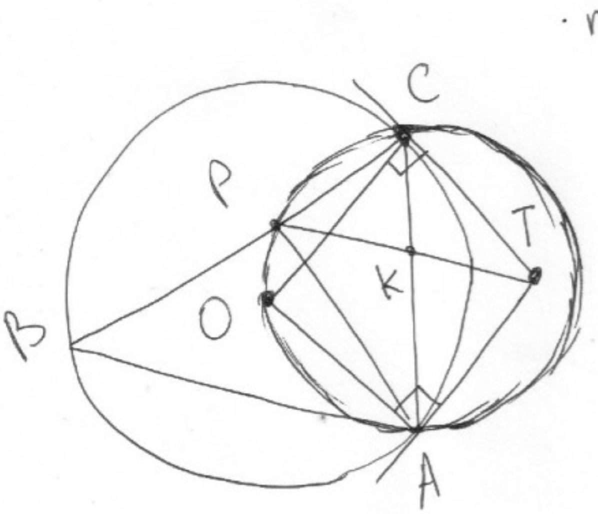
Решение.

1) Сделаем чертеж к условию (чертеж 1).

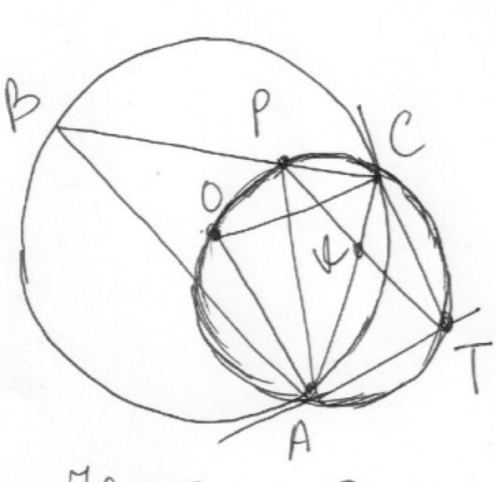
Четырехугольник AOCT вписан в некоторую окружность, так как $\angle OCT + \angle OAT = 180°$, как угол между касательной и радиусом, проведенным в точку касания. Заметим, что по условию точки AOPC лежат на одной окружности $\omega_1 \Rightarrow \angle APC = \angle AOC$ как вписанные, опирающиеся на одну дугу $\Rightarrow$ PCTA тоже вписанный четырехугольник ($\angle COA + \angle CTA = \angle APC + \angle CTA = 180°$)

$\Downarrow$

точки A, O, P, C, T лежат на одной окружности ω_1, поэтому переделаем чертеж (чертеж 2):



чертеж 1



чертеж 2

4

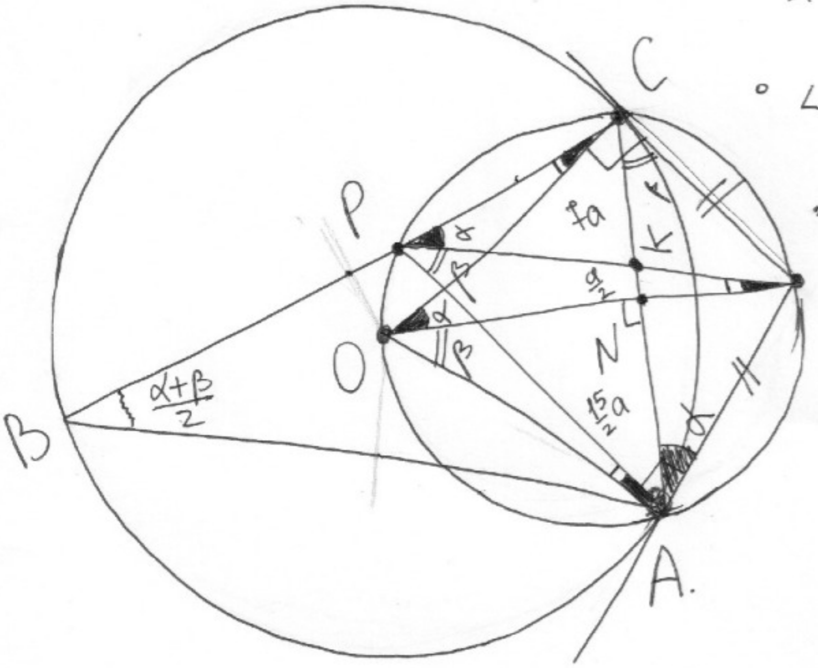
21103413 (U320267 M1296950)

Чистовик.

2) Пусть $\angle TPC = \alpha$

$\angle APT = \beta \Rightarrow$ как вписанные углы:

- $\angle TPC = \angle TOC = \angle TAC = \alpha$
- $\angle APT = \angle AOT = \angle ACT = \beta$



ΔATC – равнобедренный, так как CT и AT – отрезки касательных к окружности ω, проведенные из одной точки T.

$\Downarrow$

$\angle ACT = \angle CAT$ и $\underline{\alpha = \beta}$.

$\angle AOC$ – центральный угол в $\omega \Rightarrow \angle ABC = \frac{\angle AOC}{2}$

$\angle ABC = \frac{\alpha+\beta}{2} = \alpha$, откуда следует, что

$PT \parallel AB$ ($\angle CPT = \angle CBA = \alpha$, которые являются соответственными при пересечении PT и AB секущей BC).

Отсюда следует подобие: $\Delta KCP \sim \Delta ACB$.

3) $S_{APK} = \frac{1}{2} PK \cdot AK \sin(AKP)$

$S_{CPK} = \frac{1}{2} PK \cdot CK \cdot \sin(CKP) = \frac{1}{2} PK \cdot CK \cdot \sin(AKP)$,

т. к. $\angle AKP + \angle CKP = 180^\circ$

$\Downarrow$

Числото вел.

$$\Rightarrow \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{8}{7} = \frac{AK}{CK} \Rightarrow \begin{matrix} AK = 8a \\ CK = 7a \end{matrix} \Rightarrow AC = 15a.$$

отсюда коэффициент подобия $\triangle KPC$ и $\triangle ABC$:

$$k = \frac{KC}{AC} = \frac{7a}{15a} = \frac{7}{15}.$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{49}{225}. \Rightarrow S_{ABC} = \frac{225}{49} \cdot S_{CPK} = \frac{225}{49} \cdot 14$$

$$S_{ABC} = \frac{450}{7}.$$

4). $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{5}.$

Ответ: а) $S_{ABC} = \frac{450}{7}.$

6

№5. Чистовик

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)$

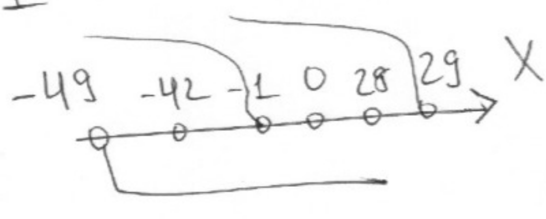
$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$:

$x - ?$

Решение:

1). Выпишем ограничения, накладываемые на значения x, ввиду наличия $\log$

$$\begin{cases} 29-x>0 \\ x+1<0 \\ \frac{x}{7}+7>0 \\ 29-x\neq 1 \\ x+1\neq 1 \\ \frac{x}{7}+7\neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x>-49 \\ x<29 \\ x<-1 \\ x\neq -42 \\ x\neq 28 \\ x\neq 0 \end{array}$$



$x\in(-49;-1)\setminus\{-42\}$

2) Пусть $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=a$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)=b$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=c$

Очевидно, что $a, b, c\neq 0$ из предыдущего пункта $\Rightarrow$

$$\frac{x}{7}+7=(29-x)^{\frac{a}{2}}$$
$$(x+1)^2=\left(\frac{x}{7}+7\right)^b \quad \Rightarrow \quad (1)$$
$$29-x=(x+1)^{2c}$$

21103413 (U320267 M1296950)

$\operatorname{tg} ABC = \frac{3}{5} = \operatorname{tg}\alpha.$

$\cos ABC = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 ABC}} = \frac{1}{1+\frac{9}{25}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$

$\sin ABC = \frac{3}{\sqrt{34}}.$

~~sin B =~~ $\alpha = ABC = \beta.$

$AN = NC = \frac{AC}{\cancel{2}} = \frac{15}{2}a = 7{,}5a.$

$NK = \frac{1}{2}a. \quad CK = 7a, \; AN = \frac{15}{2}a.$

$NT = AN \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{\cancel{15}^{3}}{2} \cdot \frac{3}{\cancel{5}} = \frac{9}{2}.$

$\operatorname{tg} NTK = \frac{1}{9}.$

OT – диаметр. ω_1

$\frac{CT}{OT} = \sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}.$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{30}{34}.$

$\cos 2\alpha =$

выразить через a некоторые площади.

$\sin\alpha = \frac{\frac{15}{2}a}{R_\omega} = \frac{\overset{5}{\cancel{15}}a}{2R_\omega} = \frac{3}{\sqrt{34}}.$

$5\sqrt{34}a = 2R.$

$R = 5a\sqrt{\frac{17}{2}}$

21103413 (U320267 M1296950)

$29 - x = x^2 + 2x + 1$.

$x^2 + 3x - 28 = 0$.

$x = \left[\begin{array}{l} -7 \\ 4 \end{array}\right.$ $\quad \underline{\underline{x = -7}}$.

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = \log_{\sqrt{6}} 6 = 2$.

$x^2 + 2x + 1 = \frac{x}{7} + 7$.

$x^2 + \frac{13}{7}x - 6 = 0$.

$x = \dfrac{-\frac{13}{7} \pm \sqrt{\frac{169}{49} + 24}}{2} = -\frac{13}{14} \pm$

$\cancel{49 \times 24 = 7^2}$.

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times\ 24 \\ \hline 196 \\ 98 \\ \hline 1176 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 36 \\ \times\ 36 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1176 \\ +\ 169 \\ \hline 1345 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1345 & 5 \\ \cline{2-2} -10 & 269 \\ 34 & \\ -30 & \\ 45 & \end{array}$$

21103413 (U320267 M1296950)

$AC = 15a$

$$OT = \frac{OC}{\cos\alpha} = \frac{5a\sqrt{\frac{17}{2}}}{5}\sqrt{2 \cdot 17} = 17a$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times\ 15 \\ \hline 75 \\ 15\ \ \\ \hline 225 \end{array}$$

21103413 (U320267 M1296950)

$$\log_{(x+1)^2}(29-x)\cdot\log_{(x+1)^2}\left(\frac{x}{7}+7\right)=1.$$

$\cancel{\log_{(x+1)^2}(}$

$a, b, c \neq 0.$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=a \qquad \frac{x}{7}+7=(29-x)^{\frac{a}{2}}$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=b \qquad (x+1)^2=\left(\frac{x}{7}+7\right)^b$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)=c. \qquad (29-x)=(x+1)^{2c}.$

$$(x+1)^2=\left((29-x)^{\frac{a}{2}}\right)^b=(29-x)^{\frac{ab}{2}}.$$

$$(29-x)^{\frac{1}{c}}=(29-x)^{\frac{ab}{2}}.$$

$$\frac{1}{c}=\frac{ab}{2}$$

$$abc=2$$

$a=b:$ $\qquad a=c:$ $\qquad b=c.$

$a^2(a+1)=2 \qquad a^2(a+1)=2$

$a^3+a^2-2=0$

(a^2+2a+2)

$a=1$

$$\begin{array}{l|l} a^3+a^2-2 & a-1 \\ \cline{2-2} -\underline{a^3-a^2} & a^2+2a+2 \\ \quad 2a^2-2 & \\ -\underline{2a^2-2a} & \\ \quad 2a-2 & \end{array}$$

21103413 (U320267 M1296950)

N5.

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$,

$\log_{(x+1)^2}(29-x)$;

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

По парно:

$\cancel{\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log}$

$x = ?$

$$\begin{cases} -(x+1) > 0 \\ 29-x > 0 \\ 29-x \neq 1 \\ x+1 \neq 1 \\ \frac{x}{7}+7 > 0 \\ \frac{x}{7}+7 \neq 1 \end{cases}$$

$x \neq 28$

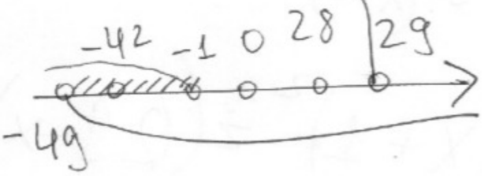
$x \neq -42$

$x \neq 0$

$x < -1$

$x < 29$

$x > -49$



$-49 < x < -1$ / -42.

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 2\cdot\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)$$

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(x+1)^2$$

$$\log_{(x+1)^2}(29-x)$$

$$\log_{(x+1)^2}(29-x) = \frac{1}{\log_{(x+1)^2}\left(\frac{x}{7}+7\right)}$$

N6.

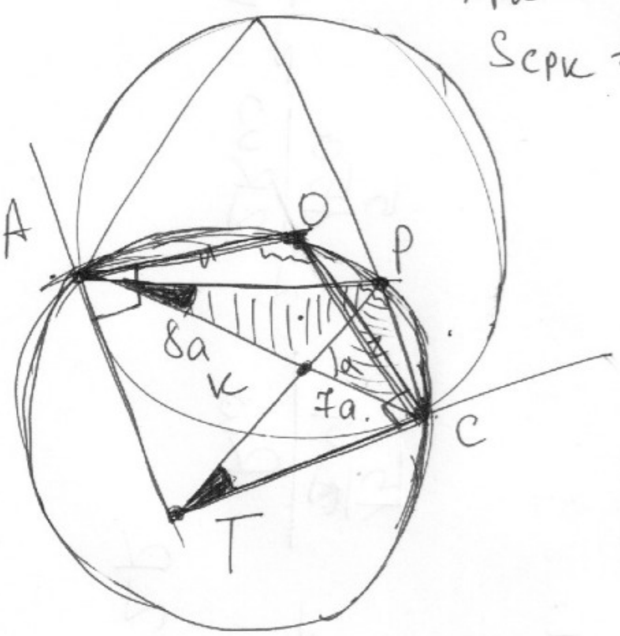
$S_{APK} = 16$

$S_{CPK} = 14$.

1) $S_{ABC} = ?$

2) $\angle ABC = \operatorname{arct} \frac{3}{5}$

$AC = ?$



$S_{APK} = \frac{1}{2} A\cancel{B}^{K} \cdot KP \cdot \sin(180 - \alpha) =$

$= \frac{A\cancel{B}^{K} \cdot KP}{2} \sin\alpha$

$S_{KPC} = \frac{1}{2} KP \cdot \underline{KC} \cdot \sin\alpha$ 2a

$\frac{S_{APK}}{S_{KPC}} = \frac{8}{7} = \frac{A\cancel{B}K}{\cancel{B}KC}$.

AOCT - вписанный чет. ($\angle OAT + \angle OCT = 180°$

$\angle AOC + \angle ACT = 180$

$\angle AOC = \angle APC \Rightarrow$ APCT - тоже вписанный

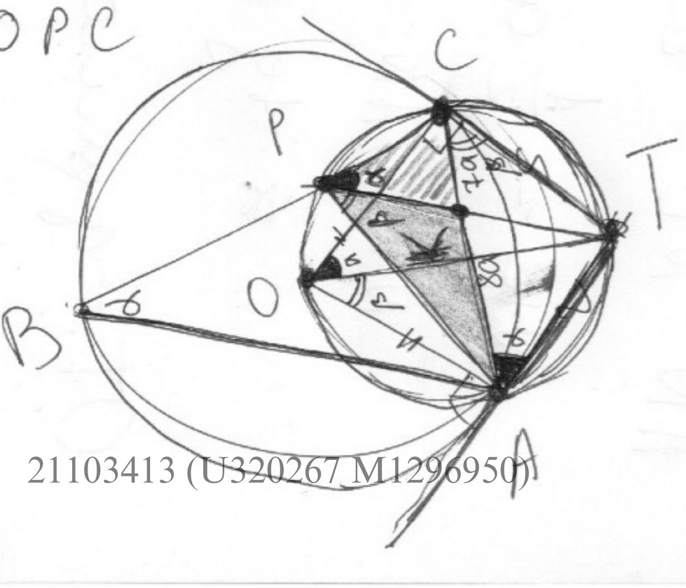
$\angle ATC + \angle APC = 180°$

$\Downarrow$

точки A, O, P, C, T лежат на одной окружности

а поэтому T принадлежит окружности через AOPC

$\alpha = \beta$.



21103413 (U320267_M1296950)