Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102967**

ID профиля: **302786**

Вариант 24

$2x^2+72{,}5\sqrt{x}+25=40$ Чистовик стр 9

Чистовик стр 1

① $S=a_1+a_2+\dots+a_9=\frac{a_1+a_9}{2}\cdot 9$

$d>0,\ a_i\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} d\in\mathbb{Z} \\ a_1\in\mathbb{Z} \\ d>0 \end{cases}$

$\begin{cases} a_5\cdot a_{18}>S-4 \\ a_{10}\cdot a_{13}<S+60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5\cdot a_{18}>S-4 \ (1) \\ -a_{10}\cdot a_{13}>-S-60 \ (2) \end{cases}$

(1)+(2) (нер-ва с одинак. знаком можно складывать, но об-ть значений расширится => проведем проверку в конце)

$a_5\cdot a_{18}-a_{10}\cdot a_{13}>-64$

$(a_1+4d)(a_1+17d)-(a_1+9d)(a_1+12d)+64>0$

$$\begin{array}{l} \cancel{a_1^2}+4a_1d+17a_1d+17\cdot 4d^2 \\ -\ \cancel{a_1^2}+9a_1d+12a_1d+9\cdot 12d^2 \quad +64 \quad >0 \\ \hline -\cancel{5a_1d}+\cancel{5a_1d}+17\cdot 4d^2-9\cdot 12d^2+64>0 \end{array}$$

$68d^2-108d^2+64>0 \qquad d^2<\frac{64}{40}$

С учетом $d>0$:

$0<d<\sqrt{\frac{64}{40}}=\sqrt{\frac{16}{10}}=\frac{4}{\sqrt{10}}$ Заметим, что

$\underset{\overset{\shortparallel}{1}}{\frac{4}{\sqrt{16}}}<\frac{4}{\sqrt{10}}<\frac{4}{\sqrt{9}}=\frac{4}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ С учетом $d\in\mathbb{Z}$,

$0<d\leq 1 \Leftrightarrow \boxed{d=1}$

Чистовик

① (продолж)

если $d=1$, то $S=\frac{2a_1+8d}{2}\cdot 9=(a_1+4)\cdot 9$

$a_5=a_1+4$ ... и т.д

(1)
(2) : $\begin{cases}(a_1+4)(a_1+17)>9(a_1+4)-4\\(a_1+5)(a_1+12)<9(a_1+4)+60\end{cases}$

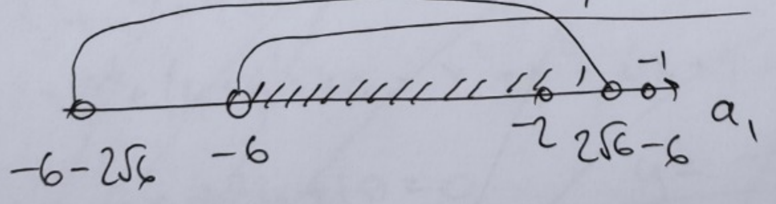
$\begin{cases}a_1^2+4a_1+17a_1+4\cdot17-9a_1-36+4>0\\a_1^2+12a_1+\cancel{5a_1}+5\cdot12-\cancel{9a_1}-36-60<0\end{cases}$

$\begin{cases}a_1^2+12a_1+68-36+4>0\\a_1^2+12a_1+\cancel{60}\,108-36-60<0\end{cases}$

$\begin{cases}a_1^2+12a_1+36>0\\a_1^2+12a_1+12<0\end{cases}$ $\begin{cases}(a_1+6)^2>0\\-6-2\sqrt6<a_1<2\sqrt6-6\end{cases}$ $\begin{cases}a_1>-6\\—''—\end{cases}$

$D=12^2-4\cdot12=12(12-4)=(4\sqrt6)^2$

$a_1=\frac{-12\pm4\sqrt6}{2}=-6\pm2\sqrt6.$



Оценим: $2\sqrt6-6<=\sqrt4\cdot\sqrt6-6<\sqrt6\cdot\sqrt6-6=0$

$2\sqrt6-6 \vee -1$

$2\sqrt6 \vee 5$

$24<25$

Чистовик   стр3

(5) (пороги)

$2^6 - 6 \neq 2$

$2^6 \neq 4$ $\Rightarrow$ с учетом $a_1 \in \mathbb{Z}$:

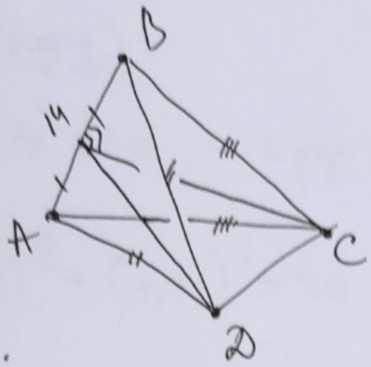
[illegible]$4 > 16$ $-6 < a_1 \leq -2$

$-5 \leq a_1 \leq -2$

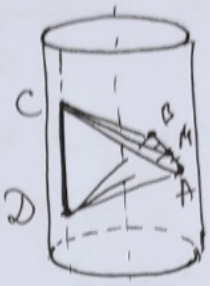
целых значений: $-5; -4; -3; -2$

$\boxed{\text{Ответ: } -5; -4; -3; -2}$

② Чистовик стр 34



$AB = 4$ $AC = CB = 7$
$AD = BD = 8$



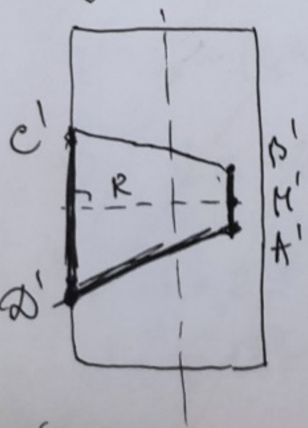
т.к. все вершины тетраэдра лежат на пов-ти конуса, а $CD \parallel$ оси, то CD лежит на образующей конуса

~~Пусть~~ M - середина AB. Заметим, что $CM \perp AB$ и $DM \perp AB$ (т.к. $\triangle ADB$ и $\triangle BAC$ - р/б)

тогда $(CMD) \perp AB$. Заметим, что $ABCD$ симметричен относительно пл-ти CMD =>

(CMD) содержит ось ~~конуса~~ цилиндра

Вид спереди (цилиндра):



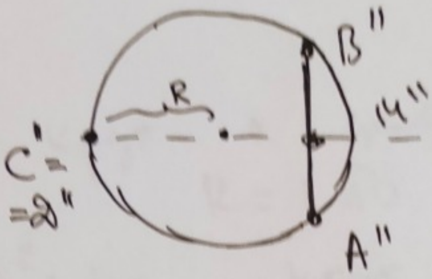
($A'M' = M'B'$, т.к. отношение при проецировании всегда сохраняются)

(трапеция не р/б)

21102967 (U302786 M1297603)

② (продолж.)

Вид сверху:



Заметим, что min R достигается в случае, если

Чистовик стр 6

(5)
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \quad (1)\\ a^2+b^2\le \min(-6a-2b,\ 10) \quad (2)\end{cases}$$

(2): A) $-6a-2b<10$:

$a^2+6a+9+b^2+2b+1\le 10$

$(a+3)^2+(b+1)^2\le 10$

окр-ть, $R=\sqrt{10}$, центр $(-3;-1)$

Б): $-6a-2b>10$:

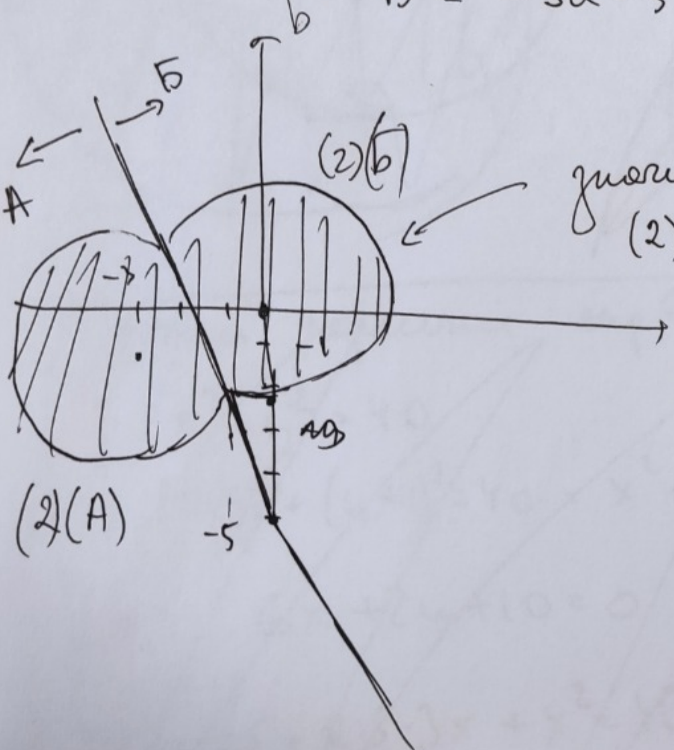
$a^2+b^2\le 10$.

$R=\sqrt{10}$, центр $(0;0)$

Построим (2) в коорд.плоск. (a o b):

Прямая $-6a-2b=10$

$b=-3a-5$ разделяет об-ть.



значение (a; b), задающиеся (2) ур-ием.

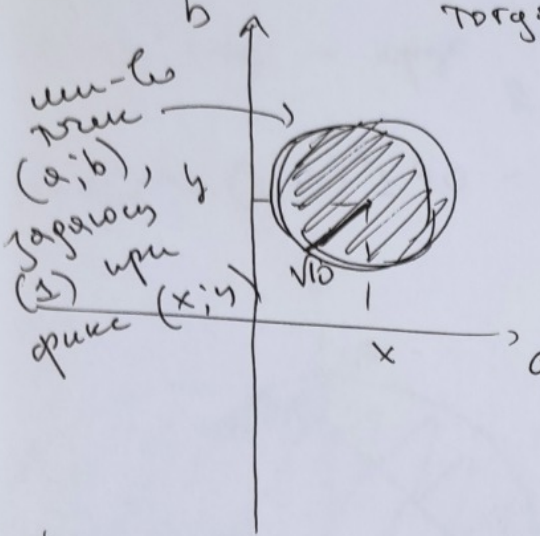
Чистовик стр 7

③ (прод.)

р-трим (1) как окр-ть на пл-ти (a o b)

тогда: центр в $(x;y)$

$R=\sqrt{10}$



Необходимо, чтобы существовало множество пересечений (1) и (2)

Граничный случай – касание окр-ти (1) с окр-тями (2)А и (2)Б => подходят такие ~~касательн. (2)А~~:

(x, y), что $\left[\begin{array}{l}\rho((x;y);(0;0)) \le 2\sqrt{10} \\ \rho((x;y);(-3;-1)) \le 2\sqrt{10}\end{array}\right.$

(расстояние между центрами $= R_1+R_2 = 2\sqrt{10}$)

$$\left[\begin{array}{l}x^2+y^2 \le 40 \\ (x+3)^2+(y+1)^2 \le 40.\end{array}\right.$$

~~алг~~

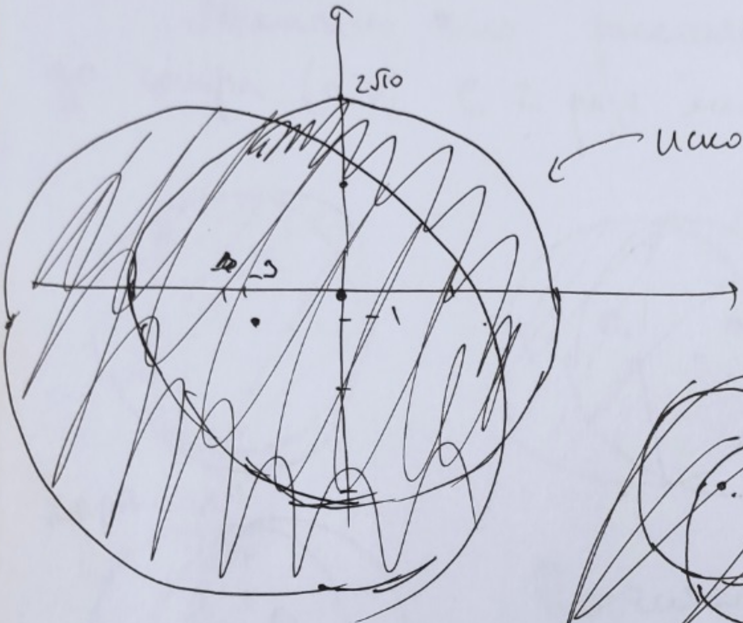
Построим в пл-ти Хоу

Чистовик стр 8

3 (прод.)

$x^2+y^2 \le 40$ - круг с центром $(0;0)$
$R = 2\sqrt{10}$

$(x+3)^2+(y+1)^2 \le 40$ - круг с центром $(-3;-1)$
$R = 2\sqrt{10}$
$(-3 < -\sqrt{10})$



← искомая фигура

точки пересечения окр-тей:

$$\begin{cases} x^2+y^2=40 \\ (x+3)^2+(y+1)^2=40 = x^2+y^2+6x+9+2y+1=40 \end{cases}$$

$\Rightarrow 6x+2y+10=0$ $\quad y=-5-3x$

$x^2+25+2\cdot5\cdot3x+x^2=40$

$2x^2+\sqrt{125}\cdot5x\cdot2=0$ $\quad x_{1,2}=\pm\sqrt{125}$

$x=0$

$x=-\sqrt{125}\cdot5$

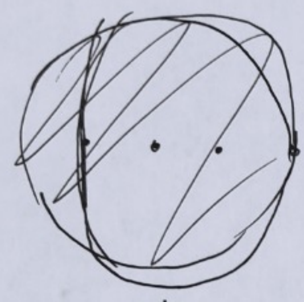
$\cancel{2x^2 + 2\cdot 5\cdot 3x + 25 = 40}$ Чистовик стр 9

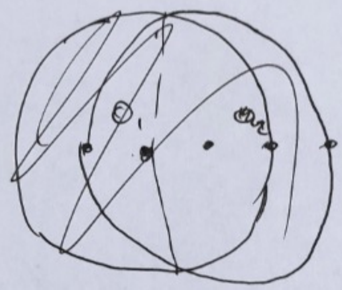
$\cancel{2x^2 + 2\cdot 5\cdot 3x - 15 = 0}$

$\cancel{D = 4\cdot 25\cdot 9 + 4\cdot 15\cdot 2 =}$

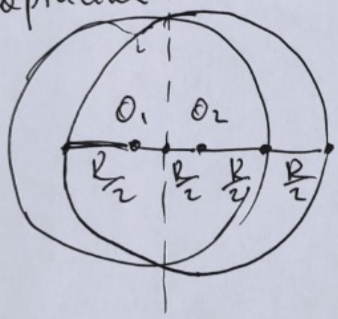
$\cancel{= 4\cdot 5\cdot 3(5\cdot 3 + 2) = 4\cdot 5\cdot 3\cdot 17}$

Заметим, что расстояние от центра $(-3;-1)$ до центра $(0;0)$ в 2 раза меньше радиуса

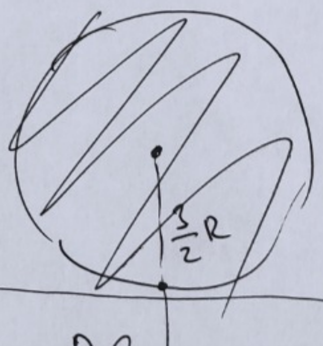


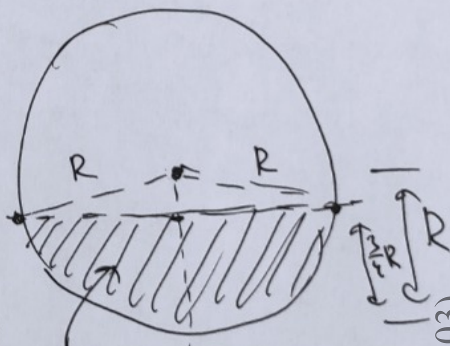


картинка:



Посчитаем сегмент:





Segment.

$$\boxed{S_{\text{искомое}} = 2S_{\text{круг}} - 2S_{\text{сегмента}} = \\ = \ldots}$$

до Ответа не доведено

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102967**

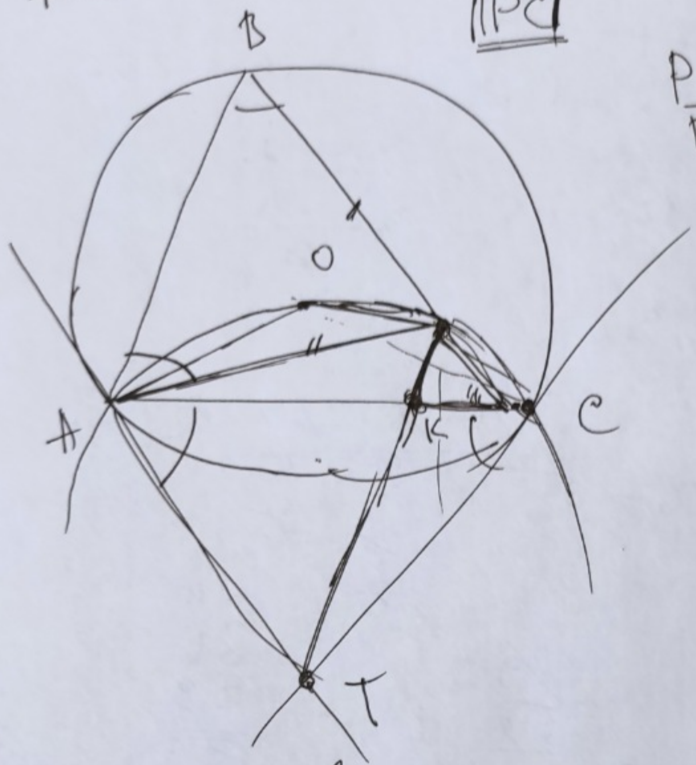
ID профиля: **302786**

Вариант 24

Черновик

$\boxed{PC}$

$\frac{PC}{BP} = \frac{PC}{AP}$



$$15 \times 15 = 75 + 15 = 225$$

$+\Delta BC$ – впис.

17

$$64 + 49 = 113$$

$$113 \times 17 = 791 + 113 = 1921$$

$$56 \times 16 = 336 + 56 = 896$$

$$1921 - 896 = 1025$$

$$17 \times 25 = 85 + 34 = 425$$

1025 | 17
102 | 6

1025 | 5
205 | 5
41

При $x<0$: Черновик $x=3$

$x^4+4x^3+6x^2+5x=f(x)$ ~~$4^4=16^2=256$~~.

$f'=4x^3+12x^2+12x+5$ $x=-2$

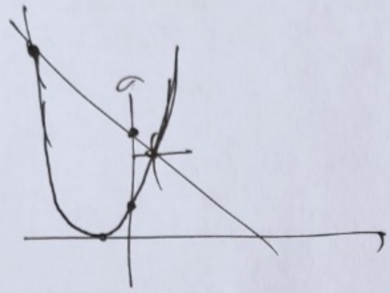
$x=-3$

$(x^4-16)+4x^3+6x^2+5x-12$

$x=4$: $4^3 + \cancel{6\cdot 16+5\cdot 4-12}$

~~$-4^4+6\cdot16-5$~~

-5



$\begin{array}{r} 29 \\ -81 \end{array}$ 4^4 $\begin{array}{r} 81 \\ -29 \\ \hline 52 \end{array}$

4:

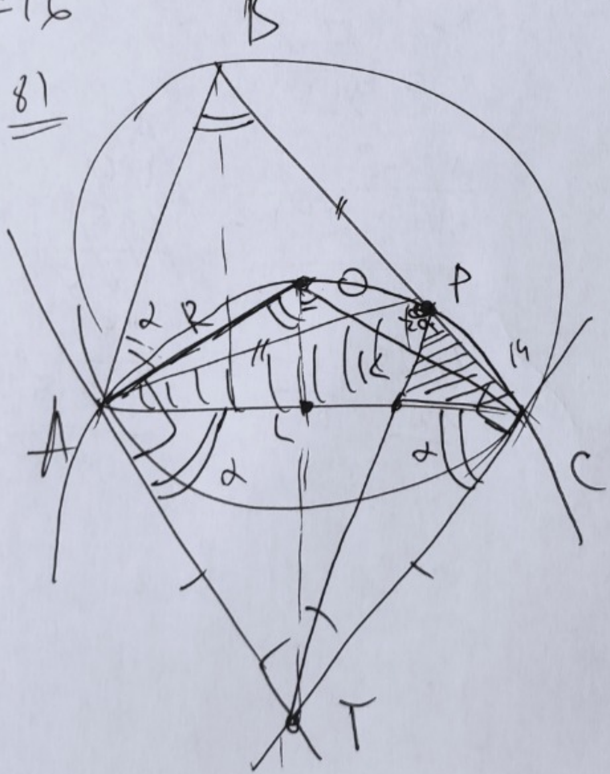
16 ||

$2^4=16$

$3^4=81$

$S_{APK}=16$

$S_{CPK}=14$



$\frac{AK}{KC}=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$

S_{ABC} - ?

При $x<0$: Черновик $x=3$

Черновик

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$ $\qquad \frac{\log_2\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\log_2\sqrt{29-x}}$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)$ $\qquad \frac{\log_2(29-x)}{\log_2(x+1)^2}$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$ $\qquad \frac{\log_2(-x-1)}{\log_2\sqrt{\frac{x}{7}+7}}$

$x-?$

$a\cdot b\cdot c=\cancel{8}$.

$$=\cancel{2}\,\frac{\log_2\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\log_2(29-x)}\cdot\frac{\log_2(29-x)}{\cancel{2}\log_2(-x-1)}\cdot\frac{\log_2(-x-1)}{\frac{1}{2}\log_2\sqrt{\frac{x}{7}+7}}$$

$\boxed{a\cdot b\cdot c=2}$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=b\\ c=b+1\end{cases}\\ \begin{cases}b=c\\ a=b+1\end{cases}\\ \begin{cases}\ \\ \ \end{cases}\end{array}\right.$$

Черновик

$$\begin{cases} НОД(a, b, c) = 33 = 3^1 \cdot 11^1 & \text{— число, на которое } \vdots \text{ все другие} \\ НОК(a, b, c) = 3^{19} \cdot 11^{15} & \text{— число, } \vdots \text{ на все другие} \end{cases}$$

$a = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\alpha_2}$

$b = 3^{\beta_1} \cdot 11^{\beta_2}$ $\quad 0 \le \alpha_i, \beta_i \le ?$

$c = 3^{\gamma_1} \cdot 11^{\gamma_2}$

НОК $\qquad 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\alpha_2}$

$19 = \max(\alpha_1; \beta_1; \gamma_1)$

$15 = \max(\alpha_2 \ \beta_2 \ \gamma_2)$

$1 = \min(\alpha_1 \ \beta_1 \ \gamma_1)$

$1 = \min(\alpha_2 \ \beta_2 \ \gamma_2$

Пусть $\alpha_i \geq \beta_i \geq \gamma_i$ ~~(потом возьмем~~

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

32 $\quad 2^4$

$-2: \ \cancel{16 - 4 \cdot 8 + 6 \cdot 4 - 5 \cdot 2 - 28}$

$\times \frac{28}{8}$, $+\frac{24}{25}$

$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 5x - 28 = \cancel{x^2(x+4) + 6x(x+4)}$

$x^2(x^2 + 4x + 4) + \underline{2x^2 + 5x - 28}$ $\qquad D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 28$

Чистовик   стр 1

4) $\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c) = 33 = 3^1 \cdot 11^1 \\ \text{НОК}(a,b,c) = 3^{19} \cdot 11^{15} \end{cases}$

Пусть $a = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\beta_1}$

$b = 3^{\alpha_2} \cdot 11^{\beta_2}$, $0 \le \alpha_i$

$c = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$ $0 \le \beta_i$

тогда:

$19 = \max(\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3)$

$15 = \max(\beta_1; \beta_2; \beta_3)$ Пусть $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \alpha_3$

$1 = \min(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)$ $\beta_1 \geq \beta_2 \geq \beta_3$

$1 = \min(\beta_1\ \beta_2\ \beta_3)$

() Посчитаем кол-во упорядоченных троек $a \geq b \geq c$, а потом домножим на $P_3 = 3!$ (кол-во перестановок для 3х чисел), т.к. каждая тройка дает 6 перестановок

Тогда: $\alpha_1 = 19$ $\beta_1 = 15$

$\alpha_3 = 1$ $\beta_3 = 1$,

а α_2 и β_2 могут принимать значения от 1 до 19 и от 1 до 15 включительно соответственно

Итого: $\alpha_1 = 19$, $\alpha_2 = \underbrace{1 \ldots 19}_{19\text{ вар.}}$, $\alpha_3 = 1$

$\beta_1 = 15$, $\beta_2 = \underbrace{1 \ldots 15}_{15\text{ вар}}$, $\beta_3 = 1$ $\Rightarrow$ для упоряд. троек вариантов $\underline{19 \cdot 15}$

Чистовик стр 2

4 (продолж)

=> всего ~~...~~ $P_3 \cdot 15 \cdot 19 = 6 \cdot 15 \cdot 19 =$

$= 1710$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times\ 15 \\ \hline 95 \\ +\ 19 \\ \hline 285 \\ \times\ 6 \\ \hline 1710 \end{array}$$

$\boxed{\text{Ответ: } 1710.}$

21102967 (U302786 M1297604)

⑤ Чистовик стр 3

Пусть:

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = a = \frac{\log_2\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\log_2(\sqrt{29-x})} = 2\cdot\frac{\log_2\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\log_2(29-x)}$$

$$\log_{(x+1)^2}(29-x) = b = \frac{\log_2(29-x)}{\log_2(x+1)^2} = \frac{1}{2}\frac{\log_2(29-x)}{\log_2(-x-1)}$$

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = c = \frac{\log_2(-x-1)}{\log_2\left(\sqrt{\frac{x}{7}+7}\right)} = 2\cdot\frac{\log_2(-x-1)}{\log_2\left(\frac{x}{7}+7\right)}$$

Заметим, что:

$a\cdot b\cdot c = 2$.

Тогда то, что спрашивается:

либо $\begin{cases} a=b \\ c=b+1 \\ abc=2 \end{cases}$ (1)

либо $\begin{cases} b=c \\ a=b+1 \\ abc=2 \end{cases}$ (2)

либо $\begin{cases} a=c \\ b=a+1 \\ abc=2 \end{cases}$ (3)

$\log_2(x+1)^2 = 2\log_2|x+1|$,

но по ОДЗ $-x-1>0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x+1<0$

$\Leftrightarrow 2\log_2|x+1| = 2\log_2(-x-1)$

аналогично,

$\log_2\sqrt{\frac{x}{7}+7} = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{x}{7}+7\right)$,

т.к. в ОДЗ учитывается

$\frac{x}{7}+7>0$;

$\log_2\sqrt{29-x} = \frac{1}{2}\log_2(29-x)$

(1): $\begin{cases} c=a+1 \\ a^2c=2 \end{cases} \Rightarrow (a+1)a^2=2 \qquad a^3+a^2-2=0$

$a=1$ – корень: $1+1-2=0$

$$\begin{array}{r|l} a^3+a^2-2 & a-1 \\ \underline{a^3-a^2} & a^2+2a+2 \\ 2a^2-2 & \\ \underline{2a^2-2a} & \\ 2a-2 & \end{array}$$

$\Rightarrow (a-1)(a^2+2a+2)=0$

$D=4-4\cdot 2<0$

Чистовик стр 5

Чистовик стр 4

⑤ (продолж.)

$\Rightarrow$ корень только $\underline{a=1} \Rightarrow \underline{c=2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=b=1 \\ c=2 \end{cases}$$

(2): $\begin{cases} a=b+1 \\ b^2\cdot a=2 \end{cases}$ ~~это~~ тоже самое, что в 1

$$\Rightarrow \begin{cases} b=1=c \\ a=2 \end{cases}$$

(3): аналогично. $\begin{cases} c=a=1 \\ b=2. \end{cases}$

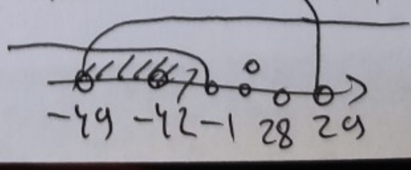
Проверим $a=2,\ b=2,\ c=2$: ~~Этого достаточно, т.к. тогда~~ $\cancel{\begin{cases} c=b=1 \\ a=c=1 \end{cases}}$

$a=2$: $2\cdot\dfrac{\log_2\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\log_2(29-x)}=2 \iff \log_2\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_2(29-x)$

$$\iff \begin{cases} \frac{x}{7}+7=29-x \\ \frac{x}{7}+7>0 \\ 29-x>0 \\ -x-1>0 \\ (x+1)^2\neq 1 \\ \sqrt{29-x}\neq 1 \\ \sqrt{\frac{x}{7}+7}\neq 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x+49=29\cdot 7-7x \\ -49<x<-1 \\ x\neq -42 \end{cases}$$

x только >0 — не входит

ОДЗ: $\begin{cases} x+49>0 \\ x<29 \\ x<-1 \\ x\neq 0 \\ x\neq 28 \\ x\neq -6\cdot 7=-42 \end{cases} \iff \begin{cases} -49<x<-1 \\ x\neq -42 \end{cases}$



Чистовик стр 5

(5) (продолж)

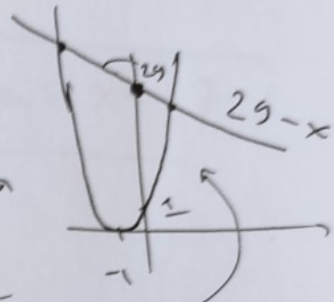
в $= 2$:

$$4 = \frac{\log_2(29-x)}{\log_2(-x-1)} \qquad 4\log_2(-x-1) = \log_2(29-x)$$

$$\begin{cases} (x+1)^4 = 29-x \; (*) \\ -49 < x < -1 \\ x \neq -42 \end{cases}$$

(*): $\cancel{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 29 - x}$

$\cancel{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 5x - 28 = 0}$



гр-к $y = (x+1)^4$:

гр-к $y = 29 - x$

Один из корней, очевидно, > 0. => не может подходить. рассмотрим 2й корень:

При $x =$

в $c = 2$:

$$\log_2(-x-1) = \log_2\left(\frac{x}{7} + 7\right)$$

$$\begin{cases} -x-1 = \frac{x}{7} + 7 \\ -49 < x < -1 \\ x \neq -42 \end{cases} \quad \begin{cases} -7x - 7 = x + 49 \\ — " — \end{cases} \quad \begin{cases} 8x = -56 \\ — " — \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{56}{8} = -7 \\ — " — \end{cases}$$ — подходит

Чистовик стр 6

Пункт ⑤ (продолж)

при $x=-7$:

$a = \log_6 6 = 1$

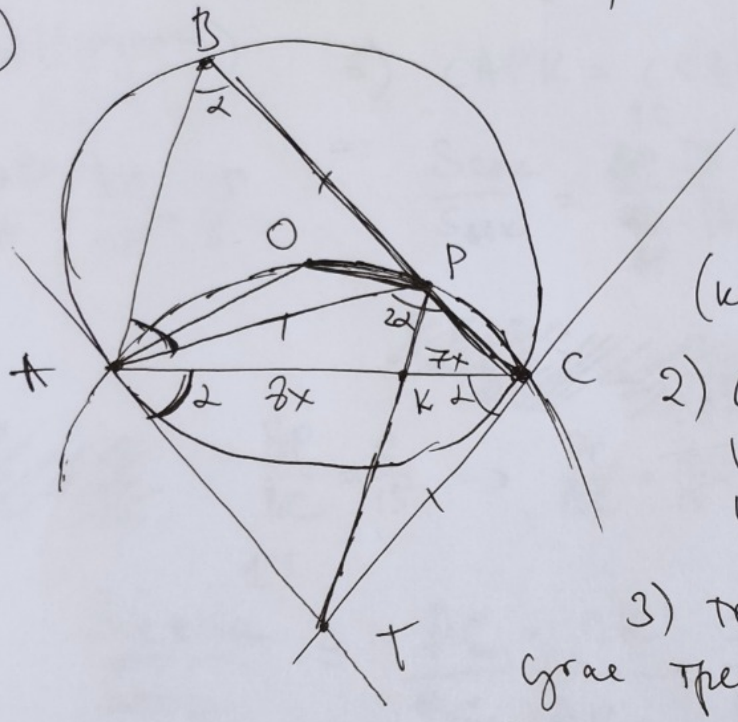
$b = \log_{36} 36 = 1$ — подходит. $\Rightarrow x=-7$ в ответ

$c = \log_{\sqrt{6}} 6 = 2$

$\boxed{\text{Ответ: } x=-7}$

Чистовик стр 7

(6)



1) Пусть $\angle ABC = \alpha$

~~Тогда ABCP~~

тогда $\angle AOC = 2\alpha$ (как центр. угол)

2) $\angle AOC = \angle APC = 2\alpha$ как опирающиеся на дугу $\overset{\frown}{AC}$.

3) тогда по т. о внеш. угле треугольника для $\triangle ABP$ $\angle ABP + \angle BAP = 2\alpha \Rightarrow$ $\angle ABP = \alpha$ $\Rightarrow \angle BAP = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow AP = BP$.

4) $\frac{S_{CPK}}{S_{APK}} = \frac{14}{16} = \frac{CK}{AK} = \frac{7}{8}$

$\cancel{\frac{S_{APK}}{S_{APC}} = \frac{AP \cdot AK}{AP \cdot AC}}$

$\Rightarrow \frac{CK}{AC} = \frac{7}{15}$

5) $\angle CAT = \angle ACT = \alpha$ как между касат. и хордой.

$\Rightarrow \angle ATC = 180^\circ - 2\alpha$

$\Rightarrow \angle ATC + \angle APC = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ TAPC - впис $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APT = \angle CPT = \alpha$

$\Rightarrow$ PT – бис-са.

Чистовик ср 8

(6) (продолж) 6) $\angle APK = \angle CPK \Rightarrow$

$\frac{PC+BP}{BP} = \frac{BC}{BP} = \frac{15}{8}$

$\Rightarrow \frac{S_{CPK}}{S_{APK}} = \frac{PC \cdot PK}{AP \cdot PK} = \frac{PC}{AP} = \frac{PC}{BP}$

$\frac{BP}{BC} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{PC}{BC} = \frac{7}{15}$

г) $\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = \frac{PC \cdot CK}{BC \cdot AC} = \frac{7}{15} \cdot \frac{7}{15} = \frac{49}{225}$, $S_{CPK} = 14$

$S_{ABC} = \frac{14}{49} \cdot 225 = \frac{225 \cdot 2}{7} = \boxed{\frac{450}{7}}$

Ответ: а) $\frac{450}{7}$

б) $\alpha = \arctg \frac{3}{5}$ AC - ?

$\tg \alpha = \frac{3}{5}$ Пусть $AC = 15x$. Тогда $AK = 8x$, $KC = 7x$

аналог: $BC = 15y$, $\Rightarrow BP = 8y$ $PC = 7y$

Тогда $BP = 8y = AP$

Чистовик стр 9

Т. косинусов для $\triangle APC$:

$$(15x)^2 = (8y)^2 + (7y)^2 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot y^2 \cdot \cos 2\alpha =$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{1 - \frac{9}{25}}{1 + \frac{9}{25}} = \frac{\frac{16}{\cancel{25}}}{\frac{34}{\cancel{25}}} = \frac{8}{17}$$

$$= y^2\left(64 + 49 - 2 \cdot 56 \cdot \frac{8}{17}\right) =$$

$$= y^2 \frac{1921 - 2 \cdot 56 \cdot 8}{17} = y^2 \cdot \frac{1025}{17} = \frac{25 \cdot 41}{17} \cdot y^2$$

$$15^2 \cdot x^2 = y^2 \cdot \frac{25 \cdot 41}{17}$$

$$\cancel{15}_{3}\, x = \cancel{5} y \sqrt{\frac{41}{17}}$$

$$\boxed{x = y \cdot \frac{1}{3}\sqrt{\frac{41}{17}}}$$

Т. косинусов для $\triangle ABP$:

$$\angle BPA = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \cos \angle BPA = -\cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$$

$$AB^2 = 2 \cdot (8y)^2 + 2 \cdot (8y^2) \cdot \frac{8}{17} \Rightarrow AB = \dots$$