Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102774**

ID профиля: **333917**

Вариант 24

Чистовик   Математика 11 класс

Вариант № 24

№ 1

S - сумма 9 членов $\Rightarrow S = 9a_1 + 36d$, где d - шаг последовательности

$a_5 \cdot a_{18} > S - 4 \Rightarrow (a_1 + 4d)(a_1 + 17d) > 9a_1 + 36d - 4$

~~[illegible]~~ $a_{10} \cdot a_{13} < S + 60 \Rightarrow (a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < 9a_1 + 36d + 60$

~~[illegible]~~ Раскроем скобки:

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4 \\ a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \end{cases} \quad (+)$$

$$\cancel{a_1^2} + \cancel{21a_1d} + 68d^2 + \cancel{9a_1} + \cancel{36d} + 60 > \cancel{a_1^2} + \cancel{21a_1d} + 108d^2 + \cancel{9a_1} + \cancel{36d} - 4$$

$$40d^2 < 64$$

$$5d^2 < 8$$

$$d^2 < \frac{8}{5}$$

Но т.к. последовательность возрастающая $\Rightarrow$ $\Rightarrow d > 0 \Rightarrow d < \sqrt{\frac{8}{5}}$ Но, последовательность целочисленная $\Rightarrow d$ тоже ~~[illegible]~~ целочисленное $\Rightarrow d = 1$ (единственное целое число на интервале $(0; \sqrt{\frac{8}{5}})$

тогда получим:

① $a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 36 - 4$

$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$

$(a_1 + 6)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq 6$

Лист 1

② $a_1^2+21a_1+108<9a_1+36+6\cdot0$

$a_1^2+12a_1+12<0$

$D=144-48=96$

$\sqrt{D}=4\sqrt{6}$

$a_1\in(-6-2\sqrt{6};-6+2\sqrt{6})$

$-6-2\sqrt{6}$ лежит между -11 и -10

$-6+2\sqrt{6}$ лежит между -1 и -2

Т.к. a_1 – целое $\Rightarrow$

$a_1\in[-10;-2]$ $\quad a_1=-10;-9;-8;-7;-5;-4;-3;-2$

$a_1\neq-6$

Ответ:

№3 Итоговая Математика 11 класс

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 10\\ a^2+b^2\le \min(-6a-2b\,,\,10)\end{cases}$$

Найти: S - ?

Решение:

Найдём все возможные значения a и b

Получаем

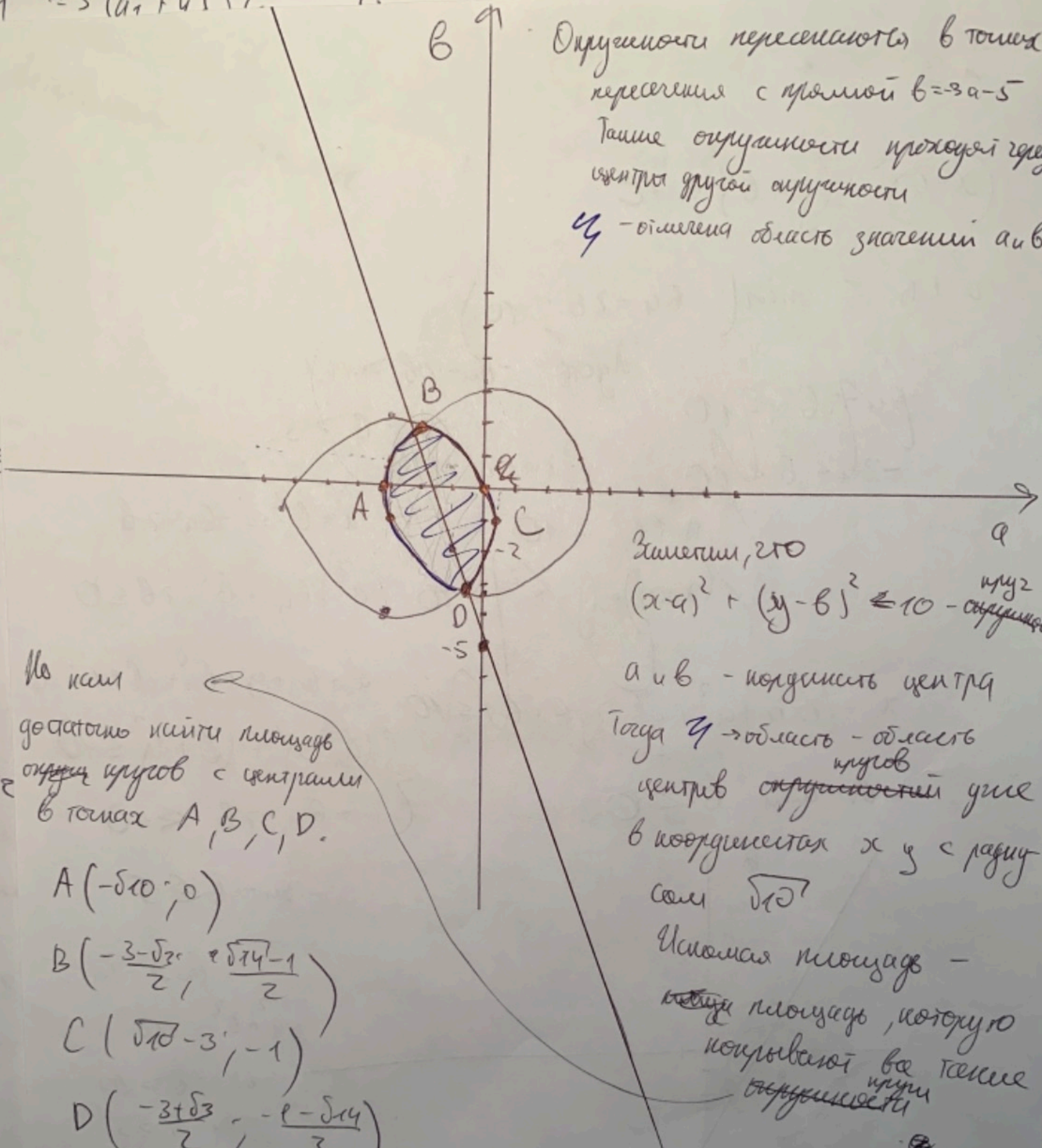
1) $\begin{cases}a^2+b^2\le -6a-2b\\ -6a-2b\le 10\end{cases}$

$\begin{cases}(a+3)^2+(b+1)^2\le 10 \to \text{~~окружность~~ круг}\\ b\ge -3a-5 \to \text{прямая}\end{cases}$

2) $\begin{cases}a^2+b^2\le 10 \to \text{~~окружность~~ круг}\\ -6a-2b\ge 10 \to \text{прямая}\end{cases}$

Построим в координатах $a;b$

$5-4 \Rightarrow (a_1+4)($ ...



Окружности пересекаются в точках пересечения с прямой $b=-3a-5$. Такие окружности проходят через центры другой окружности

ч – отмечена область значений a и b

Заметим, что
$(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 10$ – ~~окружность~~ круг

a и b – координаты центра

Тогда ч → область – область центров ~~окружностей~~ кругов уже в координатах x y с радиусом $\sqrt{10}$

Искомая площадь – ~~круги~~ площадь, которую покрывают все такие ~~окружности~~ круги

Но нам достаточно найти площадь ~~окруж~~ кругов с центрами в точках A, B, C, D.

$A(-\sqrt{10}; 0)$

$B\left(-\frac{3-\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{14}-1}{2}\right)$

$C(\sqrt{10}-3; -1)$

$D\left(-\frac{3+\sqrt{3}}{2}; -\frac{1-\sqrt{14}}{2}\right)$

круг

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102774**

ID профиля: **333917**

Вариант 24

№1 Чистовик Математика 11 класс

Вариант №24

1) Посчитаем, когда 1 из чисел = 33, тогда

$a = 33$

$b = 33 \cdot 3^{\alpha} \cdot 11^{\beta}$

$c = 33 \cdot 3^{x} \cdot 11^{y}$

~~либо $\alpha = 18$, $\beta = 14$ тогда~~

α или $x = 18$

β или $y = 14$

$\alpha = 18$ — x – 18 вариантов

$x = 18$ — α – 18 вариантов

$\beta = 14$ — y – 14 вариантов

$y = 14$ — β – 14 вариантов

всего: $(C_4^2 - 2)(14 \cdot 18) = 4 \cdot 14 \cdot 18$

Но a b или $c = 33$ => Всего: $3 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 18$ вариантов

2) Все числа > 33, тогда

I) Одно из чисел = $3^{19} \cdot 11^{15}$

$a = 3^{19} \cdot 11^{15}$

$b = 33 \cdot 3^{\alpha} \cdot 11^{\beta}$

$c = 33 \cdot 3^{x} \cdot 11^{y}$

тогда вид в одном из оставшихся 33×только тройки, а в другом 33× только 11

$b = 33 \cdot 3^{\alpha}$

$c = 33 \cdot 11^{\beta}$

или

$b = 33 \cdot 11^{\alpha}$

$c = 33 \cdot 3^{\beta}$

Всего: $2 \cdot 18 \cdot 14$ вариантов

Но a, b, c могут быть $= 3^{19} \cdot 11^{15}$ => всего $3 \cdot 2 \cdot 18 \cdot 14$ вариантов

Импевии №4

II) 3^{19} и 11^{15} раскинуть по разным числам a, b, c

$$\left.\begin{aligned} a &= 3^{\lambda} \cdot 11^{z} \\ b &= 3^{x} \cdot 11^{y} \\ c &= 3^{k} \cdot 11^{m} \end{aligned}\right\} C_6^2 - 9 = 6 \text{ пар } \cancel{\text{выбрать}}$$

– способов выбрать

где будет 3^{19} и 11^{15}

Пусть

$a = \cancel{3^{19} \cdot 11^{z}}\ 33 \cdot 3^{18} \cdot 11^{z}$

$b = \cancel{3^{x} 11}\ 33 \cdot 11^{14} \cdot 3^{x}$

$c = 33 \cdot 3^{k} \cdot 11^{m}$

Но одно из чисел $\neq 33$ (уже это считали)

Заметим, что если $k > 0$, то $x = 0$ и кс от

Аналогично если $m > 0$, то $y = 0$

$$\left.\begin{aligned} &\text{а)}\ \left.\begin{aligned} &k > 0,\ \text{тогда}\ x = 0 \\ &m > 0 \quad y = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 14 \cdot 18 \\ &\text{б)}\ k > 0,\ m = 0\ \} \Rightarrow 18 \cdot 14 \end{aligned}\right\} 18 \cdot 14 \cdot 3 \text{ случаев}$$

с) $k = 0 \quad m > 0\ \} \Rightarrow 18 \cdot 14$

Значит получаем: $18 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 6$ случаев

Считаем общее:

$S = \cancel{3 \cdot 4}\ 3 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 18 + 6 \cdot 18 \cdot 14 + 6 \cdot 3 \cdot 18 \cdot 14 =$

$= 6 \cdot 18 \cdot 14 (2 + 1 + 3) = 6^2 \cdot 18 \cdot 14 = 9072$ числа

Ответ: 9072

№5 Чистовик

Дано:

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right);\ \log_{(x+7)^2}(29-x);\ \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$$

ОДЗ:

$\frac{x}{7}+7>0$ $\quad 29-x>0$ $\quad -x-1>0$

$x>-49$ $\quad x<29$ $\quad x<-1$

$x\neq 28$ $\quad x\neq 0$ $\quad x\neq -42$

$x\neq -2$

Пусть $29-x=a$

$\frac{x}{7}+7=b$ тогда

$-x-1=c$

1) $\log_{\sqrt{a}} b$ 2) $\log_{c^2} a$ 3) $\log_{\sqrt{b}} c$

I) ① = ② = ③ − 1

$\log_{\sqrt{a}} b=\frac{1}{2}\log_c a=\log_{\sqrt{b}} c-1$

$2\log_a b=\frac{1}{2}\log_c a=2\log_b c-1$ =>

=> ① × ② = (③ − 1)^2

$\log_a b\cdot\log_c a=4\log_b^2 c-4\log_b c+1$

$\frac{1}{\log_b c}=4\log_b^2 c-4\log_b c+1$ $\quad 4\log_b^3 c-4\log_b^2 c+\log_b c-1=0$

Лист 3

Шестовин н 5

$4\log_b^2 c(\log_b c-1)+\log_b c-1=0$

$(\log_b c-1)(4\log_b^2 c+1)=0$

$\neq 0$ т.к. $4\log_b^2 c \geq 0$

$\log_b c-1=0$

$\log_b c=1$

$b=c \Rightarrow \frac{x}{7}+7=-x-1$

$x+49=-7x-7$

$8x=-56$

$x=-7$

Проверка: $\log_{\sqrt{2y-x}}{\frac{x}{7}+7}=1$

$\log_{(\sqrt{x+1})^2}{2y-x}=1$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=2$

II) ① = ③ = ② -1

$\log_{\sqrt{a}} b=\log_{\sqrt{b}} c=\log_{c^2} a-1$

$2\log_a b=2\log_b c=\frac{1}{2}\log_c a-1$

$4\log_a b\cdot\log_b c=\frac{1}{4}\log_c^2 a-\log_c a+1$

$4\frac{\log_b c}{\log_b a}=\frac{1}{4}\log_c a^2-\log_c a+1$

$\frac{4}{\log_c a}=\frac{1}{4}\log_c a^2-\log_c a+1$

Чистовик №5

$$4 = \frac{1}{4}\log_c^3 a - \log_c^2 a + \log_c a$$

$$\log_c^3 a - 4\log_c^2 a + 4\log_c a - 16 = 0$$

$$\log_c^2 a\,(\log_c a - 4) + 4(\log_c a - 4) = 0$$

$$(\log_c a - 4)(\log_c^2 a + 4) = 0$$

$$\neq 0$$

$$\log_c a = 4$$

$$\log_{-x-1}(29 - x) = 4$$

$$(x+1)^4 = 29 - x$$

$x = 2$ не подходит под ОДЗ

Чистовик №5

III)

~~$\log_{8a}b$~~

$$\log_{c^2} a = \log_{\sqrt{b}} c = \log_{\sqrt{a}} b - 1$$

$$\frac{1}{2}\log_c a = 2\log_b c = 2\log_a b - 1$$

$$\log_c a \cdot \log_b c = 4\log_a^2 b - 4\log_a b + 1$$

$$\frac{1}{\log_a b} = 4\log_a^2 b - 4\log_a b + 1$$

$$4\log_a^3 b - 4\log_a^2 b + \log_a b - 1 = 0$$

$$(\log_a b - 1)\underbrace{(4\log_a^2 b + 1)}_{\neq 0} = 0$$

$$\log_a b - 1$$

$$a = b$$

$$2y - x = \frac{x}{7} + 7$$

$$133 - 7x = x + 49$$

$$8x = 133 - 49 > 0 \to x > 0, \text{ но } x < -1 \Rightarrow \varnothing$$

Ответ: $x = -7$