Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102449**

ID профиля: **842124**

Вариант 24

Математика 11 класс

Чистовик 1

① Из условия: $S=\frac{a_1+a_9}{2}\cdot 9=\frac{2a_5}{2}\cdot 9=9a_5$., ~~$d\in Z$~~ $a_1, a_2, \dots a_n\in Z \Rightarrow$

разность

$\Rightarrow d\in Z$; прогрессия возрастает $\Rightarrow d>0$.

Также известно: $\begin{cases} a_5 a_{18} > S-4. \\ a_{10}\ a_{13} < S+60 \end{cases}$

$a_{18}=a_5+13d$; $a_{10}=a_5+5d$; $a_{13}=a_5+8d$.

$$\begin{cases} a_5(a_5+13d) > 9a_5-4. \\ (a_5+5d)(a_5+8d) < 9a_5+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_5^2+13a_5d-9a_5 > -4. \\ a_5^2+13a_5d-9a_5 < 60-40d^2 \end{cases}$$

Чтобы эта система имела решение, необходимо выполнение:

$60-40d^2>-4.$

$40d^2<64.$

$d^2<1{,}6.$

$d\in Z,\ d>0 \Rightarrow \underline{d=1.}$

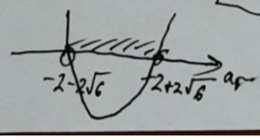
Тогда система примет вид:

$$\begin{cases} a_5^2+13a_5-9a_5 > -4. \\ a_5^2+13a_5-9a_5 < 60-40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_5^2+4a_5+4>0. \\ a_5^2+4a_5-20<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_5+2)^2>0. \\ a_5^2+4a_5-20<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_5\neq -2. \\ a_5^2+4a_5-20<0 \end{cases}$$

$a_5^2+4a_5-20<0.$

$D=16+80=96=16\cdot 6=(4\sqrt6)^2.$

$a_5=\frac{-4\pm 4\sqrt6}{2}=-2\pm 2\sqrt6.$



$\boxed{a_5\in(-2-2\sqrt6;\ -2+2\sqrt6)}$

Чистовик 2. Математика 11 класс

1 (продолжение)

$$\begin{cases} a_5 \neq -2, \\ a_5 \in (-2-2\sqrt{6}; -2+2\sqrt{6}) \end{cases}$$

$-8 < -2-2\sqrt{6} < -6.$

$-2-2\sqrt{6} > -7$

$-2\sqrt{6} > -5.$

$-\sqrt{24} > -\sqrt{25}.$

$-7 < -2-2\sqrt{6} < -6. < -2 \quad < 2 < -2+2\sqrt{6} < 3.$

$2 < -2+2\sqrt{6}. \quad < 4.$

$-2+2\sqrt{6} < 3.$

$2\sqrt{6} < 5.$

$\sqrt{24} < \sqrt{25}$

$2 < -2+2\sqrt{6} < 3$

$a_5 \in Z \Rightarrow a_5 = \{-6; -5; -4; -3; -1; 0; 1; 2\}.$

$a_5 = a_1 + 4d = a_1 + 4 \Rightarrow a_1 = a_5 - 4.$

$a_1 = \{-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2\}.$

Ответ: $\{-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2\}$

Чистовик 3 Математика 11 класс.

③ Переформулируем условие задачи: ~~Найти~~ найти все такие значения параметров x и y, при которых выполняется система:

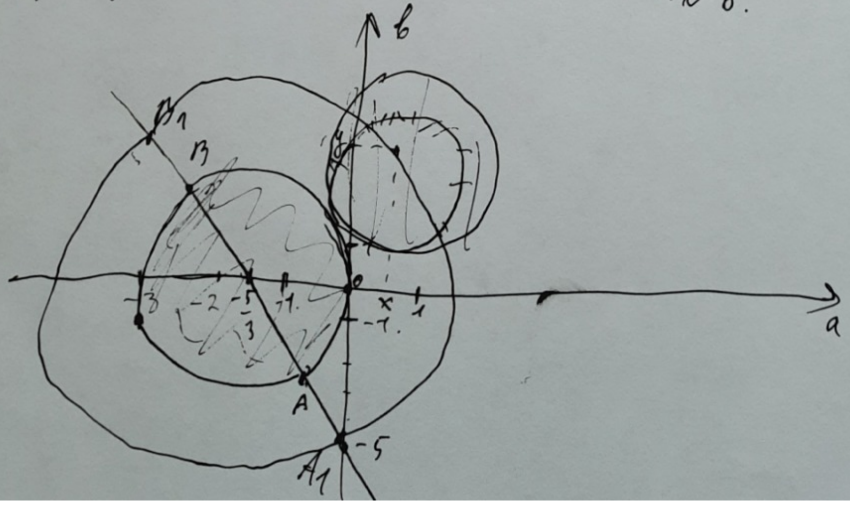
$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 10. \\ a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \end{cases}$$

Второе ~~уравнение~~ неравенство системы является совокупностью 2 систем:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le -6a-2b. \\ -6a-2b < 10 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 10. \\ -6a-2b \ge 10 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (a+3)^2+(b+1)^2 \le 10. \text{ — круг с центром } (-3;-1) \text{ радиуса } \sqrt{10}. \\ -6a-2b < 10. \text{ — часть плоскости выше прямой } b=-5-3a. \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 10. \text{ — круг с центром } (0;0) \text{ радиуса } \sqrt{10}. \\ -6a-2b \ge 10 \text{ — часть плоскости ниже прямой } b=-5-3a. \end{cases} \end{array}\right.$$

Первое ~~у~~ неравенство системы задаёт круг с центром в точке $(x; y)$ радиуса $\sqrt{10}$.

Нарисуем нашу систему в плоскости aOb.



Чистовик 4 Математика 11 класс.

3 (продолжение)

Чтобы система имела решения, круг, задаваемый первым неравенством, должен иметь хотя бы 1 общую точку с фигурой, задаваемой вторым неравенством исходной системы.

Точка A имеет координаты $\left(\frac{-3+\sqrt{3}}{2}; -5+\frac{9-\sqrt{3}}{2}\right)$.

Точка B имеет координаты $\left(\frac{-3-\sqrt{3}}{2}; -5+\frac{9+\sqrt{3}}{2}\right)$.

Чтобы 2 круга имели хотя бы одну общую точку, расстояние между их центрами должно быть ~~равно~~ не больше суммы радиусов. => Чтобы система имела решения, нужно, чтобы центр $(x; y)$ находился на расстоянии не более $2\sqrt{10}$ от центров кругов, т.е.

$x^2+y^2 \le 2\sqrt{10}$. (Δ) или $(x+3)^2+(y+1)^2 \le 2\sqrt{10}$. $(*)$

Но нужно исключить те значения $(x; y)$, при которых касание кругов происходит в „неправильной" зоне, т.е. для I круга — ниже прямой $y=-5-3x$, а для второго — выше прямой $y=-5-3x$.

Найдём точки пересечения A_1 и B_1 кругов Δ и $*$ с прямой $y=-5-3x$.

$(-5-3x)^2+x^2=(2\sqrt{10})^2$

$9x^2+x^2+30x+25=40$.

$10x^2+30x-15=0$.

$2x^2+6x-3=0$

$D=36+24=60=(2\sqrt{15})^2$. => $x=\frac{-6\pm2\sqrt{15}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{2}$.

$x_1=\frac{-3-\sqrt{15}}{2}$ => $y_1=-5+\frac{9+3\sqrt{15}}{2}$.

$x_2=\frac{-3+\sqrt{15}}{2}$ => $y_2=-5+\frac{9-3\sqrt{15}}{2}$.

Чистовик 5 Математика 11 класс.

3 (продолжение)

~~$S_1 = \pi r_1^2 - S_{сект.1}$~~ $S_{сект.1} =$

~~S~~ $_2 = \pi r_2^2 - S_{сект.2}.$

~~Точка A_1~~

$A_1\left(\frac{-3+\sqrt{15}}{2}; -5+\frac{9-3\sqrt{15}}{2}\right)$

$B_1\left(\frac{-3-\sqrt{15}}{2}; -5+\frac{9+3\sqrt{15}}{2}\right).$

$S_ф = S_1 + S_2.$

$S_1 = \pi\cdot(2\sqrt{10})^2 - S_{сект.1.}$ ~~$+ S_{сегм.1}$~~

$S_2 = \pi\cdot(2\sqrt{10})^2 - S_{сект.2.}$ ~~$- S_{сегм.2}$~~.

$S_{сект.1} = \frac{\pi\cdot(2\sqrt{10})^2\cdot\alpha}{360^\circ} - \frac{(2\sqrt{10})^2\cdot\sin\alpha}{2}$, где α – угол, ~~оп.~~ опирающийся на дугу A_1B_1 I круге

$S_{сект.2} = \frac{\pi\cdot(2\sqrt{10})^2\beta}{360^\circ} - \frac{(2\sqrt{10})^2\sin\beta}{2}$, где β – угол, опирающийся на дугу A_1B_1 II круге.

Черновик.

~~$(a_1; -5; 5d)$~~ (.

$a_1 \in \{-5; -4; -3; -2\}$.

1. $S = a_1 + \ldots + a_9$.

$$\begin{cases} a_5 a_{18} > S-4. \\ a_{10} a_{13} < S+60. \end{cases}$$

$a_1 - ?$

$d > 0$.

$$S = \frac{2a_1 + d\cdot 8}{2}\cdot 9 = (a_1+4d)\cdot 9.$$

$$a_5 \cdot a_{18} = (a_1+4d)(a_1+17d) = \cancel{a_1+17d} = \frac{S}{9}(a_1+17d) > S-4.$$

$$\frac{S}{9}\left(\frac{S}{9}+13d\right) > S-4.$$

$$a_{10}\cdot a_{13} = (a_1+9d)(a_1+12d) = \left(\frac{S}{9}+5d\right)\left(\frac{S}{9}+8d\right) < S+60$$

$S = (a_1+4d)\cdot 9$.

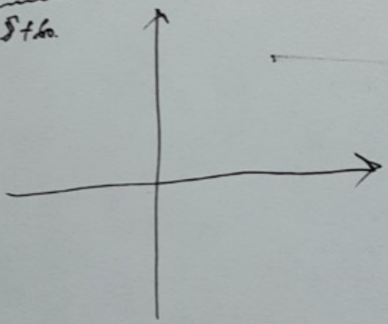
$S = (a_1+4d)\cdot 9$

$$\begin{cases} k < S+60-40d^2 \\ k > S-4. \end{cases}$$

$40d^2 + k < S+60$.

$k > S-4$.

$$\begin{cases} \underbrace{\frac{S^2}{81} + \frac{13dS}{9}}_{> S-4} - S + 4 > 0. \\ \underbrace{\frac{S^2}{81} + \frac{13dS}{9}}_{k} + 40d^2 - S - 60 < 0. \quad < S+60 \end{cases}$$



$x = 2a$

$y = 2b$.

$a^2 + b^2 \le 10$.

$a^2 + b^2 \le \min(-6a-2b;\ 10)$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le -6a-2b \\ -6a-2b \le 10. \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 10. \\ -6a-2b > 10 \end{cases} \end{array}\right.$$

$a^2+6a+9+b^2+2b+1 \le 10$

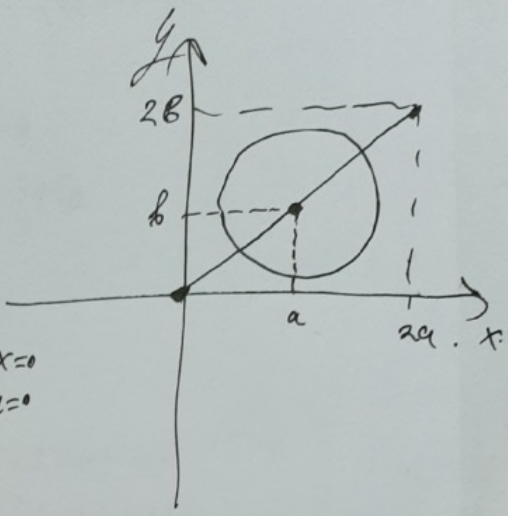
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (a+3)^2 + (b+1)^2 \le 10. \\ -6a-2b \le 10 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 10. \\ -6a-2b > 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Черновик

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le -6a-2b < 10 \\ -6a-2b < 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{(a+3)^2} \\ \cancel{a^2+b^2 \le 10} \\ \cancel{a^2+} \ -6a-2b \ge 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2a \\ y=2b \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2 \le 10 \quad \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$



$b \le -5-3a$

$y \le -5-3x$

$\boxed{y \le -5-3x}$

$y^2+x^2 \le 10$

$\cancel{a^2+6a+1}$

$$\begin{cases} (a+3)^2+(b+1)^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 10 \le -6a-2b \\ -6a-2b \ge 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \in (-\sqrt{10}; \sqrt{10}) \\ b \in (-\sqrt{10}; \sqrt{10}) \end{cases}$$

$a+3$

$$\begin{cases} (a+3)^2+(b+1)^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le 10 \\ -6a-2b = 10 \end{cases}$$

$\boxed{-3a-b=5}$

$b=-3a-5$

Черновик.

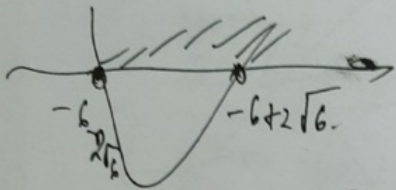
~~$\{-6+2\sqrt{6}.\}$~~

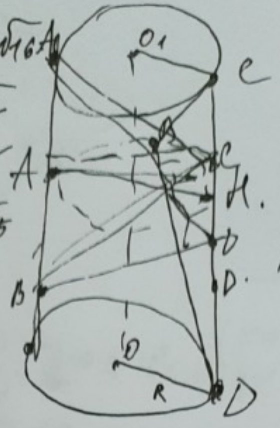
$\sqrt{24} > \sqrt{16}$

$2\sqrt{6} < 5$

$\sqrt{24} < \sqrt{25}$

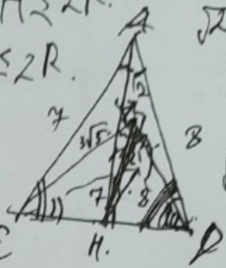
$a_1 = -6 \pm 2\sqrt{6}.$





R – min.
CD – ?
Оптимальная CD.

$AH \leq 2R.$
$AB \leq 2R.$



$\sqrt{2\cdot2\cdot5\cdot9} = \frac{4\cdot h_1}{2}$

$6\sqrt{5} = 2h_1$

$h_1 = 3\sqrt{5}$

$\sqrt{2\cdot2\cdot8\cdot6} = 2h_2$

$\sqrt{60} = h_2$

$\Delta ACD = \Delta BCD.$

$CD \leq 15.$

$>-2,\ <-1.$

$$\begin{cases} a_1 \in (-6-2\sqrt{6}; -6+2\sqrt{6}) \\ d = 1. \\ a_1 \neq -2. \\ a_1 \neq -6. \end{cases}$$

$d \in Z.$
$a_1 \in Z.$

$$\begin{cases} a_1 = \{-6; -5; \dots; -2\}. \\ a_1 \neq -6 \end{cases} \Rightarrow a_1 = \{-5; \dots; -2\}.$$

$a_5 a_{18} > 9a_5 - 4.$

$$\begin{cases} a_5^2 + 4a_5 + 4 > 0. \text{ — верно при } a_5 \neq -2. \\ a_5^2 + 4a_5 < 20. \end{cases}$$

$a_5^2 + 4a_5 - 20 < 0.$

$(a_1+4)^2 + 4(a_1+4) - 20 < 0.$

$a_1^2 + 8a_1 + 16 + 4a_1 + 16 - 20 < 0$

$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0.$

$D = 12^2 - 4\cdot12 = 12\cdot8$

$a_1 = \frac{-12 \pm 4\sqrt{6}}{2} = -6 \pm 2\sqrt{6}$

$a_5 \in Z.$
$d \in Z.$
$d > 0.$

$\frac{a_1 + a_9}{2}\cdot 9 = S$

$\frac{2a_5}{2}\cdot 9 = S.$

$S = a_5 \cdot 9.$

$a_5(a_{18} - 9) > -4.$

$a_{18} = a_5 + 13d.$

$\boxed{a_5(a_5 + 13d - 9) > -4.}$

$(a_5 + 5d)(a_5 + 8d) < a_5\cdot 9 + 60.$

$$\begin{cases} a_5^2 + 13a_5 d > 9a_5 - 4. \\ a_5^2 + 13a_5 d + 40d^2 < 9a_5 + 60. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_5^2 + 13a_5 d - 9a_5 > -4. \\ a_5^2 + 13a_5 d - 9a_5 < 60 - 40d^2. \end{cases}$$

Чтобы система имела решение: $60 - 40d^2 > -4.$

$60 - 40d^2 > -4.$ Иначе не сущ. таких чисел a_5 и d.

$40d^2 < 64.$

$10d^2 < 16.$

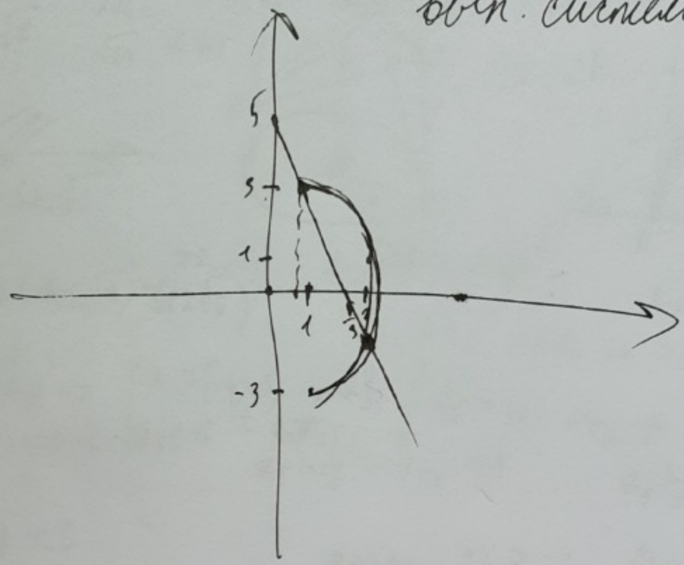
$d^2 < 1{,}6.$

$d = 1.$

$d \in Z.$
$d > 0$

Черновик.

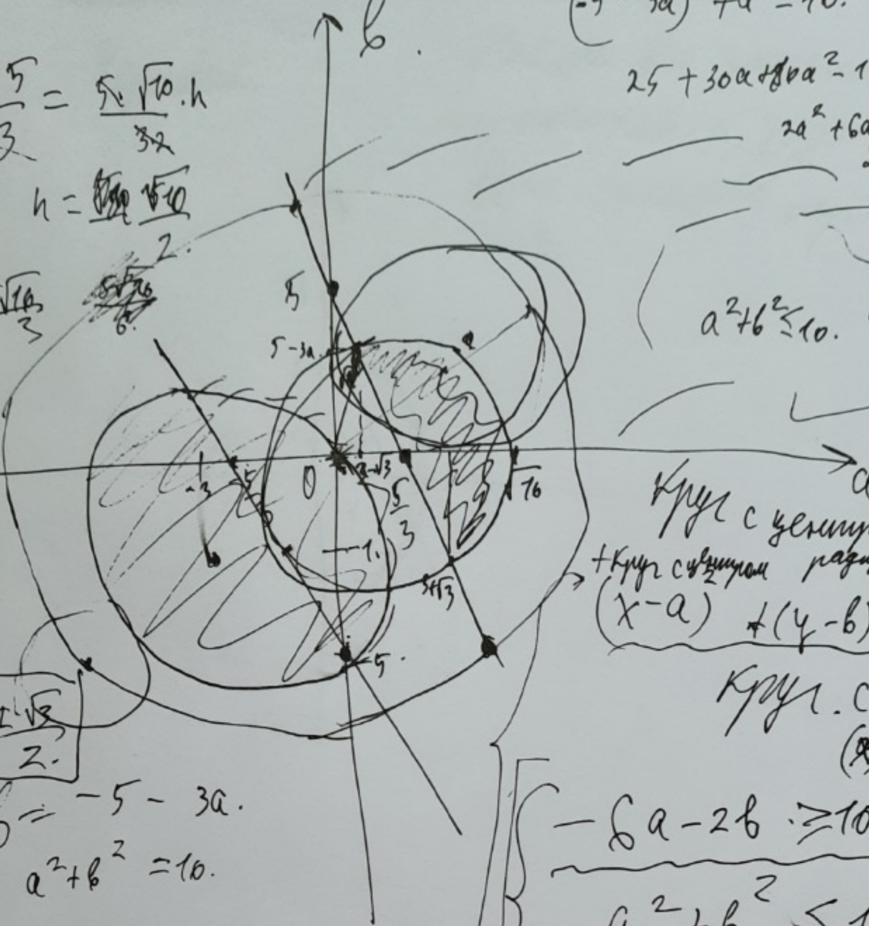
Найти все значения параметров (x; y) для которых вып. система нер-в.



$\frac{5-5}{2\cdot 3} = \frac{5\sqrt{10}}{3\cdot 2}\cdot h$

$h = \frac{\sqrt{10}}{2}$

$\frac{5\sqrt{10}}{3}$ $\frac{5\sqrt{10}}{6}$



$(-5-3a)^2+a^2=10.$

$25+30a+10a^2-10=0.$

$2a^2+6a+3=0.$

$D=36-24=12.$

$a=\frac{-6\pm\sqrt{12}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{3}}{2}.$

$a^2+b^2\le 10.$

Круг с центром $(-3;-1)$

+Круг с центром радиуса $2\sqrt{10}$.

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 10$

Круг. С центром $(a;b)$ $R\le 10$.

$\boxed{\frac{-3\pm\sqrt{3}}{2}}$

$\begin{cases} b=-5-3a. \\ a^2+b^2=10. \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} -6a-2b\ge 10. \\ a^2+b^2\le 10 \end{cases} \\ \begin{cases} -6a-2b\le 10. \\ a^2+b^2\le -6a-2b. \end{cases} \end{array}\right.$$

часть пл-ти ~~прямой~~ огр. прямой

$\Downarrow$

$(a+3)^2+(b+1)^2\le 10.$

~~$a, b\in[$~~

$a\in[-\sqrt{10}-3;\ \sqrt{10}-3].$

$b\in[-\sqrt{10}-1;\ \sqrt{10}-1].$

$\boxed{b>-5-3a}$

$(x+3)^2+(y+1)^2\le 2\sqrt{10}$

$\begin{cases} x\in[-2\sqrt{10}-3;\ 2\sqrt{10}-3]. \\ y\in[-2\sqrt{10}-1;\ 2\sqrt{10}-1]. \end{cases}$

$(a+3)^2+(b+1)^2=a^2+b^2.$

$-6a-2b=10.$

$3(2a+3)+(2b+1)=0.$ $\boxed{b=-5-3a}$

$6a+9+2b+1=0.$

$b=-3a-5.$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

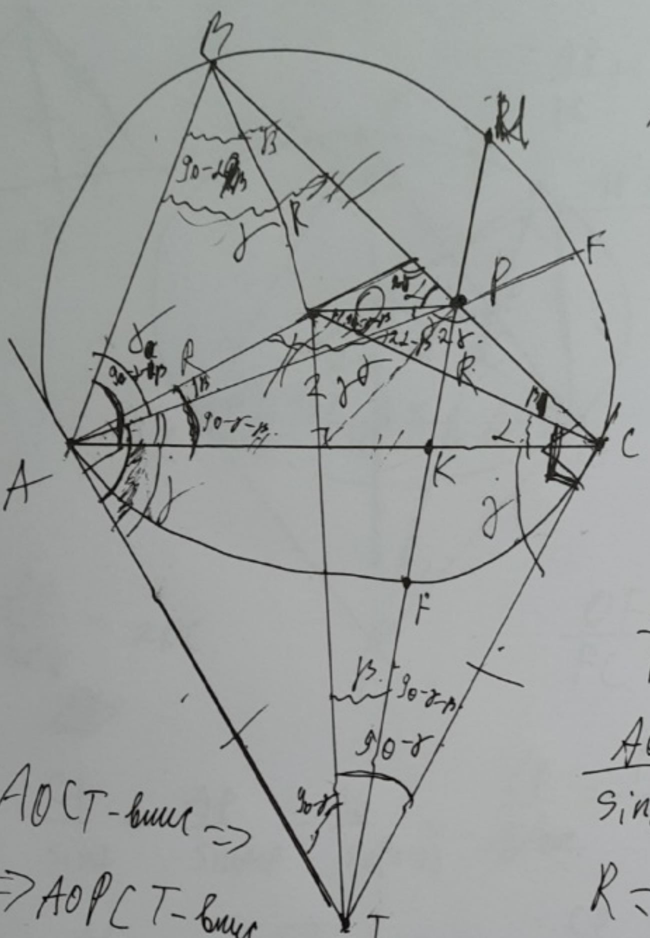
Шифр: **21102449**

ID профиля: **842124**

Вариант 24

Черновик.

$AP = BP.$



$AOPC$ — впис.

$AT = CT.$

$\angle B = \frac{1}{2}\angle O.$

$S_{APK} = 16.$

$S_{CPK} = 14.$

$\Downarrow$

$S_{APC} = 30.$

$\frac{BP}{PC}$ — ?

$\boxed{\frac{AP}{PC} - ?}$

$\frac{AO}{\sin\alpha} = \frac{AC}{\sin 2\alpha}.$

$OT = \frac{R}{\sin(90-\gamma)}$

$R = \frac{AC}{2\cos\alpha}.$

$2\gamma = 180 - 2\alpha.$

$\alpha + \gamma = 90^\circ.$

$AOCT$ — впис $\Rightarrow$

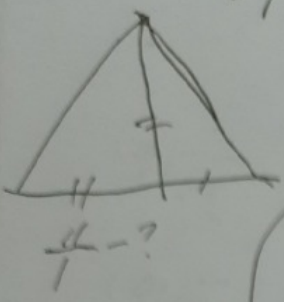
$\Rightarrow AOPCT$ — впис.

OT — диаметр.

$S_{APC} = \frac{AP \cdot PC \cdot \sin \cancel{APC}\, 2\gamma}{2}.$

$S_{APB} = \frac{AP^2 \cdot \sin \cancel{APC}\, 2\gamma}{2}.$

Черновик



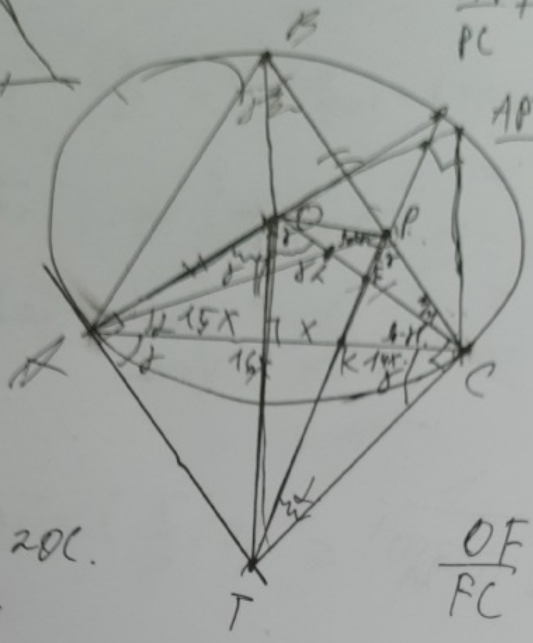
$$\frac{S_{ABC}}{S_{APC}} = \frac{AC}{CP} = \frac{AP+PC}{PC} = \frac{AP}{PC}+1$$

$$S_{APC} = AP \cdot PC \cdot \sin 2\gamma$$

$$\frac{AP^2 \sin 2\gamma}{2} + AP \cdot PC \frac{\sin 2\gamma}{2}$$

$$\frac{AP}{PC} - ?$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{16}{14}$$



$$\frac{AP}{\sin\gamma} = 2OC$$

$$\frac{OF}{FC} \cdot \frac{CK}{KL} \cdot \frac{LT}{TO} = 1$$

$$\frac{CP}{\sin\alpha} = \frac{AP}{\sin ACP} = \frac{AO}{\sin(90-\gamma)} = \frac{AC}{\sin(2\gamma)}$$

$$\frac{CT}{\sin\gamma} = \frac{CP}{\sin\alpha}$$

$$\frac{CP}{\sin AKP} = \frac{PK}{\sin\alpha} = \frac{AP}{\sin AKP} \quad \frac{AP}{CP} = \sin ACP$$

$$\frac{CP}{\sin AKP} = \frac{PK}{\sin ACP} \Rightarrow PK = \frac{\sin ACP \, CP}{\sin AKP}$$

$$\frac{CP}{AP} = \frac{1}{\sin ACP} = \frac{1}{\cancel{\cos\alpha}}$$

$$\frac{AP}{\sin ACP} = \frac{AO}{\sin(90-\gamma)} = \frac{CP}{\sin\alpha}$$

$$\frac{AP}{CP} = \frac{\sin ACP}{\sin\alpha}$$

Черновик.

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{(x+1)^2}(29-x)$.

$\frac{\ln\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\ln\sqrt{29-x}} = \frac{\ln(29-x)}{\ln(x+1)^2}$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{\sqrt{29-x}}(-x-1) = 1$.

$\log_a b \cdot \log_a c = 1$.

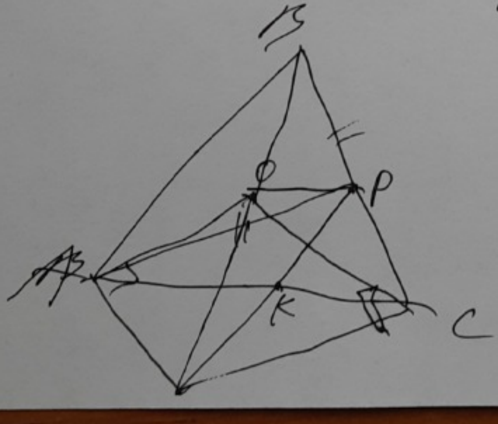
$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{1}{\log_{\sqrt{29-x}}(-x-1)}$.

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$.

$\frac{1}{\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(29-x)} = \log \dots$

~~$\log_{\sqrt{2^\circ}}$~~ $\log_{(x+1)}(29-x) = \frac{9}{\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(x-1)}$

$(-x-1)\left(\frac{x}{7}+7\right)$



АОРС – впис.

АОСТ – впис.

Чистовик 1 Математика 11 класс

④ $\begin{cases} НОД(a;b;c) = 33 = 3^1 \cdot 11^1 \\ НОК(a;b;c) = 3^{19} \cdot 11^{15}. \end{cases}$

~~НОД(a;b;c) показывает минимальную наимен~~

Пусть $a = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\beta_1}$, $b = 3^{\alpha_2} \cdot 11^{\beta_2}$, $c = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$.

Тогда $НОД(a;b;c) = 3^{(\min(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3))} \cdot 11^{(\min(\beta_1,\beta_2,\beta_3))}$

$НОК(a;b;c) = 3^{\max(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)} \cdot 11^{\max(\beta_1,\beta_2,\beta_3)}$.

~~Рассмотрим неско~~ ⇓

Одно из чисел $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ равно 1, другое равно 19, а третье – любое от 1 до 19; одно из чисел $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ равно 1, другое равно 15, а третье – любое от 1 до 15.

Рассмотрим несколько случаев:

1) $\begin{cases} \alpha_1 \neq \alpha_2 \\ \alpha_1 \neq \alpha_3. \\ \beta_1 \neq \beta_2 \\ \beta_1 \neq \beta_3 \\ \alpha_2 \neq \alpha_3. \\ \beta_2 \neq \beta_3 \end{cases}$ Тогда зафиксируем $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 19$, ~~$\beta_1 =$~~

$\alpha_3 \in \{ \cancel{1}; 2; 3; \ldots; 18\}$.

~~1) $\beta_1 = 1$.~~ Для β также подбираются тройки.

$\beta_1 = 1, \beta_2 = 15 \Rightarrow \beta_3 = \{2; 3; \ldots; 14\}$.

Всего ~~способов~~ чисел ~~18~~ $17 \cdot 13$.

$\beta; 1; 15$

$\beta; 15; 1$.

$1; 15; \beta$.

$1; \beta; 15$.

$15; 1; \beta$.

$15; \beta; 1$.

Меняем β_1 и β_2 местами. Получим новые $17 \cdot 13$ чисел.

Меняем β_1 и β_3. Получим $17 \cdot 13$ чисел.

Меняем β_2 и β_3. Получим $17 \cdot 13$ чисел.

⋮

Всего $\boxed{6 \cdot 17 \cdot 13 \text{ чисел}}$

21102449 (U842124 M1299970)

Чистовик 2. Математика 11 класс.

4 (продолжение)

Аналогично меняем местами α_1, α_2 и α_3.

Всего получаем чисел $36 \cdot 17 \cdot 13$.

2) 2 степени тройки совпадают, степени 11 не совпадают.

Возможны 2 случая:

I) ~~$\alpha_1 = \alpha_2$~~ Совпали степени, равные 1.

Тогда существует $3 \cdot 6 \cdot \cancel{17} \cdot 13 = 18 \cdot \cancel{17} \cdot 13$ чисел

$\begin{pmatrix} 1; & 1; & 19 \\ 1; & 19; & 1. \\ 19; & 1; & 1. \end{pmatrix}$ — число способов разместить степени троек.

II) совпали степени, равные 19.

Таких чисел $3 \cdot 6 \cdot 13. = 18 \cdot 13$ чисел.

Всего в случае 2 $(2 \cdot 18 \cdot 13)$ чисел.

3) степени троек не совпадают, 2 степени 11 совпадают.

По аналогии с пунктом 2 всего чисел $(18 \cdot 17 \cdot 2)$.

4) 2 степени троек и 11 совпадают.

~~По~~ В этом случае для каждого случая $(\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3)$ существует 3 способа найти $(\beta_1; \beta_2; \beta_3)$

Всего таких чисел $\cancel{3} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 36$.

Других случаев нет.

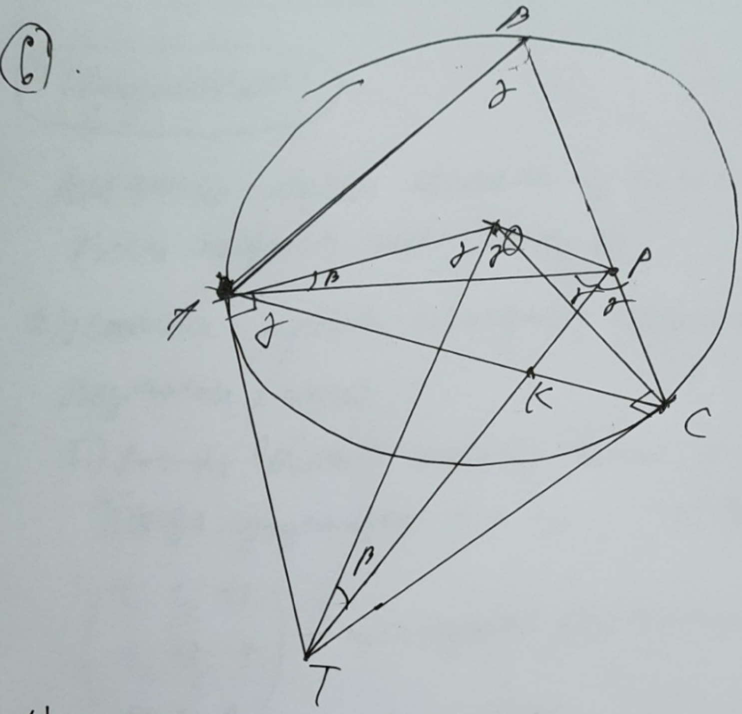
Сложим все числа: $36 \cdot 17 \cdot 13 + 18 \cdot 13 \cdot 2 + 2 \cdot 18 \cdot 17 + 2 \cdot 18 =$

$= 36 (17 \cdot 13 + 13 + 17 + 1) = 36 \cdot (222 + 30) = 36 \cdot 252. = 9072.$

Ответ: 9072.

Чистовик 3 Математика 11 класс.

6).



$S_{APK}=16$

$S_{CPK}=14.$

а) S_{ABC} - ?

б) $\angle ABC=\operatorname{arctg}\frac{3}{5}$.

AC - ?

1) A, O, P, C лежат на одной окр. $\Rightarrow$ AOPC - вписанный 4-ник.

2) $\angle OAT+\angle OCT=90^\circ+90^\circ=180^\circ$ (OA и OC - радиусы, проведённые в точку касания.) $\Rightarrow$ A, O, C, T лежат на одной окр.

3) Из 1 и 2 $\Rightarrow$ AOPCT - вписанный 5-ник.

4) $\angle OAP=\angle OTP$, $\angle CAT=\angle COT=\gamma$

$\angle APT=\angle AOT=\gamma$, $\angle APC=\angle AOC=2\gamma$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ PK - бисс. $\angle APC \Rightarrow \frac{AP}{PC}=\frac{AK}{CK}=\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}=\frac{16}{14}$

(∠

5) $\angle PA\cancel{C}B=\angle PBA.=\gamma \Rightarrow AP=BP$

6) $S_{APC}=16+14=30$ $S_{ABC}=\frac{S_{APC}}{CP}\cdot BC=S_{APC}+S_{APC}\cdot\frac{AP}{PC}=\frac{30}{14}\cdot S_{APC}=\frac{900}{14}.$

(5) Черновик.

$2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)$; $\frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x)$; $2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)$

$$\begin{cases} \log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1) \\ \frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x) = a+1. \end{cases}$$

$\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(29-x)\cdot\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1) = 1.$

$\boxed{x \neq 28}$ $\boxed{x \neq -48}$

$29-x > 0,$

$x < 29.$

$x > -49.$

$x < -1.$

$\log_{\sqrt{a}} b$ $\quad \log_{c^2} a$ $\quad \log_{\sqrt{b}} c$ $\quad 29-x > 30.$

$\frac{1}{\log_{\sqrt{a}} c}$

$S_{APC} = 30.$

$S_{APK} = 16.$ $\quad \frac{AK}{KC} = \sqrt{\frac{16}{14}} = \frac{4}{\sqrt{14}}$

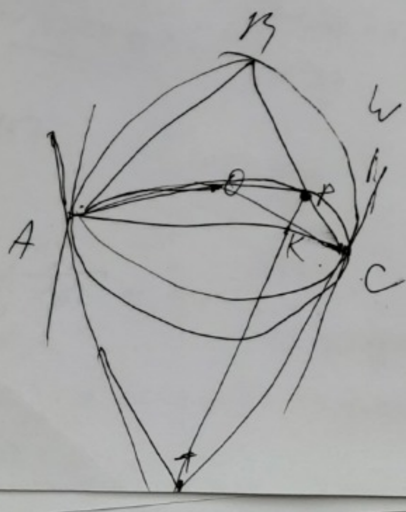
$S_{CPK} = 14.$

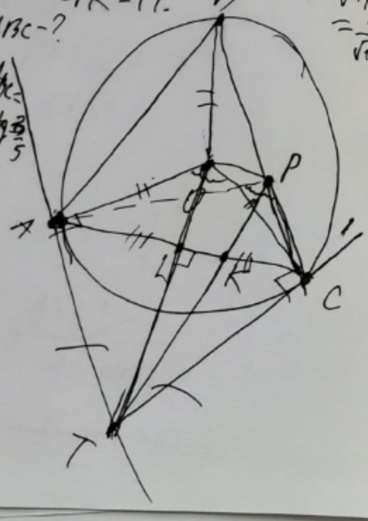
(6)

а) S_{ABC} - ?

б) $\angle A_{AC} = \arctg\frac{3}{5}$

AC - ?





Черновик.

$\alpha_1 = 1. \quad \beta_1 = 19 \Rightarrow \gamma_1 = \{1; 19\}$

$\alpha_2 = 1 \quad \beta_2 = 15 \Rightarrow \gamma_2 \{1; 15\}$

4. $\begin{cases} НОД(a; b; c) = 33. = 3 \cdot 11. \\ НОК(a; b; c) = 3^{19} \cdot 11^{15}. \end{cases}$

1) $a = b$ $\begin{cases} a \; a \; c. \\ a \; c \; a. \\ c \; a \; a. \end{cases}$

$3^{\alpha_1} \cdot 11^{\alpha_2}$

$3^{\beta_1} \cdot 11^{\beta_2}$

$3^{\gamma_1} \cdot 11^{\gamma_2}$

~~НОД · НОК~~ $= abc.$

Наименьшая степень тройки равна 1. НОК $= 3^{\max(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)} \cdot 11^{\max(\alpha_2;\beta_2;\gamma_2)}$

Наименьшая степень 11 равна 1. НОД $= 3^{\min(\alpha_1;\beta_1;\gamma_1)} \cdot 11^{\min(\alpha_2;\beta_2;\gamma_2)}$

$\alpha_1 = 1$ или $\beta_1 = 1$ или $\gamma_1 = 1.$

$\alpha_1 = 19$ или $\beta_1 = 19$ или $\gamma_1 = 19.$

$a, b, c : 33$

$a = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\alpha_2}$

$b = 3^{\beta_1} \cdot 11^{\beta_2}$

$c = 3^{\gamma_1} \cdot 11^{\gamma_2}$

$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 19.$

$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 15.$

$\begin{pmatrix} a, a \; c. \\ a \; c \; a \\ c \; a \; a \end{pmatrix}.$

$\alpha_1 = 1.$ → $\alpha_2 = 1 \Rightarrow 17 \cdot 13.$ → $\beta_2 = 1. \Rightarrow 16 \cdot 12.$ → $\gamma_2 = 1. \Rightarrow 15 \cdot 11.$

$\alpha_1 = 1 \Rightarrow \boxed{17 \cdot 13 + 16 \cdot 12 + 15 \cdot 11.}$

$\beta_1 + \gamma_1 = 18.$ $\quad \beta_2 + \gamma_2 = 14.$

1+17 ⋮ 9+9 ⋮ 17+1. — 17 штук.

1+13. ⋮ 7+7 ⋮ 13+1 — 13 штук.

19 · 15 +

$17 \times 13 = 51 + 17 = 221.$

$252 \times 36 = 1512 + 756 = 9072$

1; 1; 19.

1; 1; 15. 15; 15; 1.

1; 15; 1.

15; 1; 1.

1; 15; 15.

15; 1; 15.

$\alpha_1 = 1 \Rightarrow (17 \cdot 13$ чисел$)^2$ ~~$\cdot 3 = 3 \cdot 221 = 663 \cdot 3 =$~~