Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102433**

ID профиля: **382259**

Вариант 24

Математика 11 кл.

Чистовик

1.
$$\begin{cases} a_1 = a_1 \\ a_2 = a_1 + b \\ \vdots \\ a_i = a_1 + b\cdot(i-1) \end{cases}$$

$$S = a_1 + (a_1+b) + \ldots + (a_1 + 8b) = $$
$$= 9a_1 + b(1+\ldots+8) = 9a_1 + b\frac{9\cdot \overset{4}{\cancel{8}}}{\cancel{2}} =$$
$$= 9a_1 + 36b$$

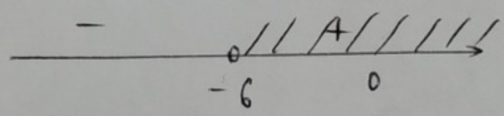
$$a_5 a_{18} = (a_1 + 4b)(a_1 + 17b) > S - 4$$
$$a_1^2 + 21a_1 b + 68b^2 > 9a_1 + 36b - 4 \quad (1)$$
$$a_{10} a_{13} = (a_1 + 9b)(a_1 + 12b) < S + 60$$
$$a_1^2 + 21a_1 b + 108b^2 < 9a_1 + 36b + 60 \quad (2)$$

$$(1)\quad a_1^2 + 21a_1 b - 9a_1 - 36b > -68b^2 - 4$$
$$(2)\quad \underbrace{a_1^2 + 21a_1 b - 9a_1 - 36b}_{x} < -108b^2 + 60$$

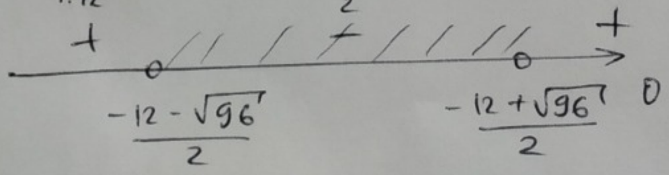
$$-108b^2 + 60 > x > -68b^2 - 4$$
$$-108b^2 + 60 > -68b^2 - 4$$
$$64 > 40b^2$$
$$\frac{64}{40} > b^2 \quad \Rightarrow \quad b \in \{-1, 0, 1\}$$
(т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$ и $a_1 + b \in \mathbb{Z}$, то и $b \in \mathbb{Z}$)

~~пос~~ прогрессия возрастающая $\Rightarrow$ $b = -1$ и $b = 0$ не подходит $\Rightarrow$ $b = 1$

$$(a_1 + 4)(a_1 + 17) > 9a_1 + 36 - 4$$
$$a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 32$$
$$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$$
$$a_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4\cdot 36}}{2} \qquad a_1 = \frac{-12}{2} = -6$$



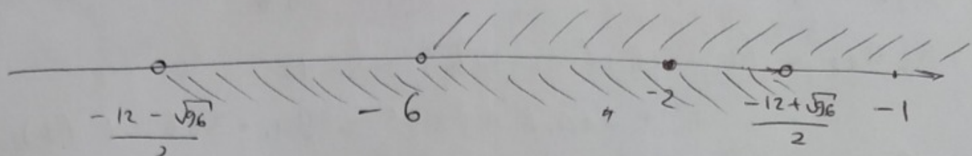
$$(a_1 + 9)(a_1 + 12) < 9a_1 + 36 + 60$$
$$a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 96$$
$$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$$
$$a_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 \overset{96}{-} 12\overset{48}{\cdot} 4}}{2}$$



$\frac{-12-\sqrt{96}}{2} \vee -6$ $\frac{-12+\sqrt{96}}{2} < \frac{-12+\overset{10}{\sqrt{100}}}{2} = -1$

$-12-\sqrt{96} \vee -12$ $\frac{-12+\sqrt{96}}{2} > \frac{-12+\overset{9}{\sqrt{81}}}{2} > -2$

$<$



пересечением двух условий явл. промежуток $\left(-6;\ \frac{-12+\sqrt{96}}{2}\right)$

в кот. лежат целые числа $-5, -4, -3, -2$

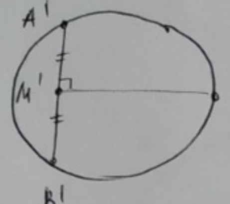
Ответ: $a_1 = -5$, $a_1 = -4$, $a_1 = -3$, $a_1 = -2$

Математика 11кл

Чистовик

(2)

посмотрим на основание цилиндра и спроецируем на него точки A, B, C, D, M (M – середина AB)



заметим то, что $AB = A'B' = 4$

т. син. $\Delta A'B'C'$:

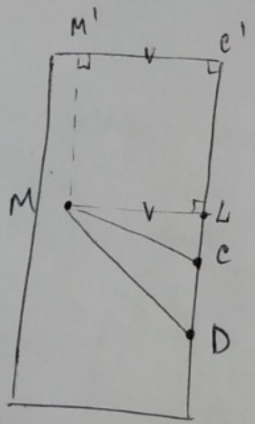
$$\frac{\sin\angle A'C'B'}{\cancel{4}\ 2} = \frac{1}{\cancel{2}R}$$

$$R = \frac{2}{\sin\angle A'C'B'}$$

min R дости. при max $\sin\angle A'C'B'$ => $\sin\angle A'C'B' = \cancel{90^\circ}\ 1$ =>

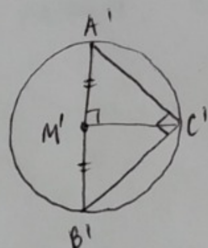
=> $\angle A'C'B' = 90^\circ$ => $R = 2$

теперь заметим, что т.к. ΔACB и ΔADB равнобедр., то C, D лежат на плоскости, перпендикулярной AB и проход. через M, эта плоскость проходит через ось цилиндра => можем рассмотреть осевое сечение цилиндра этой плоскостью

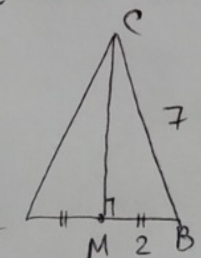


опустим перпендикуляр из M на (CD) — т. L

$ML = M'C'$



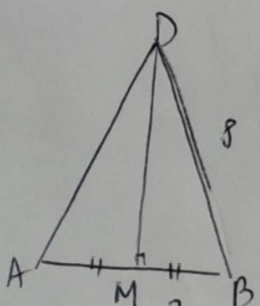
$\left.\begin{matrix} M'A' = 2 = M'B' \\ \angle A'C'B' = 90^\circ \end{matrix}\right] \Rightarrow C'M' = \sqrt{A'M' \cdot B'M'} = 2$



по т. Пиф. ΔABC:

~~CM = √49~~

$CM^2 = 49 - 4 = 45$



по т. Пиф. ΔABD:

$DM^2 = 64 - 4 = 60$

3 стр.

Математика 11кл

Чистовик

по т. Пиф. ΔMLC:

$LC = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$

по т. Пиф. ΔMLD:

$LD = \sqrt{60-4} = \sqrt{56}$

$CD = DL - LC = \sqrt{56} - \sqrt{41}$

Ответ: $CD = \sqrt{56} - \sqrt{41}$

Чистовик Математика 11 кл.

(5) $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \end{cases}$

1 сл. $3a+b \geq -5$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \leq (\sqrt{10})^2$

(внутр. часть окр. с ц. в $(-3,-1)$ $R=\sqrt{10}$)

2 сл. $3a+b<-5$

$a^2+b^2 \le 10$

(внутр. часть окр. с ц. в $(0,0)$ $R=\sqrt{10}$)

Чистовик Математика 11кл.

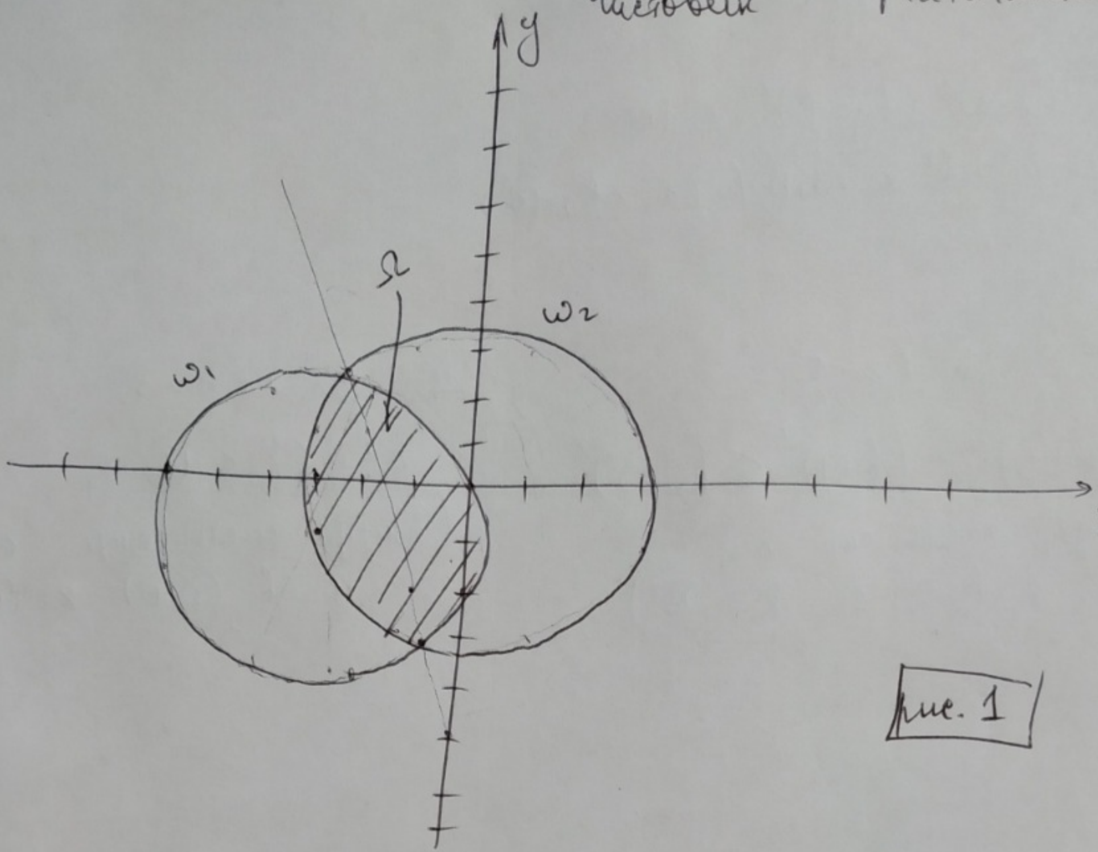


рис. 1

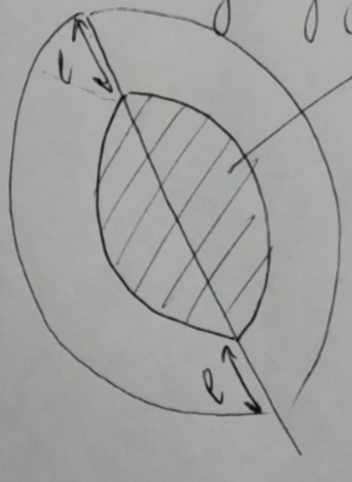
~~центр~~ ~~все~~ ~~у~~

$(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 10$ задает окр. ω с ц. (a,b)

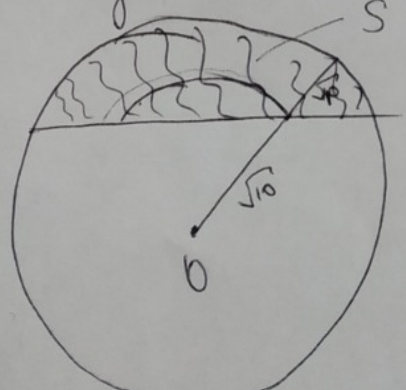
$R = \sqrt{10}$

центр ω лежит в заштрих. области рис. 1 (Ω)

M состоит из двух ~~все~~ частей окружностей



где $l = \sqrt{10}$ (их площ. равны)



$S_M = 2S$

6 стр.

③ $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \ (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \ (2) \end{cases}$

(2) <u>1 сл.</u> если $-6a-2b \le 10$

$-3a-b \le 5$

$3a+b \ge -5$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

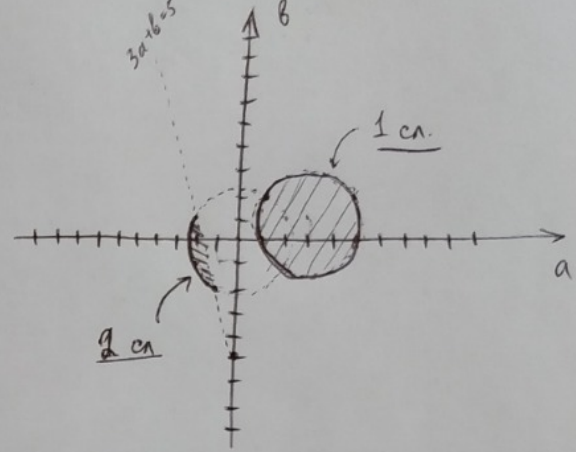
$a^2+6a+9+b^2+2b+1 \le 10$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10$

<u>2 сл.</u> Если $-6a-2b > 10$

$3a+b < -5$

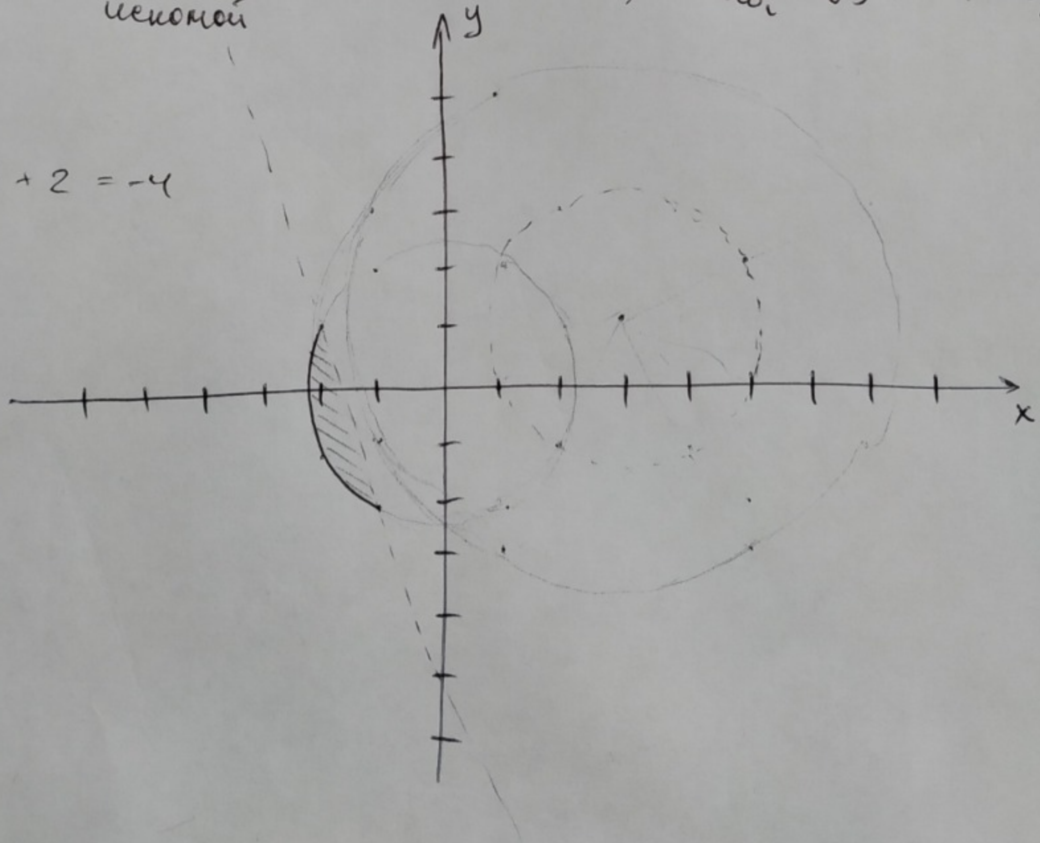
$a^2+b^2 \le 10$

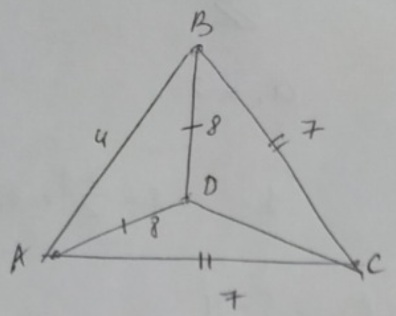


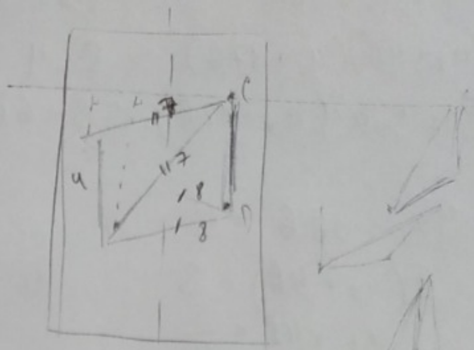
в заштрихов. на графике обл. может наход. центр окр. ω с коорд. (a,b) и радиусом $\sqrt{10}$

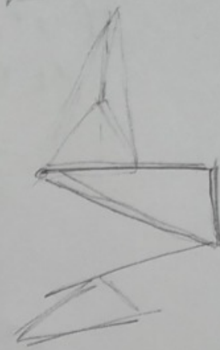
площадь объедин. внутр. областей ω_i таких, что центр ω_i лежит в заштрих. области, а $R_{\omega_i}=\sqrt{5}$ и будет искомой

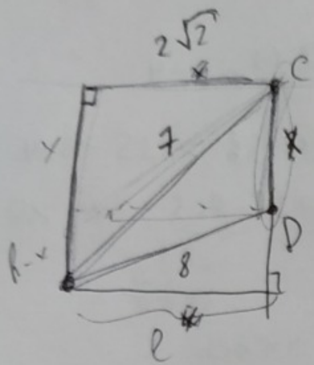
$3(-2)+2=-4$

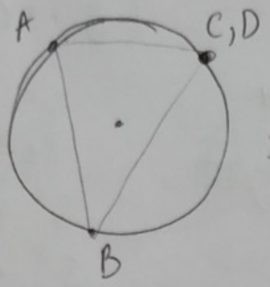












$(h-x)^2 + \ell^2 = 64$

$h^2 + \ell^2 = 49$

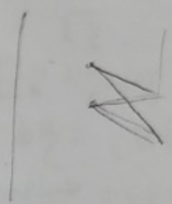
$h^2 - 2hx + x^2 + \ell^2 = 64$

$- \quad h^2 + \ell^2 = 49$

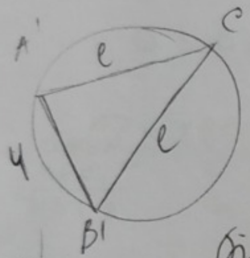
$-2hx + x^2 = 15$

$2hx = x^2 - 15$

$h = \frac{x^2-15}{2x}$



$\ell^2 = 49 - \frac{x^4 - 30x^2 + 225}{4x^2}$



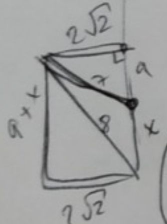
$\sin\alpha$ $\quad \frac{4}{2\sin\alpha} = R$

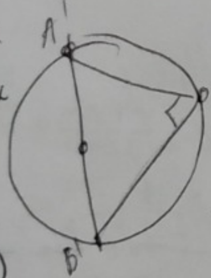
$\min R$ при $\max \sin\alpha$

$R = 2$

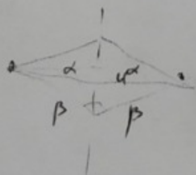
$4+4=8$

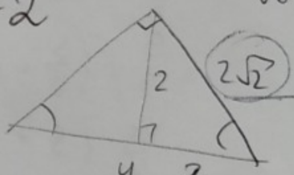
$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$





$x = ?$





$8 + a^2 = 49$

$(a+x)^2 + 8 = 64$

$a^2 + 2ax + x^2 + 8 - 64 = 0$ $\quad h^2 = 49 - 8 = 41$

$41 + 2\sqrt{41}x + x^2 + 8 - 64 = 0$ $\quad h = \sqrt{41}$

$49 - 64 = -15$

$x^2 + 2\sqrt{41}x - 15 = 0$

$x_{12} = \frac{-2\sqrt{41} \pm \sqrt{164 + 60}}{2}$

$\boxed{x = -\sqrt{41} + \sqrt{56}}$

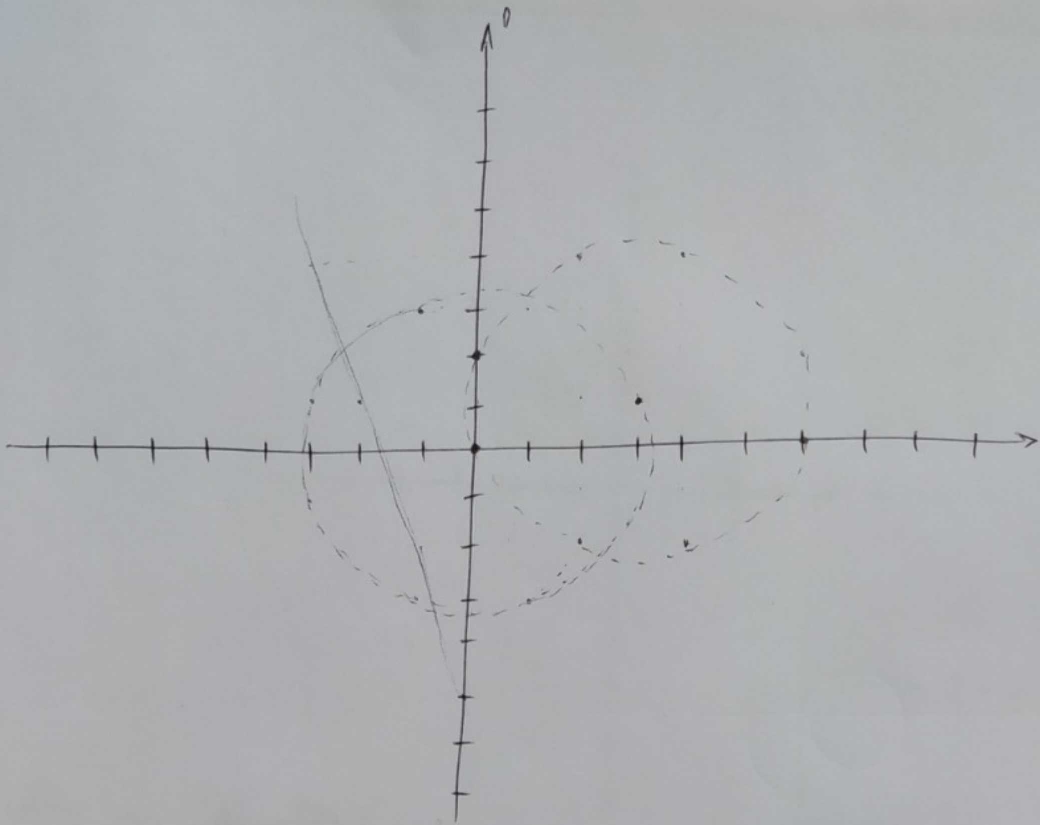
$224 \,|\, 4$

56

$(4\sqrt{2})^2 = 16$

$2(2\sqrt{2})^2 = 2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$

21102433 (U382259 M1298757)



① $a_1 + (a_1+b) + \dots + (a_1+8b) = S$ $\mathbb{Z}$

$(a_1+4b)(a_1+17b) > S-4$ $a_1 = ?$

$(a_1+9b)(a_1+12b) < S+60$

$1+\dots+8 = \frac{9\cdot 8^{4}}{2} = 36$

$9a_1 + 36b = S$

$9(a_1+4b) = S$

$a_1 + 4b = \frac{S}{9}$

$\frac{S}{9}\cdot\left(\frac{S}{9}+13b\right) > S-4$

$\left(\frac{S}{9}+5b\right)\left(\frac{S}{9}+8b\right) < S+60$

$\cancel{\frac{S}{9}(a_1+17b) > S-4}$

$\cancel{Sa_1 + 17bS > 9S-36}$

$\frac{S^2}{81} + \frac{Sb\,13}{9} > S-4$

$S^2 + 117Sb > 81S - 324$

$\underbrace{S^2 + 117Sb - 81S}_{x} + 324 > 0$

$\frac{S^2}{81} + Sb\cdot\frac{8}{9} + Sb\frac{5}{9} + 40b^2 < S+60$

$81 \times 60 = 4860$

$S^2 + 72Sb + 45Sb + 3240b^2 < 81S + 4860$

$\underbrace{S^2 + 117Sb - 81S}_{x} + 3240b^2 - 4860 < 0$

$x + 324 > 0$ $x > -324$

$x + 3240b^2 - 4860 < 0$

$4860 + 324 = 5184$

$S = 9S'$

$-324 + 3240b^2 - 4860 < 0$

$3240b^2 < 5184$

$\cancel{(a_1+4b)(a_1+17b) > 9(a_1+4b)-4}$

$13 \times 9 = 117$

$\frac{S}{9}\cdot\left(\frac{S}{9}+13b\right) > S-4$

$b^2 < \frac{5184}{3240}$

$96 \mid 4$, $24 \mid 4$, $6 \mid 2$, 3

$S\cdot(S+117b) > 81S - 324$

$|b| \le 1$

$b \to 1$, $b \to 0$ —, $b \to -1$ —

$9(a_1+4) = S$

$(a_1+4)(a_1+17) > 9a_1 + 36 - 4$

$12 \times 9 = 108$

36×4 $17 \times 4 = 68$

$36\cdot 4 = 6\cdot 6\cdot 2\cdot 2$

$a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 32$

$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$

$a_{12} = \frac{-12 \pm \sqrt{144-144}}{2}$

$a_1 = -6$

$(a_1+9)(a_1+12) < 9a_1 + 36 + 60$

$a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 96$

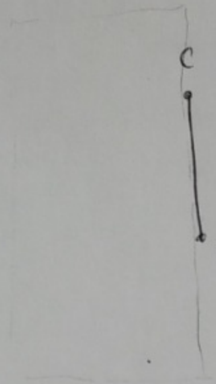
$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$

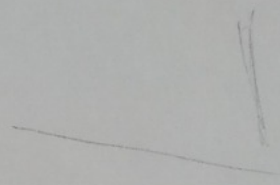
$a_{12} = \frac{-12 \pm \sqrt{144-\overset{96}{}48}}{2}$

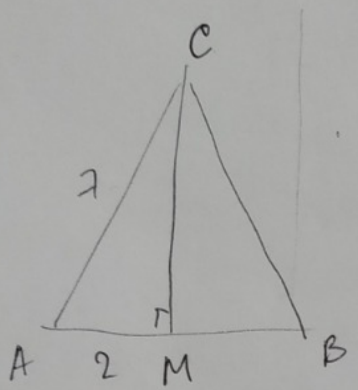
$-2 < -\frac{3}{2} = \frac{-12+\sqrt{81}}{2} < \frac{-12+\sqrt{96}}{2} < \frac{-12+\sqrt{100}}{2} = -1$

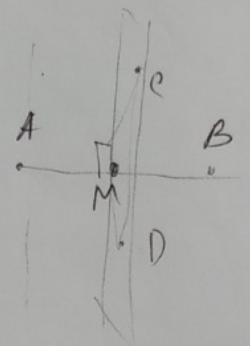
$\frac{-12-4\sqrt{6}}{2}$ $\frac{-12+4\sqrt{6}}{2}$ 0

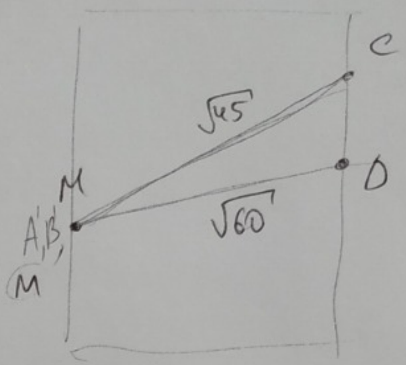
21102433 (U382259 M1298757)

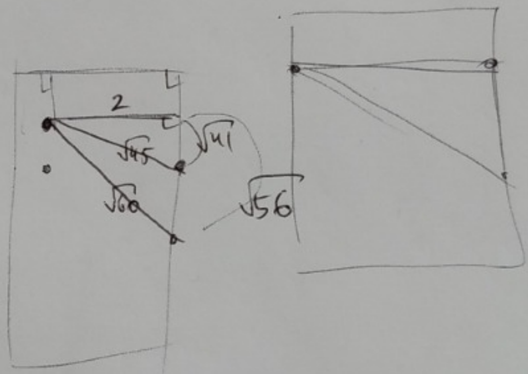










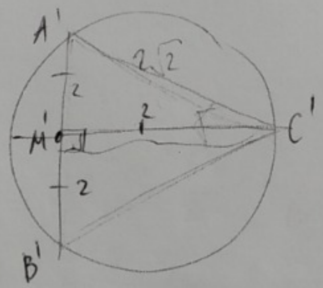


$CM^2 = 49 - 4 = 45$

$CM = \sqrt{45}$

$DM^2 = 64 - 4 = 60$

$DM = \sqrt{60}$



$45 - 4 = 41$

$60 - 4 = 56$

$CD = \sqrt{56} - \sqrt{41}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102433**

ID профиля: **382259**

Вариант 24

(4) $\begin{cases} НОД(a,b,c) = 3\cdot 11 \\ НОК(a,b,c) = 3^{19}\cdot 11^{15} \end{cases}$

• заметим, что числа a,b,c имеют вид $3^{\alpha}\cdot 11^{\beta}$, где $\alpha, \beta \geq 1$ (т.к. каждое $\vdots$ 33 и каждое не имеет простых множителей, отличных от 3 и 11, иначе бы НОК $\vdots$ p, где $p \neq 3$ и $p \neq 11$ ↯)

• ~~заметим, что~~ $a = 3^{\alpha_1}11^{\alpha_2}$ $b = 3^{\beta_1}11^{\beta_2}$ $c = 3^{\gamma_1}11^{\gamma_2}$

• заметим, что среди чисел $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$ есть min 1 равное 1, иначе $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 \geq 2 \Rightarrow НОД \vdots 3^2$ ↯
~~аналогично~~ и min 1 равное 19, иначе если все меньше, то НОК $\not\vdots\ 3^{19}$ ↯, если есть то, кот. больше, то НОК $\vdots\ 3^{20}$ ↯
аналогично среди $\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2$ есть min 1 = 1 и есть min 1 = 15

• б.о.о. пусть $a = 3^{19}\cdot 11^{\alpha_2}$ $b = 3^{1}\cdot 11^{\beta_2}$ $c = 3^{\gamma_1}11^{\gamma_2}$

если $\gamma_1 = 19$, то

если $\alpha_2 = \gamma_2$, то $a = c$

$\left[\begin{array}{l} \alpha_2 = \gamma_2 = 1\ (1) \\ \alpha_2 = \gamma_2 = 15\ (2) \end{array}\right.$

(1) $a = 3^{19}\cdot 11$, $b = 3^1\cdot 11^{\beta_2}$, $c = 3^{19}\cdot 11$
для β_2 есть ровно 1 вар. $\beta_2 = 15$

(2) для β_2 есть ровно 1 вар. $\beta_2 = 1$

способов переставить числа в ~~этой~~ этих тройках есть по 3 шт. (т.к. 2 из 3 чисел равны)

6 вар.

$\alpha_2 \neq \gamma_2 \Rightarrow a, b, c$ различны

число равно 15 (1) или 1 (2)

(1) переставить можем

Рассм. вариантов:
1) $\alpha_2 = 1$ $\beta_2 = 15$ для γ_2 ост. 14 в.
2) $\alpha_2 = 1$ $\gamma_2 = 15$ для β_2 ост. 15 в.

$\beta_2 = \gamma_2$

1). если $\gamma_1 = 19$

$\alpha_2 = \beta_2 \neq \gamma_2$; $\alpha_2 = \gamma_2 \neq \beta_2$; $\gamma_2 = \beta_2 \neq \alpha_2$; $\alpha_2 = \beta_2 = \gamma_2$ ✗; ~~$\alpha_2 \neq \beta_2$~~ $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ различны

$\alpha_2 = \beta_2 = 15$, $\gamma_2 = 1$: a, b, c разл. кол-во перестановок равно 6 — 6в.

$\alpha_2 = \beta_2 = 1$, $\gamma_2 = 15$: a, b, c разл. — 6в.

$\alpha_2 = \gamma_2 = 15$, $\beta_2 = 1$: $a = c \neq b$ — 3в.

$\alpha_2 = \gamma_2 = 1$, $\beta_2 = 15$: $a = c \neq b$ — 3в.

$\gamma_2 = \beta_2 = 15$, $\alpha_2 = 1$: a, b, c разл. — 6в.

$\gamma_2 = \beta_2 = 1$, $\alpha_2 = 15$: a, b, c разл. — 6в.

$\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ разл.
2 из них равны 15 и 1 => для 3его 13 вариантов
a, b, c разл. => 6 перестановок
итого 6·13 в.

6·18 вар.

2). если $\gamma_1 = 1$
аналогичные рассуждения => 6·18 вар.

3). если $\gamma_1 \neq 1$
$\gamma_1 \neq 19$
для γ_1 есть 17 вариантов
a, b, c – различны
среди чисел α_2 β_2 γ_2

все различны
2 из них равны 15 и 1 =>
=> для 3го 13 вар.
кол-во перестановок равно 6
6·13 в.

два равны, а третье другое
выбрать пару равных – 3 сп.
выбрать чему будут они равны – 2 сп. (15/1)
6 в.

три равны ✗

6·14·17 в.

Итог: $6 \cdot 18 \cdot 2 + 6 \cdot 14 \cdot 17 = 6 \cdot (\overset{274}{36 + 238}) = 1644$ тройки

⑤ $\overbrace{\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)}^{a}$, $\overbrace{\log_{(x+1)^2}(29-x)}^{b}$, $\overbrace{\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)}^{c}$

огр-я:

$29-x>0$	$\frac{x}{7}+7>0$	$x+1\neq 0$	$\frac{x}{7}+7\neq 1$	$-x-1>0$
$\underline{x<29}$	$\frac{x}{7}>-7$	$\underline{x\neq -1}$	$\frac{x}{7}\neq -6$	$\underline{x<-1}$
$\underline{x\neq 28}$	$\underline{x>-49}$	$(x+1)^2\neq 1$	$\underline{x\neq -42}$	
		$\underline{x\neq 0}$		

$$x\in(-49;-42)\cup(-42;-1)$$

1). $a=b=c-1$

$\cancel{\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{(x+1)^2}(29-x)}$

$\cancel{2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{2\log_{(29-x)}(x+1)}}$

$\cancel{4\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)\log_{(29-x)}(x+1)=1}$

$\cancel{a=c-1}$

$\cancel{2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}\left(\frac{(x+1)^2}{\frac{x}{7}+7}\right)}$

$\cancel{\frac{1}{2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(29-x)}}$

$\cancel{c-1=2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)-\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}\left(\frac{x^2+2x+1}{\frac{x}{7}+7}\right)}$

$$a=2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)\qquad b=\frac{1}{2}\log_{(x+1)^2}(29-x)\qquad c=\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(x+1)^2$$

$\cancel{1).\ b=c=a-1}$ $\cancel{\log_{(x+1)^2}(29-x)=\log}$

$$a=2\,\frac{\log_{(x+1)^2}\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\log_{(x+1)^2}(29-x)}=2\,\frac{\frac{1}{c}}{b}=\frac{2}{bc}$$

$$b=\frac{\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(29-x)}{\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(x+1)^2}=\frac{\frac{2}{a}}{c}=\frac{2}{ac}$$

$$c=\frac{\log_{(29-x)}(x+1)^2}{\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)}=\frac{\frac{1}{b}}{\frac{1}{2}a}=\frac{2}{ab}$$

1). $a = b = c - 1$ Чистовик аналогично для Математика 11кл.

$a = b = \frac{2}{ab} - 1$

$a = \frac{2}{a^2} - 1$

$a^3 = 2 - a^2$

$a^3 + a^2 - 2 = 0$

$a = 1$ - корень

a	1	1	0	-2
1	1	2	2	0

$(a-1)(a^2+2a+2) = 0$

$a^2+2a+1 \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2+2a+2 > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2+2a+2 \neq 0$

$a = b = 1$

$c = 2$

2). $a = c = b - 1$

$c = a = 1$

$b = 2$

3). $b = c = a - 1$

$b = c = 1$

$a = 2$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 1$

$\frac{x}{7} + 7 = \sqrt{29-x}$

$\frac{x^2}{49} + 2x + 49 = 29 - x$

$x^2 + 98x + 49^2 - 49 \cdot 29 + 49x = 0$

$x^2 + 147x + 49 \cdot 20 = 0$

$x_{12} = \frac{-147 \pm \sqrt{49^2 \cdot 3^2 - 49 \cdot 20 \cdot 4}}{}$

$D = 49(49 \cdot 9 - 80) = (7 \cdot 19)^2 = 133^2$

$x_{12} = \frac{-147 \pm 133}{2}$

$x_1 = -\frac{280}{2} = -140$ ✗ $\quad x_2 = -\frac{14}{2} = -7$ ⊕

$\log_{(x+1)^2}(29-x) = 1$

$29 - x = (x+1)^2$

$29 - x = x^2 + 2x + 1$

$x^2 + 3x - 28 = 0$

$x_{12} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+112}}{2}$

$x_1 = -7 \quad x_2 = -10$

$\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(x+1)^2 = 1$

$(x+1)^2 = \left(\frac{x}{7}+7\right)$

$x^2 + 2x + 1 = \frac{x}{7} + 7$

$7x^2 + 14x + 7 = x + 49$

$7x^2 + 13x - 42 = 0$

$x_{12} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 1176}}{14}$

$x_{12} = \frac{-13 \pm \sqrt{1345}}{14}$

x_1 и x_2 иррац. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ случ. 2 и 3 (где $c = a = 1$ или $c = b = 1$ невозможны) значит $a = b = c - 1 = 1$

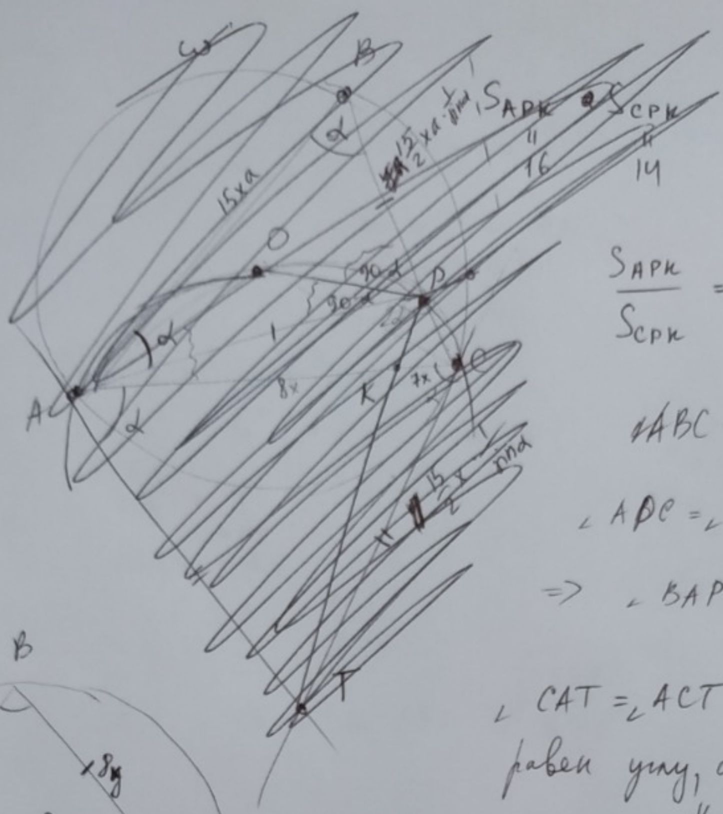
$1 = a = b$ при $x = -7$

найдем $c = \log_{(\frac{x}{7}+7)} (x+1)^2$ при $x = -7$

$c = \log_{(-1+7)} (-7+1)^2 = \log_6 6^2 = 2$ +

Ответ: $x = -7$

6



$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AK}{KC} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$

$\angle ABC = \alpha$, $\angle AOC = 2\alpha$ (центр.)

$\angle APC = \angle AOC$ (из вписанности) $= 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAP = \alpha \Rightarrow BP = AP$

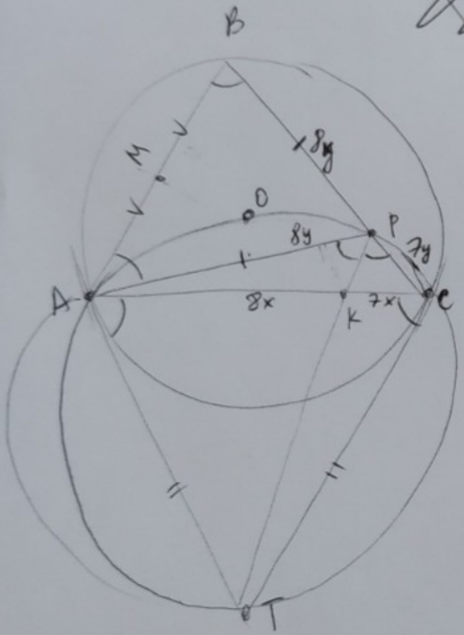
$\angle CAT = \angle ACT = \alpha$ (угол между касат. и сек. равен углу, опирающ. на стягив. хорду)

$\Downarrow$

$\angle ATC = 180 - 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow A, O, P, C, T$ – на одной окр. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APT = \angle TPC = \alpha$



$\triangle APC$: $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{8}{7} \Rightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{8}{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow KP \parallel AB \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = \left(\frac{15}{7}\right)^2 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{15\cdot 15}{7\cdot\cancel{7}}\cdot\overset{2}{\cancel{14}} = \frac{30\cdot 15}{7} = \frac{450}{7}$

б). $tg\angle ABC = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{PM}{MB} = \frac{3}{5}$ $PM = 3a$ $MB = 5a$

$9a^2 + 5a^2 = 8y^2$

$14a^2 = 8y^2$

$a^2 = \frac{8y^2}{14}$

$S_{PBA} = PM\cdot\cancel{2}\cdot MB = 3a\cdot 5a = 15a^2 = \frac{15\cdot 8y^2}{14} = S_{ABC} - S_{ABK} - S_{PKC} =$

$= \frac{450}{7} - \frac{112}{7} - \frac{98}{7} = \frac{240}{7}$ (210)

$\frac{15\cdot 8}{14}y^2 = \frac{240}{7}$

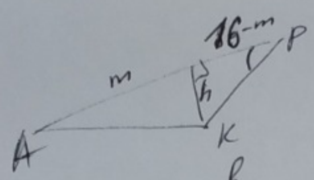
$\cancel{15}\cdot 3\cdot\cancel{8}y^2 = 240\cdot 2 = \cancel{4}\cdot 6\cdot\cancel{2}5\cdot 2$

$y^2 = 4$ $y = 2$

$AB = 10a = \frac{10\cdot 2\cancel{\sqrt{2}}y}{\cancel{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{7}} = \frac{40}{\sqrt{7}}$

Чистовик

Математика 11 кл.



$h \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} = 16 \Rightarrow h = 2$

$\frac{h}{16-m} = \frac{2}{16-m} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{16-m} = \frac{3}{5}$

$10 = 48 - 3m$

$3m = 38$

$m = \frac{38}{3}$

$\cancel{(16-16)^2 + 2^2 = }$

$m^2 + h^2 = AK^2 = 64x^2$

$\frac{38^2}{9} + 4 = 64x^2$

$\overset{1480}{1444 + 36} = 576x^2$

$x^2 = \frac{1480}{576}$

$AC = 15x = 15 \cdot \sqrt{\frac{1480}{576}}$

$\begin{array}{r} 38 \\ \times 38 \\ \hline 304 \\ +114 \\ \hline 1444 \end{array}$

$\begin{array}{r} 64 \\ \times 9 \\ \hline 576 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 1480 & 5 \\ 148 & 2 \\ 74 & 2 \\ 37 & 37 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 576 & 2 \\ 288 & 2 \end{array}$

4

$$\begin{cases} (a,b,c) = 33 = 3\cdot 11 \Rightarrow \text{каждое делится на 33} \\ [a,b,c] = 3^{19}\cdot 11^{15} \end{cases}$$

$$a = 3\cdot 3^{a_1}\cdot 11\cdot 11^{a_2}$$
$$b = 3\cdot 3^{b_1}\cdot 11\cdot 11^{b_2}$$
$$c = 3\cdot 3^{c_1}\cdot 11\cdot 11^{c_2}$$

заметим то, что среди чисел a, b, c есть хотя бы одно, у которого степень вхождения тройки равна 1, иначе у всех min 2 => НОД $\vdots\ 3^2$ ✗ (1)

аналогично есть хотя бы одно число, у кот. ст. вхождения одиннадцати равна 1 (2)

рассмотрим 2 случая: числа, описанные в (1) и (2)

это одно число (среди чисел a, b, c есть число 33)

б.о.о. $a = 33$

это разные числа (среди чисел a, b, c нет равного 33)

тогда

~~$0 \le b_1 \le 18$, $0 \le b_2 \le 14$~~

~~$0 \le c_1 \le 18$, $0 \le c_2 \le 14$~~

~~$19^2 \cdot 15^2$~~

среди чисел b и c есть число, степ. вхожд. тройки в кот. = 19

(если у всех меньше, то

$\frac{19}{3}\ \frac{\alpha}{11}$ $\frac{1}{3}\ \frac{\beta}{11}$ $\frac{1\text{-}19}{3}\ \frac{\gamma}{11}$

a b c

3^{19} 11^{15} 3^{1} 11^{1}

$3^{19} \cdot 11^{15}$

1-15

14×17: 98, +14, 238, +36, 274

$274 \times 6 = 1644$

$49 \times 9 = 441$, $441 - 80 = 361$

21×21: 21, 42

19×19: 171, +19, 361

$16 \times 7 = 112$

$14 \times 7 = 98$

$19 \times 7 = 133$

$28 \times 4 = 112$

$147 - 133 = 14$

42×28: 336, +84, 1176, +169, 1345

45×45: 225, 180

35×35: 175, +105, 1225

42×28: 336, +84, 1176, +169, 1345

1345 / 5 = 269