

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102348**

ID профиля: **283164**

Вариант 24

Числовые

(1)

Задача 51

Рассчитаем S . a_1 - первый член. d - разность арифметической прогрессии.

$$\begin{aligned} \text{Тогда } S &= a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 9a_1 + d + 2d + \dots + 8d = \\ &= 9a_1 + d(1 + \dots + 8) = 9a_1 + d \cdot \frac{8 \cdot 9}{2} = 9a_1 + 36d = \\ &= 9a_1 + 36d \end{aligned}$$

$$a_5 = a_1 + 4d \quad a_8 = a_1 + 7d \quad a_{10} = a_1 + 9d \quad a_{13} = a_1 + 12d$$

Тогда по условию мы имеем следующую систему:

$$\begin{cases} (a_1 + 4d)(a_1 + 7d) > 9a_1 + 36d - 4 & (1) \\ (a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < 9a_1 + 36d + 60 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4 & (1) \\ a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 & (2) \end{cases}$$

Из (2) следует, что

$$a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 + 40d^2 < 9a_1 + 36d + 60$$

$$a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4 \Rightarrow$$

$$9a_1 + 36d - 4 + 40d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \Rightarrow 40d^2 < 64$$

$$d^2 < \frac{64}{40} = \frac{32}{20} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

По условию d - целое положительное, т.к. все

члены целые и последовательность возрастает.

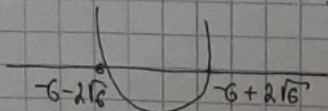
$\Rightarrow d = 1$. Тогда система переписывается следующим

образом:

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 36 - 4 \\ a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 36 + 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0 \\ a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6)^2 > 0 \\ a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 \neq -6 \\ a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_1^2 + 12a_1 + 12 &= 0 \quad D = 12^2 - 12 \cdot 4 = 12(12 - 4) = 12 \cdot 8 = 16 \cdot 6 \\ \Rightarrow \sqrt{D} &= 4\sqrt{6} \Rightarrow a_{1,2} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{6}}{2} = -6 \pm 2\sqrt{6} \end{aligned}$$



Числовик

(2)

$$\Rightarrow -6 - 2\sqrt{5} < a_1 < -6 + 2\sqrt{5}$$

Заметим, что $4 < 2\sqrt{5} < 5 \Rightarrow 16 < 24 < 25$.

$$\Rightarrow -11 < -6 - 2\sqrt{5} < a_1 < -6 + 2\sqrt{5} < -1 \Rightarrow a_1 = \{-10, \dots, -2\} \text{ при чем}$$

так как мы показываем, что $a_1 \neq -6$

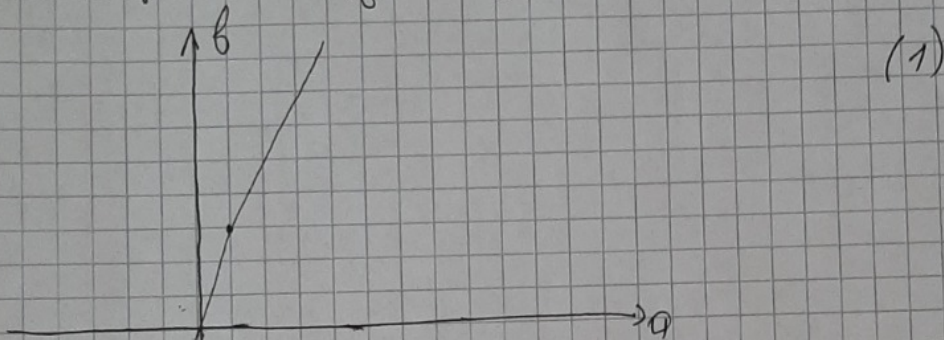
Ответ: $-2, -3, -4, -5, -7, -8, -9, -10$.

Задача 53

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 10 \\ a^2 + b^2 \leq \min(-6a - 2b; 10) \end{cases}$$

Заметим, что первое неравенство равносильно окружности с центром в точке $(a; b)$ и радиусом $\sqrt{10}$.

Теперь найдем возможное расположение точки $(a; b)$.
Расширим координатную плоскость с осями a и b



Тогда $a^2 + b^2 \leq m^2$ равносильно окружности с центром в начале координат и радиусом, не превосходящим m .

~~Если $-6a - 2b \geq 10$, то радиус не более 10.~~
Теперь рассмотрим случай, когда $0 \leq -6a - 2b \leq 10$ и $0 \leq a^2 + b^2 \leq 10$.
Это равносильно тому, что $b \leq -3a$ и $b \geq -5 - 3a$.
Изобразим эти 2 прямые $b = -3a$ и $b = -5 - 3a$ на рис. ~~Вот~~ ниже

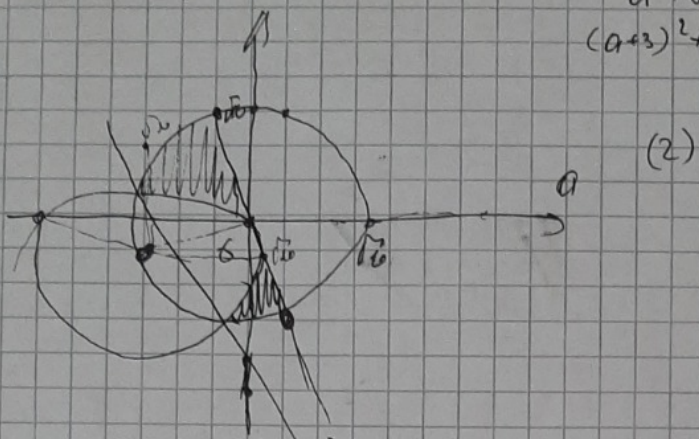
То есть неравенство $a^2 + b^2 \leq 10$ равносильно окружности с центром в начале координат и радиусом, не превосходящим $\sqrt{10}$, а $a^2 + b^2 \leq -6a - 2b \Rightarrow a^2 + 6a + 9 + b^2 + 2b + 1 \leq 10$
 \Rightarrow

Числовик

(7)

$(a+3)^2 + (b+1)^2 = 10$ это уравнение равносильно окружности с центром в точке $-3; -1$ и радиусом $\sqrt{10}$

$a^2 + b^2 = 10 \rightarrow \omega_1$
 $(a+3)^2 + (b+1)^2 = 10 \rightarrow \omega_2$



Заметим, что $3^2 + 1^2 = 10$ — радиус одинаковый $\Rightarrow \omega_2$ и ω_1 проходит через центры друг друга.
 Заметим, что множество точек $0 \leq -6a - 1b \leq 10$ заключено между двумя прямыми $b = -3a$ и $b = -5 - 3a$. Точки находящиеся между этими прямыми могут лежать либо внутри окружности ω_2

Заметим, что прямая $b = -3a$ — это диаметр ω_1 , а прямая $b = -5 - 3a$ проходит через точки пересечения этих двух окружностей, т.е.

$a^2 + 6a + 9 + b^2 + 2b + 1 \leq 10 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 10 \Leftrightarrow 6a + 2b + 1 \leq 10 \Leftrightarrow b = -5 - 3a$

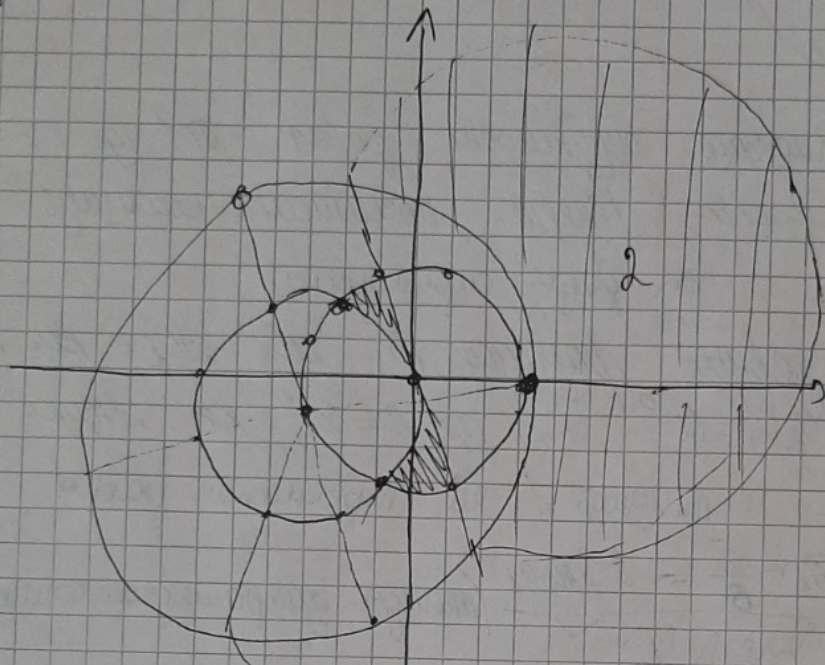
т.к. ~~так~~ $b = -3a$ и $b = -5 - 3a$ перпендикулярны и $b = -3a$ проходит через $0; 0$ в $b = -5 - 3a$ касается $\omega_2 \Rightarrow$

Точка $(a; b)$ могут находиться внутри окружностей, кроме заштрихованных областей: на рис (2)

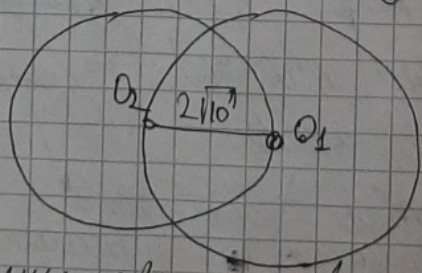
Рисура $\omega_1 \rightarrow$ множество образующее окружностей с центрами в фигуре на рис. (1) и радиусами не более $\sqrt{10}$.

Числовые (5)

Сначала рассмотрим точки внутри ω_2 . Тогда с центром внутри ω_2 и радиусом не более ρ_0 образуется окружность с центром в центре ω_2 и радиусом ρ_0 , ρ_0 радиус ω_2 больше ρ_0 .



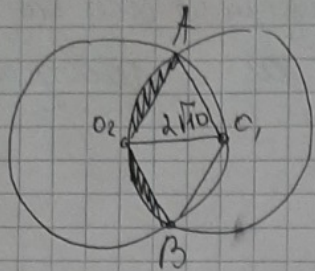
Теперь рассмотрим точки внутри поперечности ω_1 . Тогда образуются окружности с центром в этих точках и радиусом не более ρ_0 . Тогда множество этих точек не ~~пересекается~~ ~~выходит~~ ~~с~~ ~~этой~~ поперечностью будет ~~множеством~~ ~~2~~ не пересекает ~~всего~~. Тогда у нас получится следующая фигура:



Все окружности равных радиусов ρ_0 и проходящие через центры ω_1 и ω_2 .

1) Числовик (6)

Посчитаем площадь такой фигуры:



М

Вспомогим, что площадь окружности равна πr^2 , где r - радиус окружности. Теперь посчитаем площадь на пересечении этих двух окружностей

т.к. у них равные радиусы, $\angle O_2 = \angle O_1 = \angle O_2 O_1 A = \angle O_1 O_2 B = 60^\circ$ т.к. стороны

равносторонние \Rightarrow площадь на пересечении равна

$$\pi r^2 \cdot \frac{2}{3} + \pi r^2 \cdot \frac{2}{3} - 2 S_{AO_2 O_1} \quad (\text{площадь заштрихованной фигуры})$$

$$= 2\pi r^2 \cdot \frac{1}{3} + 2\pi r^2 \cdot \frac{1}{3} - 2 S_{AO_2 O_1}$$

$$S_{AO_2 O_1} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2\pi r^2 \cdot \frac{1}{3} + 2\pi r^2 \cdot \frac{1}{3} - 20\sqrt{3} = 4\pi r^2 \cdot \frac{1}{3} - 20\sqrt{3}$$

$$= 4\pi \left(\frac{20}{3} + \frac{10}{3} \right) - 20\sqrt{3} = 4\pi \frac{30}{3} - 20\sqrt{3} = 40\pi - 20\sqrt{3}$$

$$= \frac{2}{3} \pi r^2 - 20\sqrt{3}$$

площадь на пересечении

Площадь общей площади фигуры М равна

$$\pi \cdot (2\sqrt{10})^2 + \pi (2\sqrt{10})^2 - (40\pi - 20\sqrt{3}) \quad (\text{т.к. площадь на пересечении})$$

или посчитали площадь =

$$= 40\pi + 40\pi - 40\pi + 20\sqrt{3} = 40\pi + 20\sqrt{3}$$

$$\frac{2\pi r^2 - (2\pi r^2 - 20\sqrt{3})}{\text{площадь}} = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10 - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 10 + 20\sqrt{3}}{3}$$

$$= \pi \left(80 - \frac{80}{3} \right) + 20\sqrt{3}$$

Ответ $\frac{160}{3} \pi + 20\sqrt{3}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102348**

ID профиля: **283164**

Вариант 24

Числовик

①

Задача 54

НОД $(a, b, c) = 25$ НОК $(a, b, c) = 3^{19} \cdot 11^{15}$

Сначала заметим, что среди факторов числа n , члв $U_3(n) = 1$.

Предположим это не так. Если заметим, что во числе делится на 3, т.к. члв НОК: 3
 Вспомогательная степень вложения 3 во все числа не имеет 2, в НОД $(a, b, c) : 9 \rightarrow$ противоречие.

Аналогично еще существует число, степень вложения 11 в которое равно 1

т.к. НОК $(a, b, c) = 3^{19} \cdot 11^{15}$, в степень вложения 3 во все числа не более 19, а степень вложения 11 в каждое из чисел не более 15.

Пусть $a = 3^{a_1} \cdot 11^{a_2}$ $b = 3^{b_1} \cdot 11^{b_2}$ $c = 3^{c_1} \cdot 11^{c_2}$

$1 \leq a_1 \leq 19$ $1 \leq b_1 \leq 19$ $1 \leq c_1 \leq 19$ $1 \leq a_2, b_2, c_2 \leq 15$

Далее заметим, что существует число, степень вложения 3 в которое равно 19, и члв U_3 (НОК (a, b, c)) $< 19 \rightarrow$ противоречие.

Аналогично существует число, степень вложения 11 в которое равно 15.

\Rightarrow одно из чисел a, b, c равно 1, а другое 19

одно из чисел a_2, b_2, c_2 равно 1, а другое 15

Пусть пока что $a_1 = 1, b_1 = 19$ тогда c_1 - любое от 1 до 19
 $a_2 = 1, b_2 = 15$ тогда c_2 - любое от 1 до 15

\rightarrow Конечное количество вариантов с таких чисел равно 11.1.1.15.19

Числовик

(2)

Пусть x_1, x_2, x_3 - степени 3 в числах a, b, c
 y_1, y_2, y_3 - степени 11 в числах a, b, c .

~~Всё возможно~~ Пусть 3е число $x_i \neq 19$ Тогда все
 возможных различных троек $1 \cdot 1 \cdot 17 = 6$

и пусть ~~уже~~ где число $y_i \neq 1$ или 15

Тогда где любой тройки (x_1, x_2, x_3) мы можем расставить
 тройку y_1, y_2, y_3 в различными способами \Rightarrow

всего таких различных троек $17 \cdot 6 = 13 \cdot 6$

Теперь рассмотрим случай, когда два числа x_i - единицы,
 одно - 19, а среди y_i кем повторяются.

Тогда таких расстановок: $1 \cdot 1 \cdot 19 \quad 1 \cdot 19 \cdot 1 \quad 19 \cdot 1 \cdot 1$ (3)

и где любой ~~не~~ 6 различных вариантов расставить y_i

Аналогично когда 2 числа $x_i = 19$. \rightarrow В этих
 случаях $3 \cdot 13 \cdot 6 + 3 \cdot 13 \cdot 6 = 6 \cdot 13 \cdot 6$

Пусть среди y_i все 2 повторяются, а среди x_i нет
 Тогда по аналогии это $6 \cdot 17 \cdot 6$ различных вариантов

Пусть и среди x_i и среди y_i по 2 повторяются шесть
 различных троек это добавляет

Если среди x_i - 2 единицы
 и среди y_i 2 единицы

$1 \cdot 1 \cdot 19 \quad 1 \cdot 19 \cdot 1 \quad 19 \cdot 1 \cdot 1$
 $3 \cdot 3 \cdot 6$ вариантов

• Если среди x_i - 2 по 19
 среди y_i - 2 по 15

уже $3 \cdot 3 \cdot 6$ вариантов

• среди x_i - 2 по среди y_i 2 по 15

среди x_i 2 по 19 среди y_i 2 по $+ 3 \cdot 3 \cdot 6$ вар.
 $+ 3 \cdot 3 \cdot 6$ вариантов

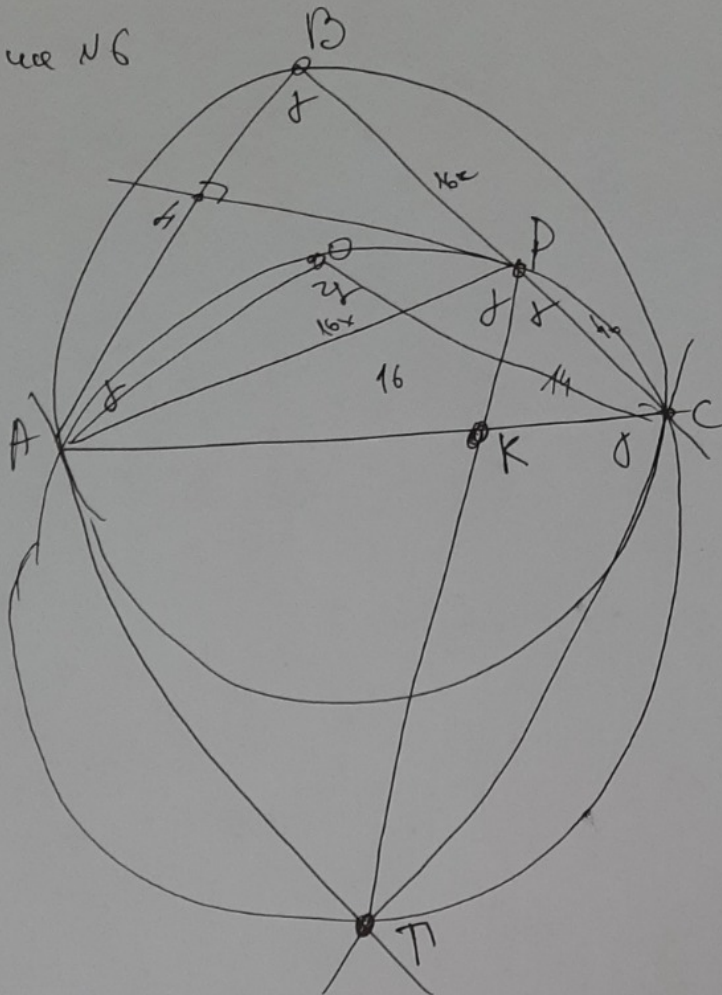
И все получается $17 \cdot 13 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 13 + 6 \cdot 6 \cdot 17 + 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6$
 $= 6 \cdot 6 (17 \cdot 13 + 13 + 17 + 6) = 36 (451 + 30 + 6) = 36 (487) = 17532$

Ответ: 17532

Задача №6

$$S_{\Delta APK} = 16$$

$$S_{\Delta CPK} = 14$$



Решение: а) Пусть $\angle ABC = \alpha$. Пусть Γ - о-центр окружности, $\angle AOC = 2\alpha \Rightarrow$ т.к. AO и CO - радиусы, $\angle A\Gamma C = \angle AOC = 2\alpha$
 $\Rightarrow \angle A\Gamma T = 180 - 2\alpha \Rightarrow \angle AOC + \angle A\Gamma C = 2\alpha + 180 - 2\alpha = 180^\circ$
 $\Rightarrow A, O, C, \Gamma$ лежат на 1 окружности, на которой Γ - диаметр
 по условию диаметр BC и P .

т.к. $AO = CO$, $\angle BOT = \angle AOC \Rightarrow \angle APT = \angle TPC = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$

Пусть $\angle ACB = \beta$, пусть $\angle PAC = 180 - 2\alpha - \beta$, а $\angle BAC = 180 - \alpha - \beta$

$\Rightarrow \angle BAP = 180 - \alpha - \beta - (180 - 2\alpha - \beta) = \alpha \Rightarrow AP = BP$ (1)

$\frac{S_{\Delta APK}}{S_{\Delta CPK}} = \frac{AK}{CK}$ (т.к. общее основание) $= \frac{AP}{PC}$, по свойству биссектрисы

Пусть пусть $AP = 16x$ $PC = 14x \Rightarrow BP = 16x$ и (1)

Пусть $S_{\Delta APC} = \frac{1}{2} AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot 16x \cdot 14x \cdot \sin 2\alpha = 16 \cdot 14 = 30$

Угловую

(4) (4)

$$S_{APB} = \frac{1}{2} AP \cdot BP \cdot \sin(180-2\alpha) = \frac{1}{2} \cdot 16x \cdot 16x \cdot \sin 2\alpha = 8 \cdot 16 \cdot x^2 \sin 2\alpha$$

или знаем, что $16 \cdot 2x^2 \sin 2\alpha = 30$ тогда $16 \cdot 2x^2 \sin 2\alpha = 4$

$$= 30 \cdot 4 = 120 \Rightarrow S_{APB} = 120. \text{ Тогда } S_{APBC} = S_{APB} + S_{APC} = 120 + 30 = 150$$

б) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5}$ (по теореме)

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{5} \quad 3 \cos \alpha = 5 \sin \alpha \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = \frac{5 \sin \alpha}{3} \quad \text{Тогда } \frac{25 \sin^2 \alpha}{9} + \sin^2 \alpha = 1 \quad \sin^2 \alpha \left(\frac{25+9}{9} \right) = 1$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{9}{34} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{34}} = \sqrt{\frac{25}{34}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

т.к. прямоугольник равнобедренный.

Проведем в $\triangle APB$ высоту PH , тогда т.к. $BP = PA$, то

$$BH = AH, \quad \angle APB = 90^\circ + \angle HPA.$$

$$\text{Тогда } \sin(90^\circ + \alpha) = \frac{BH}{16x} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{BH}{16x} \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{34}} = \frac{BH}{16x} \Rightarrow BH = \frac{5 \cdot 16x}{\sqrt{34}}$$

$$\text{Тогда } AB = 2BH = \frac{160x}{\sqrt{34}}$$

$$S_{APBC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \alpha = 150 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{160x}{\sqrt{34}} \cdot 20x \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} = 150$$

$$\frac{160 \cdot 3000 \cdot x}{2 \cdot 34} = 150 \Rightarrow x^2 = \frac{150 \cdot 2 \cdot 34}{160 \cdot 3 \cdot 20} = \frac{15 \cdot 34}{16 \cdot 3 \cdot 10} = \frac{5 \cdot 34}{16 \cdot 10}$$

$$= \frac{34}{16 \cdot 2} = \frac{17}{16} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$$\text{Тогда } AB = \frac{160}{\sqrt{34}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{4} = \frac{160 \cdot \sqrt{17}}{4 \cdot \sqrt{34}} = \frac{160 \cdot \sqrt{17}}{4 \cdot \sqrt{2 \cdot 17}} = \frac{160 \cdot \sqrt{17}}{4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{17}} = \frac{160}{4 \cdot \sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}}$$

$$BC = \frac{\sqrt{17}}{4} \cdot 20 = 5\sqrt{17}$$

Тогда по теореме косинусов

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \alpha = \frac{160^2}{34} + \frac{17^2}{16} + 400 - 2 \cdot \frac{160 \cdot 17}{\sqrt{34} \cdot 16} \cdot \frac{17}{\sqrt{34}} \cdot \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$= \frac{10^2 \cdot 17^2}{34} + \frac{17^2 \cdot 400}{16^2} - \frac{2 \cdot 160 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 20 \cdot 5}{134 \cdot 134 \cdot 16^2} = \frac{10^2 \cdot 17^2}{2} + \frac{17^2 \cdot 400}{16^2} - \frac{10 \cdot 20 \cdot 17^2 \cdot 10}{34 \cdot 16}$$

$$= \frac{5^2 \cdot 17^2}{16} (2 \cdot 16 + 17 - 40) = \frac{5^2}{16} \cdot 17^2 (49 - 40) = \frac{5^2 \cdot 9}{16} \cdot 17^2 \Rightarrow$$

$$AC = \frac{5 \cdot 3 \cdot 17}{4} = \frac{255}{4}$$

по теореме косинусов AC^2

$$\text{Ответ: } \frac{255}{4}$$

Учусобуе (5)

Загана ~~дз~~

$$\log_{\sqrt{29-x}} \left(\frac{x}{7} + 7\right) = 2 \log_{29-x} \left(\frac{x}{7} + 7\right)$$

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}} (-x-1) &= 2 \log_{\frac{x}{7}+7} (-x-1) = \frac{1}{2} \cdot 2 \log_{\frac{x}{7}+7} (-x-1)^2 \\ &= \log_{\frac{x}{7}+7} (7+1)^2 \end{aligned}$$

Пусб $\log_{\sqrt{29-x}} \left(\frac{x}{7} + 7\right) = a$ $\log_{(x+1)^2} (29-x) = b$ $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}} (-x-1) = c$

Тогда $abc = 2 \log_{29-x} \left(\frac{x}{7} + 7\right) \cdot \log_{\frac{x}{7}+7} (x+1)^2 \cdot \log_{(x+1)^2} (29-x) = 2$

Пусб каке-то 2 числа равны d , а 3е на 1

$$d^2 (d+1) = 2$$

$$d^3 + d^2 - 2 = 0 \quad d^3 - 1 + d^2 - 1 = 0$$

$$(d-1)(d^2 + d + 1) + (d-1)(d+1) = 0$$

$$(d-1)(d^2 + d + 2) = 0$$

$$d^2 + d + 2$$

$D = 1 - 8 < 0$, а корр. при d положительн

$$\Rightarrow d-1=0 \Rightarrow d=1$$

$\Rightarrow d^2 + d + 2 > 0$ при любых d

\Rightarrow каке-то 2 из чисел равны 1, а одно 2

Вспомним, что $\log_a b = 1$ тогда и только тогда, когда $a=b$

Если $\log_{(x+1)^2} 29-x = 1$, тогда

$$x^2 + 2x + 1 = 29 - x \quad x^2 + 3x - 28 = 0 \quad D = 9 + 4 \cdot 28 = 121$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 11}{2} \quad \text{по ОДЗ}$$

Тогда $\log_{\sqrt{29-x}} \left(\frac{x}{7} + 7\right) = \log_6 6 = 1$, а

$$x = -7$$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}} (-x-1) = \log_{\sqrt{6}} 6 = 2 \rightarrow$ не подходит.

Значит, если $x \neq -7$, то

~~$\log_{\sqrt{29-x}} \log_{(x+1)^2} (29-x) = 2$~~ Тогда

$$\log_{\sqrt{29-x}} \left(\frac{x}{7} + 7\right) = 1 \Rightarrow \sqrt{29-x} = \frac{x}{7} + 7 \Rightarrow 29-x = \frac{x^2}{49} + 2x + 49$$

Числові

(6)

$$29 - x = \frac{x^2}{49} + 2x + 49$$

$$\frac{x^2}{49} + 3x + 20 = 0$$

$$D = 9 - \frac{4}{49} \cdot 20 = 9 - \frac{80}{49} = \frac{361}{49} = \left(\frac{19}{7}\right)^2$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \frac{19}{7}}{\frac{1}{49}} = \frac{-3 \cdot 49 \pm \frac{19 \cdot 49}{7}}{2} = \frac{-3 \cdot 49 \pm 19 \cdot 7}{2} = \frac{-147 \pm 133}{2}$$

$$= \frac{-280}{2}; -7. \text{ перший корінь не підходить по ОДЗ, і т. д. } \rightarrow -49$$

$$\Rightarrow \text{Єдине } \log_{29} (\log_{x+1})^{2(29-x)} \neq 1, \text{ то } \log_{\frac{x}{7}+2} \left(\frac{x}{7}+2\right) = 1$$

$$\Rightarrow x = -7 \rightarrow \text{ протиріччя.}$$

$$\Rightarrow \text{єдине рішення виходить з рівняння } \log_{x+1}^{2(29-x)} = 1$$

$$\Rightarrow x = -7. \text{ Так ми можемо бачити, що задовольняє умови.}$$

Відповідь: $x = -7$.

Числами (7)

Упростите выражение
по теореме косинусов

$$\begin{aligned}AC^2 &= BC^2 + AB^2 - 2BC \cdot AB \cdot \cos \alpha \\&= (5\sqrt{17})^2 + \left(\frac{40}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2 \cdot 5\sqrt{17} \cdot \frac{40}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5}{13} \\&= 25 \cdot 17 + \frac{1600}{2} - 2 \cdot \frac{40 \cdot 5}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 25 \cdot 17 + 800 - 2 \cdot 20 \cdot 5 \\&= 25 \cdot 17 + 800 - 200 = 25(17 + 32 + 8)\end{aligned}$$

Ответ: $AC = 5\sqrt{57}$