Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102090**

ID профиля: **183534**

Вариант 24

Чистовик

Тогда наш круг ω_2 имеет центр в точке лежащей на круге ω_1. ~~тогда~~ рис. 1

Тогда множество точек плоскости M удовлетворяющих системе

Круг с центром в точке $(-3; -1)$

и радиусом $2\sqrt{10}$

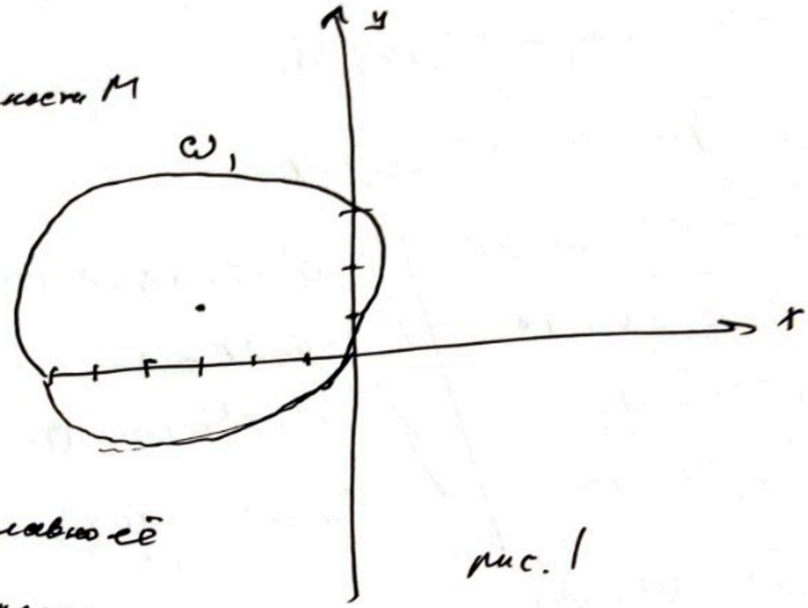


рис. 1

(Итак ω_2 лежит на ω_1 и плавно её перемещая по окружности круга ω_1 мы и получаем круг ~~с~~ с центром $(-3; -1)$ и радиусом $2\sqrt{10}$)

$S_M = \pi R^2 = \pi (2\sqrt{10})^2 = 40\pi$

__Ответ:__ $S_M = 40\pi$.

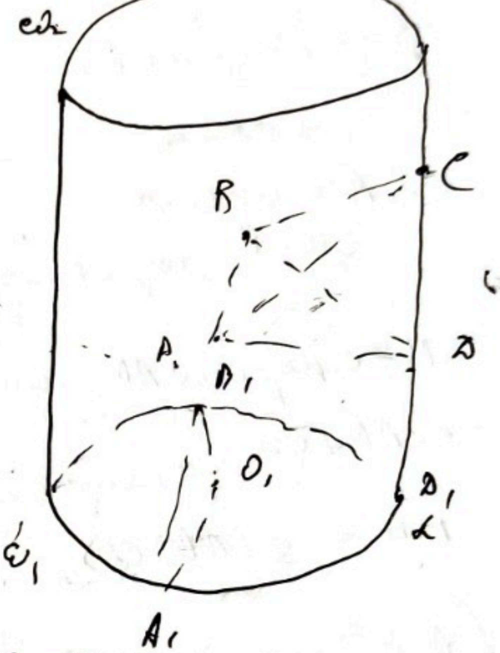
Чистовик

№ 2

Т.к. CD параллельно оси цилиндра и точки C и D - лежат на боковой поверхности цилиндра, то CD лежит на образующей цилиндра. В силу симметрии картинки $AB \perp CD$.

$AB \perp CD$
$CD \perp \alpha$
$\Big\}$ $AB \parallel \alpha$

α - плоскость основания цилиндра



Спроектировав AB на α мы получим A_1B_1 и точки A_1 и $B_1 \in \omega_1$

т.к. $A_1B_1 \parallel \alpha$, то $A_1B_1 = AB$

(ω_1 - окружность основания цилиндра)

O_1 - её центр

По т. косинусов в $\triangle O_1B_1A_1$

$O_1B_1^2 + O_1A_1^2 - 2O_1B_1 \cdot O_1A_1 \cdot \cos B_1O_1A_1 = B_1A_1^2 = AB^2$

$2R^2 - 2R^2 \cdot \cos B_1O_1A_1 = AB^2$

$R^2 = \dfrac{AB^2}{2 - 2\cos B_1O_1A_1}$ т.к. $\cos B_1O_1A_1 \in [-1; 1]$, то R наименьшее

$R = \sqrt{\dfrac{AB^2}{4}} = \dfrac{AB}{2} = 2$ при $\cos B_1O_1A_1 = -1$, $B_1O_1A_1 = 180°$

D - проектируется в D_1 и лежит на ω_1

т.к. $AD = BD$, то $A_1D_1 = B_1D_1$

тогда $\rho(AB; CD) = \rho(B_1A_1; D_1)$. A_1B_1 - диаметр и D_1 - опирается на диаметр тогда $\angle B_1D_1A_1 = 90°$

$A_1D_1 = B_1D_1 \Rightarrow \triangle A_1B_1D_1$ - прямоуг. равнобедр. треуг.

$O_1D_1 \perp A_1B_1 \Rightarrow O_1D_1 = \rho(B_1A_1; D_1)$

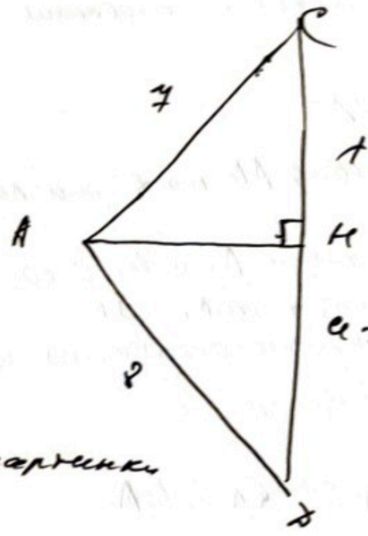
21102090 (U183534 M1297903)

Чистовик

$\rho(D_1) = R = 2$
⇓
$\rho(CD; AB) = 2$

$\triangle ACD = \triangle BCD$
1) $AC = BC$
2) $AD = BD$ => высоты из точек A и B ~~проход~~ приходят в
3) CD - общ

одну точку на CD



Пусть $CD = a$
AH - высота
$CH = x$, тогда $HD = a - x$

M - середина AB, т.

т.к. $AB \perp CD$ и в силу симметрии картинки

$MH = \rho(AB; CD)$

$$\begin{cases} AH^2 + CH^2 = AC^2 \\ AH^2 + HD^2 = AD^2 \end{cases} \quad \begin{cases} AH^2 + x^2 = 49 \\ AH^2 + a^2 + 2ax + x^2 = 64 \end{cases}$$

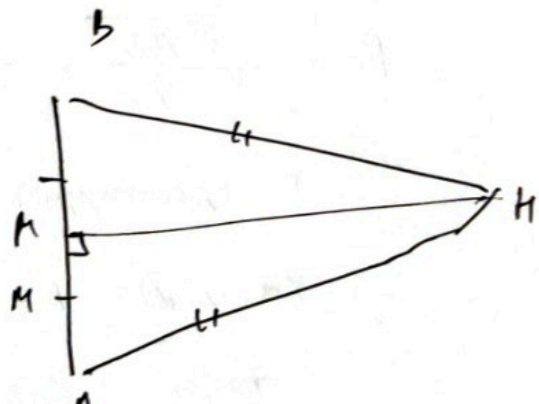
$x^2 - a^2 + 2ax - x^2 = 49 - 64$

$2ax = a^2 - 15$

$x = \frac{a^2 - 15}{2a}$

$AH = \sqrt{49 - x^2} =$

$= \sqrt{49 - \frac{a^2 - 15}{2a}}$



$AH = MH^2 + AM^2 =$

$= 49 - \frac{a^2 - 15}{2a} = 4 + 4$

~~41·2a~~ $82a = a^2 - 15$

$a^2 - 82a - 15 = 0$

$D_1 = k^2 - ac$

ст 7

Чистовик

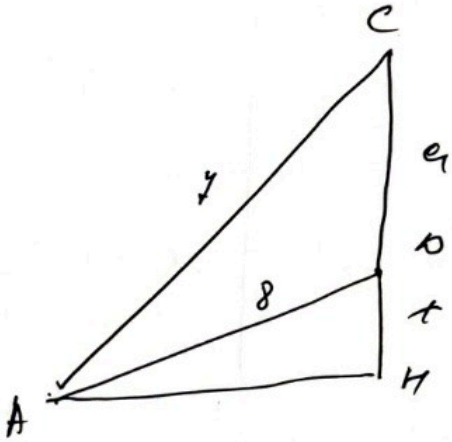
$D_1 = 41^2 + 15$

$a = 41 \pm \sqrt{41^2+15}$

$41 - \sqrt{41^2+15} < 0 \Rightarrow a = 41 + \sqrt{41^2+15}$

Если H падает вне CD

Считаем аналогично



$8^2 + x^2 = AH^2$

$7^2 + a^2 + 2xa + x^2 = AH$

$a^2 + 2xa = 8^2 - 7^2$

$a^2 + 2xa = 15$

$x = \frac{15 - a^2}{2a}$

$AH = \sqrt{8^2 - x^2}$

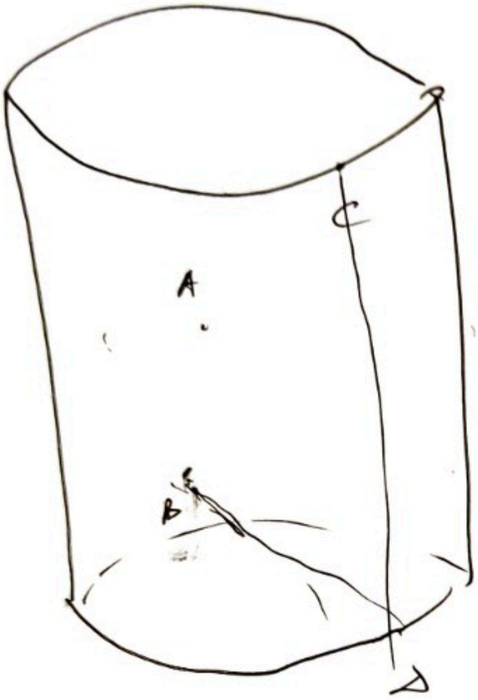
$AH^2 = 8$

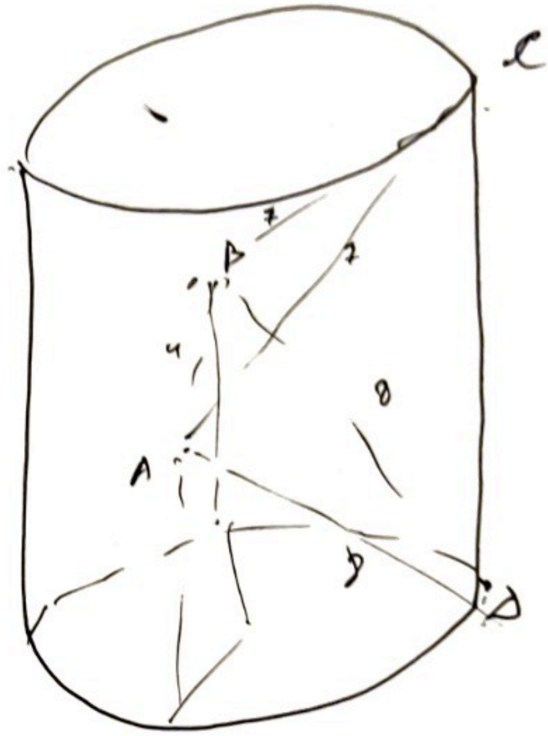
$8 = 8^2 - x^2$

$x^2 = 64 - 8$

$x^2 = 56$

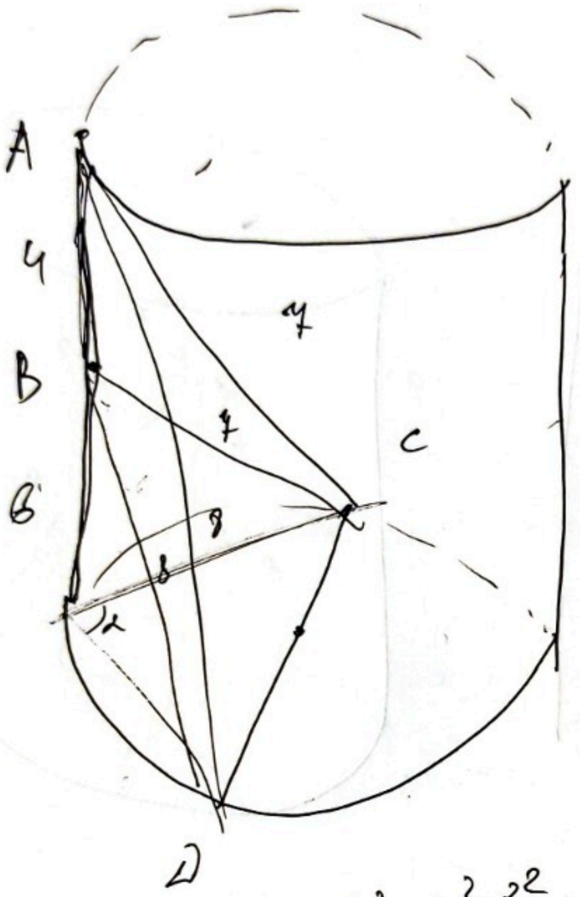
стр 8





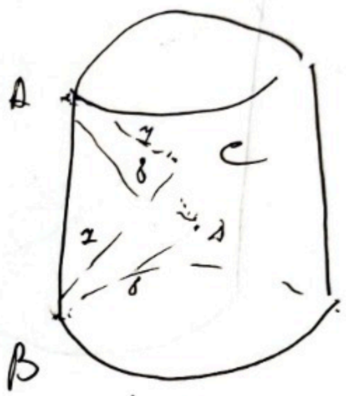
(0; 15)

-61 -49
15



$$\frac{8^2+4^2-8^2}{2\cdot 8\cdot 4} = \frac{4}{2\cdot 8} = \frac{1}{4}$$

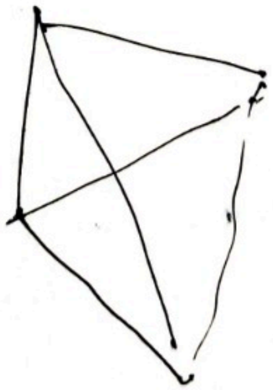
$$-\frac{1}{4}$$

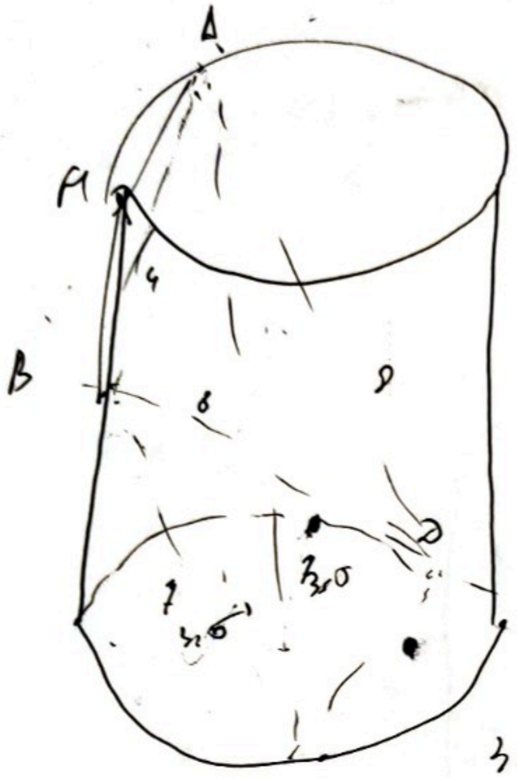


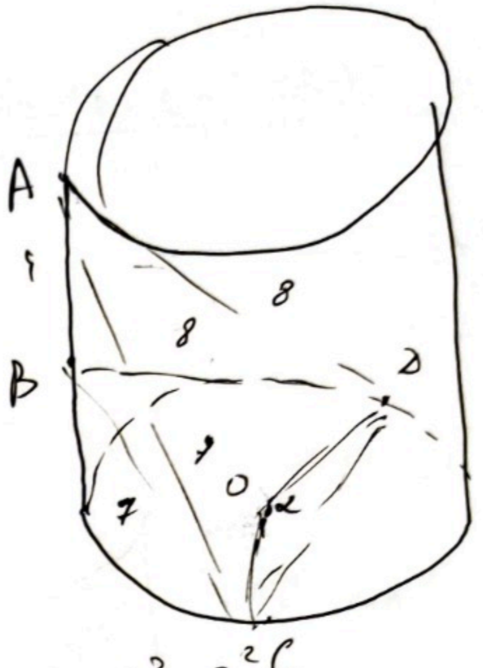
$$\frac{4^2+8^2-8^2}{2\cdot 4\cdot 8} = \frac{4}{2\cdot 8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2\cdot 64 + 2\cdot 64 - 16}{4} = 64 - 4 = 60$$

$49 - 4$







$3{,}5^2 + 3{,}5^2 + 6^2 = 8^2$

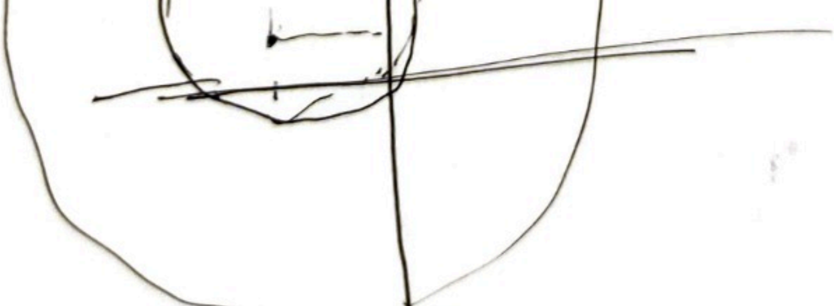
C

$6^2 = 4{,}5 \cdot 18{,}5 - 3{,}5^2$

$OC^2 + OA^2 - 2OC \cdot OA \cdot \cos AOC = AC^2 \quad R^2 = \frac{C^2}{2 - 2\cos AOC}$

$R^2(2 - 2\cos AOC) = R^2 \quad 2\sqrt{10} \quad R = \frac{C}{2}$

$\pi R^2 = \pi \cdot 40 = 40\pi$

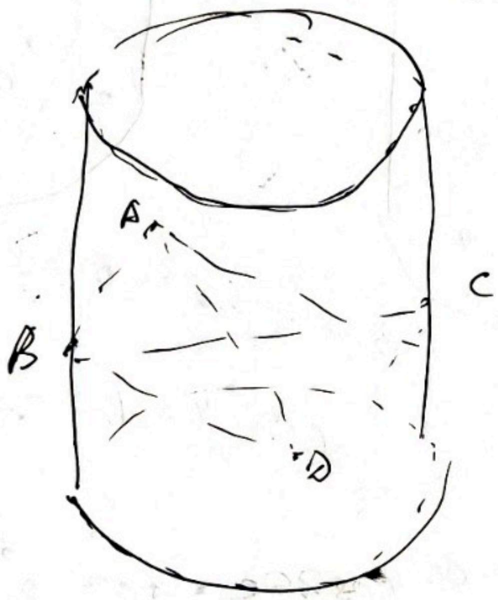


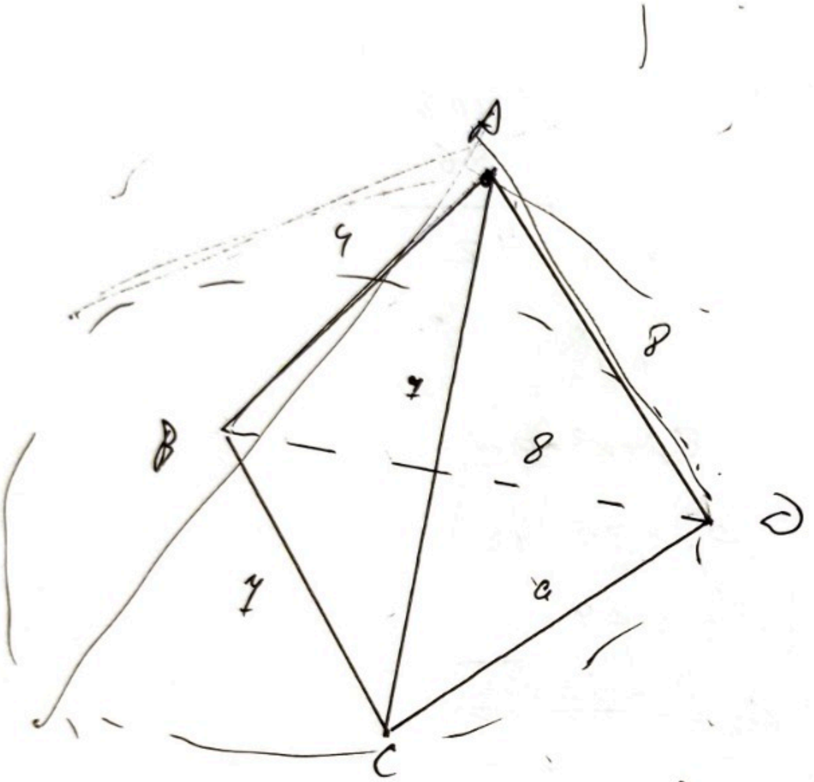
$49 + 16 - 64$

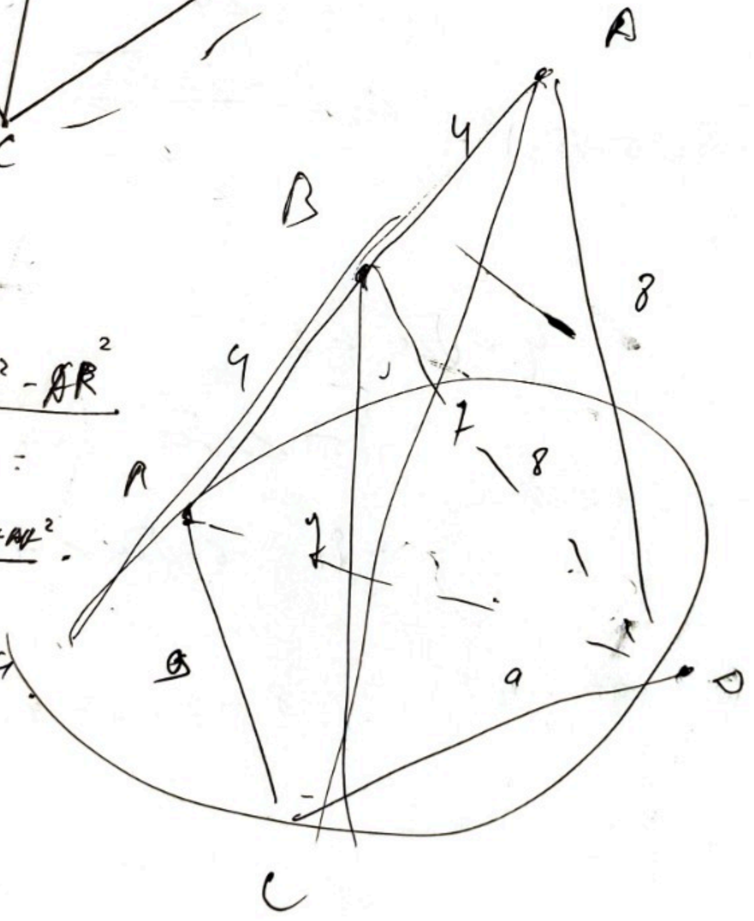
$$BD^2 = \frac{2PA^2 + 2DA^2 - AP^2}{4}$$

$$DP^2 = \frac{4BD^2 - 2DA^2 + AP^2}{2} = \frac{4\cdot 64 - 2\cdot 64 + 64}{2} -$$

$$\cancel{B}\cdot 4 + 32 =$$







$$CB^2 = \frac{2CA^2 + 2CR^2 - AR^2}{4}$$

$$CR^2 = \frac{4CB^2 - 2CA^2 + AR^2}{2}$$

$$= \frac{4 \cdot 49 - 2 \cdot 49 + 64}{2}$$

$$= 49 + 32 = 81$$

$$CR = 9$$

a^2+b^2 $-6a-2b < 10$

$a^2+b < -6a-2b$

$a^2+6a+b^2+2b < 0$ $-6a-2b < 1$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \leq 10$

$-6a-2b < 10$

$a^2+b^2 \leq 10$ $\Rightarrow (a+3)^2+(b+1)^2 \leq 10$

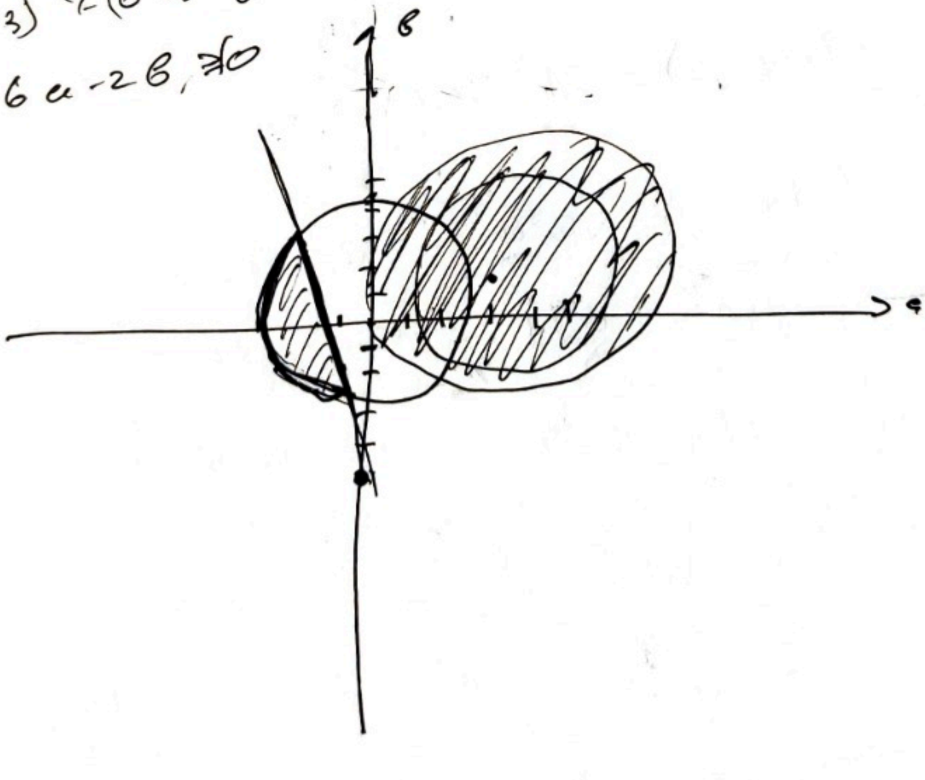
$-6a-2b \geq 10$

$6a+2b \leq -10$ $a^2+b^2=10$

$-6a-2b=10$ $-6a-2b=10$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \leq 10$ $b=-3a-5$ $(a+3)^2+(b+1)^2 \leq 10$

$-6a-2b \geq 10$



21102090 (U183534 M1297903)

$$S = \frac{a_1 + a_1 + 8d}{2} \cdot 9$$

$$S = (a_1 + 4d) \cdot 9$$

$$a_5 \cdot a_8 = (a_1 + 4d)(a_1 + 7d) > (a_1 + 4d) \cdot 9 - 4$$

$$(a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < S + 60 = a_1 + 4d + 60$$

$$\begin{cases} (a_1 + 4d)(a_1 + 7d) > (a_1 + 4d) \cdot 9 - 4 \\ (a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < \cancel{S}(a_1 + 4d) \cdot 9 + 60 \end{cases}$$

40
+28?

$$\begin{cases} a_1^2 + \overset{21}{\cancel{13}}da_1 + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4 \\ a_1^2 + 21da_1 + 108d^2 < 9a_1 + \cancel{3}6d + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + a_1(13d - 9) + 28d^2 - 36d + 4 > 0 \\ a_1^2 + a_1(21d - 9) + 108d^2 - 36d + 60 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a_1^2 - 21da_1 - 68d^2 < -9a_1 - 36d + 4 \\ a_1^2 + 21da_1^2 + 108d^2 < 9a_1 + \cancel{3}6d + 60 \end{cases}$$

$$40d^2 < 64$$

$$d = 1$$

$$\begin{cases} (a_1 + 4)(a_1 + 7) > (a_1 + 4) \cdot 9 - 4 \\ (a_1 + 9)(a_1 + 12) < (a_1 + 4) \cdot 9 + 60 \end{cases}$$

Чистовик

№1

Пусть d - разность прогрессии, тогда $S = \frac{a_1+a_9}{2} \cdot 9 =$

$= \frac{a_1+a_1+8d}{2} \cdot 9 = (a_1+4d) \cdot 9$

По условию известно что

$\cancel{a_5 a_{18}}$ $\begin{cases} a_5 \cdot a_{18} > S-4 \\ a_{10} \cdot a_{13} < S+60 \end{cases}$

$\begin{cases} (a_1+4d)(a_1+17d) > S-4 \\ (a_1+9d)(a_1+12d) < S+60 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1^2+21da_1+68d^2 > S-4 \\ a_1^2+21da_1+108d^2 < S+60 \end{cases}$

$\begin{cases} \cancel{a_1^2} -a_1^2-21da_1-68d^2 < 4-S \quad (1) \\ a_1+21da_1+108d^2 < S+60 \quad (2) \end{cases}$

Сложим (1) и (2)

$40d^2 < 64$

$d^2 < \frac{64}{40}$

По условию все члены целые, т.е $a_1 \in Z$ $a_2 \in Z$, при чём $a_2 = a_1+d$ т.к. $a_1 \in Z$, то d тоже принадлежит Z

$1 < \frac{64}{40} < 2 \Rightarrow d^2 = \{-1; 0; 1\}$ по условию прогрессия возрастающая $\Rightarrow d=1$

21102090 (U183534 M1297903)

Тогда имеем систему Чистовик

$$\begin{cases}(a_1+4)(a_1+17) > (a_1+4)\cdot 9 - 4 \\ (a_1+9)(a_1+12) < (a_1+4)\cdot 9 + 60\end{cases} \qquad \begin{cases}a_1^2+21a_1+68 > 9a_1+32 \\ a_1^2+21a_1+108 < 9a_1+96\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1+12a_1+36 > 0 \\ a_1^2+12a_1+12<0\end{cases} \qquad \begin{cases}(a_1+6)^2>0 \\ a_1^2+12a_1+12<0 \quad (3)\end{cases} \qquad \begin{cases}a_1 \neq -6 \\ a_1^2+12a_1+12<0\end{cases}$$

(3) $a_1^2+12a_1+12<0$

$a_1^2+12a_1+12=0$

$D_1 = k^2 - ac$

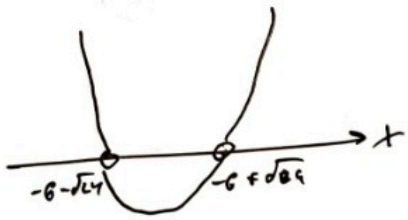
$D_1 = 36-12$

$D_1 = 24$

$a_1 = \dfrac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$

$a_1 = -6 \pm \sqrt{24}$

$$\left[\begin{array}{l}a_1 = -6-\sqrt{24} \\ a_1 = -6+\sqrt{24}\end{array}\right.$$



$a_1 \in (-6-\sqrt{24}; -6+\sqrt{24})$

$$\begin{cases}a_1 \neq -6 \\ a_1 > -6-\sqrt{24} \\ a_1 < -6+\sqrt{24}\end{cases} \Rightarrow a_1 \in (-6-\sqrt{24}; -6+\sqrt{24}) \setminus \{6\}$$

$$4 < \sqrt{24} < 5$$

$$-5 < -\sqrt{24} < -4$$

$$-11 < -6-\sqrt{24} < -10 \qquad -2 < -6+\sqrt{24} < -1$$

Т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$ и $a_1 \in (-6-\sqrt{24}; -6+\sqrt{24}) \setminus \{-6\}$, то $a_1 =$

$= \{-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2\}$

все такие a_1 удовлетворяют системе $\Rightarrow$ удовлетворяют всем условиям задачи

<u>Ответ:</u> $a_1 = -10$

$a_1 = -9$

$a_1 = -8$

$a_1 = -7$

$a_1 = -5$

$a_1 = -4$

$a_1 = -3$

$a_1 = -2$

21102090 (U183534 M1297903)

№3 Чистовик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 10\\ a^2+b^2\le \min(-6-2b,10) \quad (1)\end{cases}$$

Посмотрим на (1) нер-во

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+b^2\le -6a-2b\\ -6a-2b<10\end{cases}\\ \begin{cases}a^2+b^2\le 10\\ -6a-2b\ge 10\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+6a+9+b^2+2b+1\le 10\\ -6a-2b<10\end{cases}\\ \begin{cases}a^2+b^2\le 10 \quad (3)\\ 6a+2b\le -10 \quad (2)\end{cases}\end{array}\right.$$

Сложим (3) и (2) и чтобы оставить равносильность оставим (2)

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+6a+9+b^2+2b+1\le 10\\ -6a-2b<10\end{cases}\\ \begin{cases}a^2+6a+b^2+2b\le 0\\ -6a-2b\ge 10\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(a+3)^2+(b+1)^2\le 10\\ -6a-2b<10\end{cases}\\ \begin{cases}(a+3)^2+(b+1)^2\le 10\\ -6-2b\ge 10\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow$$

$\Rightarrow \quad (a+3)^2+(b+1)^2\le 10$ – круг с центром $(-3;-1)$ и радиусом $\sqrt{10}$

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 10$ – круг с центром $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{10}$

Система из условия равносильна этой системе

$$\begin{cases}(a+3)^2+(b+1)^2\le 10 \quad -\omega_1\\ (x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \quad -\omega_2\end{cases}$$

$a_1^2 + 21a_1 + 68 - 9a_1 - 36 + 4 > 0$

$$\begin{array}{r} 68 \\ -36 \\ \hline 32 \end{array}$$

$a_1^2 + 21a_1 + 108 - 9a_1 - 36 \cancel{+} 60 < 0$

$$\begin{array}{r} 108 \\ -96 \\ \hline 12 \end{array}$$

$\begin{cases} a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0 \\ a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (a_1+6)^2 > 0 \\ a_1 \in (-6-\sqrt{24}; 6+\sqrt{24}) \end{cases}$

$D_1 = k^2 - ac$

$D_1 = 36 - 12$

$D_1 = 24$

$a_1 = \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{}$

$\begin{cases} a_1 \neq -6 \\ a_1 \in (-6-\sqrt{24}; 6+\sqrt{24}) \end{cases}$

$4 < \sqrt{24} < 5$

$-5 < -\sqrt{24} < -4$

$-2 < -6+\sqrt{24} < -1$

$-11 < -6-\sqrt{24} < -10$

$\cancel{-11}$ -10 -9 -8 -7 -5 -4 -3 -2

21102090 (U183534 M1297903)

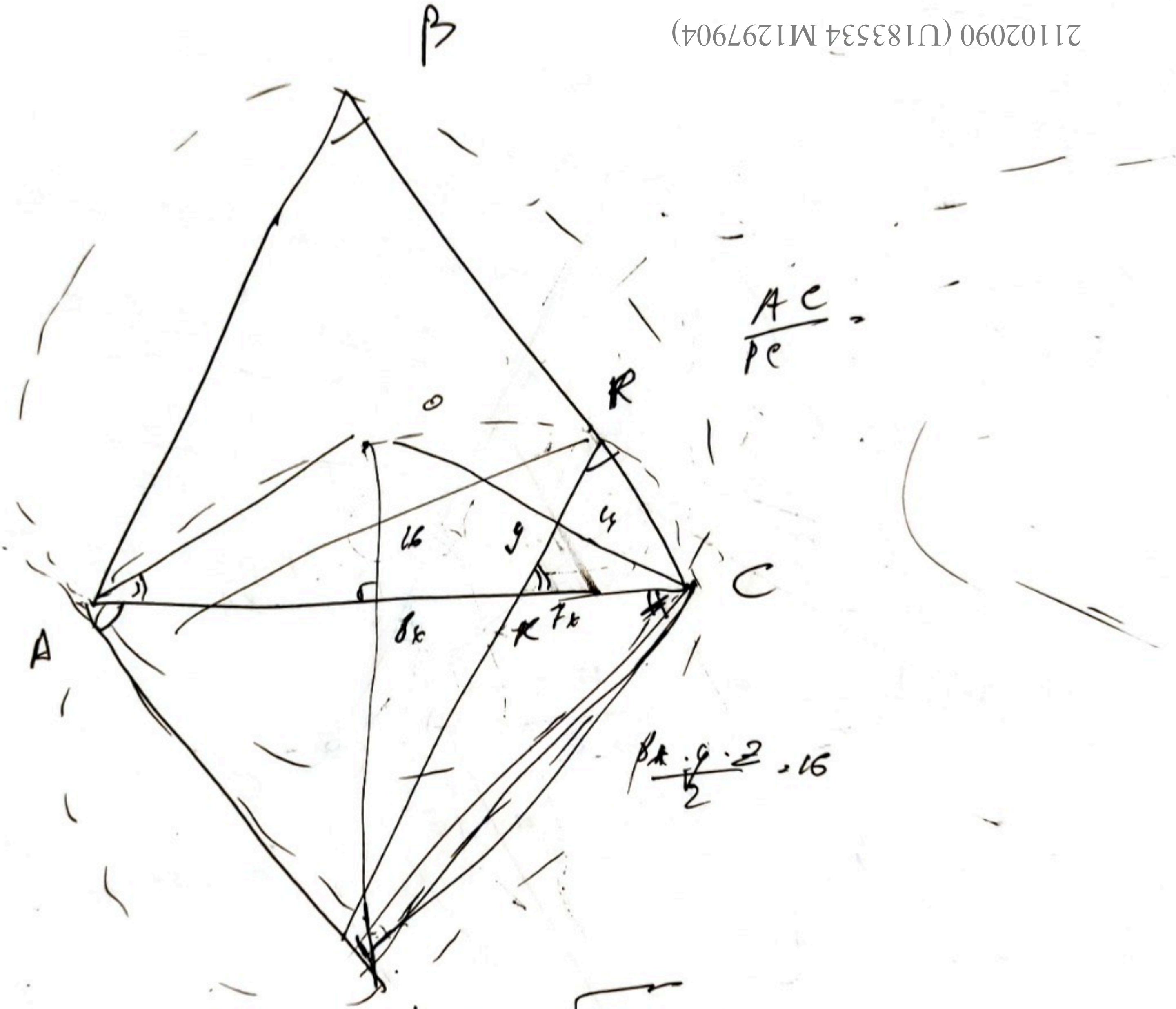
Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102090**

ID профиля: **183534**

Вариант 24



$(-x-c)^2 \quad = \frac{x}{y} + y = \sqrt{28x}$

$\frac{x}{y} + 7 =$

42
28
6

$x + 49 - 7x^2 + 14x + 7$

$7x^2 + 13x - 42 = 0$

$169 + 42 \cdot 7 \cdot 4$

21102090 (U183534 M1297904)

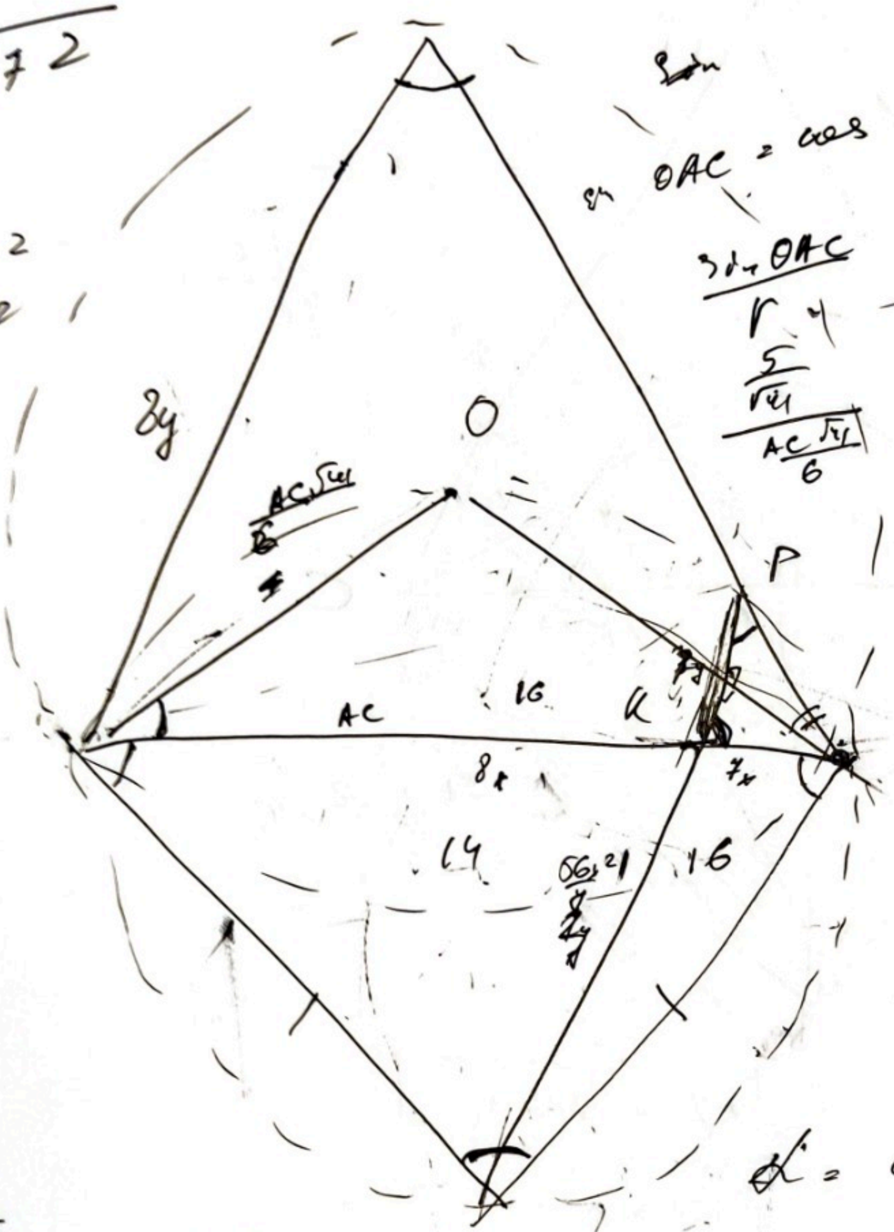
108
84
———
432
864
———
9072

$\sin$

$\sin OAC = \cos AOK = \cos ABC = \frac{5}{\sqrt{41}}$

$6_{y_6} a = 2$

$a = 6^2$



$\frac{\sin OAC}{r} = \frac{\sin AOC}{AC}$

$\frac{\frac{5}{\sqrt{41}}}{\frac{AC\sqrt{41}}{6}} = \frac{\frac{30}{41}}{AC}$

$\frac{PK}{KA} = \frac{PC}{AT}$

$\sin ABC = AC$

28
+16
———
41

$\alpha = \operatorname{arcctg} \frac{3}{7}$

$6 \cdot 17 =$

$60 + 42 = 102$

$\cos$

$\sin 2\alpha = \frac{30}{41}$

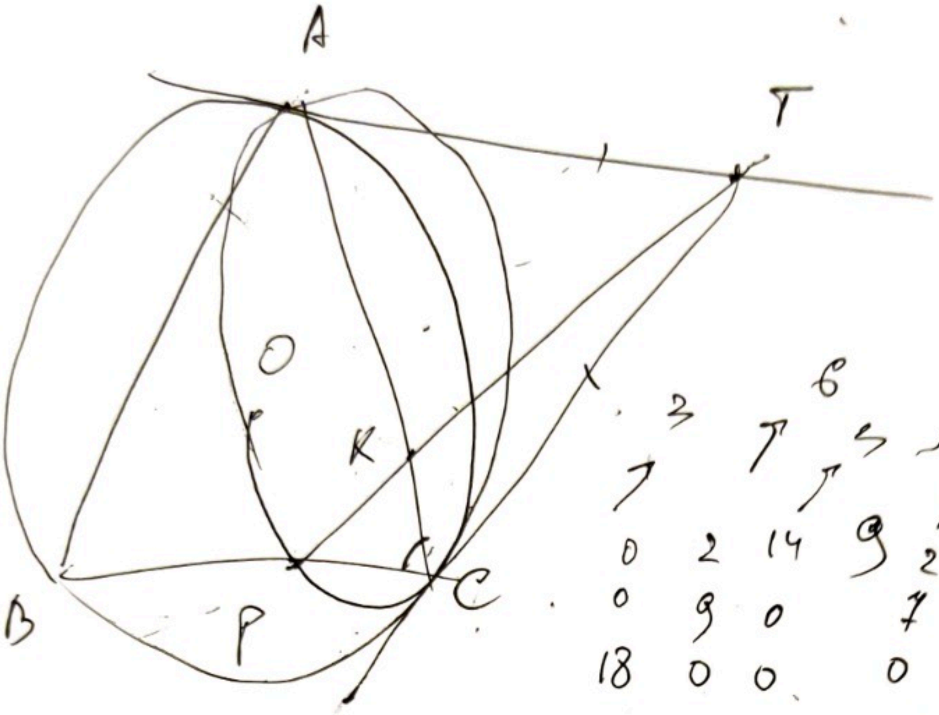
$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{41}}$

$\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha+1}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^2+1}}$

49
×14
———
196
49
———
686



3 6

7 7 5 - 6

7 7

0 2 14 9 2

0 9 0 7

18 0 0 0

$a = 33 \cdot 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\beta_1}$

$b = 33 \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 11^{\beta_2}$

$c = 33 \cdot 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$

18 : 1 · 18

18 ; 2 · 9

18 3 · 6

14 · 1

2 · 7

НОК $(3^{\alpha_1}; 3^{\alpha_2}; 3^{\alpha_3}) = 18$ 3

НОК $(11^{\beta_1}; 11^{\beta_2}; 11^{\beta_3}) = 14$ 3

81

$a = \sqrt{29-x}$

$b = \sqrt{\frac{x}{7}+7}$

$c = -x-1$

$y_1 = \log_a b^2 = 2\log_a b$

$y_2 = \log_{c^2} a^2 = \log_c a$

$y_3 = \log_b c = \log_b c$

$\frac{x}{7}+7 \neq 1$

$-x-1 \neq 0$

$x \neq -2$

$x \neq -4$

$29-x>0$

$\neq 1$

$\frac{x}{7}+7>0$

$x>-49$

$\frac{x}{7}+7>0$

$\log_c a = \log_b c$ $\begin{cases} 29-x>0 \\ -x-1>0 \end{cases}$

$x<29$

$2\log_a b = \log_c a$

$\log_a b^2 = \log_c a$ $x \in -1$

$-49; -1$

$\log_a b + 1 = \log_b c$ $\log_{\sqrt{29-x}}(\frac{x}{7}+7) = \log_{-x-1}$

$\log_{ca} b = \log_b c$

$(y^2+y+2)(y-1) =$

$y^3+2y^2+2y-y^2-2y-2 =$

$= y^3+y^2-2$

$\frac{x}{7}+\frac{7}{y} = \sqrt{29-x}$

$\cancel{x^2}$

$x^2+98x+49^2 = 29-x$

$x^2+99x+49^2-29=0$

$\log_c a + 1 = \log_a b^2$

$\log_c ca = \log_a b^2$

$\frac{\ln ca}{\ln c} = \frac{\ln b^2}{\ln a}$

$y^3+y^2-2 \mid y-1$

$y^3-y^2 \mid y^2+2y+2$

$2y^2-2$

$2y^2-2y$

$2y-2$

$y_1 y_2 y_3 = 2$

$y_1^2(y_1+1) = 2$

21102090 (U183534 M1297904)

$y^3+y^2-2=0$

Чистовик

№ 5

Пусть $a = \sqrt{29-x}$; $b = \sqrt{\frac{x}{7}+7}$; $c = -x-1$

Тогда наши числа это $\log_a b^2$, $\log_{c^2} a^2$, $\log_b c$

$y_1 = \log_a b^2 = 2\log_a b$

$y_2 = \log_{c^2} a^2 = \log_c a$

$y_3 = \log_b c$

$y_1 y_2 y_3 = 2\log_a b \cdot \log_c a \cdot \log_b c = 2$

По условию два числа равны, а третье на 1 больше. Пусть одно число y_1, тогда второе y, а третье $y+1$, тогда справедливо

$$y \cdot y(y+1) = 2$$

$y^3 + y^2 - 2 = 0$

$(y-1)(y^2+2y+2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y-1=0 \\ y^2+2y+2=0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} y=1 \\ y^2+2y+2=0 \end{array}\right.$

$y^2+2y+2=0$

$D_1 = k^2 - ac$

$D_1 = 1 - 2 < 0 \Rightarrow$ корней нет

Тогда $y=1$

Т.е. два числа по 1, и одно 2

Если ~~Пусть~~ $y_2 = 1$

$\log_{(x+1)^2}(29-x) = 1$

$$\begin{cases} (x+1)^2 = 29-x \quad (1) \\ 29-x>0 \\ (x+1)^2 \neq 1 \\ (x+1)^2>0 \end{cases}$$

Чистовик

(1) $(x+1)^2 = 29-x$

$x^2+2x+1 = 29-x$

$x^2+3x-28=0$

$(x+7)(x-4)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-7 \\ x=4 \end{array}\right.$ – не подходит т.к. $-x-1 > 0$ чтобы $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$ имело смысл

тогда $x=-7$ проверяем

$y_1 = \log_{\sqrt{29+7}}\left(-\frac{7}{7}+7\right) = \log_6 6 = 1$

$y_2 = 1$

$y_3 = \log_{\sqrt{-\frac{7}{7}+7}}(+7-1) = \log_{\sqrt{6}} 6 = 2$

$x=-7$ удовлетворяет условию

Если $y_2 = 2$ то $y_3 = 1$

$\cancel{\log_{(x+1)^2}(29-x) = 2}$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = 1$

$$\begin{cases} \cancel{\sqrt{\frac{x}{7}+7} = -x-1} \\ \cancel{-x-1>0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{7}+7>0 \\ \frac{x}{7}+7 \neq 1 \\ -x-1>0 \\ \sqrt{\frac{x}{7}+7} = -x-1 \quad (2) \end{cases}$$

(2) $\sqrt{\frac{x}{7}+7} = -x-1$

$$\begin{cases} \frac{x}{7}+7 = x^2+2x+1 \\ -x-1>0 \end{cases}$$

Чистовик

$\cancel{7}\frac{x}{7}+7=x^2+2x+1$

$7x^2+14x+7=x+49$

$7x^2+13x-42=0$

$D_x=b^2-4ac$

$D=13^2+4\cdot42\cdot7$

$D=1345$

$x=\frac{-13\pm\sqrt{1345}}{14}$

$\frac{-13+\sqrt{1345}}{14}>0 \Rightarrow$ не подходит

$x=\frac{-13-\sqrt{1345}}{14}$ — проверим

$\cancel{g_x \ 2+}$

$\cancel{g.1 \ \log_{\sqrt{29+\frac{13+\sqrt{1345}}{14}}}\left(-\frac{13+\sqrt{1345}}{98}+7\right)}$

$\cancel{28}$

$g.1=\log_{\sqrt{29+\frac{13+\sqrt{1345}}{14}}}\left(\frac{-13-\sqrt{1345}}{98}+7\right)+1$

$x=\frac{-13-\sqrt{1345}}{14}$ — не подходит

Ответ: $x=-7$

стр. 3

21102090 (U183534 M1297904)

№ 4 Чистовик

~~НОД(а;в;с) = 33 ...~~

НОД(а;в;с) = 33 $\Rightarrow$ $a = 33\cdot 3^{\alpha_1}\cdot 11^{\beta_1}$, $b = 33\cdot 3^{\alpha_2}\cdot 11^{\beta_2}$, $c = 33\cdot 3^{\alpha_3}\cdot 11^{\beta_3}$

НОК(а;в;с) $= 33\cdot 3^{18}\cdot 11^{14}$

Все α_1, α_2 и α_3 не могут быть ≥ 1 иначе НОД $\neq 33$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ какой-то у α_1, α_2 и α_3 равен нулю аналогично какой-то у β_1, β_2 и β_3 равен 0

~~НОК $= 33\cdot 3^{18}\cdot 11^{14}$ $\Rightarrow$ все у α_1, α_2 и α_3 : 18~~

~~18 : 0; 1; 2; 3; 9; 6; 18~~

~~Отк~~ один у α_1, α_2 и α_3 должен быть равен 18, а остальные меньше иначе НОК $\neq 33\cdot 3^{18}\cdot 11^{14}$, аналогично для β и 14

Один 0, один 18, а третий любой из [0; 18]

0 можно поставить на 3 места 18 на 2 и тогда 3-е число на 1 место

Пусть пока 3 число не 0 и не 18

тогда вариантов $3\cdot 2\cdot 17 = 102$ ← т.к. числа [1; 17] – 17 штук

Если ~~одно~~ два 0 и одно 18 – 3 вар

Если два 18 и одно 0 – 3 вар

Итого $102+3+3 = 106$ вариантов для α_1, α_2, α_3

Для β – аналогично ~~надо~~ есть 0, 14 и третье число

всего вариантов для β $3\cdot 2\cdot 13+3+3 = 6\cdot 13+6 =$

$6\cdot 14 = 84$

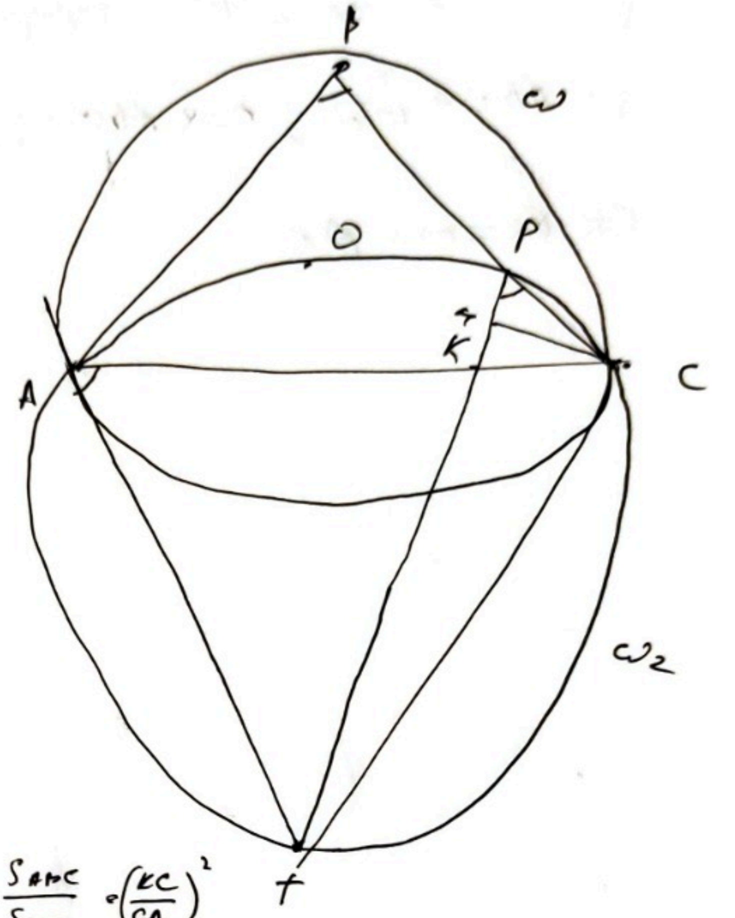
Всего вариантов приведение для α и β т.к. они берутся независимо $108 \cdot 84 = 9072$

Ответ: 9072 - ~~...~~ трасс

Чистовик

стр 5

$90^\circ = \angle OAT = \angle OCT$ т.к. AT и CT касательные к ω



тогда $\angle OAT + \angle OCT = 180^\circ \Rightarrow$

т. $T \in \omega_2$

(ω_2 описана вокруг OAC)

$\angle TAC = \angle TPC$ т.к. опираются на CT

TA - касательная AC - хорда

$\Downarrow$

$\angle CAT = \angle ABC$

$\triangle ABC \sim \triangle KPC$

1) $\angle ABC = \angle KPC \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = \left(\frac{KC}{CA}\right)^2$

2) $\angle PCK$ - общ

$\cancel{\frac{16}{14}} \cancel{\frac{S_{\triangle APC}}{S}}$ $\cancel{\frac{S_{\triangle APC}}{S_{APC}}}$ $\frac{S_{\triangle APC}}{S_{\triangle PKC}} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7}$

$\frac{S_{\triangle APC}}{S_{\triangle PKC}} = \frac{AC}{CK}$ т.к. P - общая и $K \in AC$

$\frac{AC}{CK} = \frac{15}{7}$; $\frac{CK}{AC} = \frac{7}{15}$

$S_{ABC} = S_{PKC} \cdot \left(\frac{KC}{CA}\right)^2 = 14 \cdot \left(\frac{7}{15}\right)^2 = \frac{686}{225}$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{686}{225}$

Чистовик

б) $\angle AOC = 2\angle ABC$

$tg\,ABC = \frac{3}{5}$ т.к. $\triangle ABC$ - остроугольный, то

$\sin ABC = \frac{4}{\sqrt{41}}$; $\cos ABC = \frac{5}{\sqrt{41}}$

CH - высота к PK

$x + 7 > 0$

$x > -49$

$-x - 1$

21102090 (U183534 M1297904)

$\frac{-13 - \sqrt{1345}}{14}$ V

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 28 \\ \hline 336 \\ 84 \\ \hline 1176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ 1176 \\ \hline 1345 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \end{array}$$

$1345 \mid 5$

$269 \mid 7$

$3 \cdot 2 \cdot 19$

$(x+1)^2 = 29-x$

$x^2+2x+1 = 29-x$

$x^2+3x-28=0$

$(x+7)(x-4)=0$

$x=-7$

$\cancel{x=4}$

$\log_{\sqrt{6}} 6 = 2$

$\log_{\sqrt{38}}(6) = 1$

$(x+1)^2 = (29-x)^2$

$x^2+2x+1 = x^2-58x+29^2$

$60x = 29^2+1$

$x = \dfrac{29^2+1}{2}$

$29 \cdot 14$

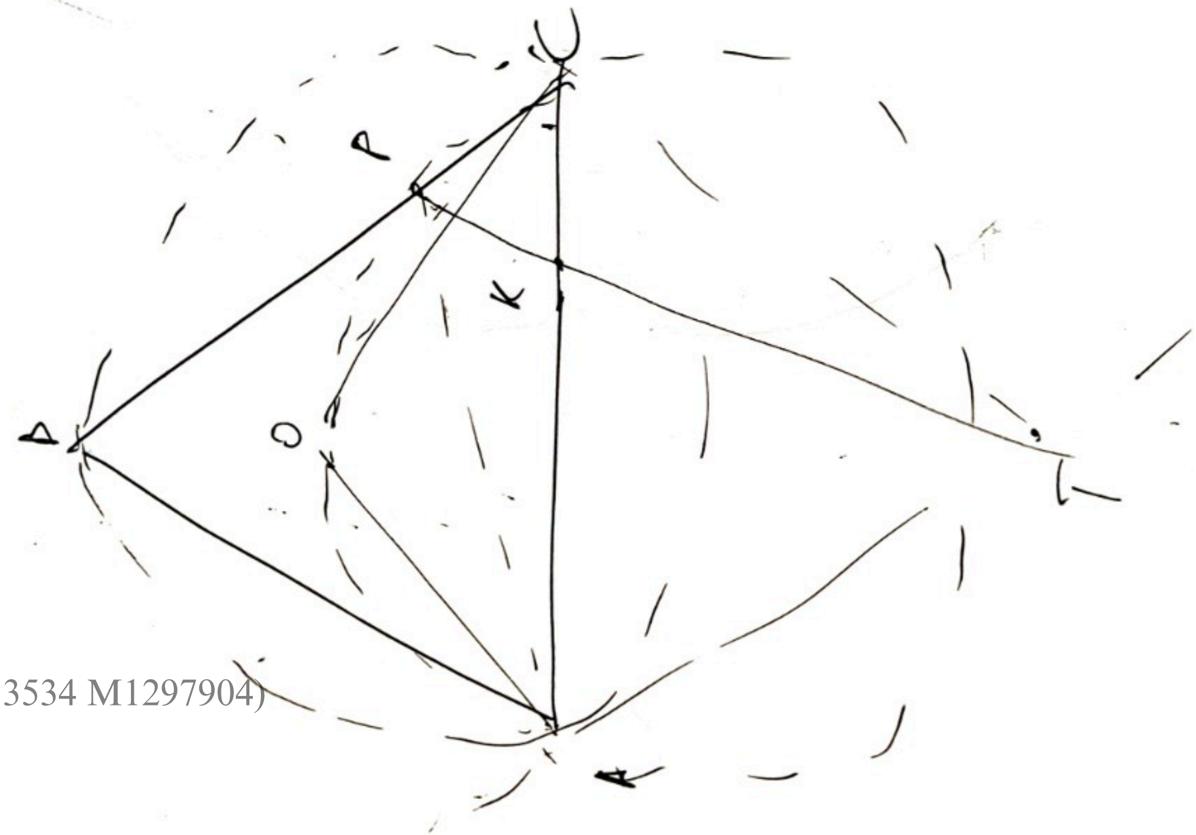
14

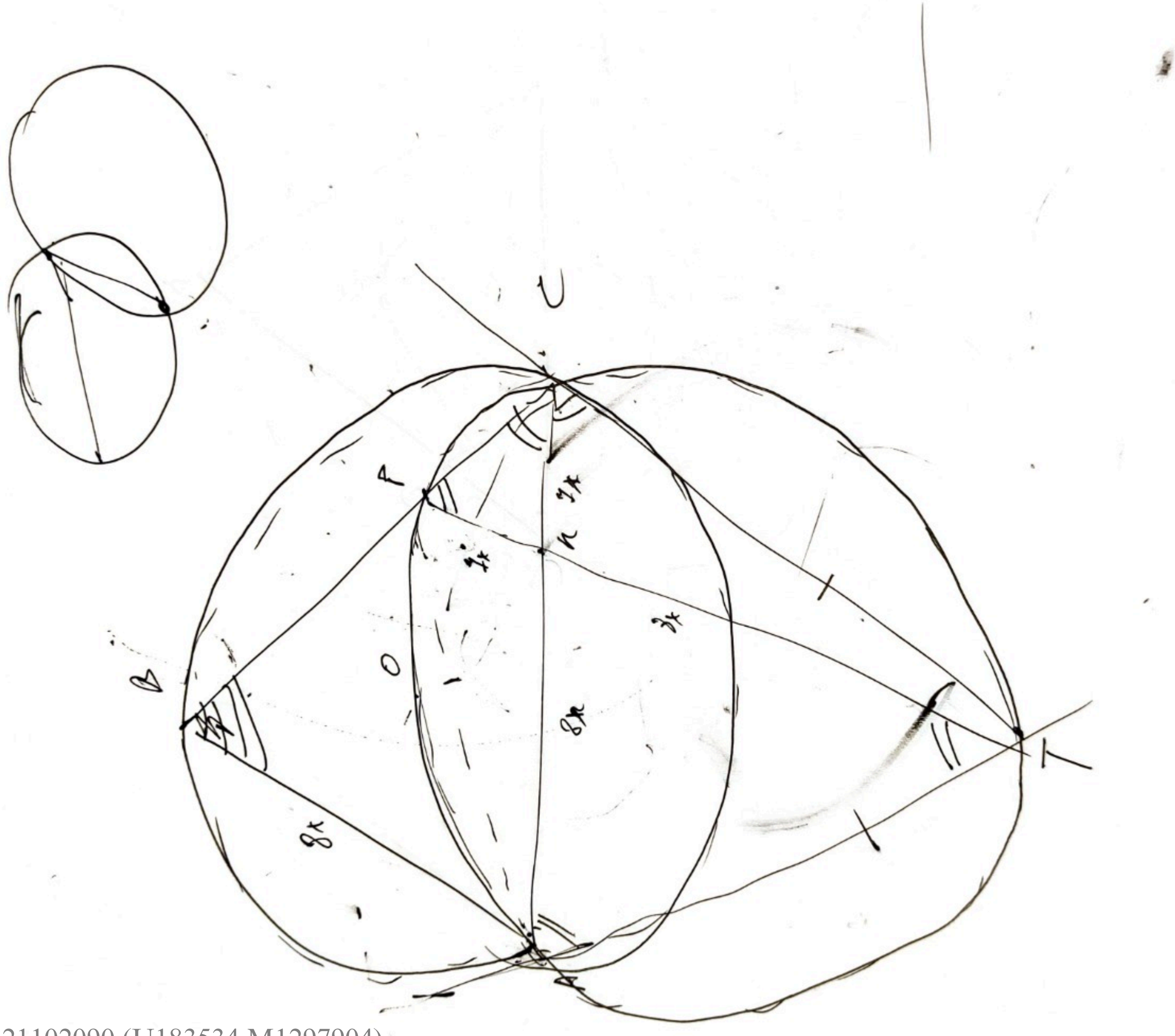
116

29

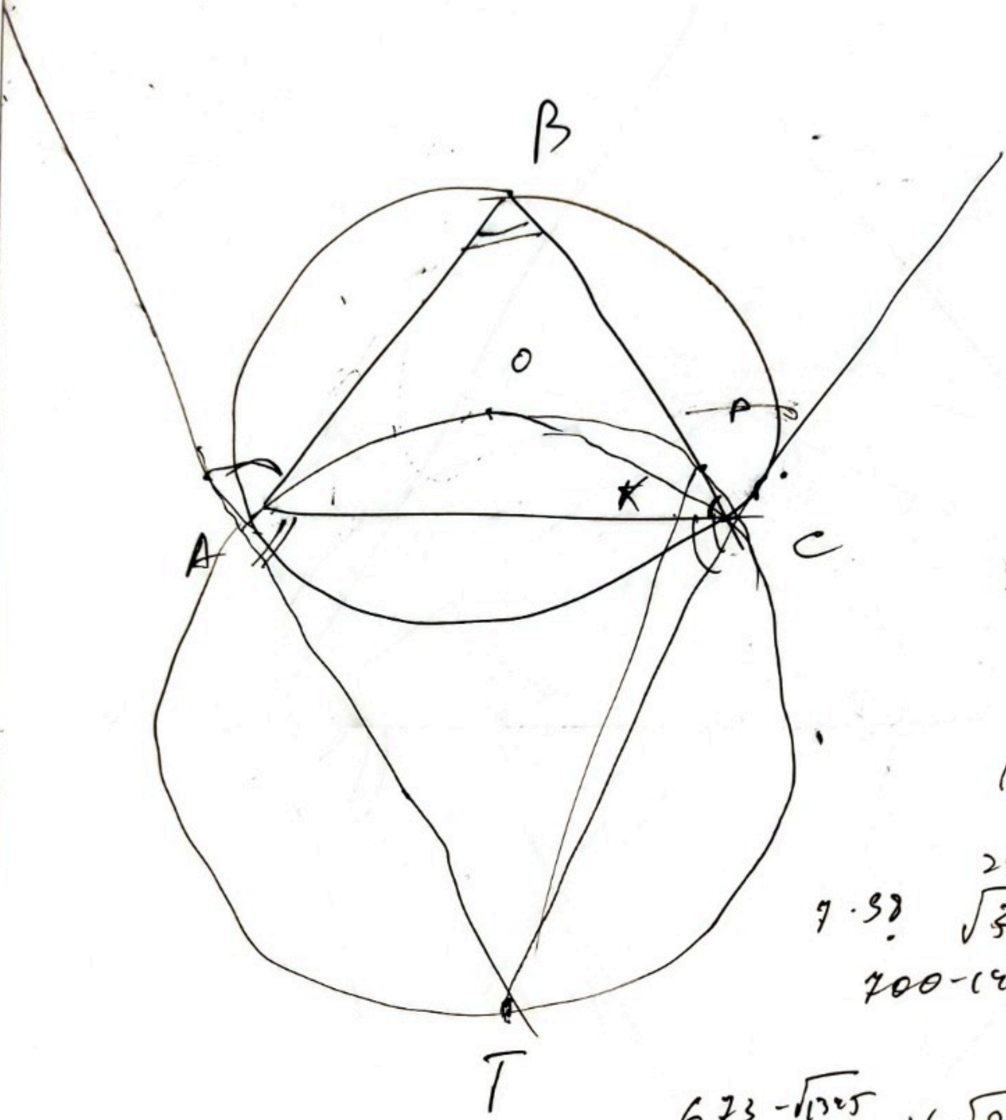
306

$\sqrt{\dfrac{319+\sqrt{1345}}{14}}$ *





$\frac{-13-\sqrt{1345}}{14} \vee -29$ >



29 + 14

$13 < \frac{\sqrt{1345}}{14} \vee 14$

14 + 30

$7 \cdot 98 \quad \sqrt{33^2}$ 29+44

$\frac{43}{14} > 4$

$700 - 14 = 686$

-13

673

$\frac{673-\sqrt{1345}}{98} \quad V < \sqrt{29 + \frac{13+\sqrt{1345}}{14}}$

$\frac{13+40}{14} > 5$

$\frac{\frac{-13-\sqrt{1345}}{14}}{7} + 7 < \sqrt{29 + \frac{13+\sqrt{1345}}{14}}$

$\sqrt{34} > 6$

$\frac{600-12}{5}$

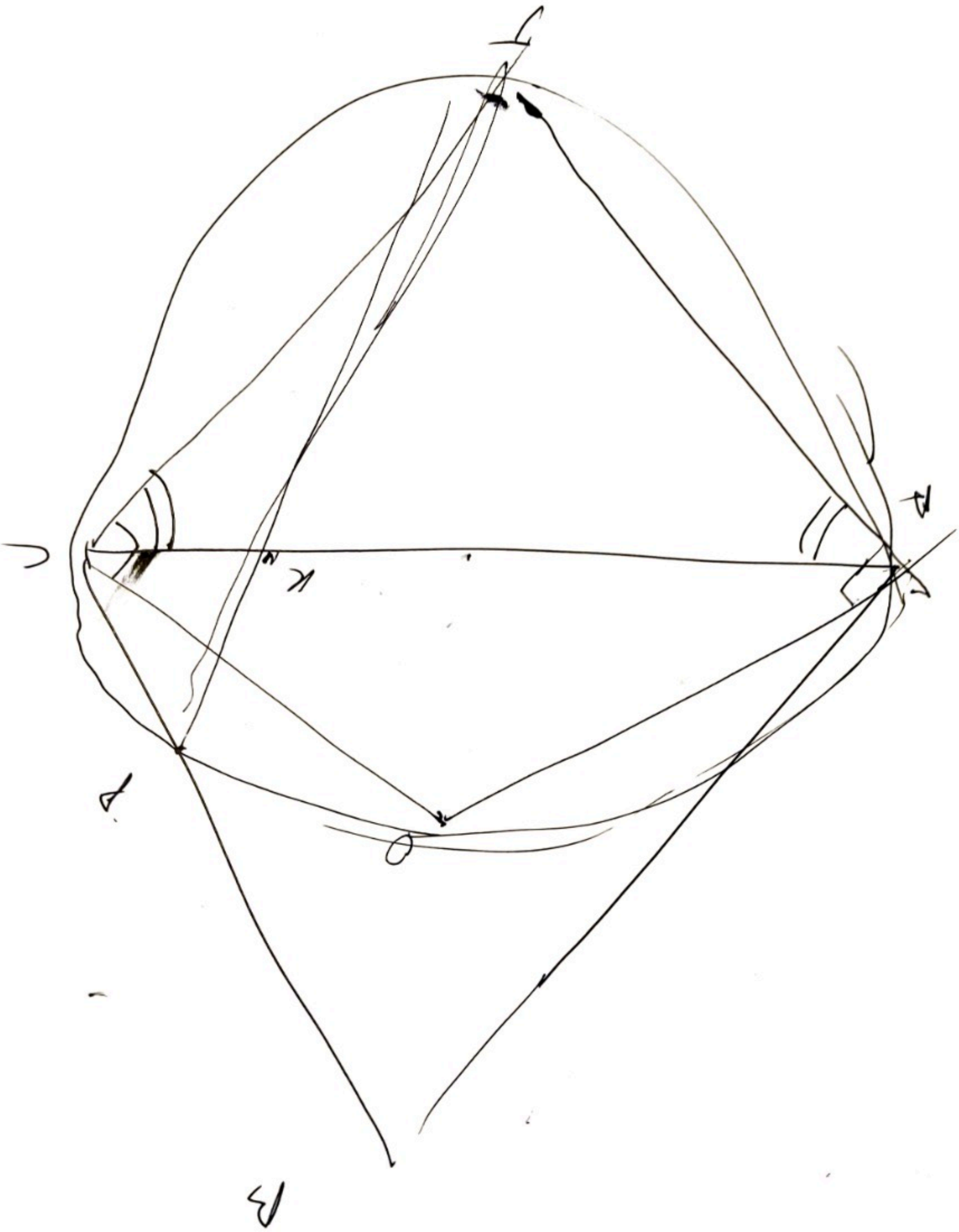
30 < c40

$673 - \sqrt{1345} \; \cancel{>} 6 \cdot 98 >$

588

$\frac{-13-\sqrt{1345}}{98} + 7$

$673 - 6 > 643 \quad 588$



21102090 (U183534 M1297904)