Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102045**

ID профиля: **309967**

Вариант 24

№1 Чистовик 1

ар. прогрессия : $a_1; d$; $a_1 \in \mathbb{Z}$, $d \in \mathbb{Z}$ (т.к. $a_n \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$)

$$S = a_1 + a_2 + \dots + a_9 = (2a_1 + 8d) \cdot \frac{9}{2} = (a_1 + 4d) \cdot 9 = 9a_1 + 36d$$

$$a_5 \cdot a_{18} = (a_1 + 4d)(a_1 + 17d) = a_1^2 + 21d \cdot a_1 + 68d^2$$

$$a_{10} \cdot a_{13} = (a_1 + 9d)(a_1 + 12d) = a_1^2 + 21d\, a_1 + 108d^2$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21da_1 + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4 \\ a_1^2 + 21d \cdot a_1 + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \end{cases} \qquad \begin{cases} -a_1^2 - 21da_1 - 68d^2 < -9a_1 - 36d + 4 \\ a_1^2 + 21da_1 + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \end{cases}$$

$\Rightarrow 40d^2 < 64$ $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} d = 1 \ (1) \\ d = -1 \ (2) \end{array}\right.$ (если $|d| \geq 2$, $d^2 \geq 4$ $40d^2 \geq 160$)

прогрессия возрастает

(1) $d = 1$:

$a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 36 - 4$

$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$

$(a_1 + 6)^2 > 0$, $a_1 \neq -6$

$a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 36 + 60$

$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$

$D = 12^2 - 48 = 12(12-4) = 12 \cdot 8 = 16 \cdot 6$

$$\left[\begin{array}{l} a_1 = \frac{-12 - 4\sqrt{6}}{2} \\ a_1 = \frac{-12 + 4\sqrt{6}}{2} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} a_1 = -6 - 2\sqrt{6} \\ a_1 = -6 + 2\sqrt{6} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow a_1 \in (-6 - 2\sqrt{6}; -6) \cup (-6; -6 + 2\sqrt{6})$

$2 < \sqrt{6} < 2{,}5$

$4 < 2\sqrt{6} < 5$

$-4 > -2\sqrt{6} > -5$

$-10 > -6 - 2\sqrt{6} > -11$

$4 < 2\sqrt{6} < 5$

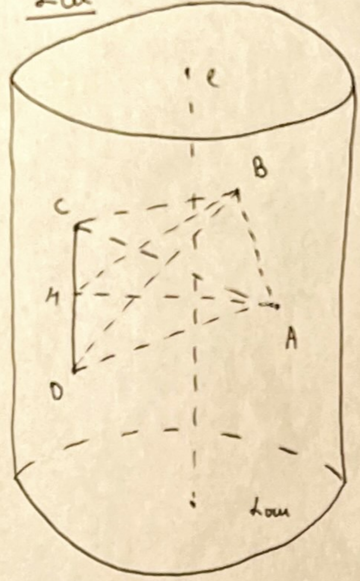
$-2 < -6 + 2\sqrt{6} < -1$

$\Rightarrow a_1 \in \{-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2\}$

Ответ: $\{-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2\}$

№2 $\quad$ $\triangle ACD$ - о/у $\quad$ Чистовик $\quad$ 2

I сп



1) В $\triangle ACD$ и в $\triangle BCD$ проведём высоты к CD.

т.к. $AC = CB$ и $AD = DB$, CD - общ $\Rightarrow \triangle ACD = \triangle BCD$

$\Rightarrow$ AH высоты AH и BH придут в одну точку H

2) $\left.\begin{matrix} AH \perp CD \\ BH \perp CD \end{matrix}\right| \Rightarrow (ABH) \perp CD$, но $CD \parallel l \Rightarrow (ABH) \perp l$,

но $L_{осн} \perp l \Rightarrow L_{осн} \parallel (ABH)$

$\Rightarrow$ ABH лежит в сечении параллельном осн

$\Rightarrow \triangle ABH$ вписан в окр. с радиусом $r_{цил.} = R$

по т. синусов: $\dfrac{AB}{\sin(BHA)} = 2R \Rightarrow R_{min}$, когда $\sin(BHA)$ max,

но $\sin(BHA) \leq 1$, $\sin(BHA) = 1$, когда $\angle BHA = 90°$

$\Rightarrow \triangle ABH$ - п/у. р

3) т.к. $\triangle ACD = \triangle BCD \Rightarrow AH = BH \Rightarrow \triangle BAH$ - р/б $\Rightarrow AH = \dfrac{4}{\sqrt{2}}$

4) $\triangle ACH$ - п/у $(AH \perp CD) \Rightarrow CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{49 - 8} = \sqrt{41}$

$HD = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{64 - 8} = \sqrt{56}$ (по т. Пиф)

$\Rightarrow CD = \sqrt{41} + \sqrt{56}$

Чистовик 3

II сл.

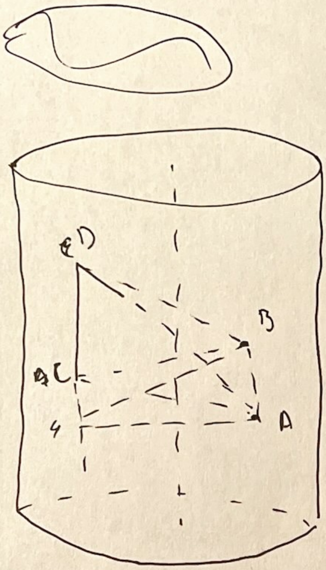
Если $\triangle ACD$ - п/у

Тогда:

Проведя рассуждения, аналогичные I сл., построим $\triangle ABH$: $\triangle ABH$ - п/у

$(ABH) \parallel L$ сн

$\triangle ABH$ - р/б



по аналогии с I сл. $AH = \frac{4}{\sqrt{2}}$

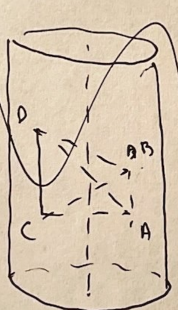
$\Rightarrow CH = \sqrt{41}$, $HD = \sqrt{56}$

$\Rightarrow CD = DH - CH = \sqrt{56} - \sqrt{41}$

~~Ответ: $\sqrt{56}+\sqrt{41}$; $\sqrt{56}-\sqrt{41}$~~

III сл.

~~Если $\triangle ACD$ - п/у, то по аналогии с I сл. $\triangle ACB$ - п/у~~



Ответ: $\sqrt{56}+\sqrt{41}$; $\sqrt{56}-\sqrt{41}$

№ 3

Чистовик 4

$a^2+b^2 \le \min(-6a-2b;\ 10)$

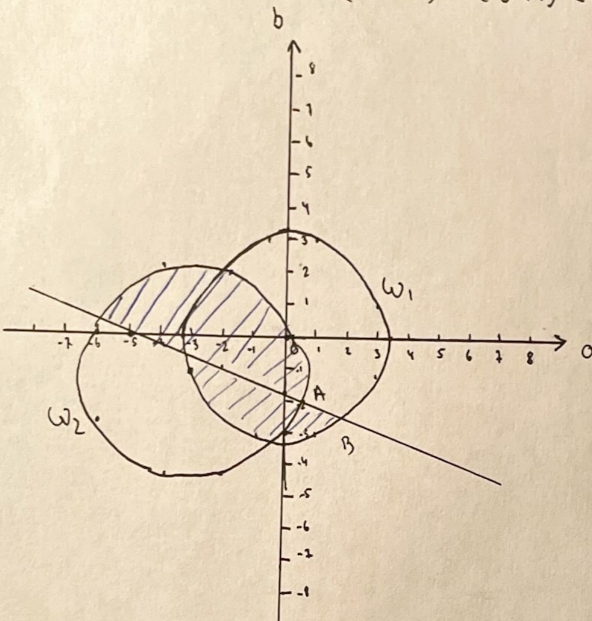
$-6a-2b < 10$

$b > -3a-5$

$a^2+b^2 \le 10$ – окр. с центром $(0;0)$ и $r=\sqrt{10}$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

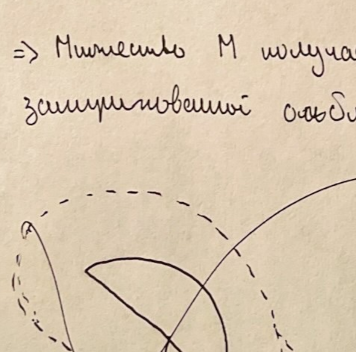
$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10$ – окр с центром $(-3;-1)$ и $r=\sqrt{10}$



Заштрихованная область – все возможные положения $(a;b)$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$ – множество кругов с центром $(a;b)$ и $r=\sqrt{10}$

$\Rightarrow$ Множество M получается движением окружности $r=\sqrt{10}$ внутри заштрихованной области. Посчитаем площадь M:



Для этого будем рассматривать траекторию движения отрезка длины $\sqrt{10}$ по контуру фигуры, в каждый момент времени отрезок перпендикулярен контуру. Полученная фигура – M (т.к. любая точка не может отстоять на $r>\sqrt{10}$ от контура, очевидно, что все точки внутри будут заполнены наложившимися кругами)

Для этого посчитаем координаты пересечения ℓ: $b=-3a-5$ с ω_1 и ω_2

Чистовик 5

ℓ и ω_2: $(a+3)^2+(3a+4)^2=10$

$a^2+6a+9+9a^2+24a+16=10$

$10a^2+30a+15=0$

$2a^2+6a+3=0$

ℓ и ω_1: $a^2+(3a+5)^2=10$

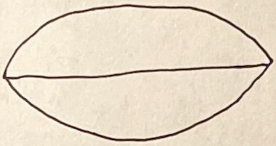
$a^2+9a^2+30a+25=10$

$10a^2+30a+15=0$

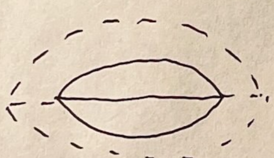
$2a^2+6a+3=0$

$\Rightarrow$ ℓ пересекает ω_1 и ω_2 в одних и тех же точках;

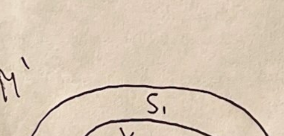
$\Rightarrow$ ~~На~~ Заштрихованная обл-ть выглядит так:



$\Rightarrow$ Построим M. Для этого будем двигать по контуру фигуры отрезок длины $\sqrt{10}$, так чтобы он всегда был перп. пов-ти контура (или параллелен прямой ℓ в крит. точках). Тогда M – внутренняя обл. новой фигуры:

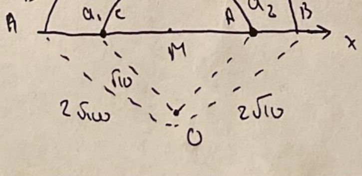


Картинка симметрична, поэтому посчитаем только S верхн.:



Заметим, что S_1 – M' – это X, полученное ~~часть окружности~~ гомотетией относительно M ~~с радиусом $2\sqrt{10}$, отсечённая прямой~~ ℓ. с коэф k

Зададим ось Ox вдоль ℓ и отметим на ней корни a_1 и a_2 ур-ния $2a^2+6a+3=0$:



~~Из т. Виета a_2+a_1~~

$2a^2+6a+3=0$

$D=36-4\cdot6=36-24=12$

$$\begin{cases} a_1=\frac{-6-2\sqrt{3}}{4} \\ a_2=\frac{-6+2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

Чистовик 6

$|CA| = a_2 - a_1 = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \cancel{AB =}$ $AM = \frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{2}$

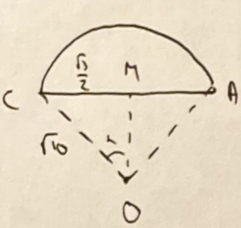
$DM = \sqrt{10} + CM = \sqrt{10} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$k = \frac{DM}{CM} = 2\sqrt{\frac{10}{3}} + 1$

$S_{M'} = k^2 S_x$

$\cancel{S_x}$

S_x:



по т. Пиф: $\cancel{OM = \sqrt{10 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{\sqrt{37}}{2}}$ $OM = \frac{\sqrt{37}}{2}$

$\sin \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{10}}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \cancel{\sqrt{\frac{3}{10} \cdot 37} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{111}{10}} \cdot \frac{1}{2}}\ 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{10}} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{10}{37}} =$

$= 2\sqrt{\frac{3}{37}}$

$\angle COA = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{37}}\right)$

$S_x = 10 \cdot \frac{\arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{37}}\right)}{2} - \frac{1}{4}\sqrt{111}$

$S_{M'} = \left(2\sqrt{\frac{10}{3}} + 1\right)^2 \cdot \left(5 \arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{37}}\right) - \frac{1}{4}\sqrt{111}\right)$

$S_M = 2 \cdot S_{M'} = 2\left(2\sqrt{\frac{10}{3}} + 1\right)^2 \left(5 \arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{37}}\right) - \frac{1}{4}\sqrt{111}\right)$

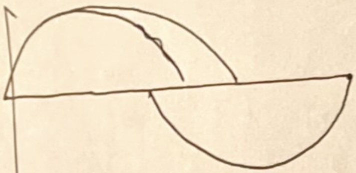
Черновик

Заметим, что $\rho(0; \ell) = \frac{|5|}{\sqrt{10}}$ и

$\rho((-3;-1); \ell) = \frac{|-9-1+5|}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$

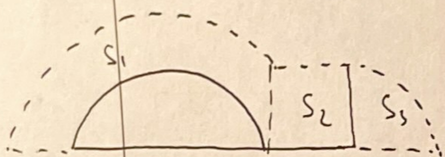
$\ell: b+3a+5=0$

и $\omega_1(0;4) = \omega_2((-3;-1);4)$



=> дуги лежат симметрично относительно друг друга

=> посчитаем $S_{фиг}$ для верхней части.



$S_{фиг}$ состоит из 3 компонентов:

$S_1; S_2; S_3$

S_3 - четверть круга $r=\sqrt{10}$

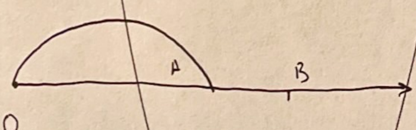
S_2 - п/у с высотой $r=\sqrt{10}$

S_1 - усечённая полуокружность.

Зададим координаты вдоль ℓ:

A - точка пересечения ℓ с ω_2

B - точка пересеч ℓ с ω_1



$\ell: b=-3a-5$

$(a+3)^2 + (b+1)^2 = 10$ - пер ℓ =>

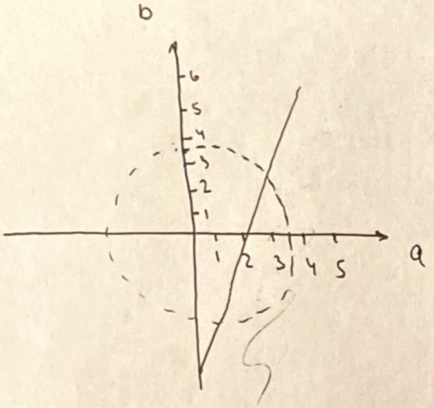
$a^2+6a+9 + (3a+4)^2 = 10$

$a^2+6a+9+9a^2+24a+16=10$

$10a^2+30a+5=0$

$2a^2+6a+1=0$

$D=$



$-6a-2b>10$ Черновик

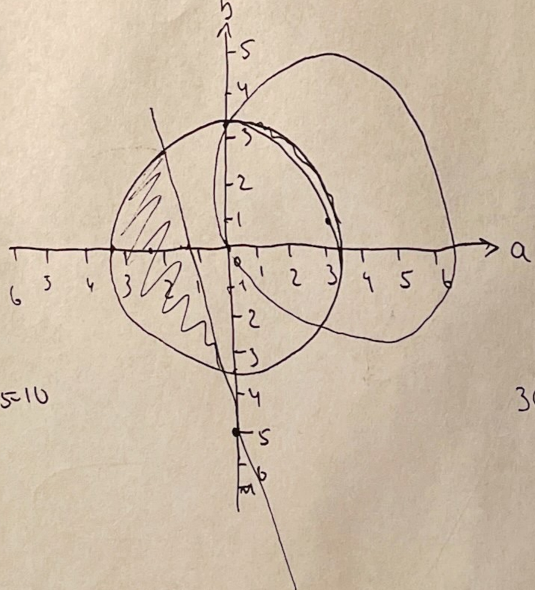
$a^2+b^2\leq 10$

$(x-a)^2+(y-b)^2\leq 10$

$a^2+b^2\leq -6a-2b$

$a^2+6a+b^2+2b-9-1\leq 0$

$(a-3)^2+(b-1)^2\leq 10$



$a^2+9a^2+30a+25=10$

$3a+b+5=0$

$\rho \ \frac{5}{\sqrt{10}}$

$\rho = \ {-9-1+5}$

$b=-3a-5$

$a^2+9a^2+30a+25=10$

$10a^2+30a+5=0$

$2a^2+6a+1=0$

$D=36-8=26$

$\left[\begin{array}{l} a=\frac{-6-\sqrt{26}}{4} \\ a=\frac{-6+\sqrt{26}}{2} \end{array}\right.$

$\exists\ a_1; d$ $\qquad a_1 \in \mathbb{Z}\ ;\ d \in \mathbb{Z}$ $\qquad$ Черновик

$\times \begin{array}{r} 17 \times 4 \\ 4 \\ \hline 68 \end{array}$

$S = \frac{9}{2}(2a_1+8d) = 9(a_1+4d) = 9a_1+36d$

$a_5 \cdot a_{18} = (a_1+4d)(a_1+17d) > 9a_1+36d-4$

$a_{10} \cdot a_{13} = (a_1+9d)(a_1+12d) < 9a_1+36d+60$

$a_1^2 + a_1 \cancel{\xi} \cdot 21d + 68d^2 > 9a_1+36d-4$

$a_1^2 + 8a_1 \cdot 21d + 108d^2 < 9a_1+36d+60$

$\cancel{a_1}\ 40d^2 < 64$ $\qquad 108 = 2 \cdot 54 = 4 \cdot 27$

$d^2 <$ $\qquad \cancel{30}^2$ $\qquad 12 \cdot 9$

$3 \cdot 36$

$6 \cdot 18$

$108 - 96 = 12$

$60 - 36 = 24$

$\sqrt{6} \overset{<}{\approx} 2{,}5$

88

$2\sqrt{6} < 5$

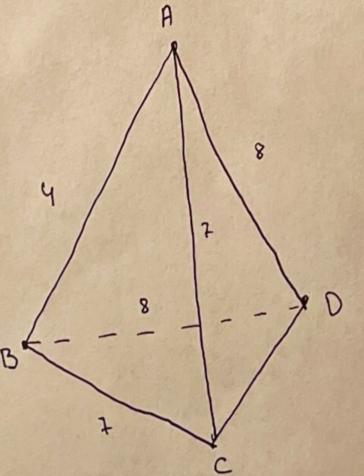
$84 \mid 2$

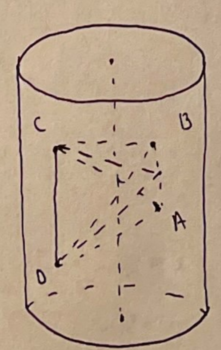
$-2\sqrt{6} > -5$

$84 = 2 \cdot 42 = 4 \cdot 21$

$-6-$

$D = \cancel{900 - 4 \cdot 84} =$
$3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 - 2^2 \cdot$





(2) $d = -1$

$a_1^2 - 21a_1 + 68 > 9a_1 - 36 - 4$

$a_1^2 - 30a_1 + 108 > 0$

$a_1^2 - 21a_1 + 108 < 9a_1 - 36 + 60$

$a_1^2 - 30a_1 + 84 < 0$

$D =$

Чернова

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102045**

ID профиля: **309967**

Вариант 24

№4 Чистовик 1

Так как НОК$(a;b;c) = 3^{19} \cdot 11^{15}$ => Все числа a, b, c представимы в виде $3^i \cdot 11^t$, $i \le 19$, $t \le 15$, других множителей нет, у одного $i=19$, у одного $t=15$

Так как НОД $(a;b;c) = 33$ => $i \ge 1$, $t \ge 1$, причём у одного из чисел точно $i=1$, у одного $t=1$ (не обяз. разные)

Таким образом, для выполнения условия необходимо и достаточно, чтобы для тройки чисел выполнялись следующие условия:

- Все множители 3 и 11
- Одно из чисел делится на 3^{19} (1)
- Одно из чисел делится на 11^{15} (2)
- Одно из чисел делится на 3, не делится на 3^2 (3)
- Одно из чисел делится на 11, не делится на 11^2 (4)
- Степени тройки (i) : $1 \le i \le 19$ (5)
- ~~Числа~~ Степени одиннадцати (t) : $1 \le t \le 15$ (6)

Варианты с соблюдением всех условий:

оставшееся

$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 19 \cdot 15 = 10260$

способов для (3;4) с учётом (1;2) (число не может одновременно удовлетворять (1;3) или (2;4)

способов выбрать для (1) и (2)

Т.к. число x не может одновременно удовл. (1;3) или (2;4), то будет пара чисел $\{x;y\} \in \{a;b;c\}$, что $x \vdots 3$, $y \vdots 3^{19}$, аналог. с $x \vdots 11$, $y \vdots 11^{15}$

=> ~~только~~ для 2 чисел определены их делители ~~на~~ (степени 3 и 11), поэтому одно может иметь любой делитель 3^i и одно может иметь любой делитель 11^t, удовл. нужным (5;6)

Ответ: 10260

№25 Чистовик 2

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 2\frac{1}{2}\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\log_{(x+1)^2}(29-x) = \frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)$ (т.к. $-x-1>0$)

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = 2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$

Сопоставим $\left\{\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right); \frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x); 2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)\right\}$ значения $\{a;b;c\}$

(какую пока нет прямого смысл,), нам чтобы $\underline{a=b,\ a+1=c}$

тогда

~~$abc=1$ - св-во лог.~~

$abc=2$ - св-во лог. , с другой стороны $abc = a^2(a+1)$

$\Rightarrow a^2(a+1)=2$, $a=1$ - корень

$a^3+a^2-2=0$.

$$\begin{array}{r|l} a^3+a^2-2 & a-1 \\ \hline a^3-a^2 & a^2+2a+2 \\ \hline 2a^2-2 & \\ 2a^2-2a & \\ \hline 2a-2 & \\ 2a-2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$a^2+2a+2=0$

$D=4-8<0$

~~$(a-1)(a^2+2)=0$~~

~~$a^2+2\geq 0$~~ $\Rightarrow a=1$ - ед. корень

$(a-1)(a^2+2a+2)=0$

~~Если log~~ $\Rightarrow a=1$

~~Есл: $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{(x+1)^2}(29-x)$ $\Rightarrow 2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=1$~~

~~$29-x = \left(\frac{x}{7}+7\right)^2$ $\left(\frac{x}{7}+7\right)^{\frac{1}{2}}$ $(29-x)^{\frac{1}{2}} = \frac{x}{7}+7$~~

~~$(29-x)^2 = \frac{x}{7}+7$~~

~~$\frac{x^2}{49}+3x+20=0$~~

~~$x^2+3\cdot 49x+20\cdot 49=0$~~

~~$D = 49(9\cdot 49-80) = 49(441-80) = 49\cdot 361$~~

~~$29-x = \frac{x^2}{49}+2x+49$~~

I сл: $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{(x+1)^2}(29-x)=1$ Чистовик 3

$\Rightarrow \log$

$$\begin{cases}\sqrt{29-x}=\frac{x}{7}+7\\(x+1)^2=29-x\end{cases}$$

$$\left(\frac{x}{7}+7\right)^2=(x+1)^2$$

$$\left(\frac{x}{7}+7+x+1\right)\left(\frac{x}{7}+7-x-1\right)=0$$

$$\left(\frac{8x}{7}+8\right)\left(-\frac{6x}{7}+6\right)=0$$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=-7\\x=7\end{array}\right.$ проверка: $\log_{\sqrt{29+7}}\left(\frac{-7}{7}+7\right)=\log_{\sqrt{29+7}}(0)$ - нет

$\log_{\sqrt{22}}\left(\frac{8}{8}\right)\neq\log_{8^2}(1$

II сл: $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=1$

$$\begin{cases}\frac{x}{7}+7=\sqrt{29-x}\\\sqrt{\frac{x}{7}+7}=-x-1 \quad (1)\end{cases}$$

(1) $\frac{x}{7}+7=x^2+2x+1$

$x+49=7x^2+14x+7$

$7x^2+13x-42=0$

$D=169+28\cdot13\cdot4=13(13+112)=13\cdot125$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{-13-5\sqrt{65}}{14}\\x=\frac{-13+5\sqrt{65}}{14}\end{array}\right.$

Подставим:

$\left[\begin{array}{l}-x=\frac{13+5\sqrt{65}}{14}\\-x=\frac{13-5\sqrt{65}}{14}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}-x-1=\frac{5\sqrt{65}-1}{14}\\-x-1=\frac{-5\sqrt{65}-1}{14}<0 \text{ - нет}\end{array}\right.$

$\Rightarrow -x-1=\frac{5\sqrt{65}-1}{14}$

$(-x-1)^2=\frac{1}{14^2}\left(25\cdot65-10\sqrt{65}+1\right)$

III сл $\log_{(x+1)^2}(29-x)=\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=1$

$\begin{cases}(x+1)^2=29-x\\\sqrt{\frac{x}{7}+7}=(-x-1)\end{cases} \Rightarrow 29-x=\frac{x}{7}+7$

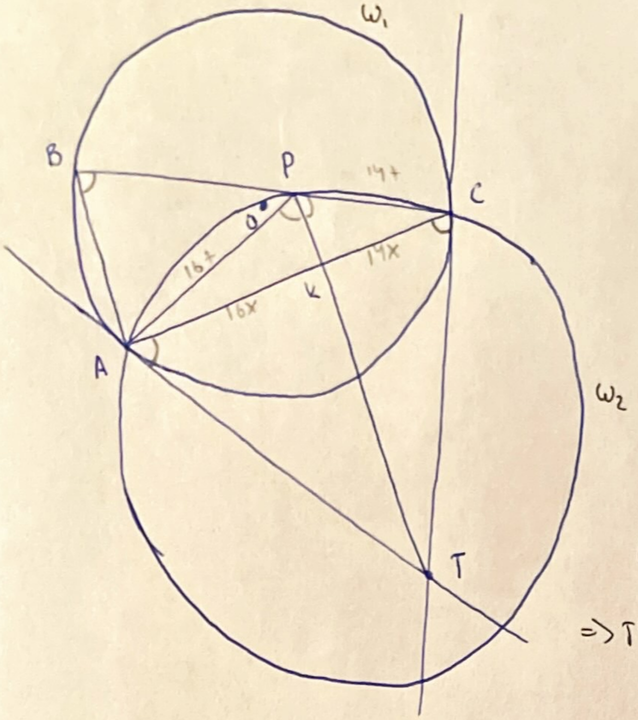
$203-7x=x+49$

$8x=154 \Rightarrow x=\frac{77}{4}$ но тогда $(-x-1)<0$

Ответ: ни при каких

№6

Чистовик 4



1) Т.к. CT - кас к ω_1 => $\angle ACT = \frac{1}{2}\overset{\smile}{AC}$

Аналог. $\angle CAT = \frac{1}{2}\overset{\smile}{AC}$, но $\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\smile}{AC}$

=> $\angle ABC = \angle ACT = \angle CAT = \alpha$

2) Т.к. PK - общ. выс для $\triangle APK$ и $\triangle PKC$

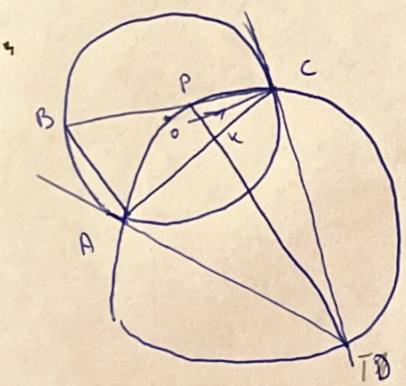
=> $\frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{AK}{KC} = \frac{16}{14}$ => $AK = 16x$, $KC = 14x$

Заметим, что OT - сер. перп. к AC

(т.к. Если провести TK и он р/б $\triangle ACT$

=> TK - мед сер., перп., но O ∈ сер. пер)

Т.к. OT - сер. пер к AC => ∃ω: AOCT ∈ ω, но AOC ∈ ω_2 => T ∈ ω_2



4) T ∈ ω_2 => $\angle ACT = \angle APT = \alpha$

$\angle TPC = \angle TAC = \alpha$

=> PT - биссектр. $\angle APC$ => $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{16}{14}$

5) $\angle ABC = \angle KPC$ => ~~AB // KP~~ =>

$\angle BCA$ - общ

$\triangle ABC \sim \triangle PCK$ => $S_{ABC} = k^2 \cdot S_{PCK}$

$k = \frac{CA}{CK} = \frac{15}{7}$

=> $S_{ABC} = \frac{15^2}{7^2} \cdot 14 = \frac{450}{7}$

6) Если ~~tg~~ tg $\alpha = \frac{3}{5}$ => $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$

$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$

$S_{APC} = \frac{1}{2}\sin 2\alpha \cdot 14t^2 \cdot 16 = 30$

$\frac{15}{34} \cdot 14 \cdot 16 \cdot t^2 = 30$ => $t^2 = \frac{68}{14 \cdot 16}$

7) $AC = AP^2 + PC^2 - 2\,AP \cdot PC \cdot \cos 2\angle = 256t^2 + 196t^2 - 2 \cdot 16 \cdot 14t^2 \cdot \left(\frac{250}{34} - 1\right) =$

$$= 452 \cdot \frac{68}{14 \cdot 16} - 2 \cdot 68 \cdot \frac{24}{34} = \frac{113 \cdot 68}{14 \cdot 4} - 4 \cdot 24 = \frac{113 \cdot 17}{7} - 4 \cdot 24$$

Чистовик 5

Черновик

$$\frac{1}{2}\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=2\log_{-x-1}(29-x)$$

$$\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{-x-1}(29-x)=4\log^2_{-x-1}(29-x)$$

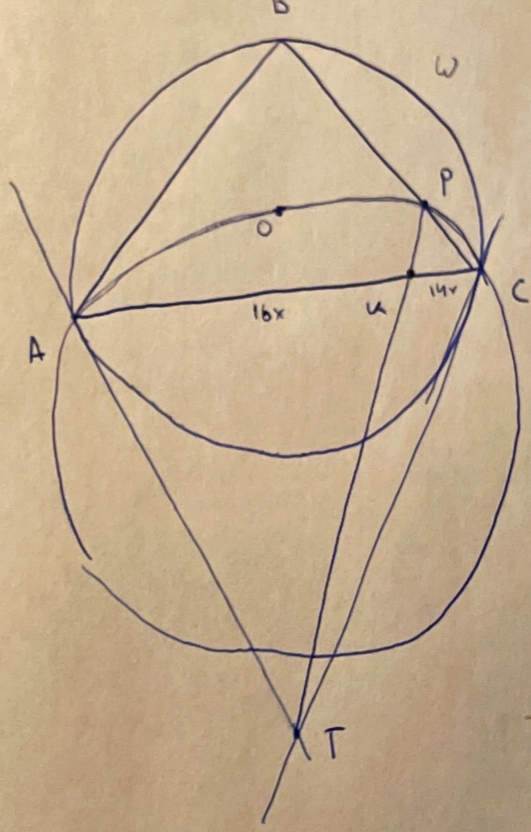
$$\log_{-x-1}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\left(\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)+1\right)^2$$

$$\frac{1}{a}=\left(\frac{1}{2}a-1\right)^2$$

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{4}a^2-a+1$$

$$a^3-4a^2+4a-4=0$$

$$\cancel{a(a-2)^2-4}=0$$

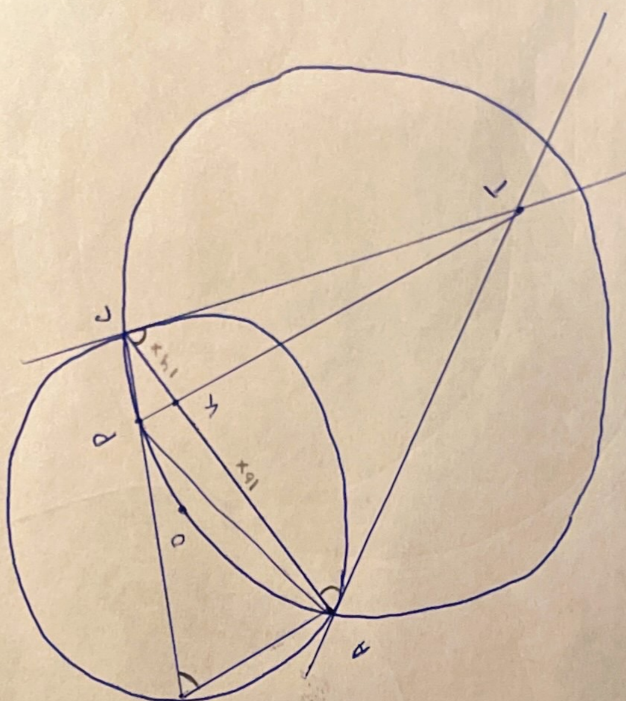


Черновик

$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 19 \cdot 15$

$9 \cdot 19 \cdot 60$

$171 \times 60 = 10260$



$29 \times 7 = 203$

$203 - 49 = 154$

$154 : 2 = 77$

$49 \times 9 = 441$

$361 : 19$

Черновик

$$\frac{1}{2}\left(\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\right) = 2\log_{-x-1}(29-x)$$

$\cancel{\log_{29-x}}$ $\cancel{\frac{1}{2}\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{1}{2}\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)-1}$

$\frac{1}{2} = 4\log\ 4a^2(a+1)$

$\cancel{8a^3 - 8a = 1}$

$a = -\frac{1}{2}$ - корень

$8a^3 + 8a^2 - 1 = 0$

$$\begin{array}{l|l} 8a^3+8a^2-1 & a+\frac{1}{2} \\ \hline -\ 8a^3+4a^2 & 8a^2+4a-2 \\ \quad 4a^2-1 & \\ \quad -\ 4a^2+2a & \\ \hline \quad\quad -2a-1 & \end{array}$$

$8a^2+4a-2=0$

$4a^2$ $D = 16 + 4\cdot2\cdot8 = 16+64=80$

$\left[a= \right.$

68 | 2
34 | 2
17

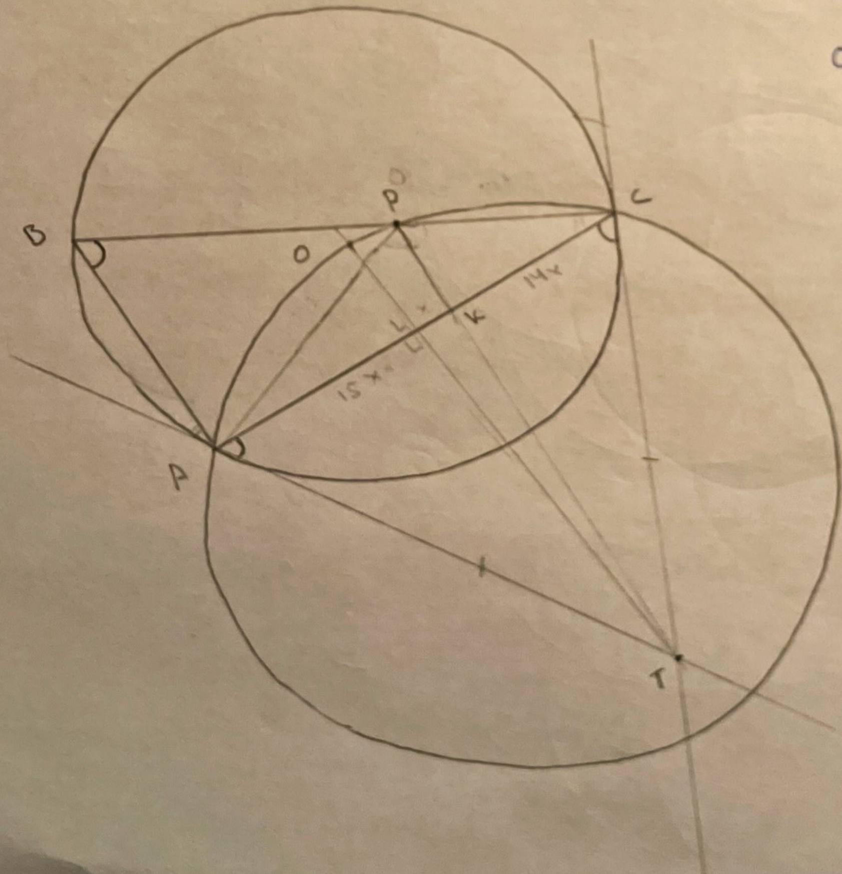
452 | 2
226 | 2
113

113 | 7
−7
43

256
+196
452

452 | 14
−42 | 3
32

$\frac{1}{2}\left(\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\right)$; $2\log_{-x-1}(29-x)$; $\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$



$\cancel{\log}\ \frac{1}{2}$

$ab = \frac{1}{c} = \cancel{\left(\frac{1}{2}c-1\right)^2}\left(\frac{1}{2}c-1\right)^2$

$\cancel{\frac{1}{c} = \frac{1}{4}c^2 - c + 1}$

$bc = \frac{1}{a} = \left(\frac{1}{2}a-1\right)^2$

$\cancel{(a+1)(b+1) = ab+a+b+1 = \frac{1}{c}+a+b+1}$

$\frac{1}{2}\} \log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$

$\cancel{\log_{\frac{x}{7}+7} (29-}$

Черновик

$a = 3^{19} \cdot 11^{k}$

$\left[\begin{array}{l} \cancel{b = 3 \cdot 11^{i}} \\ c = 3 \cdot 11^{t} \end{array}\right.$ $\quad b=$ $\quad \left[\begin{array}{l} b = 3 \cdot 11 \\ b = \end{array}\right.$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$\log_{\sqrt{29-x}} \left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}} (-x-1) - 1$

$-x-1>0$

$x<-1$

$\frac{x}{7}+7>0$

$x>-49$

$x \in (-49; -1)$

$\frac{1}{2} \log_{29-x} \left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{1}{2} \log_{\frac{x}{7}+7} (-x-1)$

$\frac{1}{2} \log_{29-x} \left(\frac{x}{7}+7\right) = 2\log_{-x-1} (29-x) = \frac{1}{2} \log_{\frac{x}{7}+7} (-x-1) - 1$

$\frac{1}{2} \log_{29-x} \left(\frac{x}{7}+7\right) \cdot \log_{-x-1} (2 \cdot 29-x) \cdot \left(\log_{\frac{x}{7}+7} (-x-1) - 1\right) = \cancel{\frac{1}{2} \log^3_{29-x} \left(\frac{x}{7}+7\right)} \frac{1}{8} \left(\log_{\frac{x}{7}+7} \ldots\right)$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_{-x-1} \left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{2} \log_{\frac{x}{7}+7} (-x-1) - 1\right)^3$

$\log_{\frac{x}{7}+7} = a$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2a} = \left(\frac{1}{2}a - 1\right)^3$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2a} = \frac{1}{8}a^3 - \frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a - 1$

$4 - \frac{4}{a} = a^3 - 6a^2 + 12a - 8$

$4a - 4 = a^4 - 6a^3 + 12a^2 - 8a$

$a^4 - 6a^3 + 12a^2 - 12a + 4 = 0$