Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102039**

ID профиля: **318617**

Вариант 24

Задание 1. Если прогрессия возрастающая, то $d > 0$. (Ишетовик)

$S = \dfrac{a_1 + a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = (a_1 + 4d) \cdot 9$

$a_{10} \cdot a_{13} = (a_1 + 9d)(a_1 + 12d)$

$a_5 \cdot a_{18} = (a_1 + 4d)(a_1 + 17d)$

$$\begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < 9(a_1 + 4d) + 60 \\ (a_1 + 4d)(a_1 + 17d) > 9(a_1 + 4d) - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 12a_1d + 9a_1d + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \\ a_1^2 + 17a_1d + 4a_1d + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + (21d - 9)a_1 + 108d^2 - 36d - 60 < 0 \\ a_1^2 + (21d - 9)a_1 + 68d^2 - 36d + 4 > 0 \end{cases}$$

Умножим второе неравенство на -1. Оба неравенства будут иметь одинаковый знак, поэтому их можно будет сложить.

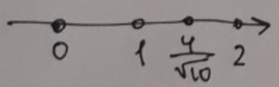
$\cancel{a_1^2} + \cancel{(21d-9)a_1} + 108d^2 \cancel{- 36d} - 60 \cancel{- a_1^2} \cancel{- (21d-9)a_1} - 68d^2 \cancel{+ 36d} - 4 < 0$

$40d^2 - 64 < 0.$

$d^2 < \dfrac{64}{40}. \Leftrightarrow -\dfrac{8}{\sqrt{40}} < d < \dfrac{8}{\sqrt{40}}.\quad d > 0 \Rightarrow d \in \left(0; \dfrac{8}{\sqrt{40}}\right)$

Если прогрессия состоит из целых чисел, то a_1 — целое число и d — целое число.

$d < \dfrac{4}{\sqrt{10}}.$



Значит $d = 1$. Подставляем в одно из неравенств.

$a_1^2 + \cancel{12a_1} (21 \cdot 1 - 9)a_1 + 108 \cdot 1^2 - 36 \cdot 1 - 60 < 0.$

$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$

$D = 144 - 4 \cdot 12 = 96$

$a_1 = \dfrac{-12 + \sqrt{96}}{2} = -6 + \sqrt{24}.\qquad a_1 \in (-6 - \sqrt{24}; -6 + \sqrt{24}).$

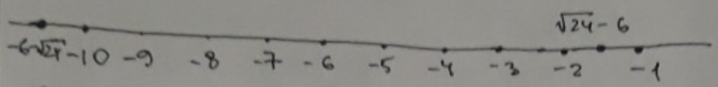
$a_2 = \dfrac{-12 - \sqrt{96}}{2} = -6 - \sqrt{24}.$

$a_1^2 + (21 \cdot 1 - 9)a_1 + 68 \cdot 1^2 - 36 \cdot 1 + 4 > 0.$

$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0.$

$(a_1 + 6)^2 > 0$ — это неравенство справедливо всегда.

Значит, решением будут все целые числа из числового диапазона $(-6-\sqrt{24}; -6+\sqrt{24})$.



Значит a, может быть $-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2$.

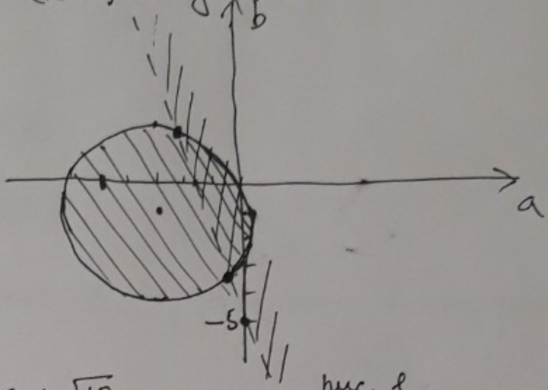
Ответ: $-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2$.

Задача 3. $\boxed{\text{Чистовик}}$

Пусть $-6a-2b<10$, тогда $a^2+b^2\le -6a-2b$.

$$\begin{cases} -6a-2b<10 \\ a^2+b^2\le -6a-2b \\ (x-a)^2+(y-b)^2\le 10. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a-b<5 \\ a^2+6a+9+b^2+2b+1\le 9+1. \\ (x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b>-5-3a \\ (a+3)^2+(b+1)^2\le 10 \\ (x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \end{cases}$$



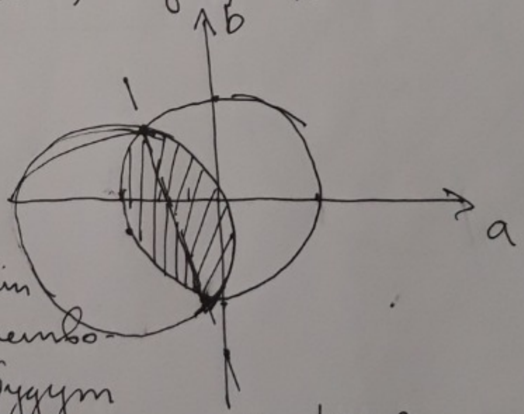
Значит фигуре M будут соответствовать области в окружностях с центрами (a,b) с радиусом $\sqrt{10}$. рис 1.

a и b будут соответствовать заштрихованной области.

Пусть $-6a-2b>10$, тогда $a^2+b^2\le 10$.

$$\begin{cases} -6a-2b>10 \\ a^2+b^2\le 10. \\ (x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a-b>5 \\ a^2+b^2\le 10. \\ (x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b<-5-3a \\ a^2+b^2\le 10 \\ (x-a)^2+(y-b)^2\le 10 \end{cases}$$



~~Если~~ Если $-6a-2b=10$, то прямая $b=-5-3a$ войдет в решение. Значит, удовлетворяющими условию a и b будут изображены на рисунке 2. рис. 2.

Найдем крайние точки заштрихованной области. $b=-5-3a$ подставим в уравнение окружности.

$\cancel{(x\ (a+3)^2+(-5-3a+1)^2\le 10.}$

Чистовик

$a^2+(-5-3a)^2 = -6a+2(5+3a)$

$a^2+25+30a+9a^2 = \cancel{-6a}+10+\cancel{6a}$.

$10a^2+30a+15=0$.

$2a^2+6a+3=0$.

$D=36-4\cdot 2\cdot 3=12$.

$a_1=\frac{-6+\sqrt{12}}{4}=\frac{-3+\sqrt{3}}{2}$

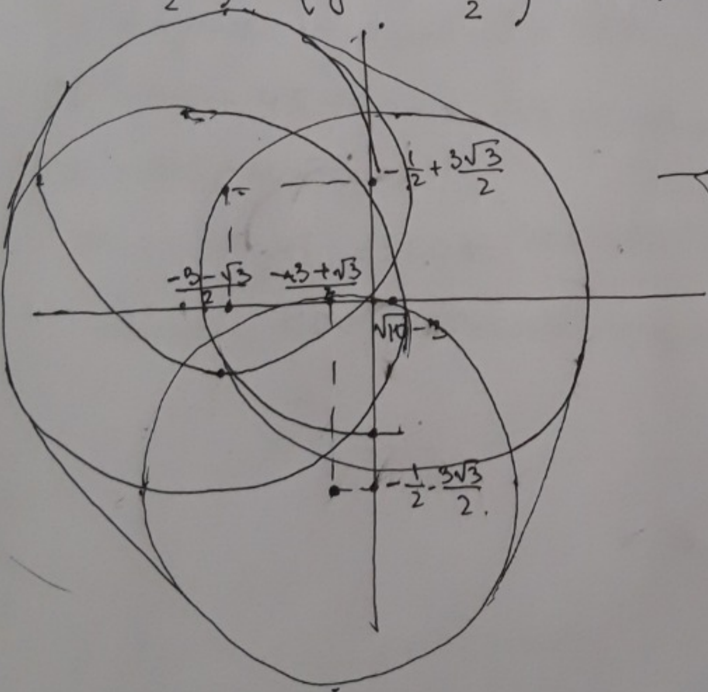
$a_2=\frac{-6-\sqrt{12}}{4}=\frac{-3-\sqrt{3}}{2}$.

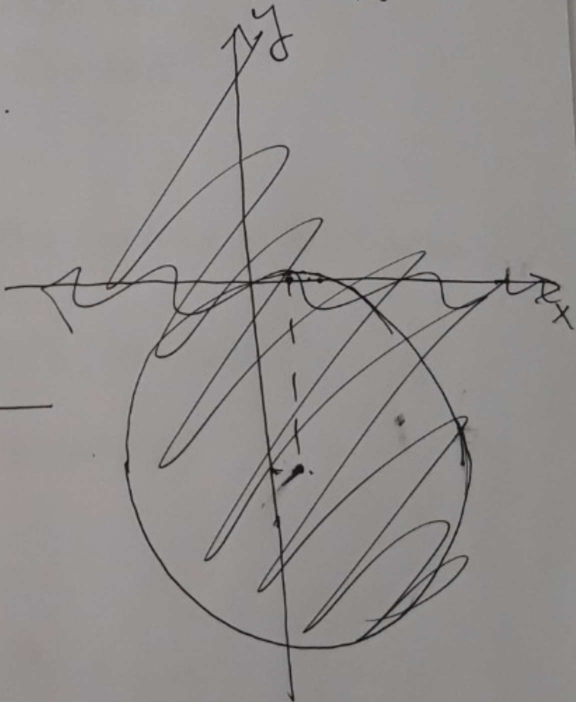
$b_1=-5-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

$b_2=-5+\frac{9}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

~~x=~~ Подставим в уравнение окружности в координатах (x,y).

$(x-\frac{\sqrt{3}-3}{2})^2+(y+\frac{3\sqrt{3}+1}{2})^2\le 10$.





Найдём ещё крайние точки области. $a_3=-3+\sqrt{10}$, ~~b=~~ $b=0$

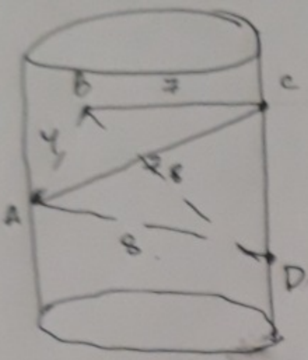
~~$b_3=-5-3\sqrt{10}+9=4-3\sqrt{10}$~~

$a_4=-\sqrt{10}$, ~~$b=-5-3\sqrt{10}$~~, $b=0$. Фигура M изображена на рисунке 4

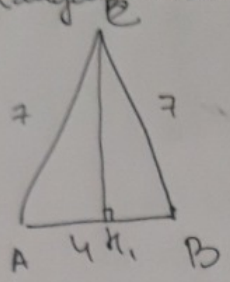
$\boxed{\text{Чистовик}}$

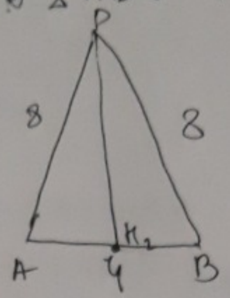
Задача 2.

Если CD параллельно оси цилиндра, то и AB параллелен ~~оси~~ цилиндра. ~~Радиус будет минимален, когда диаметр цилиндра будет равен расстоянию между AB и CD.~~



Найдём высоты в $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$.





$CH_1 = \sqrt{49-4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$DH_2 = \sqrt{64-4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$.

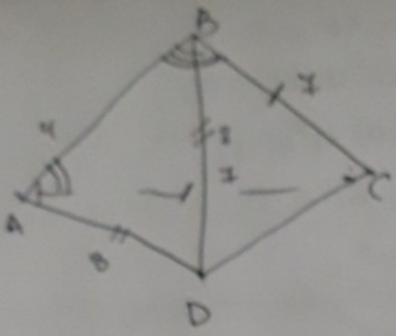
По теореме косинусов в $\triangle CDH$.

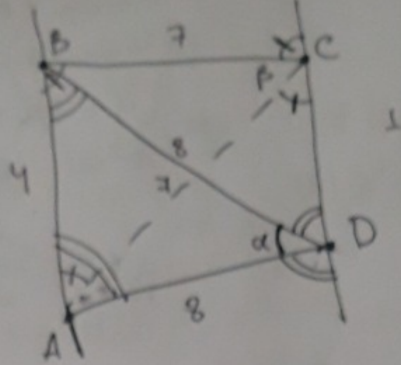
$CD^2 = \cancel{95+}\,45+60-2\cdot\sqrt{45\cdot 60}\cdot\cos\alpha = 105-2\cdot 30\sqrt{3}\cos\alpha$.

$CD^2 = 105-60\sqrt{3}\cos\alpha$.

$\cos\alpha \in [-1;1] \Rightarrow CD \in (105-60\sqrt{3};\ 105+60\sqrt{3})$.

Ответ: $CD \in (105-60\sqrt{3};\ 105+60\sqrt{3})$.





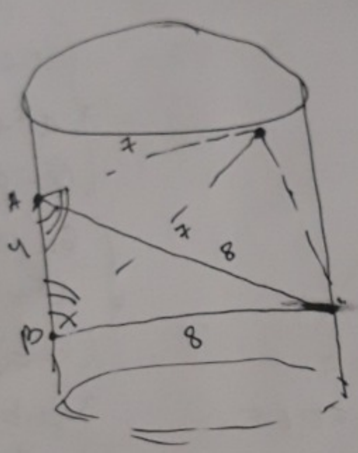
$$\begin{array}{r} 98 \\ -\ 16 \\ \hline 82 \end{array}$$

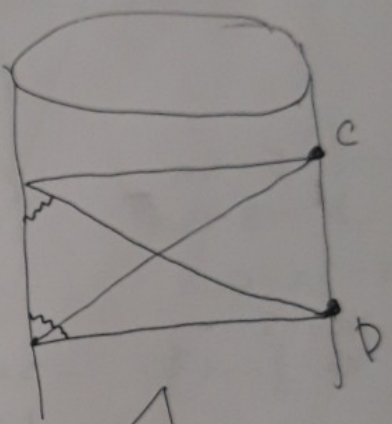
$16 = 49 + 49 - 2 \cdot 49 \cdot \cos\beta.$

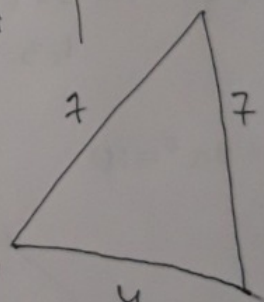
$16 - 98 = -2 \cdot 49 \cdot \cos\beta$

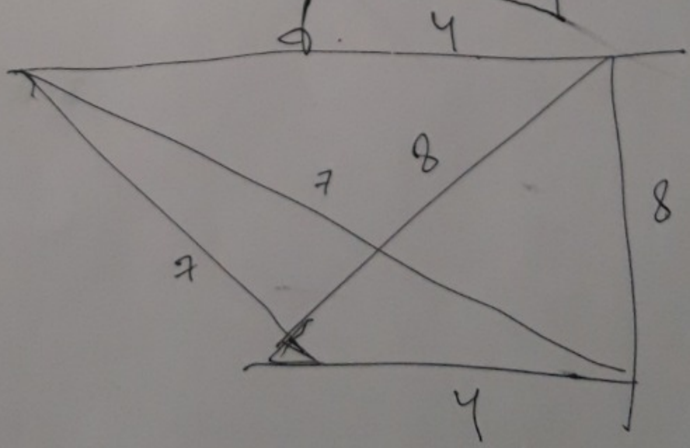
$+82 = 2 \cdot 49 \cdot \cos\beta$

$\cos\beta = \frac{82}{2 \cdot 49} = \frac{41}{49}.$









Черновик.

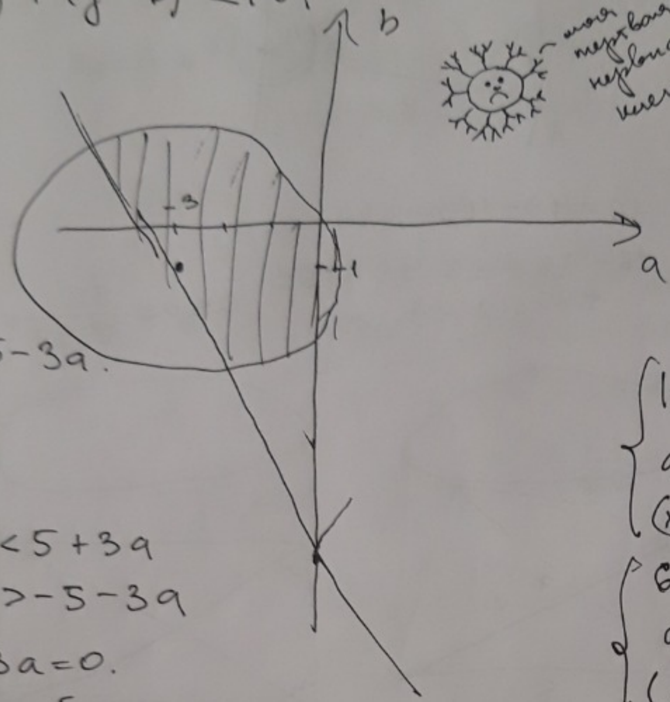
$\cancel{a^2+b^2 \leq 10}$

$a^2+6a+b^2+2b \leq 0.$

$(a^2+6a+9)+(b^2+2b+1) \leq 10.$

$\begin{cases} -6a-2b<10. \\ a^2+b^2 \leq -6a-2b. \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \leq 10. \end{cases} \Leftrightarrow (a+3)^2+(b+1)^2 \leq 10.$

$\cancel{a^2+1}-6a-2b<10.$



моя первая нервная клетка

$-6a-2b<10.$

$-2 \quad -3a-b<10.$

$3a+b>-10.$

$b>-10-3a.$

$-10=3a.$

$-\frac{10}{3}$

$b=-5-3a.$

$\begin{cases} 10<-6a-2b. \\ a^2+b^2 \leq 10. \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \leq 10 \end{cases}$

$\begin{cases} 6a+2b<-10. \\ a^2+b^2 \leq 10. \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \leq 10 \end{cases}$

$3a+b<-5.$

$b<-5-3a.$

$-b<5+3a$

$b>-5-3a$

$-5-3a=0.$

$3a=-5$

$a=-\frac{5}{3}=-1\frac{2}{3}.$

$-3+1,7.$

$1,3.=0,65.$

$b=-5-3a.$

$a^2+25+30a+9a^2=10.$

$\cancel{a^2+}\ 10a^2+.$

$y=$

$\times\begin{array}{r}1,7\\3\\\hline 5,1.\end{array}$

$3-1,7.$

$3-\sqrt{3}.$

Черновик

$S = \frac{a_1 + 8d + a_1}{2} \cdot 9$ 1 3 5

$3-1+$ $2\sqrt{6}$

a_1+ $a_n = a_1 + (n-1)d$

$-6 - \sqrt{24}$

$S = \frac{a_1 + (9-1)d + a_1}{2} \cdot 9$ $-6 - 2\sqrt{6}$

$a_5 = (a_1 + 4d)(a_1 + 17d) > S - 4$ $-6 + \sqrt{}$

$(a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < S + 60$ $-6 + 4{,}5$

$-1{,}5$

$(a_1 + 4d)$

$-a_1^2 - (21d - 9)a_1 - 68d^2 + 36d - 4 < 0$

$a_1^2 + (21d - 9)a_1 + 108d^2 - 36d - 60$

$40d^2 - 64 < 0$

$d^2 < \frac{64}{40}$

$\frac{8}{2\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}} >$

$108 - 36 -$

$108 - 96 = 12$ $144 - 48$

$96 : 4 = 24$, $9 - 8 = 16$

$68 - 36 = 32$

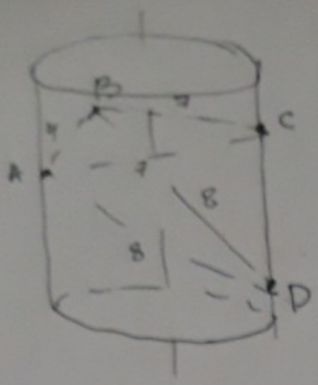
$a_1^2 + 12a_1 + 36$

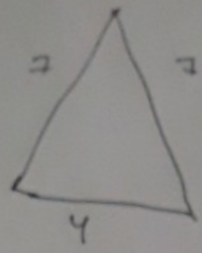
$(a_1 + 6)^2 < 0$

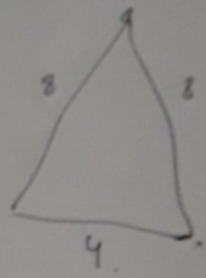
$17 \times 4 = 68$

$120 - 12$

Черновик







$$\begin{array}{r} \times\ 45 \\ 60 \\ \hline 2700 \end{array}$$

$2700 = 900 \cdot 3$

Черновик.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102039**

ID профиля: **318617**

Вариант 24

Задача 1. Пусть $\begin{cases} \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) \\ \log_{(x+1)^2}(29-x) = \log_{\sqrt{29-x}}\cdot\left(\frac{x}{7}+7\right)+1. \end{cases}$ $\boxed{\text{Чистовик}}$

$\cancel{2}\cdot \log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \cancel{2} \log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$

$\log_{29-x} \frac{x}{7}+7 = \dfrac{\log_{29-x}(-x-1)}{\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)}$ (1)

$\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x) = 2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)+1.$

$\cancel{\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x) = \frac{2}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}}$

$\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \dfrac{\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)-1}{2}$ подставляем в (1).

$\log^2_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{29-x}(-x-1)$

$\left(\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)-1\right)^2 = 4\log_{29-x}(-x-1).$

$\frac{1}{4}\log^2_{-(x+1)}(29-x) - 2\cdot\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)+1 = \dfrac{4}{\log_{-(x-1)}(29-x)}$

$\log_{-(x+1)}(29-x) = t.$

$\frac{1}{4}t^2 - t + 1 = \frac{4}{t}.$

$\underbrace{\frac{1}{4}t^{2}{}^{\backslash t} - t^{\backslash 4t} + 1^{\backslash 4t} - \frac{4}{t}^{\backslash 4}}_{4t} = 0.$

$\dfrac{t^3-4t^2+4t-16}{4t} = 0.$ $t \neq 0.$

$t^2(t-4)+4(t-4) = 0.$

$(t^2+4)(t-4) = 0.$

$t = 4.$

$\log_{-(x+1)}(29-x) = 4.$

$(-(x+1))^4 = 29-x. \Leftrightarrow (x^2+2x+1)^2 = 29-x.$ решений нет.

1

21102039 (U318617 M1300638)

$x^2+2x+1=5.$
$\cancel{x^2+2x-}$

|2 1 |
(Чистовик)

Пусть $\begin{cases} \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{(x+1)^2}(29-x) \\ \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=\log_{(x+1)^2}(29-x)+1. \end{cases}$

$$\begin{cases} 2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x) \\ 2\log_{(\frac{x}{7}+7)}(-x-1)=\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x) \\ \dfrac{2}{\log_{(-x-1)}\left(\frac{x}{7}+7\right)}=\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)+1. \end{cases}$$

$$\frac{2\log_{-(x+1)}\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\log_{-(x+1)}(29-x)}=\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x).$$

$$4\log_{-(x+1)}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log^2_{-(x+1)}(29-x). \quad (2)$$

$$\log_{-(x+1)}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{2}{\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)+1} \quad (1)$$

Подставляем 1 в 2.

$$\frac{4\cdot 2\cdot 2}{\log_{-(x+1)}(29-x)+2}=\log^2_{-(x+1)}(29-x).$$

$\log_{-(x+1)}(29-x)=d.$

$$\frac{16}{d+2}=d^2. \Leftrightarrow 16=d^3+2d^2. \Leftrightarrow d^3+2d^2-16=0.$$
$$d=2.$$

$$\begin{array}{l|l} d^3+2d^2-16 & d-2. \\ \underline{d^3-2d^2} & d^2+4d+8 \\ \quad -4d^2+0d & \\ \quad \underline{4d^2-8d} & \\ \qquad 8d-16 & \\ \qquad \underline{-8d-16} & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$\alpha^2+4\alpha+8=0$

$D=16-4\cdot 8=-16$.

$\alpha=2$.

$\log_{-(x+1)}(29-x)=2$.

$(x+1)^2=29-x$.

$x^2+2x+1=29-x$.

$x^2+3x-28=0$.

$D=9+4\cdot 28=121$

$x=\frac{-3+11}{2}=4$.

$x=\frac{-3-11}{2}=-7$.

ОДЗ $\begin{cases} \sqrt{29-x}\neq 1. \\ x+1\neq 1. \\ \frac{x}{7}+7\neq 1. \\ -x-1>0 \\ 29-x>0. \\ \frac{x}{7}+7>0 \end{cases}$

С учётом ОДЗ $x=-7$.

Пусть $\begin{cases} \log_{(x+1)^2}(29-x)=\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) \\ \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)+1. \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)=2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}-(x+1) \\ 2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=2\log_{\sqrt{\left(\frac{x}{7}+7\right)}}-(x-1)+1. \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)=2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}-(x+1) \\ \frac{2}{\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(29-x)}=2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}-(x-1)+1. \end{cases}$

$\frac{1}{2}\frac{\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(29-x}{\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}-(x+1)}=2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}-(x+1)$

$\log_{(\frac{x}{7}+7)}(29-x) = 4\log^2(\frac{x}{7}+7)-(x+1)$ (4) Чистовик

$\log(\frac{x}{7}+7)-(x-1) = \frac{2}{2\log_{\frac{x}{7}+7} 29-x} - \frac{1}{2} = \frac{1}{\log_{\frac{x}{7}+7} 29-x} - \frac{1}{2}$ (3)

Подставляем 3 в 4.

~~$\log_{(\frac{x}{7}+7)}(29-x) = \frac{4}{\log}$~~

$\log_{(\frac{x}{7}+7)}(29-x) = 4\left(\frac{1}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)} - \frac{1}{2}\right)^2$

$\log_{\frac{x}{7}+7} 29-x = \ell.$

$\ell = 4\left(\frac{1}{\ell} - \frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \ell = \frac{4(2-\ell)^2}{4\ell^2} \Leftrightarrow \ell^3 = 4-4\ell+\ell^2$

$\ell^3-\ell^2+4\ell-4=0.$

$\ell^2(\ell-1)+4(\ell-1)=0.$

$(\ell^2+4)(\ell-1)=0.$

$\ell=1.$

$\log_{\frac{x}{7}+7} 29-x = 1.$

$(\frac{x}{7}+7) = 29-x.$

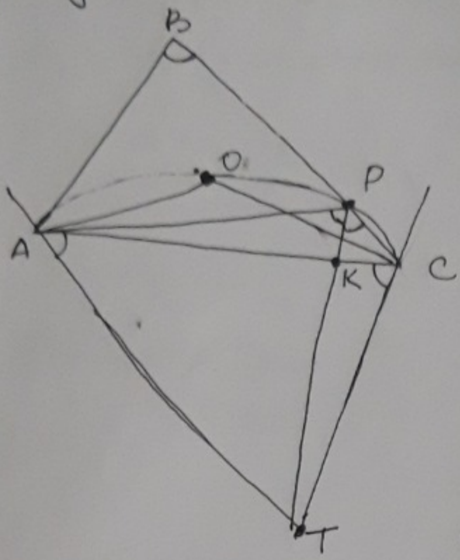
$\frac{x}{7}+x = 22.$

$\frac{8x}{7} = 22.$

$x = \frac{\overset{11}{\cancel{22}}\cdot 7}{\cancel{8}\,4} = \frac{77}{4}$ Не удовлетворяет ОДЗ.

Ответ: $x=-7.$

Задача 6. (Чистовик)



У $\triangle APK$ и $\triangle CPK$ одна высота, значит площади относятся как длины оснований.

$\frac{AK}{KC} = \frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$.

Касательные к ω перпендикулярны радиусу, проведённому к точке касания $\Rightarrow \angle OCT = \angle OAT = 90^\circ$.

$\Rightarrow$ т. T лежит на окружности, проходящей через точки A, O, P и C.

~~По св~~ Т.к. TC и TA - касательные из одной точки, $TA = TC \Rightarrow \triangle TAC$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle TAC = \angle ACT$

$\angle ACT$ и $\angle APT$ опираются на одну дугу $\Rightarrow \angle ACT = \angle APT$.

$\angle TPC$ и $\angle TAC$ опираются на одну дугу $\Rightarrow \angle TPC = \angle TAC$.

$\Rightarrow \angle$ PT - биссектриса.

По свойству биссектрисы $\frac{PC}{PA} = \frac{KC}{KA} = \cancel{\frac{8}{7}}\ \frac{7}{8}$

$\triangle$ По свойству касательной и хорды $\angle ACT = \angle ABC$.

~~$\triangle PKC$~~ $\angle ABC = \angle KPC$, $\angle BCA$ - общий

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KPC$

$k = \frac{KC}{AC} = \frac{7y}{7y+8y} = \frac{7}{15}$.

$\frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = k^2 \Rightarrow S_{ABC} = k^2 S_{PKC} = \frac{49}{225} \cdot 14 = \frac{686}{225}$ Ответ: $S_{ABC} = \frac{686}{225}$.

A ~~$\sin\alpha =$~~ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow$ ~~$\sin\alpha = 3$~~ $\cos^2\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha + 1} = \frac{1}{\frac{9}{25}+1} = \frac{25}{34}$.

$AP = 8x$, $PC = 7x$.

$\cancel{S}\frac{1}{2} AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha = 14 + 16 = 30$.

$AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2 \cdot AP \cdot PC \cdot \cos 2\alpha$.

$\frac{1}{2} \cdot 7x \cdot \overset{4}{8}x \cdot \sin 2\alpha = 30. \Rightarrow x^2 = \frac{30}{28 \sin 2\alpha}$

~~$\sin 2$~~ $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{2 \cdot 25}{34} - 1 = \frac{50-34}{34} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$.

$\sin 2\alpha = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \frac{15}{17}$.

Чистовик

$$x^2 = \frac{\cancel{30}^{2}\cdot 17}{28\cdot\cancel{15}} = \frac{34}{28} = \frac{17}{14}.$$

$$AC^2 = 49x^2 + 64x^2 - 2\cdot 7x\cdot 8x\cdot\frac{8}{17} = \left(49+64-\frac{14\cdot 64}{17}\right)x^2 =$$

$$= \left(49+64-\frac{14\cdot 64}{17}\right)\cdot\frac{17}{14} = \cancel{49\cdot 17}\,\frac{(49+64)\cdot 17}{14} - \frac{\cancel{14}\cdot 64}{\cancel{17}}\cdot\frac{\cancel{17}}{\cancel{14}} =$$

$$= \frac{49\cdot 17 + 64\cdot 17 - 64\cdot 14}{14} = \frac{49\cdot 17 + 64\cdot 3}{14} = \frac{1025}{14}.$$

Ответ: а) $S_{ABC} = \frac{686}{225}$

б) $AC = \sqrt{\frac{1025}{14}}$

21102039 (U318617 M1300638)

Задание 4.

$НОД(a; b; c) = 33.$ $33k, 33m, 33n.$ (Чистовик)

$НОК(a; b; c) = 3^{19} \cdot 11^{15}$ $a \cdot b \cdot c = 3^{19} \cdot 11^{15}.$

$33k \cdot 33m \cdot 33n = 3^{19} \cdot 11^{15}.$

$3^3 \cdot 11^3\, k \cdot m \cdot n = 3^{19} \cdot 11^{15}$

Где k, m, n — взаимно простые числа.

$k \cdot m \cdot n = 3^{16} \cdot 11^{12}$

Для того, чтобы k, m и n были взаимно простыми, 3 и 11 должны входить в эти числа в степени разной чётности.

~~16 = 1 Найдём такие числа: 16 = 1 –~~

$k = 3 \cdot 11$

$m = 3^{14}$

$n = 3^{\cancel{16}} \cdot 11^2$

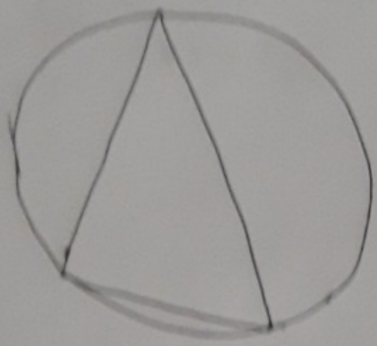
4·4·4·4.
256 ...

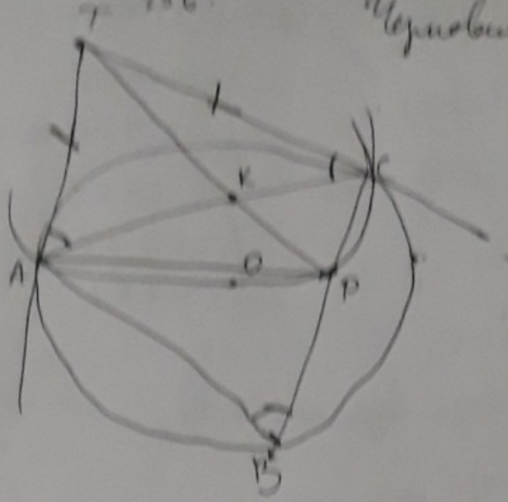
$4^4 = 4^3 + 6\cdot 4^2 + 5\cdot 4 - 28$

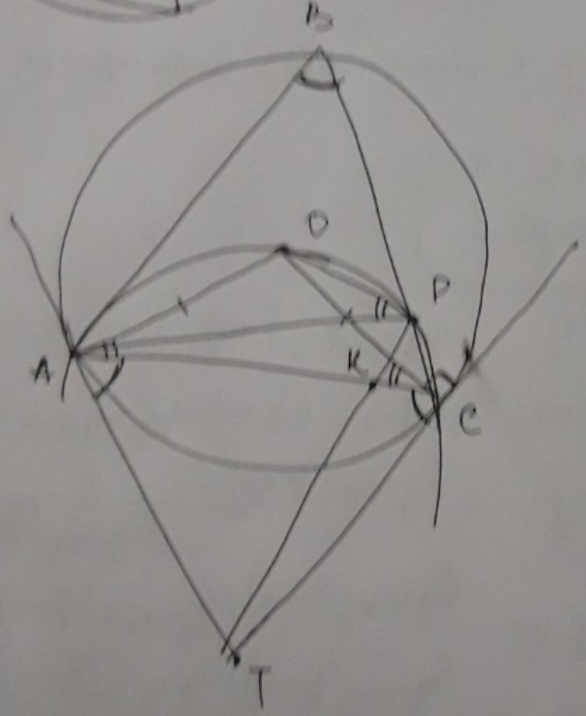
$4^3\cdot 3 + 8\cdot 4(64-8) = 28$

256

Черновик







16+8+1.
25

49+64

$$\begin{array}{r} 64 \\ +\ 49 \\ \hline 113 \\ \times\ 17 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times\ 17 \\ \hline 343 \\ 49 \\ \hline 833 \\ +\ 192 \\ \hline 1025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\ 3 \\ \hline 192 \end{array}$$

$a = \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$b = \log_{(x+1)^2}(29-x)$

$c = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1).$

ОДЗ: $\begin{cases} \frac{x}{7}+7>0 \\ 29-x>0 \\ -x-1>0 \Leftrightarrow x+1<0. \\ \frac{x}{7}+7\neq 1 \\ (x+1)^2\neq 1. \\ 29-x\neq 1. \end{cases}$

Черновик

x^4+4x

$x^4+2\cdot 2\cdot x^2\cdot x+4x^2$

$(x^2+2x)^2+2x^2+5x$

$\sqrt{2}x+2\sqrt{2}x\cdot\lambda=5x.$

$\lambda=\frac{5}{2\sqrt{2}}.$

$\frac{25}{8}-28.$

1) $a=b,\ c=a+1.$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{(x+1)^2}(29-x).$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{\log_{29-x}(x+1)^2}.$

$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{2\log_{29-x}|x+1|}.$ С учётом ОДЗ $|x+1|=-(x+1)$

$4\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{29-x}-(x+1)=1$

$\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{29-x}(-(x+1))=\frac{1}{4}.$

$2\log_{\frac{x}{7}+7}(-(x+1))=\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\cancel{2}\log_{\frac{x}{7}+7}(-(x+1))=\cancel{2}\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\log_{\frac{x}{7}+7}(-(x+1))=\frac{1}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}$

$\frac{1}{2}\log_{-(x+1)}(29-x)=\frac{1}{2}\,2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right).$

$\frac{1}{2\frac{1}{2}\log_{(29-x)}-(x+1)}=2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\log_{(29-x)}-(x+1)=\frac{1}{4\log}$

$16+32+24+20-28$

$16-32+24-20-28.$

~~40~~

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1).$

$\cancel{2}\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\cancel{2}\log_{\frac{x}{7}+7}(-(x+1))$

$\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{\log_{-(x+1)}\left(\frac{x}{7}+7\right)}.$

$\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\left(\log_{-(x+1)}\left(\frac{x}{7}+7\right)\right)=1.$

$\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\left(\frac{\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)}{\log_{29-x}(-(x+1))}\right)=1.$

$\pm1, \pm2, \pm4, \pm7, \pm14, \pm28$

~~1-4+~~

$16+32+24+$

$1+4+6+5-28.$

$1-4+6-5-28.$

Чистовик

Черновик

Черновик

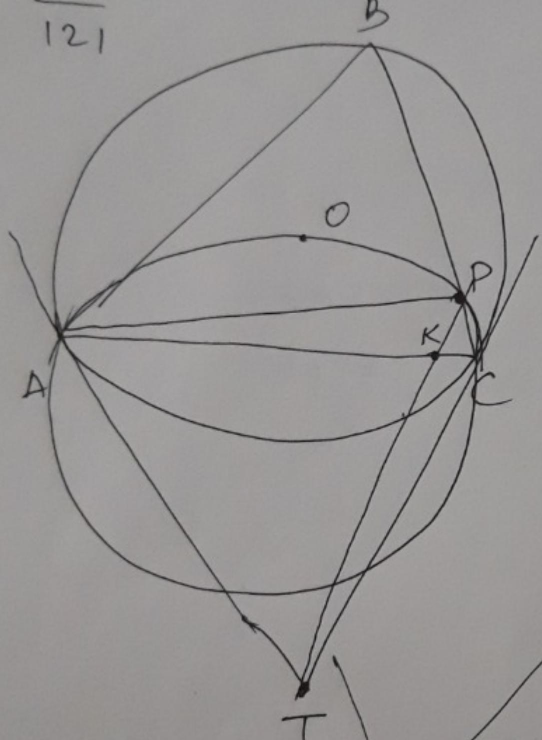
$(x^2+2x+1)(x^2+2x+1)=29-x.$

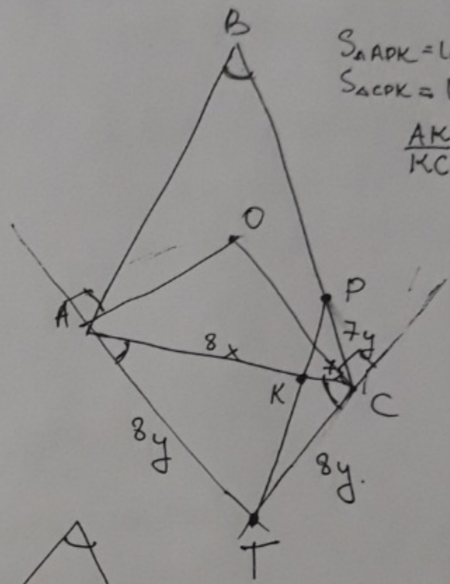
$x^4+2x^3+\underline{x^2}+2x^3+\underline{4x^2}+2x+\underline{x^2}+2x+1=29-x.$

$x^4+4x^3+6x^2+5x-28=0.$

$$\begin{array}{r} \times\, 28 \\ 4 \\ \hline 112 \\ 9 \\ \hline 121 \end{array}$$

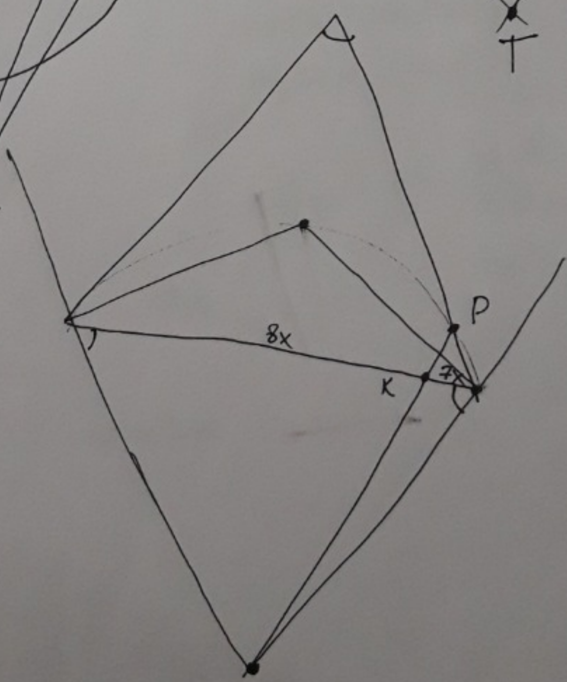
$$\begin{array}{r|l} 77 & 4 \\ -4 & 19 \\ 37 & \\ -36 & \\ 10 & \end{array}$$

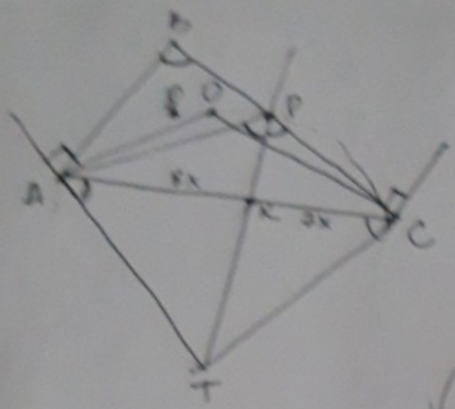




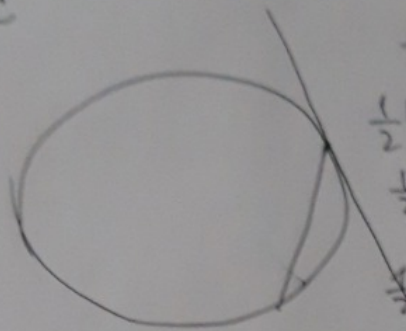
$S_{\triangle APK}=16$
$S_{\triangle CPK}=14.$

$\frac{AK}{KC}=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}.$





Черновик



$PA = 8y$.

$PC = 7y$

$\frac{1}{2} PC \cdot PK \cdot \sin\alpha = 14$

$\frac{1}{2} PK \cdot PA \cdot \sin\alpha = 16$.

$\frac{1}{2} \cdot 7y\, PK \sin\alpha = 14$.

$\frac{1}{2} \cdot 8y \cdot PK \sin\alpha = 16$.

$y\, PK \sin\alpha = 4$.

$tg\,\alpha = \frac{3}{5}$.

$$tg\,2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} = \frac{2\cdot\frac{3}{5}}{1-\frac{9}{25}} = \frac{2\cdot 3\cdot 25}{5\cdot 16} = \frac{15}{8}.$$

$$\begin{array}{r} \times\, 49 \\ 14 \\ \hline 196 \\ 49 \\ \hline 686 \end{array}$$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

$\frac{9}{25} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

$\cos^2\alpha = \frac{1}{\frac{9}{25}+1} = \frac{25}{34}$.

~~7x~~

~~sin2α~~.