Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101598**

ID профиля: **168415**

Вариант 24

Математика, 11 кл.

Вариант 24

Чистовик

№1 стр. 1.

$a_n = d(n-1) + a_1$, $S_9 = 5$

$S_9 = \frac{a_1 + a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = 9(a_1 + 4d) = 9a_1 + 36d$

$a_5 a_{18} = (a_1 + 4d)(a_1 + 17d) = a_1^2 + 17a_1d + 4a_1d +$
$+ 68d^2 = a_1^2 + 21a_1d + 68d^2$

$a_{10} a_{13} = (a_1 + 9d)(a_1 + 12d) = a_1^2 + 12a_1d + 9a_1d +$
$+ 108d^2 = a_1^2 + 21a_1d + 108d^2$

Получим систему неравенств:

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4 \\ a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d - 9a_1 > -68d^2 + 36d - 4 \\ a_1^2 + 21a_1d - 9a_1 < -108d^2 + 36d + 60 \end{cases}$$

Получаем:

$-68d^2 + 36d - 4 < a_1^2 + 21a_1d - 9a_1 < -108d^2 + 36d + 60$,

откуда

$-68d^2 + 36d - 4 < -108d^2 + 36d + 60$

$40d^2 < 64$

$d^2 < 1,6$.

Математика, 11 кл.

Вариант 24

Чистовик

№1 стр. 2.

Т.к. прогрессия состоит из целых чисел, то d – целое. Получаем: $d=0$ или $d=1$, $d=-1$.

~~$d \neq 0$~~
~~$\begin{cases} a_1^2 - 9a_1 + 4 > 0 \\ a_1^2 - 9a_1 + 60 < 0 \end{cases}$~~

В условии сказано, что прогрессия возрастающая, значит $d \neq 0$, $d \neq -1$. Тогда $\underline{d=1}$.

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 36 - 4 \\ a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 36 + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0 \\ a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0 \end{cases}$$

Первое неравенство: $(a_1+6)^2 > 0 \Rightarrow \underline{a \neq -6}$

Второе неравенство: $a_1 \in (-6-\sqrt{24}; -6+\sqrt{24})$,

т.к. a_1 – целое $\Rightarrow a \in [-2; -10]$ (т.к. $5 > \sqrt{24} > 4$)

Пересекая, получаем: $a \in [-2; -6) \cup (-6; 10]$,

т.е. $a_1 = \{-2, -3, -4, -5, -7, -8, -9, -10\}$

Ответ: $a_1 = \{-2, -3, -4, -5, -7, -8, -9, -10\}$

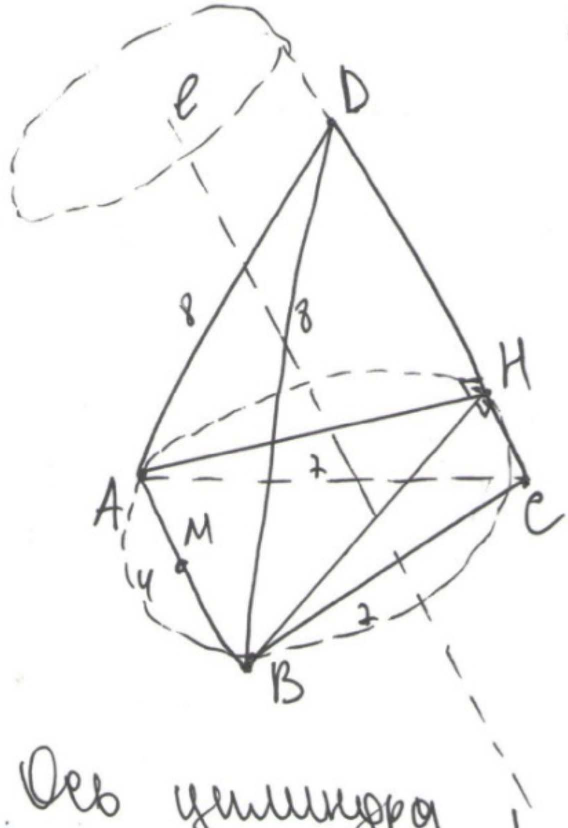
21101598 (U168415 M1299007)

Математика, 11 кл.

Вариант 24

Чистовик

№2 стр. 1.



$AB = 4$, $AC = CB = 7$,

$AD = DB = 8$

R – наим.

CD – ?

Решение:

1) Радиус цилиндра – радиус окр-ти, которая лежит в его основании. Ось цилиндра $\perp$ плоскости этой окр-ти, а значит, $\perp$ плоскости любой окр-ти, которая $\parallel$ окр-ти в основании. Все окружности, плоскости которых параллельны, в цилиндре равны. Т.е. любая окр-ть, $\in$ цилиндру, плоскость которой $\perp$ оси, равна окр-ти лежащей в основании.

2) Заметим, что тетраэдр симметричен плоскости MDC, где M – сер. AB

Значит, основания ~~высот~~ BH_1 и BH_2 в $\triangle DBC$ и ADC – одна и та же точка H.

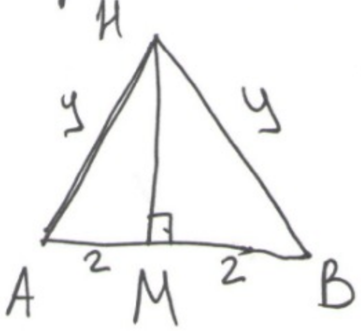
Математика 11кл.

Вариант 24

Чистовик №2 стр. 2.

3) $DC \parallel l$, $DC \perp AH$, $DC \perp BH \Rightarrow DC \perp (AHB) \Rightarrow$
$\Rightarrow l \perp (AHB) \Rightarrow$ радиус окр-ты, опис. около $\triangle AHB$ — радиус цилиндра.

4) Пусть $BH = AH = y$.



$$HM = \sqrt{y^2-4}$$

$$S_{AHB} = \frac{\sqrt{y^2-4}\cdot 4}{2} = 2\sqrt{y^2-4}$$

$$R = \frac{abc}{4S}$$

$$R = \frac{4y^2}{8\sqrt{y^2-4}} = \frac{y^2}{2\sqrt{y^2-4}}$$

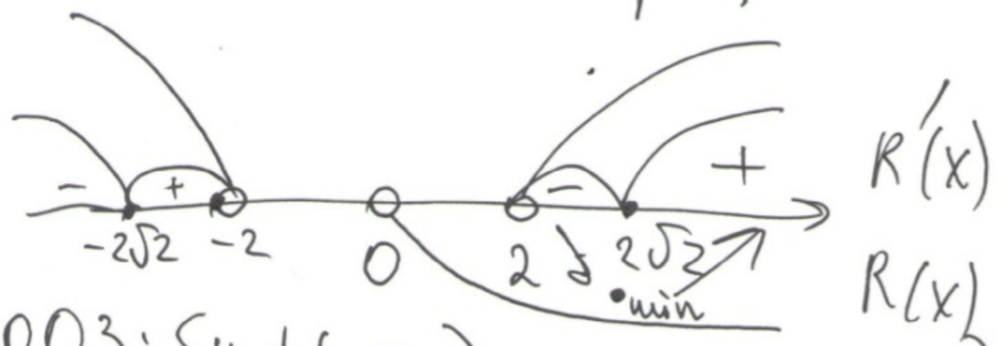
Рассмотрим это выражение как функцию $R(y)$. Найдём её наименьшее значение.

$$R'(y) = \frac{2y\cdot 2\sqrt{y^2-4} - y^2\cdot 2\cdot\frac{1}{2\sqrt{y^2-4}}\cdot 2y}{4(y^2-4)} =$$

$$= \frac{4y\sqrt{y^2-4} - \frac{2y^3}{\sqrt{y^2-4}}}{4(y^2-4)} = \frac{4y(y^2-4)-2y^3}{4(y^2-4)\sqrt{y^2-4}} =$$

$$= \frac{2y^3-16y}{4(y^2-4)\sqrt{y^2-4}} = \frac{2y(y-2\sqrt{2})(y+2\sqrt{2})}{4(y-2)(y+2)\sqrt{y^2-4}}$$

Математика, 11 кл.
Вариант 24
Чистовик
№ 2 стр. 3.

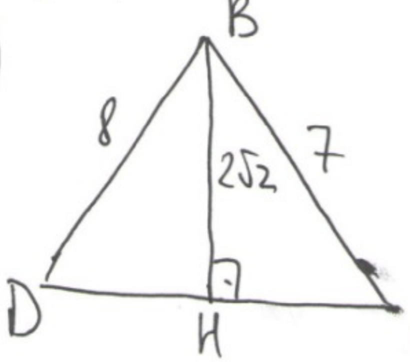


ОДЗ: $\begin{cases} y \notin (-2; 2) \\ y \geq 0 \end{cases}$ $\quad y \in (2; +\infty)$

Таким образом, $\underline{y_{min} = 2\sqrt{2}}$ - значение y, при котором R_{min}.

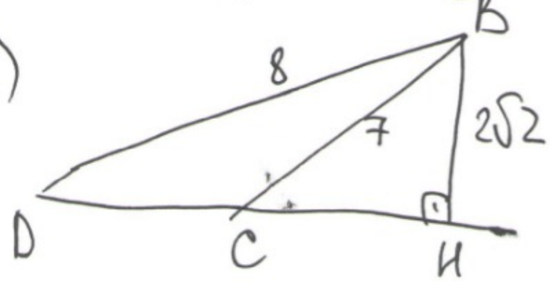
5) Высота BH может ~~не~~ лежать как внутри, так и вне Δ DBC

а)



В этом случае $DH = \sqrt{64-8} = \sqrt{56}$, $HC = \sqrt{49-8} = \sqrt{41}$, $\underline{DC = \sqrt{56} + \sqrt{41}}$

б)



В этом случае $DC = DH - CH = \underline{\sqrt{56} - \sqrt{41}}$.

Ответ: $\sqrt{56} + \sqrt{41}$; $\sqrt{56} - \sqrt{41}$.

21101598 (U168415 M1299007)

5

Математика, 11 кл.

Вариант 24

Чистовик.

№3 стр. 1

$\forall (a;b)$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 10\\ a^2+b^2\le \min(-6a-2b,10)\end{cases}$$

Построим фигуру M в коорд $(a;b)$.

Второе ~~з~~ нер-во:

а) $-6a-2b<10$ $b>-3a-5$

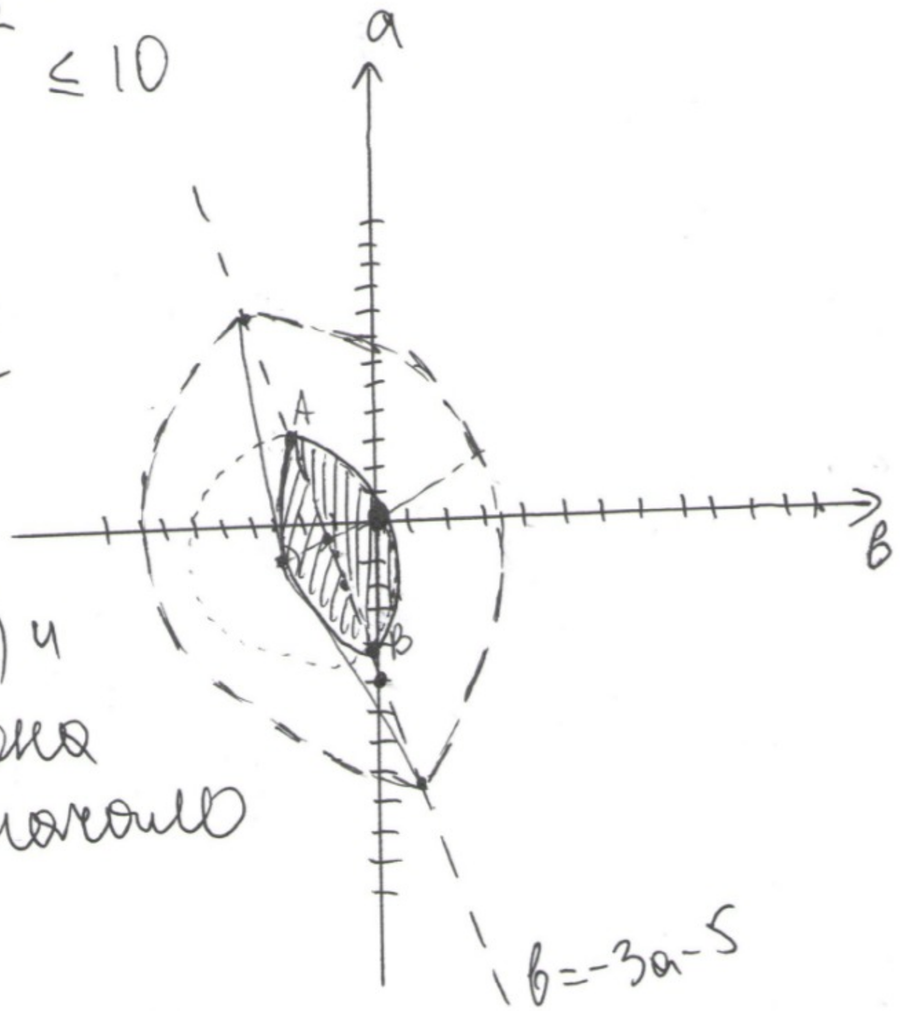
$a^2+b^2\le -6a-2b$

$(a+3)^2+(b+1)^2\le 10$

б) $b<-3a-5$

$a^2+b^2\le 10$

В случае а) мн-во решений — мн-во ~~точек~~ ек внутри окр-ти с центром $(-3;-1)$ и радиусом $\sqrt{10}$ (она пройдёт через начало координат.



21101598 (U168415 M1299007)

6

Вариант 24 Математика, 11 кл.

Чистовик

№3 стр. 2

В случае б) мн-во решений — мн-во точек внутри окр-ти с центром (0;0) и $r = \sqrt{10}$ (окр-ть пройдём через центр первой в п. а)).

Мн-во решений ~~первой~~ второго неравенства показана на графике.

Мн-во решений ~~второго~~ первого нер-ва — мн-во точек внутри окр-ти с центром $(x'; y)$ и $r = \sqrt{10}$. Т.е. эта окр-ть должна иметь хотя бы одну точку, общую с заштрихованной областью.

Т.е. центр окр-ти должен быть удален от краёв области не более чем на $\sqrt{10}$. Тогда x, y удовлетв. условию:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y > -3x-5 \\ (x+3)^2+(y+1)^2 \leq 20 \end{cases} \\ \begin{cases} y < -3x-5 \\ x^2+y^2 \leq 20 \end{cases} \end{array}\right.$$

~~8 ект. =~~

, т.е. ~~в~~ площадь M равна S фигур, обвед. пунктиром, равна $4 S_1$ заштрих. пл-ди (площади подобных фигур относятся как k^2)

7

Вариант 24 Математика, 11 кл
Чистовик

$S_1 = 2S_{\text{сект. } AB}$

№ 3 стр. 3

$\cancel{3}$ Найдем коорд. точек A и B.

$$\begin{cases} -3a-5=b \\ a^2+b^2=10 \end{cases}$$

$a^2+(3a+5)^2=10$

$a^2+9a^2+30a+25=10$

$10a^2+30a+15=0$

$2a^2+6a+3=0$

$\cancel{a=-1} \quad \cancel{a=-2}$ $\quad \cancel{\times -3} \quad \cancel{\times 18}$

$D_1 = 9-6=3$

$a_{12} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$ $\qquad b_1 = -3(-3+\sqrt{3})$

A

Черновик

① $-6a-2b<10$ $\quad -3a-b<10$ $\quad b>-3a-10$

$a^2+b^2\le -6a-2b<10$

$a^2+6a+b^2+2b\le 0$

$a^2+6a+9+b^2+2b+1\le 10$

$(a+3)^2+(b+2)^2\le 13$

② $-6a-2b>10$

$a^2+b^2\le 10$

$-6a-2b=10$

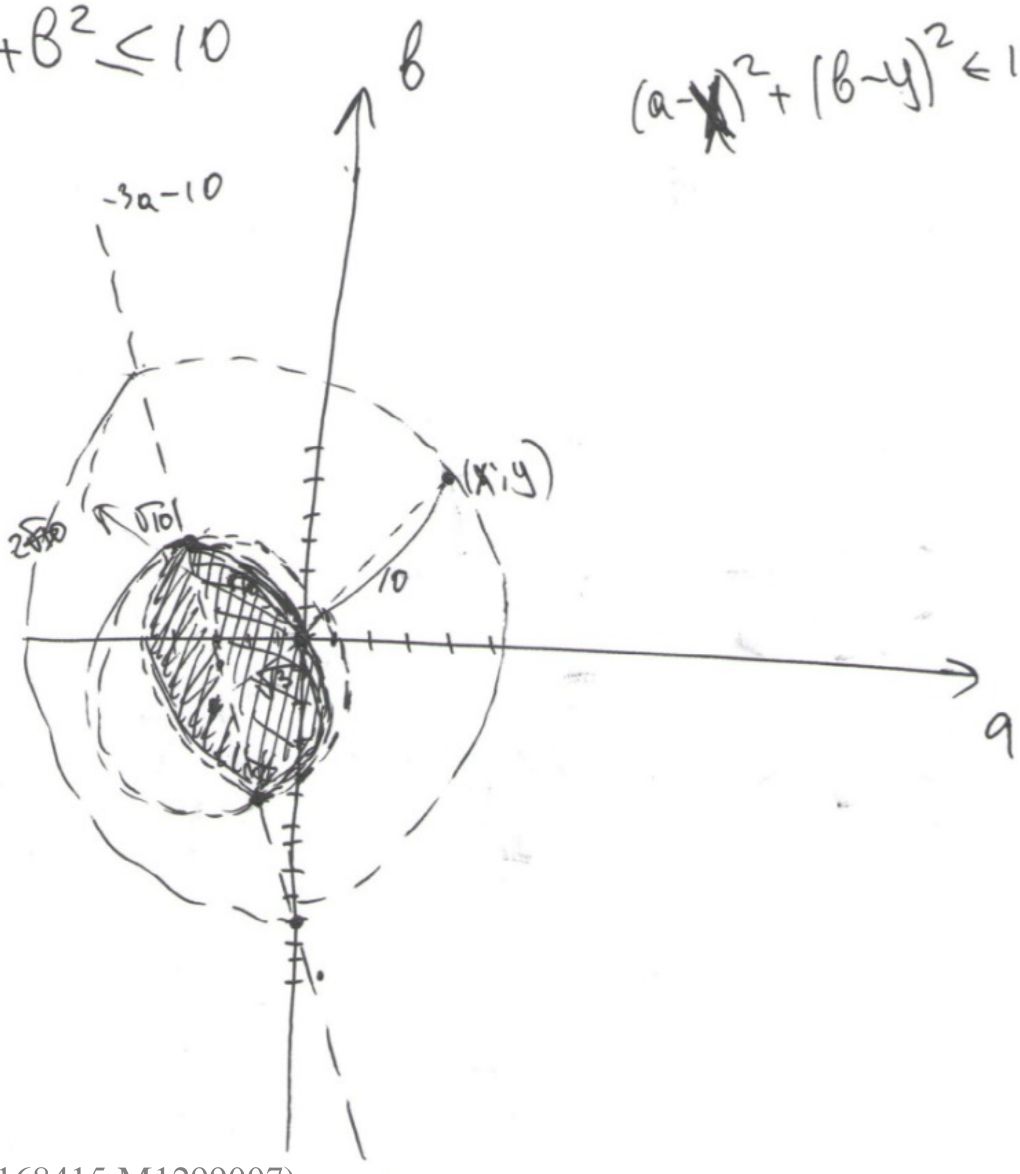
$-3a-b=10$

$b=-3a-10$

9; 2

9+4

$(a-\cancel{x})^2+(b-y)^2\le 10$



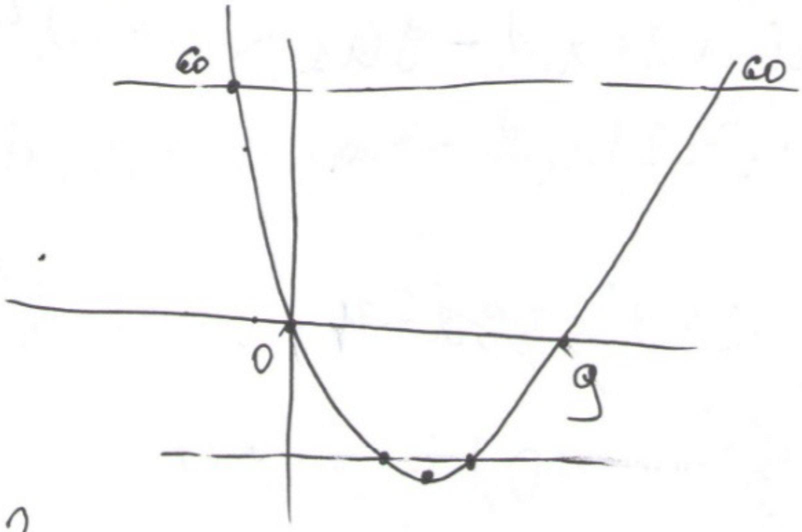
21101598 (U168415 M1299007)

Черновик

$\cancel{2a_1^2 - 18a_1 < 56}$

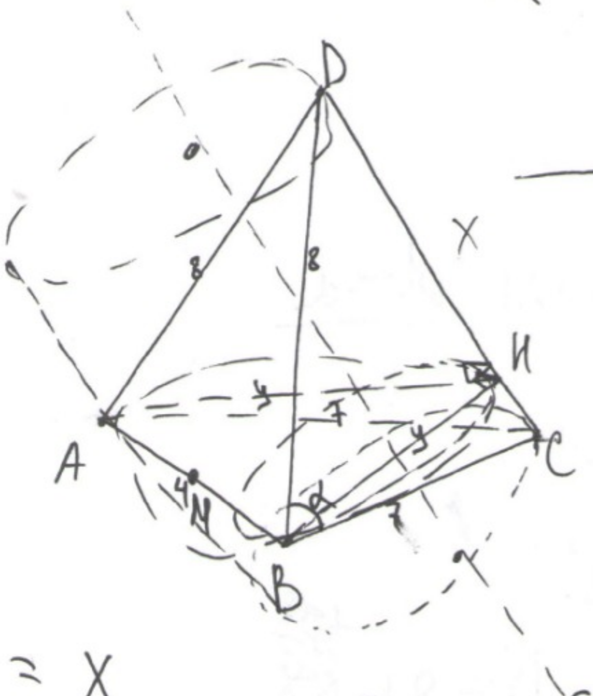
$a_1^2 - 9a_1 < 60$

-4



$9 : 0$

№2.



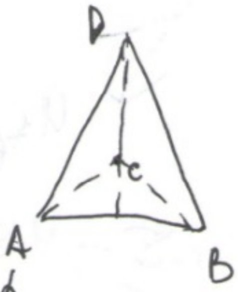
AB = 4
AC = CB = 7
AD = DB = 8
r - наим.
CD - ?
Окр-ть описана около △AHB.

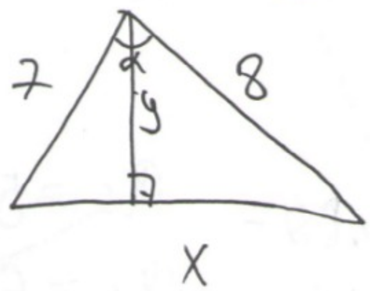
CD = x

BH = y

$S_{BDC} = S_{DAC} = \frac{y \cdot x}{2} = 8 \cdot 7 \cdot \sin\angle DBC$

Вид спереди:





$\frac{y \cdot x}{2} = \frac{7 \cdot 8 \cdot \sin\alpha}{2}$

$xy = 56\sin\alpha$

$y = \frac{56\sin\alpha}{x}$

21101598 (U168415 M1299007)

Черновик

$a_1^2+21a_1d-9a_1 > -68d^2+36d-4$

$a_1^2+21a_1d-9a_1 < -108d^2+36d+60$

$-68d^2+\cancel{36d}-4 < -108d^2+\cancel{36d}+60$

$40d^2 < 64$

$d^2 < \frac{64}{40} = \frac{8}{5} = 1,6$

$d^2 < 1,6$

d - целое $\Rightarrow$ $\underline{d=0}$ или $\underline{d=1}$

1. $d=0$

$\begin{cases} a_1^2 > 9a_1-4 \\ a_1^2 < 9a_1+60 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2-9a_1+4 > 0 \\ a_1^2-9a_1-60 < 0 \end{cases}$

$D = 81-16 = 65$

$a_{1_B} = \frac{9}{2} = 4,5$

$a_{12} =$

$81+4\cdot 60 =$

$= 240+81 =$

$= 321$

$a_1=5$: $25-45+4<0 = -16$

$a_1=6$: $36-54+4<0 =$

$a=7$ 49

$16\cdot 4=$

21101598 (U168415 M1299007)

$$\begin{array}{r} 21 \\ +21 \\ \hline 21 \\ 42 \end{array}$$

Черновик

$D=(21d-9)^2-4(68d^2-36d+4)=$
$=441d^2-42\cdot 9d+81-$
$-282d^2$

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times 4 \\ \hline 282 \end{array}$$

№1

a_n - ар.пр., сост. из целых чисел
$S_9=S$
$a_5a_{18}>S-4$
$a_{10}a_{13}<S+60$

a_1 - ?

$$\begin{array}{r} 441 \\ -282 \\ \hline 159 \end{array}$$

$a_n=d(n-1)+a_1$

$S_9=\frac{a_1+a_1+d\cdot 8}{2}\cdot 9=\frac{2a_1+8d}{2}\cdot 9=$

$=9(a_1+4d)=S=9a_1+36d$

$a_5a_{18}=(a_1+4d)(a_1+17d)=a_1^2+17a_1d+$
$+4a_1d+4\cdot 17d^2=a_1^2+21a_1d+68d^2$

$a_{10}a_{13}=(a_1+9d)(a_1+12d)=a_1^2+12a_1d+$
$+9a_1d+9\cdot 12d^2=a_1^2+21a_1d+108d^2$

$$\begin{cases} a_1^2+21a_1d+68d^2>9a_1+36d-4 \\ a_1^2+21a_1d+108d^2<9a_1+36d+60 \end{cases}$$

$a_1^2+a_1(21d-9)+68d^2-36d+4>0$

Черновик

$68-32=36$

$108-96=12$

$a_1^2+2\cdot 6\cdot a_1+36>0$

$(a_1+6)^2>0$ $\qquad D_1=36-12=24$

$a\neq -6$ $\qquad a_{12}=\dfrac{-6\pm\sqrt{24}}{1}$

$4<\sqrt{24}<\sqrt{25}$ $\qquad -\sqrt{24}>-4$

<5

$-6+\sqrt{24}>-6+4=-2$

$-6-\sqrt{24}<-6-4=-10$

$a_1=-2 \quad 4-24+12=4-12<0$

~~$a_1=-3 \quad 9-36+12<0$~~

$a=-1 \quad 1-12+12>0$

$a\in[-2;-6)\cup(-6;-10]$

$100-120+12<0$

$a=-11 \quad 121-12\cdot 11+12>0$

$S=9\cdot -2+36=-18+36=\underline{18}$

$a_5a_8=4+21\cdot(-2)+68=4-42+68=4+26=30$

$30>14$

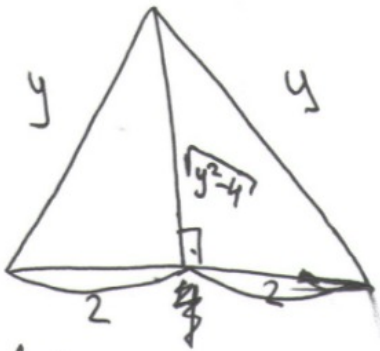
$a_{10}a_{18}=4+21(-2)+108=108-42+4=66+4=70$

$70<18+60$

$\underline{70<78}$

Черновик.

min R



$$4S = \frac{4 \cdot \sqrt{y^2-4} \cdot 4}{2} = 8\sqrt{y^2-4}$$

$$R = \frac{abc}{4S} \qquad R = \frac{4y^2}{\frac{4 \cdot \sqrt{y^2-4} \cdot 4}{2}} = \cancel{\frac{2y^2}{8\sqrt{y^2-4}}} =$$

$$= \frac{4 \cdot y^2}{8\sqrt{y^2-4}} = \frac{y^2}{2\sqrt{y^2-4}} = R \to \min$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$f(y) = \frac{y^2}{2\sqrt{y^2-4}} \qquad \frac{y(y-2\sqrt{2})(y+2\sqrt{2})}{2(y-2)(y+2)\sqrt{y^2-4}}$$

$$2y(y^2-8) = 2y(y-2\sqrt{2})(y+2\sqrt{2})$$

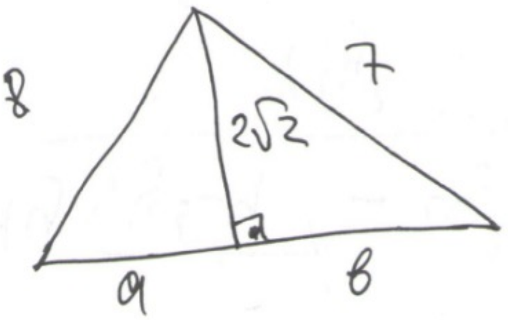
$$\boxed{y = 2\sqrt{2}}$$

$$f'(y) = \frac{2y \cdot 2\sqrt{y^2-4} - y^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{y^2-4}} \cdot 2y}{4(y^2-4)} =$$

$$= \frac{4y\sqrt{y^2-4} - 2y^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{y^2-4}}}{4(y^2-4)} \left(\sqrt{y^2-4}\right) = \cancel{2(y^3-8y)} \quad 2y^3-16y$$

$$= \frac{4y(y^2-4) - 2y^3}{4(y-2)(y+2)\left(\sqrt{y^2-4}\right)} = \frac{4y^3-16y-2y^3}{4(y-2)(y+2)\sqrt{y^2-4}} = \cancel{2y^3-16y}$$

$y = 2\sqrt{2}$ $R = \frac{y^2}{2\sqrt{y^2-4}} = \frac{8}{2\cdot 2} = 2$



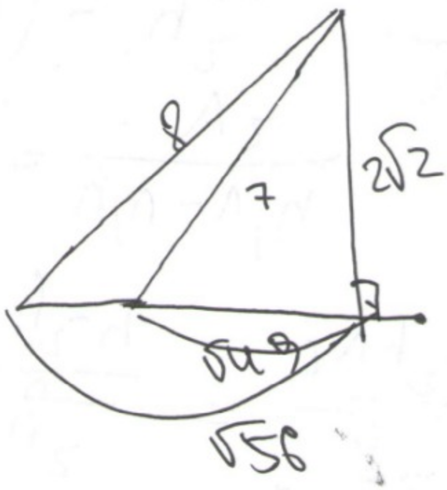
$a = \sqrt{64-8} = \sqrt{56}$

$b = \sqrt{48-8} = \sqrt{41}$

$\underline{\sqrt{56} + \sqrt{41}}$

$\sqrt{56} \neq \sqrt{41}$

черновик



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101598**

ID профиля: **168415**

Вариант 24

Математика, 11 кл.

Вариант 24

Чистовик

№4 стр. 1.

$a, b, c \in N$

$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 33 \\ НОК(a;b;c) = 3^{19} \cdot 11^{15} \end{cases}$

Пусть: $a = 33k_1$
$b = 33k_2$
$c = 33k_3$

тогда $НОД(k_1;k_2;k_3) = 1$

Тогда нужно найти кол-во троек $(k_1;k_2;k_3)$. Найдем сначала неупорядоченное кол-во троек!

$abc = НОК(a;b;c) \cdot НОД(a;b;c)$

$3^3 \cdot 11^3 k_1 k_2 k_3 = 3^{20} \cdot 11^{16}$

$k_1 k_2 k_3 = 3^{17} \cdot 11^{13}$.

Тогда: $k_1 = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\beta_1}$
$k_2 = 3^{\alpha_2} \cdot 11^{\beta_2}$
$k_3 = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$

т.к. $НОД(k_1;k_2;k_3) = 1$, то ~~одно~~ хотя бы одно из чисел $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и из чисел $\beta_1, \beta_2, \beta_3 = 0$. Мы ищем неупорядоченные тройки, поэтому без ограничения общности $\beta_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$.

$k_1 = 3^{\alpha_1}$
$k_2 = 11^{\beta_2}$
$k_3 = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$

При этом $\alpha_1 + \alpha_3 = 17$
$\beta_2 + \beta_3 = 13$

Таким образом, α_3 и β_3 однозначно определяют α_1 и β_2

1

Математика, 11кл.

Вариант 24

Чистовик

№4 стр.2

Рассмотрим случаи, чтобы найти повторяющиеся неупор. тройки:

① $\alpha_3 \neq 0$, $\beta_3 \neq 0$. В этом случае никакие (*) из чисел k_1, k_2, k_3 совпадать не могут.

② $\alpha_3 = 0$, $\beta_3 = 0$ $\quad k_3 = 1$, $k_1 = 3^{17}$, $k_2 = 11^{13}$

③ $\alpha_3 = 0$, $\beta_3 \neq 0$. $\quad k_1 = 3^{17}$ $\quad \beta_2 \neq 13$.

$k_2 = 11^{\beta_2}$

$k_3 = 11^{13-\beta_2}$.

Заметим, что при $\beta_3 = 17$ мы получаем тройку $k_1 = 3^{17}$, $k_2 = 1$, $k_3 = 11^{13}$, как в случае ② Больше совпадающих троек нет. (с другими пунктами)

В этом случае получаем тройки

$\{3^{17}; 1; 11^{13}\}$, $\{3^{17}; 11; 11^{12}\}$, $\{3^{17}; 11^2; 11^{11}\}$, $\{3^{17}; 11^3; 11^{10}\}$; $\{3^{17}; 11^4; 11^9\}$; $\{3^{17}; 11^5; 11^8\}$; $\{3^{17}; 11^6; 11^7\}$ – 7 троек, 1 повтор. $\Rightarrow$ 6 троек.

(*) В этом случае получаем $17 \cdot 13 = 221$ различных тройки $\{\alpha_3 = \{1 \ldots 17\}, \beta_3 = \{1 \ldots 13\}\}$

Математика, 11 кл.

Вариант 24

Чистовик.

№ 4. стр. 3.

$\alpha_1 \neq 17$

(14) $\alpha_3 \neq 0, \beta_3 = 0$

$k_1 = 3^{\alpha_1}$

$k_2 = 11^{13}$

$k_3 = 3^{17-\alpha_1}$

Получаем тройки: $\{1; 11^{13}; 3^{17}\}$, $\{3; 11^{13}; 3^{16}\}$

$\{3^2; 11^{13}, 3^{15}\}$, $\{3^3, 11^{13}, 3^{14}\}$, $\{3^4, 11^{13}, 3^{13}\}$, $\{3^5, 11^{13}, 3^{12}\}$

$\{3^6, 11^{13}, 3^{11}\}$, $\{3^7, 11^{13}, 3^{10}\}$, $\{3^8; 11^{13}; 3^9\}$ —

9 троек, но тройка $\{1; 11^{13}; 3^{17}\}$ повтор. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 8 троек.

Всего получим $221 + 1 + 6 + 8 = 236$ троек (неупорядоченных).

Упорядоченных троек получим $236 \cdot 3! - 1$

(-1, т.к. тройка $\{1; 1; 3^{17}; 11^{13}\}$ даёт только 2 упор. тройки, а остальные дают по 3 в силу нечётности 13 и 17)

$236 \cdot 6 - 1 = 1405$

Ответ: 1405.

21101598 (U168415 M1299008)

Вариант 24 Математика 11 кл.

Черновик

ОДЗ: $-x-1>0$

$x<-1$

№5

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$, $\log_{(-x-1)^2}(29-x)$, $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

Пусть $\sqrt{29-x}=a$, $\sqrt{\frac{x}{7}+7}=b$,

$(-x-1)=c$; $a, b, c>0$, $a, b, c \neq 1$.

$\log_a b^2$, $\log_{c^2} a^2$, $\log_b c$

1 $\log_a b^2 = \log_{c^2} a^2$

$\log_a b^2 = \log_c a$ $\quad 2\log_a b = \frac{1}{\log_a c}$

$2\cdot\log_a b\cdot\log_a c = 1$

$a^{2\log_a b\cdot\log_a c} = a^1 \Rightarrow a\left(a^{2\log_a b\log_a c}-1\right)=0$

$\log_b c - 1 = \log_a b^2$

$\log_b c - \log_a b^2 = 1 = 2\log_a b\cdot\log_a c$

$2\log_a b\left(\log_a c+1\right) = \log_b c$

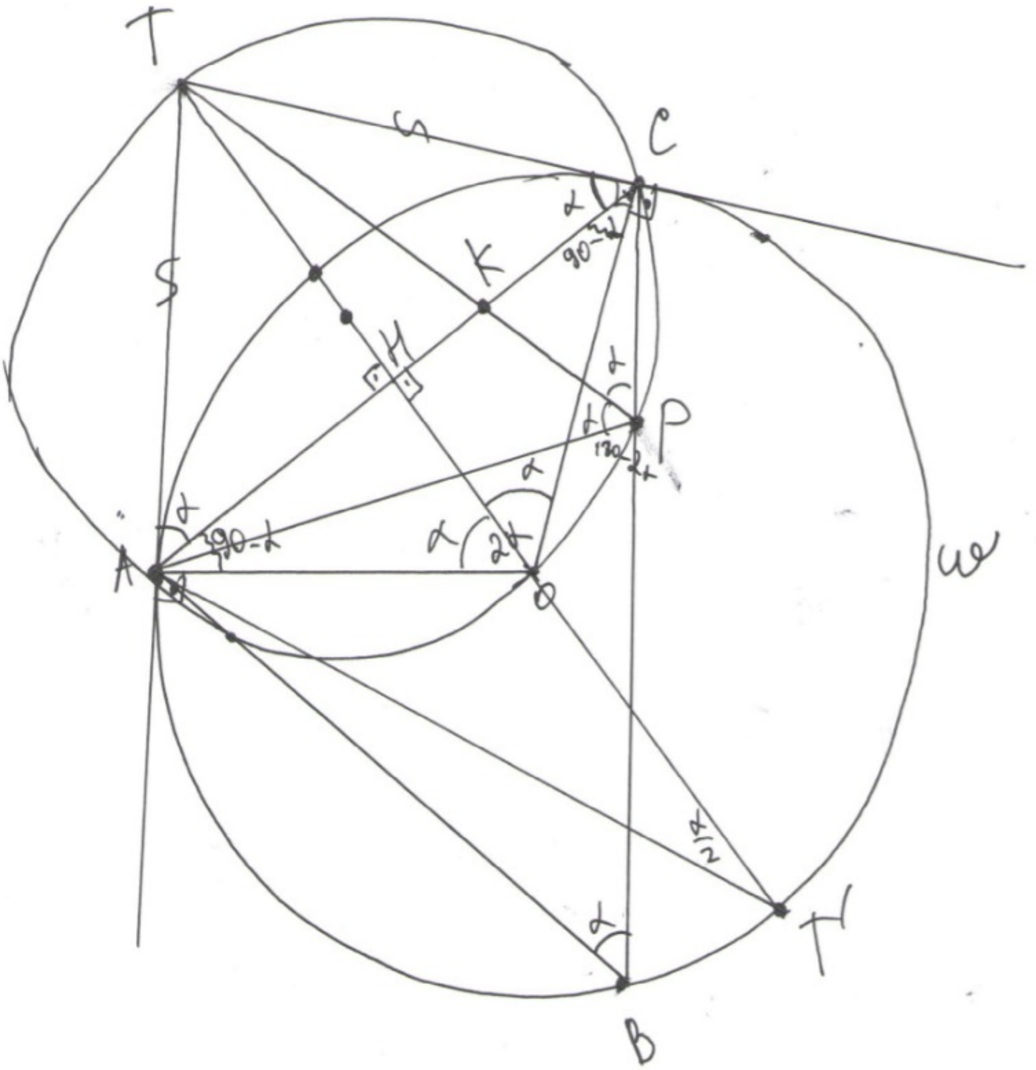
21101598 (U168415 M1299008)

Математика, 11ка.

Вариант 24

Чистовик

№ 6. стр. 1



$S_{\triangle APK} = 16$

$S_{\triangle CPK} = 14$

а) S_{ABC} – ?

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{\sqrt{5}}$

AC – ?

Решение:

1) $\angle AOC = 2\alpha$ (Пусть $\angle ABC = \alpha$), тогда $\angle ACT = \angle CAT = \alpha$, как угол между кас. и хордой. Следовательно, $\angle ATC = 180 - 2\alpha \Rightarrow$ точка T лежит на окр-ти, опис. около $\triangle APC$.

2) $\angle OCT = 90°$ (между радиусом и касательной)

5

Математика, 11кл.

Вариант 24.
Чистовик.

№6. стр.2.

$\Rightarrow$ TO – диаметр окр-ти, опис. около $\triangle APC$.

2) $\angle APB = 180 - 2\alpha$

4) $S_{ABC} = \dfrac{AB \cdot BC \cdot \sin\alpha}{2}$

$\sin\alpha = \dfrac{AT}{2r}$, $\cos\alpha = \dfrac{R}{2r}$ – из $\triangle AOT$.

5) $\triangle APB \sim \triangle ATC$ по двум углам. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{AT}{AP} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{1}{k} \Rightarrow AP = kAT$, $AB = kAC$

$AP = k \cdot 2r\sin\alpha = k \cdot \dfrac{R}{\cos\alpha} \cdot \sin\alpha = kR \cdot tg\alpha$.

6) $\cos\alpha = \dfrac{AH}{AT} \Rightarrow AH = \cos\alpha AT \Rightarrow AC = 2\cos\alpha AT =$

$= 2\cos\alpha \cdot 2r\sin\alpha = 2\cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot \dfrac{R}{\cos\alpha} = 2R\sin\alpha$

$AC = 2R\sin\alpha \Rightarrow \underline{AB = k \cdot 2R\sin\alpha}$.

7) Из $\triangle TPC$: $tg\alpha = \dfrac{CP}{TC} = \dfrac{CP}{TA} \Rightarrow$

$\Rightarrow CP = TA\, tg\alpha = tg\alpha \cdot 2r\sin\alpha = tg\alpha \cdot \sin\alpha \cdot \dfrac{R}{\cos\alpha} =$

$= R\, tg^2\alpha$

$BC = CP + BP = R\, tg^2\alpha + AP = R\, tg^2\alpha + k \cdot R \cdot tg\alpha$

6

Математика, 11 кл.

Вариант 24

Чистовик

№6 стр. 3

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{1}{2}\left(k \cdot 2R\sin\alpha \cdot (R\,tg^2\alpha + kR\,tg\alpha)\right) \cdot$$

$$\cdot \sin\alpha = k\sin\alpha \cdot R \cdot R\,tg\alpha(tg\alpha + k) \cdot \sin\alpha =$$

$$= k\sin^2\alpha \cdot R^2 \cdot tg\alpha(tg\alpha + k)$$

$$\sin\alpha = \frac{AT}{2r}, \quad tg\alpha = \frac{AT}{R}, \quad k = \frac{AP}{AT}$$

$$\cancel{\frac{AP}{AT} \cdot \frac{AT^2}{4r^2} \cdot R^2 \cdot \frac{AT}{R} \cdot \left(\frac{AT}{R} + \frac{AP}{AT}\right) =}$$

$$\cancel{\frac{R^2}{4r^2} = \cos^2\alpha} \quad \Bigg| \quad \cancel{= AP \cdot AT^2 \cdot \cos^2\alpha}$$

$$CP \cdot AP \cdot \cancel{\cos}\,\sin 2\alpha = 2 \cdot 30 = 60$$

$$R\,tg^2\alpha \cdot kR\,tg\alpha = 60$$

$$60 = k^2R\,tg^3\alpha$$

8) ~~Ст~~ Площади Δ, имеющ. равн. угол, относ. как произв. сторон, образ. этот угол.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{APK}} = \frac{AB \cdot BC}{AP \cdot PK}$$

$$CK = \frac{14}{30}AC, \quad AK = \frac{16}{30}AC \Rightarrow CK \cdot KC = \frac{14 \cdot 16}{900}AC^2$$

7

Черновик.

Несколько раз встречаются:

$\alpha_1 = 0$, $\beta_3 = 0$

2 ~~. . . 6 2·3~~ !

. . . 6

~~$k_3 = 3^{17}$~~
~~$k_1 = 3^{17}$~~

① $\alpha_3 = 0$
$\beta_3 = 0$

~~$k_1 = 3^{17}$~~
~~$k_2 = 0$~~
~~$k_3 = 11^{13}$~~

$\beta_2 = 0$
$\beta_2 = 13$

$3^{17}, 11^{13}, 0$

② $\alpha_3 = 0$ $\beta_3 \neq 0$

-1

$k_3 = 11^{13}$
$k_2 = 0$
$k_1 = 3^{17}$

$k_1 = 3^{17}$
$k_2 = 11^{\beta_2}$
$k_3 = 11^{13-\beta_2}$

3) $\beta_3 = 0$ $\alpha_3 \neq 0$

-1

$k_1 = 0$
$k_2 = 11^{17}$
$k_3 = 3^{17}$

$k_1 = 3^{\alpha_1}$
$k_2 = 11^{17}$
$k_3 = 3^{17-\alpha_1}$

Если $\beta_3 \neq 0$ $\alpha_3 \neq 0$, то совп. нет.

Нахед. снач. неупор, затем упор. $(0; 0;)$

Тройка $0, 11^{13}, 3^{17}$ получ. при:

~~$\alpha_1 = 0$~~
~~$\beta_2 = 0$~~

① $\alpha_3 = 0$, $\beta_3 = 0$

~~② $\alpha_3 = 0$ $\beta_3 = 0$~~

③ $\alpha_3 = 0$ $\beta_3 = 13$

21101598 (U168415 M1299008)

④ $\beta_3 = 0$ $\alpha_3 =$

Черновик.

$a, b, c \in N$ №4 Кол-во троек - ?

3^{17} 3^{17}
0 11^{13}
11^{13} 0

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 33 \\ НОК(a;b;c) = 3^{18} \cdot 11^{15} \end{cases}$$

$a = 3 \cdot 11 \cdot k_1$
$b = 3 \cdot 11 \cdot k_2$
$c = 3 \cdot 11 \cdot k_3$

~~k_1, k_2, k_3 - взаимно простые~~

$НОД(k_1; k_2; k_3) = 1.$

$$НОК(a;b;c) = \frac{abc}{НОД(a;b;c)}$$

$$3^{18} \cdot 11^{15} = \frac{abc}{3 \cdot 11}$$ $abc = 3^{20} \cdot 11^{16}$

$3^3 \cdot 11^3 \cdot k_1 k_2 k_3 = 3^{20} \cdot 11^{16}$

$k_1 k_2 k_3 = 3^{17} \cdot 11^{13}$

$17 \times 13 = 51 + 17 = 221$

18×14: $72 + 18 = 252$

$252 - 2 = \boxed{250}$

$k_1 = 3^{\alpha_1} \cdot 11^{\beta_1}$
$k_2 = 3^{\alpha_2} \cdot 11^{\beta_2}$
$k_3 = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$

Т.к. НОД $= 1 \Rightarrow$ в одном k
$\Rightarrow$ хотя бы ~~нет~~ $\alpha = 0$, и в одн. $\beta = 0$

$k_1 = 3^{\alpha_1}$
$k_2 = 11^{\beta_2}$
$k_3 = 3^{\alpha_3} \cdot 11^{\beta_3}$

$\alpha_1 + \alpha_3 = 17$
$\beta_2 + \beta_3 = 13$

Тройка задается α_1 и β_2

$\alpha_1 = \{0; 17\}$
$\beta_2 = \{0; 13\}$

$18 \cdot 14 =$

21101598 (U168415 M1299008)

$$AC \cdot CB \cdot BA = S_{ABC} \cdot 4R$$

$$\frac{CP \cdot PA}{CB \cdot BA} = \frac{\cancel{60}^{15} R}{\cos\alpha} \cdot \frac{1}{\cancel{4}R \cdot S_{ABC}}$$

$$\frac{CP \cdot PA}{CB \cdot BA} = \frac{15}{S\cos\alpha} = \frac{30\cancel{\sin\alpha}}{S\,\cancel{\sin 2\alpha}}$$

$$2\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha$$

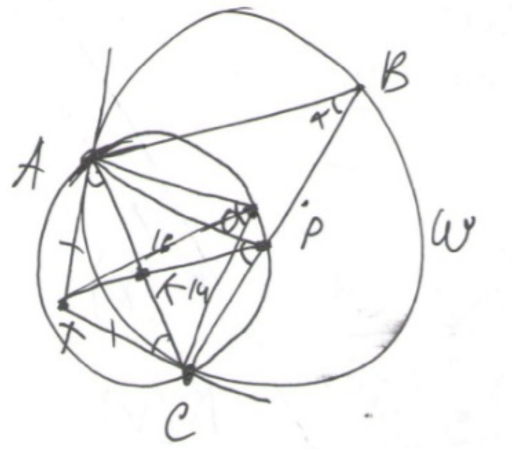
$$30 = \frac{CP \cdot PA \cdot \cancel{60} \cdot \sin 2\alpha}{2}$$

$$S = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin\alpha}{2}$$

$$\frac{30}{S} = \frac{CP \cdot PA \cdot \sin 2\alpha}{AB \cdot CB \cdot \sin\alpha}$$

$$\frac{CP \cdot PA}{AB \cdot CB} = \frac{30\sin\alpha}{S\sin 2\alpha}$$

21101598 (U168415 M1299008)



$S_{\triangle APK} = 16$

$S_{\triangle CPK} = 14$

S_{ABC} - ?

$$\cancel{8} \quad R = \frac{abc}{4S},$$

$$\boxed{\frac{CK}{KA} = \frac{14}{16} = \frac{CP}{PA}} \qquad \cancel{\frac{CP \cdot PK \cdot \sin\alpha}{PK \cdot PA \cdot \sin\alpha}}$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$\frac{AC \cdot CP \cdot PA}{4r} = S_{ACP}$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{R}{2r}} \qquad 2r = \frac{R}{\cos\alpha}$$

$$AC \cdot CP \cdot PA = 30 \cdot 4r = 30 \cdot \frac{2R}{\cos\alpha}$$

$$AC \cdot CP \cdot PA = \frac{60R}{\cos\alpha}$$