Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101350**

ID профиля: **105749**

Вариант 24

Черновик

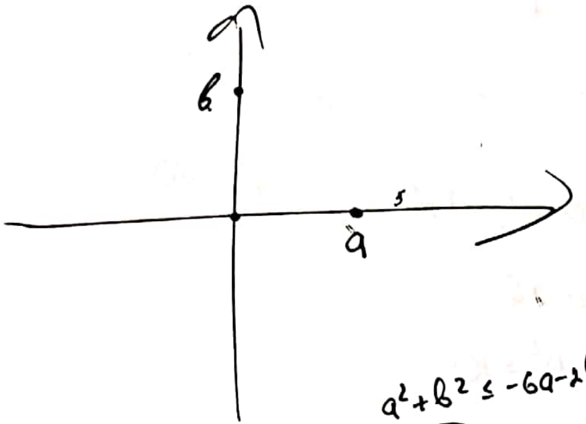
$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$

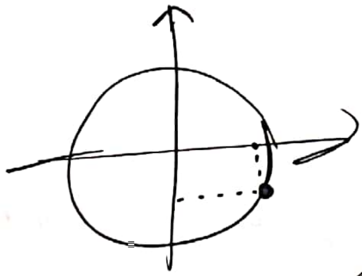
$a^2+b^2 \le \min(-6a-2b;10)$

$a^2+b^2 \le 10.$

$a^2+b^2=10.$

$-6-2b.$





$R=\frac{4abc}{S}$

$\frac{z}{\frac{\cos}{\sin\gamma}}=2R.$

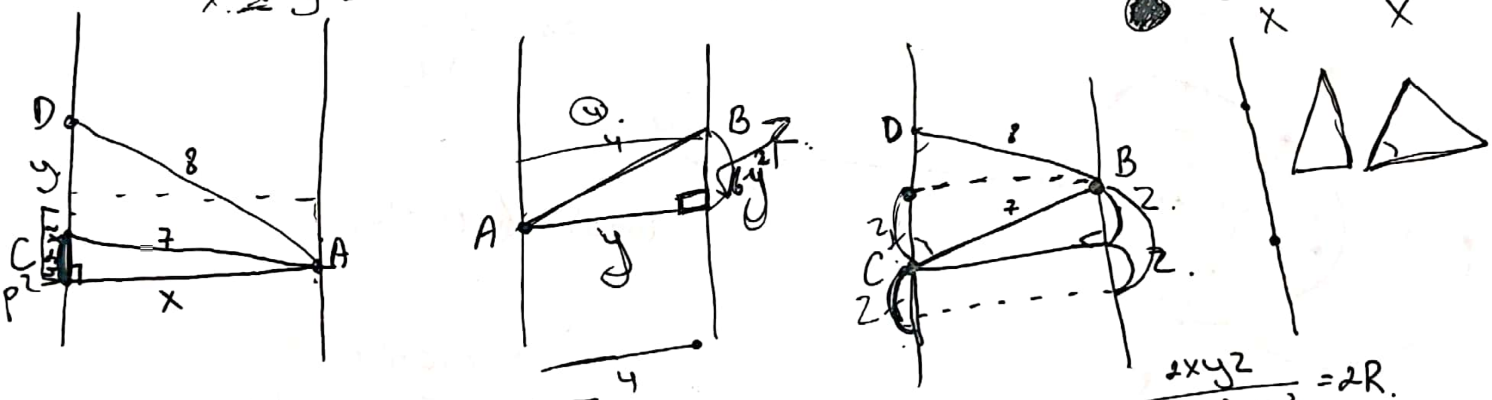
$a^2+b^2 \le -6a-2b.$

$\frac{z}{\sin\gamma}$

$\frac{z}{\frac{\cos}{\sin\gamma}}=\frac{x}{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\frac{y}{\frac{\cos}{\sin\beta}}$

$\sin\alpha \le \sin\beta \le \sin\gamma$

$x \le y \le z$



$x+y \ge z$

$\cos\gamma = \frac{x^2+y^2-z^2}{2xy}$

$\frac{2xyz}{x^2+y^2-z^2}=2R.$

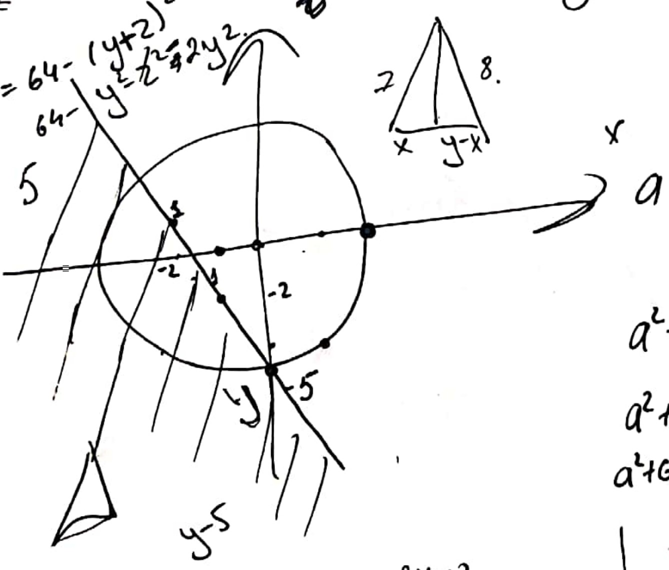
$\cancel{z^2+x^2}$

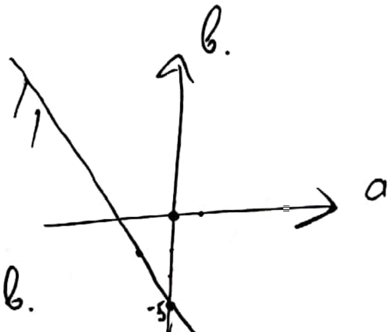
$\cancel{z^2+}$

$49-\cancel{z^2}=64-(y+z)^2$

$64-y^2-z^2-2zy^2.$

$y^2+2y^2=5$





$a^2+b^2 \le -6a-2b.$

$a^2+6a+b^2+2b \le 0$

a^2+6a

$\boxed{-6a-2b.}$

$-6a-2b$

$-6a-2b=10$

$-2b=10+6b$

$b=-5-3a$

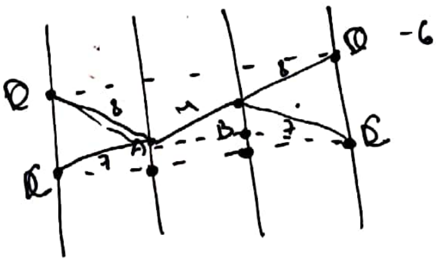
$z=5-y$ $\quad y-5$

$z=\frac{5-y^2}{2y}$

$z=\frac{\cancel{5-2y}}{\cancel{2y}}$

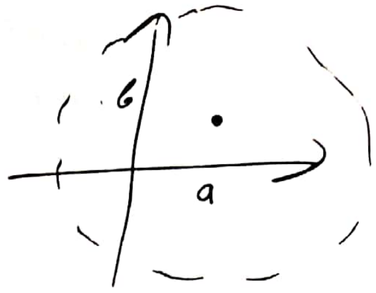
$\frac{2xyz}{x^2+y^2-z^2}$

$(a^2+6a+9)-9$



Черновик.

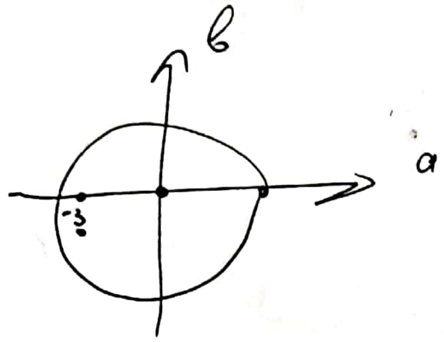
$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$



$\sqrt{10}$

2.5

3+1　9



$\sqrt{10}$　$\sqrt{16}$!

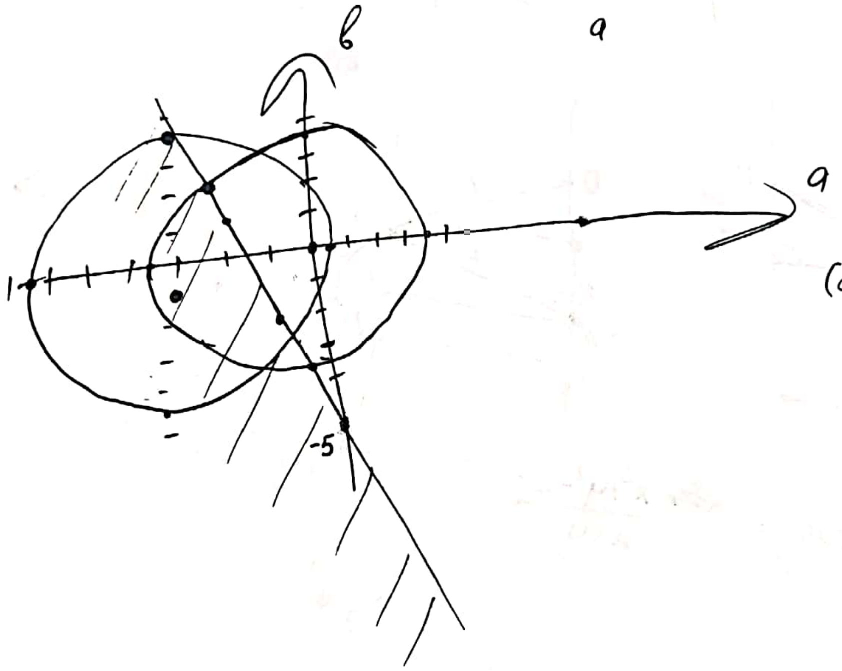
$a^2+b^2 \le 10-(\sqrt{10})^2$

$a^2+b^2 \le -6a-2b.$

$(a\cancel{-}3)^2+(b\cancel{-}+1)^2 \le 10$

$-6a-2b=10.$

a



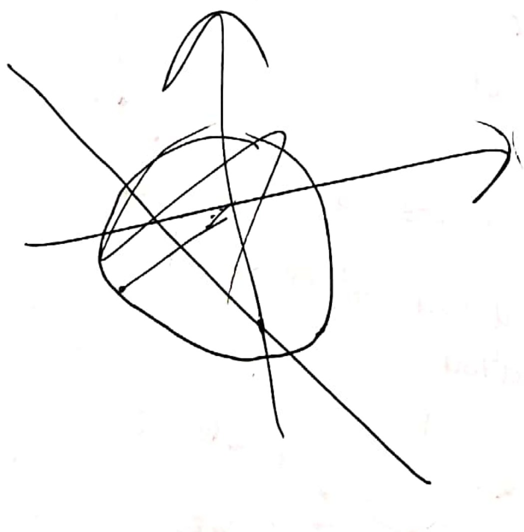
$-2b=10+6a$

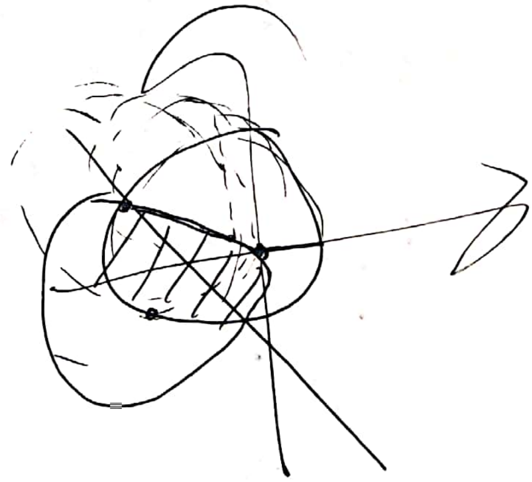
$b=-5-3a.$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10.$

$-2b<10+6a$

$b>-5$





Сканировано с CamScanner

$68+4=72$ Черновик

$a_1^2-30a_1+68-36+4>0$

$$\begin{array}{r} 72 \\ -36 \\ \hline 36 \end{array}$$

$a_1^2-30a_1+36>0$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

$D=225-36=189.$

$$\begin{array}{r} 225 \\ -36 \\ \hline 189 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ -36 \end{array}$$

12

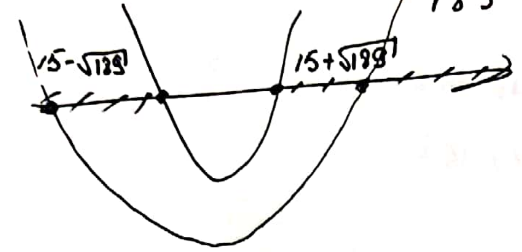
$a_1^2-30a_1+108-36-60<0$

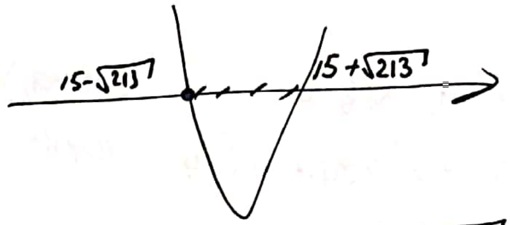
$a_1^2-30a_1+12<0$

$D=225-12=213$

14

169.





$15-\sqrt{213}$ .... $15-\sqrt{189}$

$15+\sqrt{189}$ ... $15+\sqrt{213}<30$

$29<15+\sqrt{189}\le a\le$

$14<\sqrt{213}<15$

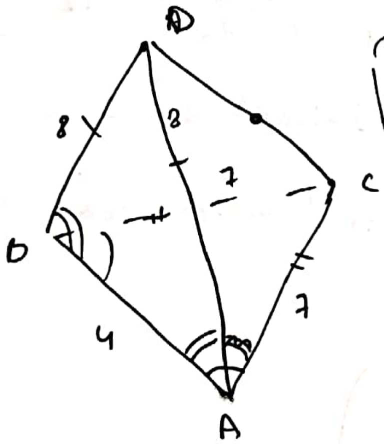
$0<15-\sqrt{213}<1$

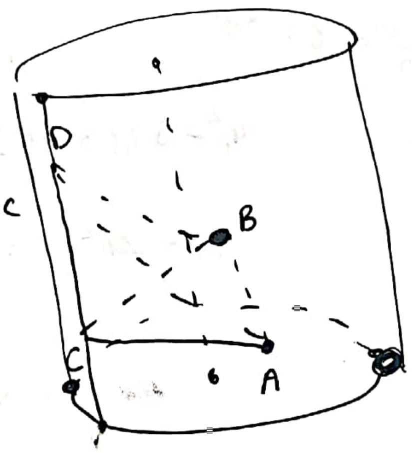
$0<15-\sqrt{213}\le a\le 15-\sqrt{189}<1$

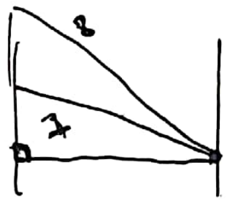
$(a_1+6)^2=a_1^2+12a_1$

$0<a<1.$

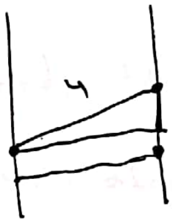
$\varnothing$





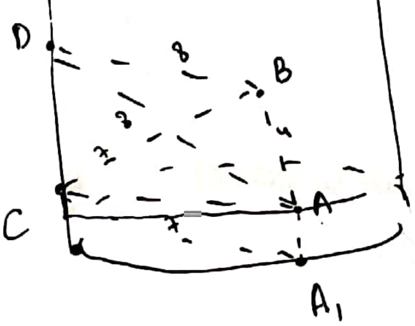


$$\begin{array}{r} 48 \\ -36 \end{array}$$

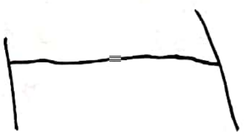


$4<\sqrt{24}<5.$

$< \; -6-\sqrt{24}<a_1<-6+\sqrt{24}$

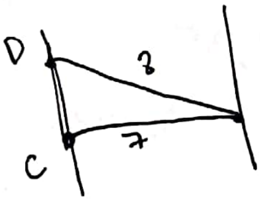


-10



4,5...

$-1{,}5<-1$



5

Черновик

$a_2 = b + a_1 \quad a_3 = 2b + a_1$

$a_n = (n-1)b + a_1$

$S = \frac{a_1 + a_9}{2} 9 = \frac{a_1 + 8b + a_1}{2} 9 = (a_1 + 4b)9$

$a_5 a_{18} > S - 4 \qquad a_{10} a_{13} < S + 60$

$(4b + a_1)(17b + a_1) > 9a_1 + 36b - 4 \qquad (9b + a_1)(12b + a_1) < 9a_1 + 36b + 60$

$68b^2 + 17a_1 b + 4a_1 b + a_1^2 > 9a_1 + 36b - 4 \qquad 108b^2 + 21ba_1 + a_1^2 < 9a_1 + 36b + 60$

$a_1^2 - 9a_1 + 21a_1 b + 68b^2 - 36b + 4 > 0$

$a_1^2 - \cancel{3(3a_1 +}$

$3a_1(3 + 7b) + 68b^2 - 36b + 4 > 0$

$a_1 + b = a_2$

$b \Rightarrow b \in Z.$

$9a_1 + 36b + 40b^2 - 4 < 68b^2 + 21a_1 b + a_1^2 + 40b^2 < 9a_1 + 36b + 60$

$\cancel{9a_1} + \cancel{36b} + 40b^2 - 4 < \cancel{9a_1} + \cancel{36b} + 60$

$40b^2 < 64$

$b^2 < \frac{64}{40} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$

$-\frac{2\sqrt{10}}{5} < b < \frac{2\sqrt{10}}{5}$

$\frac{64}{40} = \frac{32}{20}$

$\frac{16}{10} = \frac{8}{5} \quad \frac{2\sqrt{10}}{5}$

$a_1 \ldots a_9$

$1 \quad \frac{2\sqrt{10}}{5} \quad 2$

$\frac{4 \cdot 10}{25} = \frac{4 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 4 \\ \hline 68 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times\ 9 \\ \hline 8 \end{array} \quad 2 \cdot 3 =$

$\begin{array}{r} 36 \\ +\ 4 \\ \hline 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} 68 \\ \times\ 4 \\ \hline 152 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ \times\ 4 \\ \hline 68 \end{array}$

$12 \quad 4 \cdot \frac{2}{5}$

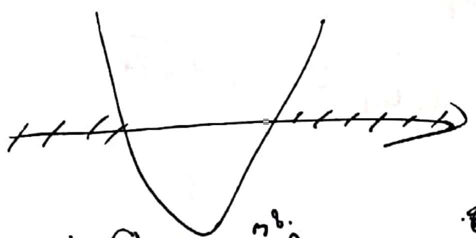
$a_1^2 - 3a_1(3 + 7b) + 68b^2 - 36b + 4 > 0 \qquad a_1^2 - 3a_1(3 + 7b) + 108b^2 - 36b - 60 < 0$

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad \frac{\sqrt{10}}{5}$

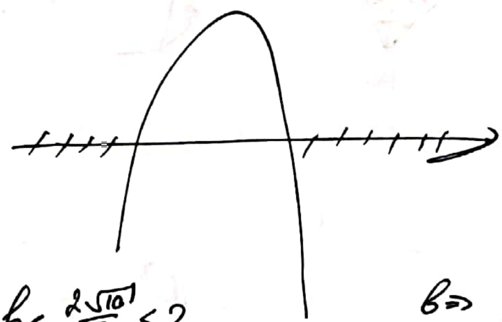
$D = 9a_1^2(3 + 7b)^2 - 4(68b^2 - 36b + 4) \qquad D = 9a_1^2(3 + 7b)^2 - 4(108b^2 - 36b - 60)$

$9a_1^2(9 + 42b + 49b^2) - 152b^2 + 144b - 16$

$81a_1^2 +$



$\begin{array}{r} 68 \\ 72 \\ -\ 36 \end{array}$



$21 - 9 = 20 \cdot 8;\ 32$

$b < \frac{2\sqrt{10}}{5} < 2 \qquad b \Rightarrow \begin{array}{r} 48 \\ -\ 36 \\ \hline 12 \end{array}$

$36 - 4 = 32 \qquad b = 1.$

$a_1^2 - 3a_1 \cdot 10 + 68 - 36 + 4 > 0 \qquad a_1^2 - 3a_1 \cdot 10 + 108 - 36 - 60 < 0$

$a_1^2 - 30a_1 + 28 > 0 \quad 40 \qquad a_1^2 - 30a_1 + 12 < 0$

$\begin{array}{r} 68 \\ -\ 32 \\ \hline 36. \end{array}$

$D = 225 - 28 = 9$

Чистовик (Вариант 24)

① $a_n = (n-1)b + a_1$

b- разность прогрессии

прогрессия возрастающая $\Rightarrow b>0$

$$S = \frac{a_1 + 8b + a_1}{2} \cdot 9 = (a_1 + 4b)\cdot 9 = 9a_1 + 36b$$

$$a_5 a_{18} = (4b + a_1)(17b + a_1) = a_1^2 + 21a_1 b + 68b^2 \cancel{< S+60 = 9a_1+36b} > S-4 =$$
$$= 9a_1 + 36b - 4$$

$$a_{10} a_{13} = (9b + a_1)(12b + a_1) = a_1^2 + 21a_1 b + 108b^2 < S+60 = 9a_1 + 36b + 60$$

$$S - 4 < a_1^2 + 21ba_1 + 68b^2 \Rightarrow S - 4 + 40b^2 < a_1^2 + 21ba_1 + 108b^2$$

$$S - 4 + 40b^2 < a_1^2 + 21ba_1 + 108b^2 < S + 60$$

$$S - 4 + 40b^2 < S + 60$$

$$40b^2 < 64$$

$$b^2 < \frac{64}{40} = \frac{8}{5} \Rightarrow -\frac{2\sqrt{10}}{5} < b < \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{5} < 2 \quad \left(\left(\frac{2\sqrt{10}}{5}\right)^2 < 2^2 ; \ \frac{4 \cdot 10}{25} < 4 ; \ 1\frac{3}{5} < 4 \right)$$

$$-\frac{2\sqrt{10}}{5} < 0 < b < \frac{2\sqrt{10}}{5} < 2 \Rightarrow$$

$$0 < b < 2$$

a_1 - целое ; a_2 - целое $\Rightarrow b \in \mathbb{Z}$

$a_2 = a_1 + b$

$0 < b < 2 \Rightarrow b = 1$ т.к $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 36 - 4 \\ a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 36 + 60 \end{cases}$

$$a_1^2 + 21a_1 + 68 > 9a_1 + 36 - 4$$

$$a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$$

$$(a_1 + 6)^2 > 0$$

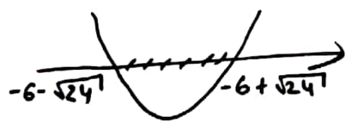
$$a_1 \neq -6$$

$$a_1^2 + 21a_1 + 108 < 9a_1 + 36 + 60$$

$$a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$$

$$D = 36 - 12 = 24$$

$$a_1 = \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{1} = \begin{matrix} -6 + \sqrt{24} \\ -6 - \sqrt{24} \end{matrix}$$



Лист 1

Чистовик (Вариант 24)

$a_1 \neq -6$

$-6-\sqrt{24} < a_1 < -6+\sqrt{24}$

$4 < \sqrt{24} < 5 \Rightarrow -6-\sqrt{24} > -10$

$-6+\sqrt{24} < -1$

$-10 < -6-\sqrt{24} < a_1 < -6+\sqrt{24} < -1$

$-10 < a_1 < -1$

$a_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$a_1 = -9$
$a_1 = -8$
$a_1 = -7$
$a_1 = -6$ пост. т.к $a_1 \neq -6$
$a_1 = -5$
$a_1 = -4$
$a_1 = -3$
$a_1 = -2$

Ответ: $a_1 = -9$; $a_1 = -8$; $a_1 = -7$; $a_1 = -5$; $a_1 = -4$; $a_1 = -3$; $a_1 = -2$

Чистовик (Вариант 24)

③ $\begin{cases} a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \end{cases}$

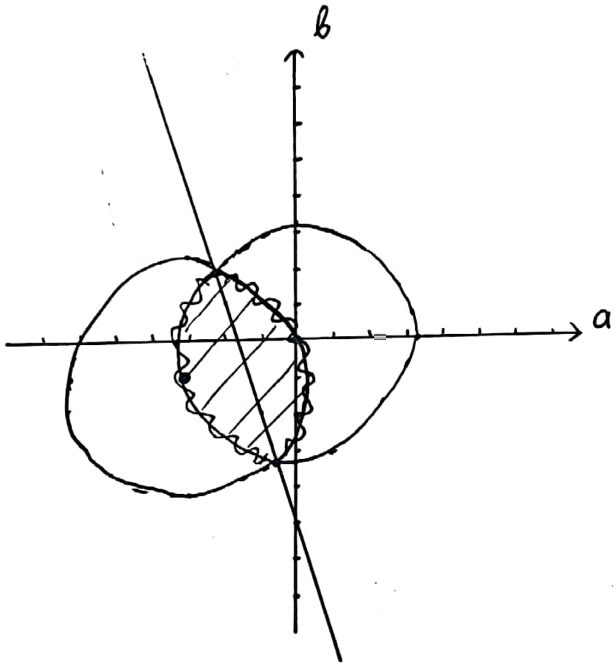
$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$ - это круг ~~окружность~~ с центром в точке $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{10}$

$a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10)$

I Если $-6a-2b<10 \Rightarrow a^2+b^2 \le -6a-2b \Rightarrow$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10$

II Если $-6a-2b \ge 10 \Rightarrow a^2+b^2 \le 10$



$-6a-2b<10$

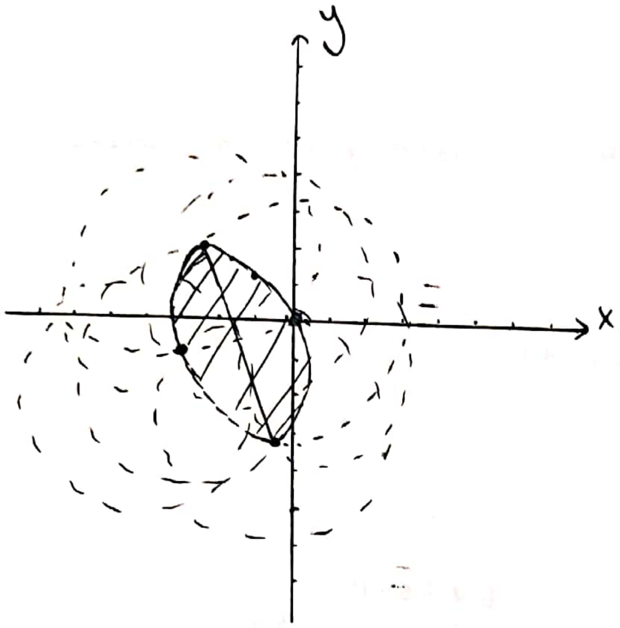
$b>-5-3a$

~~На графике показаны значения a и b, которые подходят нашей системе~~

(Выше прямой $-6a-2b=10$ нам подходит круг ~~окружность~~ с центром в точке $(-3;-1)$ и радиусом $\sqrt{10}$, а ниже прямой $-6a-2b=10$ нам подходит круг с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{10}$)

Тогда на графике заштрихована область, которая содержит точки плоскости подходящие нам (точки с координата $a, b \Rightarrow$ центры круга, который удовлетворяет ур-нию $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$) Значит в системе координат $x;y$ наша фигура M ~~есть все круги~~ имеет границу ту же, что фигура состоящая из кругов с центром $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{10}$, где подходящие нам a и b содержатся в заштрихованой области на графике выше

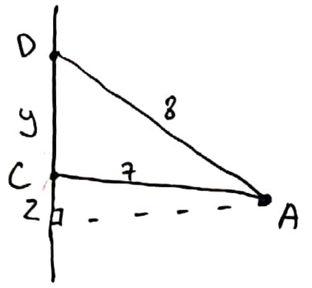
Чистовик (Вариант 24)



изображено множество кругов, которые удовлетворяют условию. Крайняя граница есть граница фигуры M.

~~Чистовик (Вариант 24)~~ ~~Черновик.~~
Чистовик (В-24)

② Посмотрим на проекции CA; AB; CB на основание цилиндра

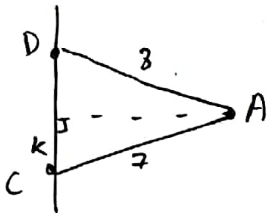


$CD = y$

$49 - z^2 = 64 - (y+z)^2$

$49 - z^2 = 64 - y^2 - z^2 - 2yz$

$z = \dfrac{5 - y^2}{2y}$



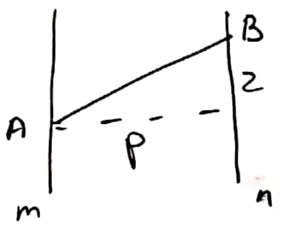
$49 - k^2 = 64 - (y-k)^2$

$k = \dfrac{y^2 - 5}{2y}$

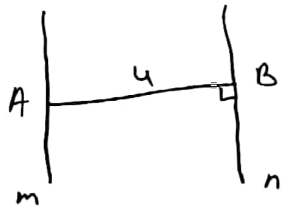
$\dfrac{k}{z} = -1 \Rightarrow k = z$ (просто по разные стороны от C)

Аналогично с B

Тогда



или



Где m, n образующие $p < 4$ т.к AB гипотенуза в

I случае

Тогда на

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101350**

ID профиля: **105749**

Вариант 24

Черновик. $\frac{y^2}{2} - \frac{2}{y} - 1$

$y^3 - 4 - 2y$.

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{(x+1)^2}(29-x)$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = 2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1) =$

$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x)$ $497 \cdot 6 =$ $= 2\frac{\log_{29-x}(-x-1)}{\log_{29-x}\frac{x}{7}+7} = \frac{t}{y} = 4t^2 \Rightarrow$

$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\log_{29-x}(-x-1)} = t$.

$1345 : 5 = 269$; -10, 34, -30, -445

$\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1) = 2\left(\log_{29-x}(-x-1)\right)^2$

$2y = \frac{1}{2t} \Rightarrow y = \frac{1}{4t}$

$\frac{1}{\log_{(-x-1)}\frac{x}{7}+7} = \frac{2}{\log^2_{(-x-1)}29-x}$

$13 \times 13 = 39$, 13

$z = 1$ $2y = \frac{1}{2t} \Rightarrow y = \frac{1}{4t}$.

$\log^2_{(-x-1)}(29-x) - 2\log_{(-x-1)}\frac{x}{7}+7 = 0$.

$4t^2 = \frac{1}{2t} + 1 \Rightarrow$ $-7-1$ -7

$\frac{1}{2t} + 1 \geq \sqrt{2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2t}}$

$\geq \frac{1}{\sqrt{t}}$ $269 \mid$

$\frac{1}{2t}$. $2t = y$ $y^2 = \frac{1}{y} + 1$

$y^3 - y - 1 = 0$

$2y \cdot 2t = 1$.

$\frac{y^3 - y - 1}{y} = 0$

$t = \frac{1}{4y^2}$

$3y^2 - 1 = 0$ $3y^2 = 1$ $y^2 = \frac{1}{3}$

$\frac{3\sqrt{3}}{27} - \sqrt{3} + 1$.

$y = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$+$ $-$ $+$

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$y^3 - 2y - 4 \mid y - 2$

$y^3 - 2y^2$ $\quad y^2 + 2y + 2$.

$2y^2 - 2y - 4$

$2y^2 - 4y$

$2y - 4$

$8 - 4 - 4$. $25 - 9 = 16$

$4t^2 = \frac{1}{2t} + 1$

$D = 4$

$5 \cdot 269$

$\frac{8t^3 - 2t - 1}{2t} = 0$

$8t^3 - 2t - 1 = 0$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

$8\frac{1}{8} - 2\frac{1}{2} - 1 = 0$

$y^2 + 2y + 2$

$1345 : 5 = 269$; -10, 34, -30, 20

$3y^2 - 1$

100, 2500, 50, 45, 40, 1600, 64

$\frac{1}{4y^2}$

$1286 + 169 = 1343$

$8 \cdot \frac{8}{64} - 2 \cdot \frac{1}{2} - 1$.

$y = 0$ $3y^2 - 1 = -1$

$y > 0$ $+25$

$4 \cdot 7 = 28$

$4 \cdot 7$ $y^3 - y - 1$.

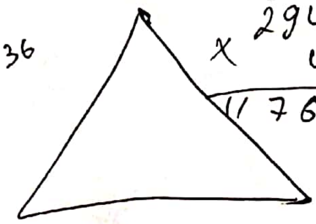
$42 \times 7 = 294$

$-13 - 40 =$

$42 \times 7 = 294$

$14 \cdot 7 \cdot 7 = 49 \cdot 14$

36



$294 \times 4 = 1176$

$16t^3 - 2t - 1$

$294 \times 4 = 1176$

$16t^3 - 2t - 1 \mid t - \frac{1}{2}$

$16t^3 - 8t^2$ $\quad 16t^2 + 8t + 2$

$8t^2 - 2t - 1$

$8t^2 - 4t$

$2t - 1$

$2t - 1$

$16 \times 8 = 8$

$16t^2 + 8t + 2$.

$1176 + 169 = 1345$

1345.

$D =$ $28 \times 4 = 112$

$2 \cdot 4 = 8$

Сканировано с CamScanner

Черновик

α

$180-2\alpha$

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=33 \\ НОК(a;b;c)=3^{19}\cdot 11^{15} \end{cases} = 33^{15}\cdot 3^{4}$$

$\cancel{180-\alpha+2\alpha}$

$180-180-\alpha+2\alpha$

$\alpha.$

$a=p_1 p_2 \dots p_n$ $b=p_1 \dots p_k$ $c=p_1 \dots p_2$

~~p .... p нет других, кроме 3 и 11~~

2^6 2^8 $\boxed{2^6}$ 1 1 1

5 11 11

19 19

11^{15} 3

11^2

$19.$

$\boxed{a\neq 3}$

$\cancel{a=11^k \quad b=3^p\, 11^n \quad c=3^2\cdot 11^0}$

$a=3^k\, 3^g$ $b=3^p\, 11^n$ $c=3^2\, 11^x$

$\frac{3!}{2}$

$19 \times 3 = 57$

x 2 n.

1 2 3

1 2 3

2 3 1

1 2 3

$g\leq 15$ $n\leq 15$ $0\leq 15$

57 114

$\boxed{3\cdot 11}$

k; g p; n 2; x

$\frac{9}{34}$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$ $\log_{(x+1)^2}(29-x)$; $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

$C_2^3=\frac{3!}{2!\cdot 1!}=3.$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{(x+1)^2}(29-x)$

21

12

$\frac{1}{t}\cdot t=1.$

$\cancel{2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{2}\log_{x+1}(29-x)}$

$\cancel{4\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{2}\frac{1}{\log_{29-x}(-x-1)}}$

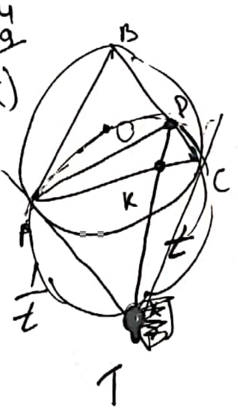
$\left(\frac{x}{7}+7\right)^2=\frac{x^2}{49}+49+2$

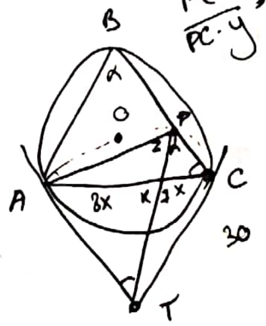
$4\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\log_{29-x}(-x-1)=1.$

$2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)=\frac{\log_{29-x}(-x-1)}{\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)}=15x$

$\cancel{\log_{(-x-1)^2}(29-x)=\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)}$

$\frac{PC\cdot x}{PC\cdot y}=\frac{14}{30}$





$2y=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{t}$

$\frac{t}{y}=16t^2$

$\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{t}$ 33 14

$25+9=34.$

$\frac{1}{8}$ 2.

15 17

Чистовик (Вариант 24)

24 $\begin{cases} НОД(a;b;c) = 33 \\ НОК(a;b;c) = 3^{19} \cdot 11^{15} \end{cases}$

Заметим, что среди простых множителей a, в, c нет чисел кроме 3 и 11 т.к иначе бы это простое число было множителем НОКа. ~~Значит $a = 3^x 11^y$~~

Также заметим, что все числа делятся на 33, значит в разложении каждого присутствует как 3, так и 11. => $a = 3^x 11^y$; $в = 3^z 11^m$; $c = 3^n 11^k$. НОД = 33 => одновремено $x, z, n \geq 2$ быть не могут т.к на 9 все эти числа не делятся, аналогично $y, m, k \geq 2$ одновремено не могут. Значит среди x, z, n есть то, что равно 1 и среди y, m, k есть то, что равно одному. $НОК = 3^{19} \cdot 11^{15}$ => $x, z, n \leq 19$ и одно из них равно 19, а $y, m, k \leq 15$ и одно из них равно 15. Тогда кол-во способов определить x, z, n есть кол-во способов выбрать среди них то, что равно 19 умноженное на кол-во способов выбрать из оставшихся то, что равно 1 и умноженное на кол-во допустимых вариантов у последнего (кол-во допустимых вариантов равно 19 т.к оставшееся может принимать значения от 1 до 19) => кол-во вариантов равно $C_1^3 \cdot C_1^2 \cdot 19 = 3 \cdot 2 \cdot 19 = 114$. Аналогично посчитаем кол-во способов определить y, m, k. Одно должно равняться 1 и еще одно 15, а оставшееся может принимать значения от 1 до 15 => $C_1^3 \cdot C_1^2 \cdot 15 = 3 \cdot 2 \cdot 15 = 90$.

Тогда кол-во возможных троек равно $114 \cdot 90$ т.к мы ищем упорядоченные тройки. $114 \cdot 90 = 10260$

Ответ: 10260

Чистовик (Вариант 24)

⑤

I Допустим:

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{(x+1)^2}(29-x)$$

$(x+1)^2=(-x-1)^2$

~~$-x-1>0$ т.к является осно~~

$-x-1>0$ т.к есть $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

Значит $\log_{(-x-1)^2}(29-x)=\frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x)$

$$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x)\Rightarrow \log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{4}\log_{(-x-1)}(29-x)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\log_{29-x}(-x-1)}$$

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)=2\frac{\log_{29-x}(-x-1)}{\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)}=2\cdot\frac{\log_{29-x}(-x-1)}{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\log_{29-x}(-x-1)}}=$$

$$=8\log^2_{29-x}(-x-1)$$

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}=\log_{(x+1)^2}(29-x)+1=\frac{1}{2\log_{29-x}(-x-1)}+1$$

$$8\log^2_{29-x}(-x-1)=\frac{1}{2\log_{29-x}(-x-1)}+1$$

$\log_{29-x}(-x-1)=t$

$$8t^2=\frac{1}{2t}+1$$

$$\frac{16t^3-2t-1}{2t}=0 \quad\Rightarrow\quad 16t^3-2t-1=0$$

$(t-\frac{1}{2})(16t^2+8t+2)=0$

$t=\frac{1}{2}$ $\quad 16t^2+8t+2>0$ т.к $D=64-128<0$

$\log_{29-x}(-x-1)=\frac{1}{2}$

~~$\log_{29-x}(-x-1)=\log$~~

$-x-1=\sqrt{29-x}$

$x^2+2x+1=29-x$

$x^2+3x-28=0$

$D=\cancel{9+28}=9+112=121$

$x=\frac{-3\pm 11}{2}=$ -7; 4 пост. т.к $-x-1>0$

Чистовик (Вариант 24)

II Допустим:

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$$

$$\cancel{2}\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\cancel{2}\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$$

$$\cancel{\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{1}{\log_{(-x-1)}\frac{x}{7}+7}}$$

~~$-x-1>0$~~
~~$-x-1\neq 1$ т.к. $(x+1)^2\neq 1$, а $(x+1)^2$ является основанием~~

$$\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)=\frac{1}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}$$

$$\log_{(x+1)^2}(29-x)=\frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x)=\frac{1}{2}\frac{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}{\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)}=\frac{1}{2}\frac{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}{\frac{1}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}}=$$

$$=\frac{1}{2}\log^2_{\frac{x}{7}+7}(29-x)$$

$$\log_{(x+1)^2}(29-x)=\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)+1=2\cdot\frac{1}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}+1=\frac{1}{2}\log^2_{\frac{x}{7}+7}(29-x)$$

$$\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)=y$$

$$\frac{2}{y}+1=\frac{1}{2}y^2$$

$$\frac{1}{2}y^2-\frac{2}{y}-1=0 \Rightarrow \frac{y^3-2y-4}{2y}=0 \Rightarrow y^3-2y-4=0$$

$$(y-2)(y^2+2y+2)=0$$

$y=2$ $\quad$ $y^2+2y+2>0$ т.к. $D=4-8<0$

$$\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)=2$$

$$29-x=\left(\frac{x}{7}+7\right)^2$$

$$29-x=\frac{x^2}{49}+49+2$$

$$\frac{x^2}{49}+x+22=0$$

$$x^2+49x+22\cdot 49=0$$

$D=49^2-49\cdot 22\cdot 4=49(49-88)<0 \Rightarrow$ нет корней

III Допустим:

$$\log_{(x+1)^2}(29-x)=\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$$

$$\frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x)=2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$$

Чистовик (Вариант 24)

$\frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x) = 2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1) = 2\cdot\frac{1}{\log_{(-x-1)}\frac{x}{7}+7}$

$\log_{(-x-1)}(29-x) = 4\,\frac{1}{\log_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7)}$

$\log_{\sqrt{29-x}}(\frac{x}{7}+7) = 2\log_{29-x}(\frac{x}{7}+7) = 2\,\frac{\log_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7)}{\log_{(-x-1)}(29-x)} = 2\,\frac{\log_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7)}{\frac{4}{\log_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7)}} =$

$= \frac{1}{2}\log^2_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7)$

$\log_{\sqrt{29-x}}(\frac{x}{7}+7) = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)+1 = 2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)+1 = \cancel{\frac{1}{2}\log^2_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7)}\ 2\,\frac{1}{\log_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7)}+1 =$

$\cancel{\log_{\frac{x}{7}+7}(}\ = \frac{1}{2}\log^2_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7)$

$\log_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7) = z$

$\frac{2}{z}+1 = \frac{z^2}{2} \Rightarrow \frac{z^2}{2} - \frac{2}{z} - 1 = 0$

$\cancel{2z}\ \frac{z^3-2z-4}{2z} = 0 \Rightarrow z^3-2z-4=0$

$(z-2)(z^2+2z+2)=0$

$z=2 \qquad z^2+2z+2>0$ т.к. $D = 4-8<0$

$\log_{(-x-1)}(\frac{x}{7}+7) = 2$

$\frac{x}{7}+7 = x^2+2x+1$

$x+49 = 7x^2+14x+7$

$7x^2+13x-42=0$

$D = 169+1176 = 1345$

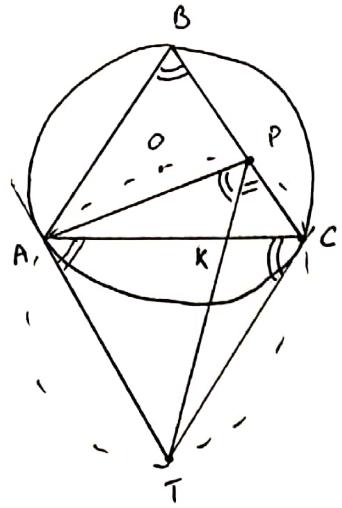
$x = \frac{-13\pm\sqrt{1345}}{14}$

$x = \frac{-13-\sqrt{1345}}{14} \qquad x = \frac{-13+\sqrt{1345}}{14}$ пост. т.к $-x-1>0$

Ответ: $x = \frac{-13-\sqrt{1345}}{14}$; $x = -7$

Чистовик (Вариант 24)

⑥



а) $\angle OAT = \angle OCT = 90°$ (AT, CT - касательные)

$\angle OAT + \angle OCT = 180 \Rightarrow AOCT$ - вписан $\Rightarrow$

T лежит на окр. описан около $\triangle AOC$

Значит $APCT$ вписан

$\angle CAT = \angle ACT = \frac{1}{2} \smile AC = \alpha$

$\angle ABC = \frac{1}{2} \smile AC = \alpha$

$\angle APT = \angle ACT = \alpha$ (опираются на одну дугу)

$\angle TPC = \angle CAT = \alpha$ (опираются на одну дугу)

$S_{APC} = S_{APK} + S_{PKC} = 30$

$\triangle KPC$, $\triangle APC$ имеют общий угол $\Rightarrow$

$$\frac{S_{KPC}}{S_{APC}} = \frac{PC \cdot KC}{AC \cdot PC} = \frac{KC}{PC} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15} \Rightarrow \begin{matrix} KC = 7x \\ PC = 15x \end{matrix} \Rightarrow AK = PC - KC = 8x$$

$$\angle APT = \angle TPC \Rightarrow PK \text{ - биссект.} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{8x}{7x} = \frac{8}{7} \Rightarrow \begin{matrix} AP = 8y \\ PC = 7y \end{matrix}$$

$\angle BPA = 180 - \angle APC = 180 - 2\alpha$

$\angle BAP = 180 - \angle ABP - \angle BPA = 180 - \alpha - 180 + 2\alpha = \alpha = \angle ABP \Rightarrow$

$\triangle APB$ - равноб. $\Rightarrow AP = BP = 8y$

$\triangle APC$, $\triangle ACB$ имеют общий угол $\Rightarrow$

$$\frac{S_{APC}}{S_{ABC}} = \frac{AC \cdot PC}{AC \cdot BC} = \frac{PC}{BC} = \frac{PC}{PC + BP} = \frac{7y}{15y} = \frac{7}{15} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{15}{7} S_{APC} = \frac{15 \cdot 30}{7} = \frac{450}{7}$$

б) $tg \angle ABC = \frac{3}{5} \Rightarrow ctg \angle ABC = \frac{5}{3}$ ~~$\angle AB$~~

$$(ctg\,\alpha)^2 + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \frac{\sin^2\alpha + \sin^2\alpha (ctg\,\alpha)^2 - 1}{\sin^2\alpha} = 0$$

$$\frac{\sin^2\alpha + \sin^2\alpha \cdot \frac{25}{9} - 1}{\sin^2\alpha} = 0 \Rightarrow \frac{34}{9}\sin^2\alpha = 1$$

$\sin^2\alpha = \frac{9}{34}$

$\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$ ($\alpha < 90$)

$\angle APC = \sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} \cdot \frac{5}{\sqrt{34}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{34} = \frac{15}{17}.$

$S_{APC} = \frac{1}{2}\sin 2\alpha \cdot AP \cdot PC = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{17} \cdot 8p \cdot 7p = 30$

$56p^2 = 30 \cdot \frac{17}{15} \cdot 2$

$p^2 = \frac{4 \cdot 17}{56} = \frac{17}{14} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{17}{14}}$ $\quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{16}{34}$

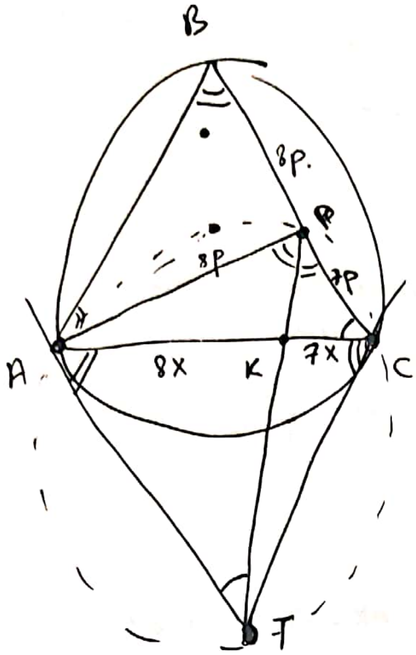
$AC = \sqrt{AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC \cos 2\alpha} = \sqrt{64 \cdot \frac{17}{14} + 49 \cdot \frac{17}{14} - 2 \cdot 56 \frac{17}{14} \cdot \frac{16}{34}} = \sqrt{\frac{17}{14} \cdot \frac{1025}{17}} = \sqrt{\frac{1025}{14}} =$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{450}{7}$; $AC = \sqrt{\frac{1025}{14}}$

Лист 5

~~Чистовик (Вариант 24)~~

Черновик



$\frac{7}{15} =$

$tg = \frac{\sin}{\cos}$

$\frac{\sin}{\cos} + 1 = \frac{1}{\cos}.$

$\left(\frac{\cos}{\sin}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$

$\begin{array}{r} 64 \\ +49 \\ \hline 113 \end{array}$

$64 \cdot \frac{17}{14} + 49 \cdot \frac{17}{14} - 2 \cdot 56 \cdot \frac{17}{14} \cdot \frac{16}{34}$

$\frac{17}{14}(64+49-112 \cdot \frac{16}{34}) =$

$= \frac{17}{14}(113 - \frac{56 \cdot 16}{17})$

$\begin{array}{r} 113 \\ \times 17 \\ \hline 791 \\ 113 \\ \hline 1921 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1921 \\ - 896 \\ \hline 1025 \end{array}$

$\begin{array}{r} 56 \\ \times 16 \\ \hline 336 \\ 56 \\ \hline 896 \end{array}$

$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 25 \\ \hline 625 \end{array}$

$\frac{1025}{17}$

6