Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100961**

ID профиля: **862894**

Вариант 24

Чистовик.

1. (задача 1). Запишем формулу n-го ($n\geq1$) члена данной арифметической прогрессии:

$a_n = a+(n-1)d$, где $a=a_1$ — первый член данной АП, а d — её разность.

По условию, $a+(n-1)d\in\mathbb{Z}$ при любом $n\in\mathbb{N}$ $\Rightarrow$

$a\in\mathbb{Z}$ (при $n=1$: $a\in\mathbb{Z}$), $d\in\mathbb{Z}$ ($a+d\in\mathbb{Z}, a\in\mathbb{Z}$ $\Rightarrow d\in\mathbb{Z}$).

По условию, $d>0$, т.е. $d\in\mathbb{N}$

По формуле суммы первых k членов арифметической прогрессии:

$$S = a+(a+d)+\ldots+(\underset{a_9}{a+8d}) = 9a+d(1+\ldots+8) = 9a+\frac{d\cdot9\cdot8}{2} = 9a+36d$$

$$a_5a_{18} = (a+4d)(a+17d) = a^2+21ad+68d^2 \qquad \begin{array}{r}17\\ \times 4\\ \hline 68\end{array}$$

$$a_{10}a_{13} = (a+9d)(a+12d) = a^2+21ad+108d^2.$$

По условию: $a_5a_{18}>S-4$, $a_{10}a_{13}<S+60$, т.е.

$$\begin{cases} a^2+21ad+68d^2 > 9a+36d-4 \\ 9a+36d+60 > a^2+21ad+108d^2 \end{cases} \quad (*)$$

Складывая 2 этих неравенства, получаем:

$$\underline{a^2}+\underline{21ad}+68d^2+\underline{9a}+\underline{36d}+60 > \underline{9a}+\underline{36d}-4+\underline{a^2}+\underline{21ad}+108d^2 \Leftrightarrow$$

$$64 > (108-68)d^2 = 40d^2 \quad (1)$$

Если $d\geq2$, то $40d^2\geq 40\cdot4=160>64$, т.е. (1) не верно. Значит: $d\in\mathbb{N}$, $d\leq1$ $\Rightarrow$ $d=1$. Перепишем нер.-ство (*), зная, что $d=1$:

$$\begin{cases} a^2+21a+68>9a+32 \\ 9a+96>a^2+21a+108 \end{cases} \begin{cases} a^2+12a+36>0 \\ a^2+12a+12<0 \end{cases} \begin{cases} (a+6)^2>0 & (2) \\ a^2+12a+12<0 & (3). \end{cases}$$

Из (2) следует, что $a\neq-6$.

Из (3) следует, что: $a^2+12a+12<0$.

$$D = 12^2-4\cdot12 = 12(12-4) = 12\cdot8 = 4\cdot3\cdot4\cdot2$$

$$x_1 = \frac{-12+4\sqrt6}{2} = -6+2\sqrt6$$

$$x_2 = \frac{-12-4\sqrt6}{2} = -6-2\sqrt6, \text{ т.е. из (3): } (a+6-2\sqrt6)(a+6+2\sqrt6)<0 \Rightarrow$$

$-6-2\sqrt6 < a < -6+2\sqrt6$, $a\in\mathbb{Z}$, $a\neq-6$.

$4<2\sqrt6<5$ (т.к. $16<2^2\cdot6<25$). Тогда:

Наименьшее $x\in\mathbb{Z}$, такое, что $x>-6-2\sqrt6$: $x=-10$:

$-10>-6-2\sqrt6 \Leftrightarrow 2\sqrt6>4 \Leftrightarrow 24>16$,

$-11<-6-2\sqrt6 \Leftrightarrow 2\sqrt6<5 \Leftrightarrow 24<25$

Наибольшее $x\in\mathbb{Z}$, такое, что $x<-6+2\sqrt6$: $x=-2$:

$-2<-6+2\sqrt6 \Leftrightarrow 4<2\sqrt6$, $-1>-6+2\sqrt6 \Leftrightarrow 5>2\sqrt6$.

Значит, $a\in\mathbb{Z}$, $-10\leq a\leq-2$, $a\neq-6$, т.е.

$a\in\{-10,-9,-8,-7,-5,-4,-3,-2\}$.

Ответ: все возможные значения a: $-10,-9,-8,-7,-5,-4,-3,-2$.

$\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}$ — мн-ва целых и натуральных чисел соответственно.

Черновик.

1. (задача 1). Запишем формулу n-го ($n \geq 1$) члена данной арифметической прогрессии:

$a_n = a_1 + (n-1)d$, где $a = a_1$ - первый член данной АП, d - её разность.

По условию, $a+(n-1)d \in \mathbb{Z}$ при любом $n \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$a \in \mathbb{Z}$ (при $n=1$: $a \in \mathbb{Z}$), $d \in \mathbb{Z}$ ($a+d \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{Z} \Rightarrow d \in \mathbb{Z}$).

По условию, $d > 0$, т.е. $d \in \mathbb{N}$

По формуле суммы первых k членов арифметической прогрессии:

$S = a + (a+d) + \ldots + \underbrace{(a_1+8d)}_{a_9} = 9a + d(1+\ldots+8) = 9a + \frac{d \cdot 9 \cdot 8}{2} = 9a + 36d$

$a_5 a_{18} = (a+4d)(a+17d) = a^2 + 21ad + 68d^2$

$a_{10} a_{15} = (a+9d)(a+14d) = a^2 + 21ad + 108d^2$.

$\begin{array}{r} 17 \\ \times 4 \\ \hline 68 \end{array}$

По условию: $a_5 a_{18} > S - 4$, $a_{10} a_{15} < S + 60$, т.е.

$a^2 + 21ad + 68d^2 > 9a + 36d - 4$ (*)

$9a + 36d + 60 > a^2 + 21ad + 108d^2$

Складывая 2 этих неравенства, получаем:

$\underline{a^2} + \underline{21ad} + 68d^2 + \underline{9a} + \underline{36d} + 60 > \underline{9a} + \underline{36d} - 4 + \underline{a^2} + \underline{21ad} + 108d^2 \Leftrightarrow$

$64 > (108-68)d^2 = 40d^2$ (1)

Если $d \geq 2$, то $40d^2 \geq 40 \cdot 4 = 160 > 64$, т.е. (1) не верно. Значит:

$d \in \mathbb{N}$, $d \leq 1 \Rightarrow d = 1$. Перепишем нер-ства (*), зная, что $d=1$:

$\begin{cases} a^2 + 21a + 68 > 9a + 32 \\ 9a + 96 > a^2 + 21a + 108 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2 + 12a + 36 > 0 \\ a^2 + 12a + 12 < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (a+6)^2 > 0 & (2) \\ a^2 + 12a + 12 < 0 & (3). \end{cases}$

Из (2) следует, что $a \neq -6$.

Из (3) следует, что: $a^2 + 12a + 12 < 0$.

$D = 12^2 - 4 \cdot 12 = 12(12-4) = 12 \cdot 8 = 4 \cdot 4 \cdot 6$

$x_1 = \frac{-12 + 4\sqrt{6}}{2} = -6 + 2\sqrt{6}$

$x_2 = \frac{-12 - 4\sqrt{6}}{2} = -6 - 2\sqrt{6}$, т.е. из (3): $(a+6-2\sqrt{6})(a+6+2\sqrt{6}) < 0 \Rightarrow$

$-6 - 2\sqrt{6} < a < -6 + 2\sqrt{6}$, $a \in \mathbb{Z}, a \neq -6$.

$4 < 2\sqrt{6} < 5$ (т.к. $16 < 2^2 \cdot 6 < 25$). Тогда:

Наименьшее $x \in \mathbb{Z}$, такое, что $x > -6 - 2\sqrt{6}$: $x = -10$:

$-10 > -6 - 2\sqrt{6} \Leftrightarrow 2\sqrt{6} > 4 \Leftrightarrow 24 > 16$,

$-11 < -6 - 2\sqrt{6} \Leftrightarrow 2\sqrt{6} < 5 \Leftrightarrow 24 < 25$

Наибольшее $x \in \mathbb{Z}$, такое, что $x < -6 + 2\sqrt{6}$: $x = -2$:

$-2 < -6 + 2\sqrt{6} \Leftrightarrow 4 < 2\sqrt{6}$, $-1 > -6 + 2\sqrt{6} \Leftrightarrow 5 > 2\sqrt{6}$.

Значит, $a \in \mathbb{Z}$, $-10 \leq a \leq -2$, $a \neq -6$, т.е.

$a \in \{-10, -9, -8, -7, -5, -4, -3, -2\}$.

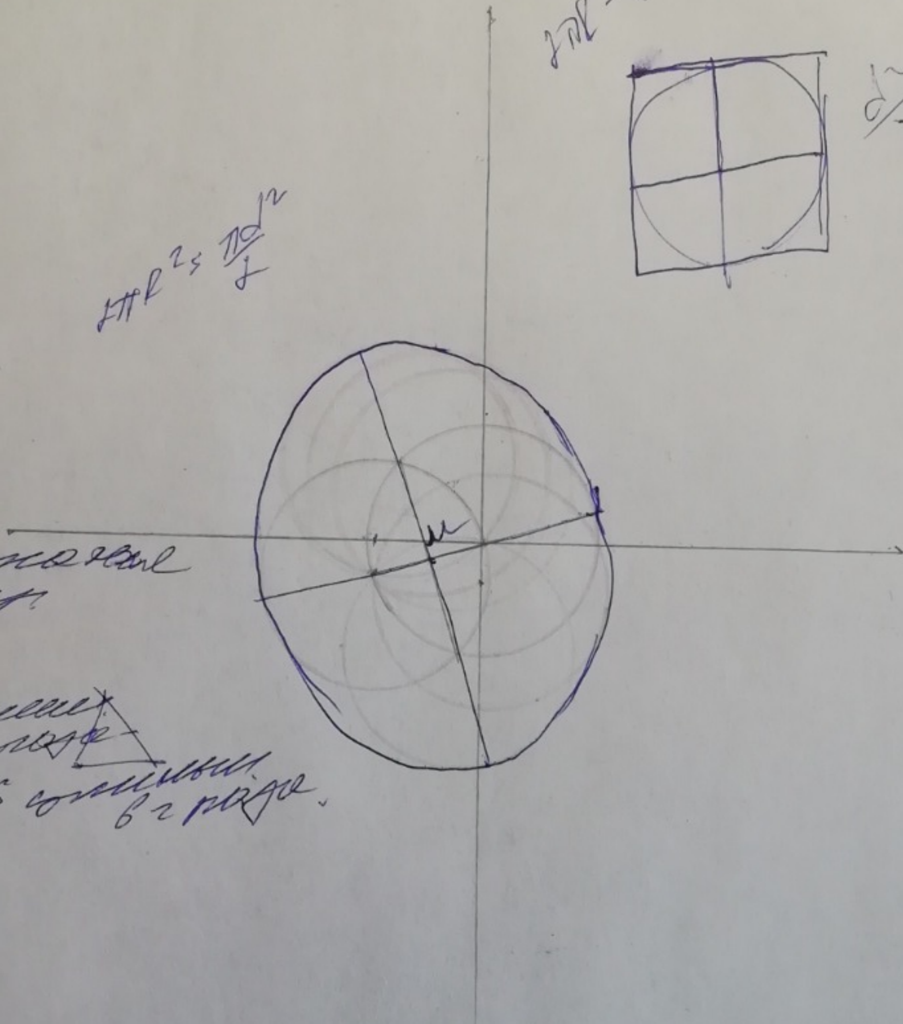
Ответ: все возможные значения a: $-10, -9, -8, -7, -5, -4, -3, -2$.

$\mathbb{Z}, \mathbb{N}$ - мн-ства целых и натуральных чисел соответственно.

21100961 (U862894 M1304754)

Черновик

$2\pi R$ - длина



$\frac{d^2}{2}$

$\pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$

это стандарт окр.

отличие в 2 раза

S отличаются в 2 раза.

Черновик.

1. 5. 2 пер. 9 членов возр. АП, $a_1, a_2, a_3, \ldots$ сост. из целых?

$a_5 \cdot a_{18} > S - 4$

$a_{10} a_{13} < S + 60$ $\quad a_1 = ?$

2. все верш. тетр. на пов-сти цил., $AB = ?$ ось цил.

5. u — ~~число~~ числа,

$(8-a)^2 + (y-b)^2 = 10$

$a^2 + b^2 = \min(-6a - 2b, 10)$.

площадь M.

1. ~~$a_k = a_1$~~ $a_k = a_1 + (k-1)d = a + (k-1)d$.

$a_1 + \ldots + a_9 = a + (a+d) + \ldots + (a+8d) =$

$= 9a + \frac{9 \cdot 8 \cdot d}{2} = 9a + 36d$.

$a_5 = a + 4d$

$a_{18} = a + 17d$ $\quad (a+4d)(a+17d) > 9a + 36d - 4$

$a = ?$ $\quad (a+9d)(a+12d) < 9a + 36d + 60$.

~~упрощение~~ из целого

~~a, d~~ $a \in \mathbb{Z}, d \in \mathbb{N}$

$-6 - 4 > -6 - 2\sqrt{6}$

$2\sqrt{6} > 4$

$(a+4d)(a+17d) > 9a + 36d - 4$

$(a+9d)(a+12d) < 9a + 36d + 60$

$a^2 + a \cdot (21d) + 4 \cdot 17d^2 > 9a + 36d - 4$

$a^2 + a \cdot (21d) + 9 \cdot 12d^2 < 9a + 36d - 4$

$a^2 + 21ad + 68d^2 > 9a + 36d - 4$

$a^2 + 21ad + 108d^2 < 9a + 36d + 60$

$a^2 + \cancel{21ad} + 68d^2 > \cancel{9a} \cancel{36d} - 4$

$\cancel{9a} + \cancel{36d} + 60 > \cancel{a^2} \cancel{21ad} + 108d^2$

$68d^2 + 60 > 108d^2 - 4$

$64 > 40d^2 \geq 40$

$d = 1$

$\begin{array}{r} 68 \\ -52 \\ \hline 16 \end{array}$

$\begin{array}{r} 108 \\ -96 \\ \hline 12 \end{array}$

$108 - 68 = 40$

$\begin{array}{r} 17 \\ \times 4 \\ \hline 68 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 9 \\ \hline 108 \end{array}$

$68d^2 + 40 \leq 108d^2$

$9 \cdot a \cdot 60 \cdot 8d^2 \cdot 40 \cdot 100$

$\begin{array}{r} 17 \\ \times 4 \\ \hline 68 \end{array}$

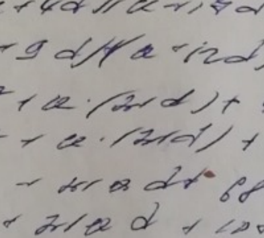
$\begin{array}{r} 12 \\ \times 9 \\ \hline 108 \end{array}$

$a^2 + 21a + 68 > 9a + 36 - 4 \quad 9a + 32$

$a^2 + 12a + \quad \Rightarrow$ все возм. знач. a, кот. подходят под это нер-ство.

2. все верш. тетраэдра $ABCD$,

$AB = 4$, $AC = CB = 7$



$AD = DB = 8$

напр. такой тетр.

вписан в цилиндр

все его верш. — на бок. пов.

$CD \parallel$ оси

построение тетр. у кот. ребро

цилиндра — отр. верш.

может быть парал. оси у CD в таком случае.

$-6 - 2\sqrt{6}$

$2\sqrt{6}$

$\sqrt{6} > 2$

$(2\sqrt{6})^2$

$= 4 \cdot 6 = 24$

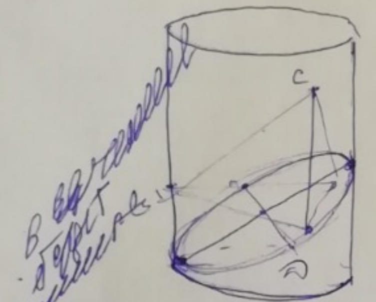
~~невозможно~~ т. о.

$2\sqrt{6} < 5$

$24 < 25$.

Черновик

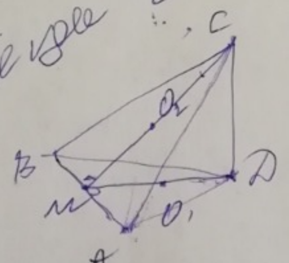
Все вершины [illegible] ABCD
[illegible] $AC = CB$, [illegible]
[illegible] бок. поверх.
[illegible] $CD \parallel$ [illegible]
[illegible]
[illegible] такое CD?

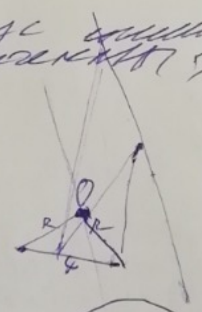


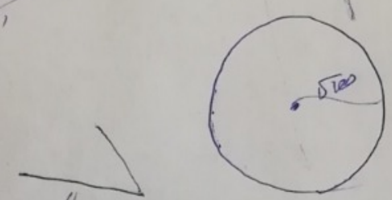
[illegible] радиус цилиндра — [illegible]?

$AB \perp CD$
не всегда

[illegible]
$AB = CD$
[illegible]



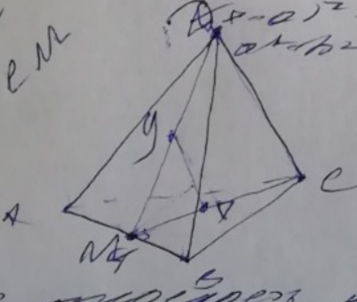


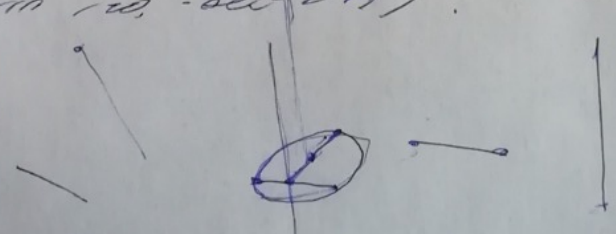


~~O_1 и~~ O_1O_2 — [illegible]
[illegible]

5. $(x-a)^2 + (y-b)^2 \le 10^4$
$a^2 + b^2 \le \min(-6a - 2b, 10)$
[illegible]
~~$a^2 + b^2 \le \min$~~
M — фигура [illegible]
[illegible]
$(x-a)^2 + (y-b)^2 \le 10$ [illegible]
$a^2 + b^2 \le \min(10, -6a - 2b)$.

[illegible] DM и CM





MDC [illegible] AB.
[illegible]
$CD \perp AB$ [illegible] $\angle ABZ$
[illegible] $CD \perp AB$ [illegible] AB —
[illegible]
[illegible] от AB [illegible]

$e \cap (ABC) = x$
$e \cap (ABD) = y$
y, x — [illegible] CM и DM
$xy \parallel DC$, [illegible] — min
[illegible] $\perp$ [illegible] AB,
[illegible] окр. [illegible]
[illegible]
~~xy — [illegible]~~ [illegible] такое xy?

2. (Задача 2.)

1) Покажем, что $CD \perp AB$.

Для этого покажем, что плоскость MCD (M - середина AB) перпендикулярна AB).

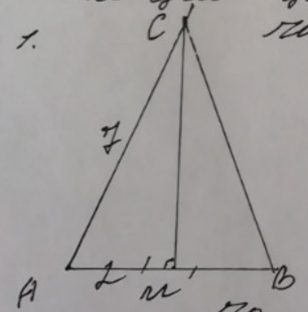
$\triangle ABC$ - равнобедренный с основанием AB ($AC=CB$), значит, CM - его медиана, биссектриса и высота, в частности, $CM \perp AB$. Аналогично, $\triangle ABD$ - равнобедренный с основанием AB ($AD=DB$), значит DM - его медиана и высота $\Rightarrow DM \perp AB$. Значит, плоскость CDM содержит 2 различные прямые (DM и CM), перпендикулярные AB, следовательно плоскость MCD перпендикулярна AB, т.е. любая её прямая перп. $AB \Rightarrow CD \perp AB$.

2) $CD \perp AB \Rightarrow$ ось описанного в условии цилиндра перпендикулярна AB.

Радиус цилиндра равен радиусу любой окружности, получаемой в сечении данного цилиндра плоскостью, перп. его оси (пусть ℓ - ~~ось~~ ось нашего цилиндра)

Пусть X - основание перпендикуляра, опущенного из M на CD. Заметим, что тогда плоскость ABX перпендикулярна CD: $CD \perp AB$, $CD \perp MX$, AB и MX - прямые, лежащие в плоскости ABX. $CD \parallel \ell \Rightarrow$ плоскость ABX перпенд. ℓ, при этом A, B, X лежат на боковой поверхности данного цилиндра, значит, радиус цилиндра равен радиусу R опис. окружности $\triangle ABX$. По т-ме синусов для $\triangle ABX$: $AB = 2R \sin\angle AXB \le 2R$ (т.к. $\sin\angle AXB \le 1$) $\Rightarrow R \ge \frac{AB}{2} = 2$, т.е. радиус минимален, когда $AB = 2R$, т.е. $\sin\angle AXB = 1$, т.е. $\angle AXB = 90^\circ$, т.е. AB - диаметр, т.е. M (середина диаметра) - центр описанной окружности $\triangle ABX$, т.е. $MX = R = 2$.

3) Найдем длину CD, зная, что в $\triangle CDM$ $MX \perp CD$, $MX = 2$.

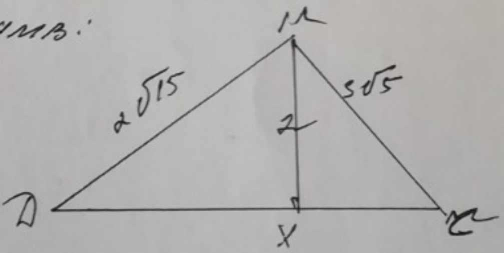


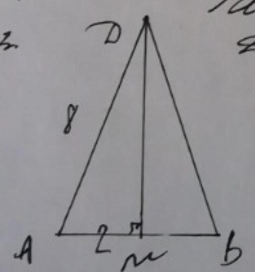
1. По т-ме Пифагора для $\triangle AMB$:

$CM^2 = AC^2 - AM^2 = 49 - 4 = 45 \Rightarrow$

$CM = \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$

($CM \perp AB$ - см. выше).





2. По т-ме Пифагора для $\triangle ADM$:

$DM^2 = AD^2 - AM^2 = 8^2 - 2^2 = 2^2(4^2-1) = 2^2 \cdot 15 \Rightarrow$

$DM = 2\sqrt{15}$

3. По т-ме Пифагора для $\triangle DMX$:

$DX^2 = DM^2 - MX^2 = 60 - 4 = 56$, $DX = 2\sqrt{14}$

4. По т-ме Пифагора для $\triangle CMX$:

$CM^2 = MX^2 + CX^2$, $CX^2 = CM^2 - MX^2 = 45 - 4 = 41$, $CX = \sqrt{41}$

5. Тогда $CD = DX + CX = \sqrt{41} + 2\sqrt{14}$

Ответ: ~~$\sqrt{41} + 2\sqrt{14}$~~ $\sqrt{41} + 2\sqrt{14}$

Чистовик. (3)

3. (задача 5). M - фигура, состоящая из всех точек плоскости (x,y) | ~~$\exists (a,b)$~~ для кот. найдется пара чисел (a,b), такая, что:

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le -6a-2b \end{cases} \quad \left(a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le -6a-2b, \\ a^2+b^2 \le 10 \end{cases} \right)$$

$a^2+b^2 \le -6a-2b \Leftrightarrow$

$(a^2+6a+9)+(b^2+2b+1) \le 10 \Leftrightarrow$

$(a+3)^2+(b+1)^2 \le 10.$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$ - мн-во всех точек, мн-во (x,y) | $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 10$ - лежащих внутри или на границе круга с центром в т. (a,b) и радиусом $\sqrt{10}$.

При этом (a,b) - точка, такая, что:

$$\begin{cases} (a+3)^2+(b+1)^2 \le 10 \quad (1) \\ a^2+b^2 \le 10 \quad (2) \end{cases}$$

Из (1) следует, что (a,b) лежит внутри круга с центром $(-3,-1)$ и радиусом $\sqrt{10}$, из (2) следует, что (a,b) лежит внутри круга с центром $(0,0)$ и радиусом $\sqrt{10}$. Т.е. M - фигура, состоящая из мн. точек, лежащих внутри или на мн. окружности радиуса $\sqrt{10}$, центр которой расположен внутри (или на границе) пересечения кругов радиусами $\sqrt{10}$, центры которых - $(0,0)$ и $(-3,-1)$

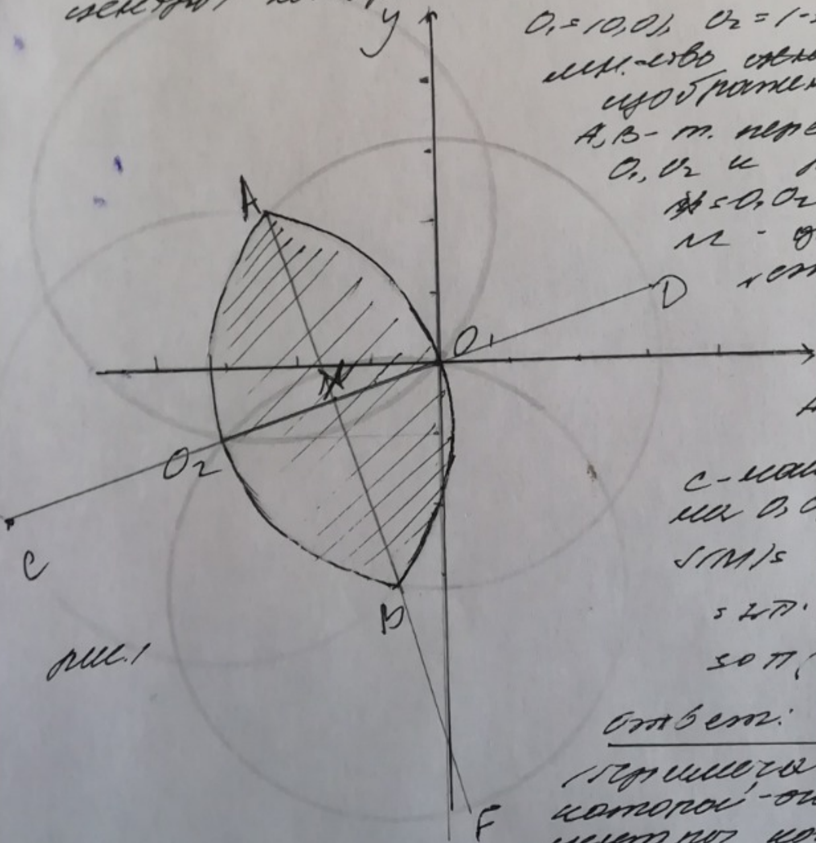


рис.1

$O_1=(0,0)$, $O_2=(-3,-1)$, $O_1O_2=\sqrt{10}$.

мн-во ~~центров~~ подходящих (a,b) изображено на рис. 1.

A, B - т. пересечения окр. с центрами O_1, O_2 и рад. $\sqrt{10}$.

$X = O_1O_2 \cap AB$

M - фигура, получающаяся лежащими окружности с центром в точке M.

F - наиболее удаленная от X точка на AB, $XF = XB + BF = \sqrt{10}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{10}$

C - наиболее уд. от X точка на O_1O_2, $XC = XO_2 + CO_2 = \frac{3}{2}\sqrt{10}$.

$S(M) = 2\pi \cdot CX \cdot XF =$

$= 2\pi \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right) =$

$30\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$

Ответ: $30\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$

(Примечание: M - фигура, граница которой - огибающая к окружностям, центры кот. расположены на границе заштрихованного, см. рис. 1.) их тора.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100961**

ID профиля: **862894**

Вариант 24

Чистовик.

б) продолжение б).

Подставим найденные знач. $\sin B$, $\cos B$ в (1), получим:

$$\frac{56 \cdot x^2 \cdot 5 \cdot 5}{34} = 50$$

$$\frac{28 \cdot x^2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2}{34} = 50 \qquad \frac{28x^2}{34} = 1 \qquad x^2 = \frac{34}{28} = \frac{17}{14} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{17}{14}}$$

По т-ме косинусов для $\triangle CPA$:

$$AC^2 = CP^2 + PA^2 - 2CP \cdot PA \cdot \cos\angle CPA = CP^2 + PA^2 - 2CP \cdot PA \cdot \cos 2\angle B. \quad (2).$$

$$\cos 2\angle B = 2\cos^2 B - 1 = \frac{2 \cdot 25}{34} - 1 = \frac{50 - 34}{34} = \frac{16}{34}.$$

тогда из (2):

$$AC^2 = CP^2 + PA^2 - 2CP \cdot PA \cdot \cos 2\angle B =$$

$$= (7x)^2 + (8x)^2 - 2 \cdot 56x^2 \cdot \frac{16}{34} =$$

$$= 49x^2 + 64x^2 - 2 \cdot 56x^2 \cdot \frac{16}{34} = x^2 \; \underbrace{49 \cdot \frac{34}{28}}_{=\frac{7 \cdot 17}{2}} + \underbrace{64 \cdot \frac{34}{28}}_{=64 \cdot \frac{17}{14}} - \underbrace{2 \cdot 56 \cdot \frac{34}{28} \cdot \frac{16}{34}}_{=4 \cdot 16 = 64} =$$

$$= \cancel{\frac{7 \cdot 17}{2} + \frac{16 \cdot 34}{7} - 64} = \frac{7 \cdot 17}{2} + 64 \cdot \frac{17}{14} - 64 = \frac{7 \cdot 17}{2} + 64\left(\frac{17}{14} - \frac{14}{14}\right) =$$

$$= \frac{7 \cdot 17}{2} + \frac{64 \cdot 3}{14} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 17 + 64 \cdot 3}{14} = \frac{833 + 192}{14} = \frac{1025}{14}$$

$$AC = \sqrt{\frac{1025}{14}} = 5\sqrt{\frac{41}{14}}.$$

Ответ: а) $S(ABC) = \frac{450}{7}$; б) $AC = 5\sqrt{\frac{41}{14}}$

Чистовик 5.

5) (задача 5). Запишем в другой форме эти числа с учётом свойств логарифмов:

$x_1 = \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

($\log_a c = 2\log_{a^2} c$, т.к.:

$a^{\log_a c} = c = (a^2)^{\log_{a^2} c} = a^{(2\log_{a^2} c)} \Rightarrow \log_a c = 2\log_{a^2} c$)

$x_2 = \log_{(x+1)^2}(29-x) = \frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)$

$x_3 = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = 2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)$

Заметим, что для того, чтобы x_1, x_2, x_3 были действительными числами, необходимо, чтобы были вып. нер-ва:

$-x-1>0, \quad -x-1\neq 1$

$29-x>0, \quad 29-x\neq 1$

$\frac{x}{7}+7>0, \quad \frac{x}{7}+7\neq 1.$

При этом

$x_1\cdot x_2\cdot x_3 = 2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)\log_{-x-1}(29-x) =$

$= 2\log_{29-x}(-x-1)\cdot\log_{-x-1}(29-x) = 2.$

При искомых x 2 из чисел x_1, x_2, x_3 равны a, а 3-е — $a+1$, т.е. $2 = x_1\cdot x_2\cdot x_3 = a^2(a+1)$

Найдём возможные значения a:

$a^3+a^2-2=0.$

$a^3-1+a^2-1=0=(a-1)(a^2+a+1)+(a-1)(a+1)=$

$=(a-1)(a^2+2a+2)=0.$ — корни этого ур-ния: $a=1$

(или $a\neq 1$, то $a^2+2a+2=0$, но $a^2+2a+2=(a+1)^2+1\geq 1$ — прот.)

Значит, при треб. x 2 из чисел равны 1, а 3-е — 2.

а) $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=1 \Rightarrow \sqrt{29-x}=\frac{x}{7}+7$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)=1 \quad (x+1)^2=29-x$

(необходимо решить эти уравнения).

Чистовик.

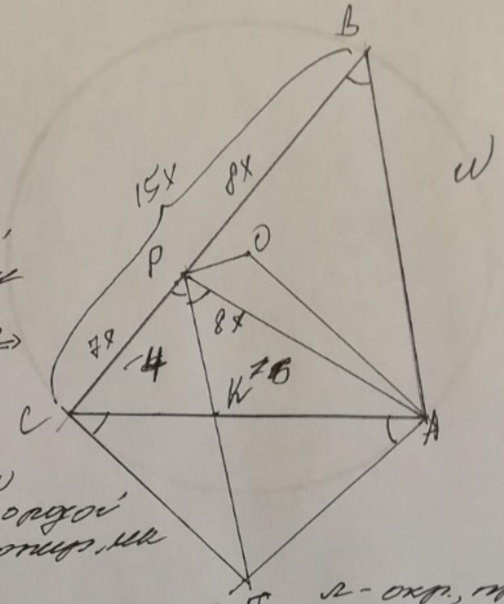
6. (задача 6) $S(APK)=16$

$S(CPK)=14$

$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{5}$

а) $S(ABC)$ – ?

б) AC – ?



3

Решение:

а) 1. $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ$ – как углы между касательной и радиусом, проведенным в точку касания.

В четв. $OACT$: $\angle OAT + \angle OCT = 180^\circ \Rightarrow$ T лежит на опис. окр. $\triangle OAC$, т.е. т. T, C, A, O, P лежат на одной окружности

2. $\angle TAC = \angle TCA = \angle ABC = \angle B$ (*)

(как угол между кас. и хордой равен углу (вписанному), опир. на эту хорду)

$\underbrace{\angle CPT = \angle CAT}_{\text{вписанные углы в } \omega\text{, оп. на } CT} = \underbrace{\angle ACT = \angle APT}_{\text{впис. углы в } \omega\text{, оп. на } AT}$, т.е. $\angle CPT = \angle APT$,

ω – окр., проходящая через T, C, A, O, P.

т.е. PK – биссектриса $\angle CPA \Rightarrow$

$\frac{CK}{KA} = \frac{CP}{PA}$ (по св-ству биссектрисы)

при этом $S(CPK) = \frac{1}{2} CK \cdot h$ (h – высота, опущ. из P на AC),

$S(APK) = \frac{1}{2} AK \cdot h$

т.е. $\frac{S(CPK)}{S(APK)} = \frac{CK}{AK} \Rightarrow \frac{CK}{AK} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{CP}{PA} = \frac{7}{8}$ ($CP = 7x$, $PA = 8x$)

3. $\triangle PBA$ – равнобедр., т.к. в нем: $\angle PBA = \angle B$,

$\angle PAB = 180^\circ - \angle PBA - \angle BPA = \angle CPA - \angle B = 180^\circ - \angle CTA - \angle B =$ (см. (*))

$= 180^\circ - (180^\circ - \angle TCA - \angle TAC) - \angle B = 180^\circ - (180^\circ - 2\angle B) - \angle B = \angle B$

т.е. $\angle PBA = \angle PAB \Rightarrow PA = PB = 8x$

4. $S(CPA) = S(CPK) + S(APK) = 30$

5. $S(CPA) = \frac{1}{2} CP \cdot d$, $S(ABC) = \frac{1}{2} BC \cdot d$, d – длина высоты, опущенной из A на BC.

$\Rightarrow \frac{S(ABC)}{S(APC)} = \frac{BC}{CP} = \frac{CP+BP}{CP} = \frac{15x}{7x}$

$S(ABC) = \frac{15}{7} \cdot S(APC) = \frac{15}{7} \cdot 30 = \frac{450}{7}$ Ответ: а) $\frac{450}{7}$

б) $\angle ABC = \angle B = \operatorname{arctg}\frac{3}{5}$.

$\operatorname{tg}\angle B = \cancel{55}\ \frac{3}{5}$

$S(CPA) = \frac{1}{2} CP \cdot PA \cdot \sin CPA = \frac{1}{2} \cdot 7x \cdot 8x \cdot \sin 2\angle B = 56x^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sin B\cos B =$

$= 56x^2 \cdot \sin B\cos B = 30.$ (1)

$\cancel{\operatorname{tg}}\ \frac{3}{5} = \operatorname{tg} B = \frac{\sin B}{\cos B} \Rightarrow \frac{\sin^2 B}{\cos^2 B} = \frac{9}{25}$ $\frac{\sin^2 B + \cos^2 B}{\cos^2 B} = \frac{34}{25}$

$\frac{1}{\cos^2 B} = \frac{34}{25}$ $\cos^2 B = \frac{25}{34}$, $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B = \frac{9}{34} \Rightarrow$

$\cos B = \frac{5}{\sqrt{34}}$, $\sin B = \frac{3}{\sqrt{34}}$ (т.к. B – острый)

Чистовик

4 (задача 4) $\begin{cases} НОД(a,b,c)=33 \\ НОК(a,b,c)=3^{19}\cdot 11^{15} \end{cases}$ 1

Обозначим $a=33a'$, $b=33b'$, $c=33c'$ / $НОД(33a', 33b', 33c')=33 \Rightarrow НОД(a',b',c')=1.$

$33\,НОК(a',b',c')=НОК(33a',33b',33c')=НОК(a,b,c)=3^{19}\cdot 11^{15} \Rightarrow$

$НОК(a',b',c')=3^{18}\cdot 11^{14}$

Значит, необходимо найти кол-во троек нат. чисел (a',b',c'), удовлетворяющих системе: $\begin{cases} НОД(a',b',c')=1 \\ НОК(a',b',c')=3^{18}\cdot 11^{14} \end{cases}$ (*).

Если (*) верно, то ни одно из чисел a',b',c' не делится ни на какое простое число, отличное от 3 и 11. При этом все 3 числа a',b',c' не могут одновременно делиться на 3 (или на 11), т.к. $НОД(a',b',c')=1$. Ни одно из чисел a',b',c' не может делиться ни 3^{19} или 11^{15} (т.к. иначе $НОК(a',b',c') \vdots 3^{19}$ (или 11^{15})). При этом среди чисел a',b',c' найдется число, кратное 3^{18}, и число, кратное 11^{14}, иначе $3^{18} \nmid НОК(a',b',c')$ или $11^{14} \nmid НОК(a',b',c')$.

Пусть $a'=3^{a_1}\cdot 11^{a_2}$

$b'=3^{b_1}\cdot 11^{b_2}$

$c'=3^{c_1}\cdot 11^{c_2}$

Пусть N - число троек (a_1,b_1,c_1) таких, что $\min(a_1,b_1,c_1)=0$, $\max(a_1,b_1,c_1)=18$, (1)

n - число троек (a_2,b_2,c_2) таких, что $\min(a_2,b_2,c_2)=0$, $\max(a_2,b_2,c_2)=14$ (2)

Тогда ответом в задаче будет число nN, т.к.: 1) любая тройка (a_1,b_1,c_1), при кот. a',b',c' удовлетворяют (*), удовлетвор. (1) 2) любая тройка (a_2,b_2,c_2), при кот. a',b',c' удовлетвор. (*), удовлетв. (2). т.е. кол-во троек (a',b',c'), удовл. (*), равно кол-ву способов выбрать пару (T_1,T_2), где T_1 - одна из N троек (a_1,b_1,c_1), удовл. (1), T_2 - одна из n троек (a_2,b_2,c_2), удовл. (2). Согласно правилу умножения в комбинаторике, это число равно nN.

Найдем n и N.

1. Кол-во n_1 троек вида (1), в кот. 2 числа равны 0, а 3-е - 18: 3 (кол-во способов выбр. число из a_1,b_1,c_1, кот. будет равно 18).
Кол-во n_2 троек вида (1), в кот. 2 числа равны 18, а 3-е - 0, равно: 3 (аналогично).
Кол-во n_3 троек вида (1), в кот. ровно 1 число равно 0, ровно 1 число равно 18, а 3-е число лежит в множестве $\{1,2,\dots,17\}$: $3\cdot 2\cdot 17$ (3 - кол-во способов выбр. то число из a_1,b_1,c_1, кот. будет равно 0,
2 - кол-во способов выбр. из отст. 2-х чисел то число, кот. будет равно 18,
17 - кол-во способов выбрать значение оставшегося числа)

$N=n_1+n_2+n_3=3+3+6\cdot 17=6\cdot 18.$

2. Кол-во т. троек вида (2), в кот. 2 числа равны 0, а оставшееся - 14: 3; кол-во троек вида (2), в кот. 2 числа равны 14, а оставшееся - 0: 3.

Чистовик.

4. (продолжение решения п. 4)

Кол-во m_3 троек вида (2), в кот. ровно 1 число равно 0, ровно 1 число равно 14, а ост. число лежит в мн-ве $\{1, \dots, 13\}$: $3 \cdot 2 \cdot 13$ (рассуждаем аналогично пред. пункту)

$M = m_1 + m_2 + m_3 = 6 + 6 \cdot 13 = 6 \cdot 14$.

Тогда $MN = 6 \cdot 14 \cdot 6 \cdot 18 = 36 \cdot 14 \cdot 18$

Ответ: $36 \cdot 14 \cdot 18$.

2) $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{4}+7\right)+1 = \log_{(x+1)^2}(29-x)+1 = \log_{\sqrt{\frac{x}{4}+7}}(-x-1)$

~~$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{4}+7\right)\sqrt{29-x} = \log_{(x+1)^2}29-x$~~

$\log_{(x+1)^2}$ [illegible]

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{4}+7\right)\sqrt{29-x} = \log_{(x+1)^2}(29-x)(x+1)^2 = \log_{\sqrt{\frac{x}{4}+7}}(-x-1)\sqrt{\frac{x}{4}+7}$

$-x-1 = y > 0$

$29-x = 30-x-1 = 30+y$

$\frac{x}{4}+7 = \frac{28+x}{4} = \frac{29-(-x-1)}{4} = \frac{29-y}{4}$

~~$\log_{\sqrt{30+y}}$~~

При ~~возмож~~ x^2+y отлич [illegible] помощ, а 2-ое бы [illegible] из них 1)

~~$\log$~~

НОД $(a; b; c) = 1$

$a \cdot b \cdot c = 3^{18} \cdot 11^{14}$

4) [illegible] $= 0$ [illegible] либо общ. НОД

~~2) [illegible] 3; [illegible] 5 — [illegible]~~

~~Достаточно~~ отметить, что [illegible] 3, а [illegible]

~~1) 2 [illegible]~~ 5

Надо посчитать [illegible] 5 и 11 между [illegible] и перемножить!

1) 2 числа [illegible]: 5 — [illegible],

2) 1 число [illegible]: 3. [illegible] $a' = 3a''$ $\quad 5 + 5 \cdot 17 = \boxed{5 \cdot 18}$

5 способ. $\quad b' = 3b''$

$v_3(a'') + v_3(b'') = 16 - 17$.

$(0, 16), \ldots, (16, 0)$

11: 1) 2 числа $\vdots 11$ — 5 [illegible]

2) 1 число [illegible] $\vdots 11$ $\quad c' = 11a''$

$\quad b' = 11b''$

$v_{11}(a'') + v_{11}(b'') = 12$ — 13 [illegible]

$\boxed{5 \cdot 18 \cdot 3 \cdot 14}$ [illegible] $5 \cdot 13 + 3 = 5 \cdot 14$

$\log_a b = \frac{\log_{a^2} b}{2}$

5. $29-x > 0$ $\quad$ [illegible] $\log_a a = 1$?

$\frac{x}{4}+7 > 0$ $\quad$ $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

$-x-1 > 0$ $\quad$ и $\log_a b \cdot \log_b c = c$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{4}+7\right) = \frac{\log_{29-x}\left(\frac{x}{4}+7\right)}{2}$

$\frac{?}{}$ - тоже должно быть 1

$\log_{(x+1)^2}(29-x) = 2\log_{(-x-1)}(29-x)$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{4}+7}}(-x-1) = \frac{\log_{\frac{x}{4}+7}(-x-1)}{2}$

$\frac{\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{4}+7\right)}{2} \cdot \frac{\log_{\left(\frac{x}{4}+7\right)}(-x-1)}{2} \cdot 2\log_{(-x-1)}(29-x) =$

$= \frac{1}{2} \quad \log_{(29-x)}(-x-1) \cdot \log_{(-x-1)}(29-x) = \frac{1}{2}$.

$a^2(a+1) = \frac{1}{2} \quad 2a^3 + 2a^2 = 1$ $\quad$ $\frac{?}{} \; -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1$.

$a^3 + a^2 = \frac{?}{}$

- [illegible] [illegible]

Чистовик

№ задача 4)

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=33 \\ НОК(a,b,c)=3^{19}\cdot 11^{15} \end{cases}$$

Обозначим $a=33a'$; $b=33b'$; $c=33c'$ / $НОД(33a';33b';33c')=33 \Rightarrow НОД(a';b';c')=1$.

$33\,НОК(a';b';c')=НОК(33a';33b';33c')=НОК(a,b,c)=3^{19}\cdot 11^{15} \Rightarrow$

$НОК(a';b';c')=3^{18}\cdot 11^{14}$.

Значит, необходимо найти кол-во троек нат. чисел $(a';b';c')$, удовлетворяющих системе:
$$\begin{cases} НОД(a';b';c')=1 \\ НОК(a';b';c')=3^{18}\cdot 11^{14} \end{cases} \quad (*)$$

Если (*) верно, то ни одно из чисел a', b', c' не делится ни на какое простое число, отличное от 3 и 11. При этом все 3 числа $a';b';c'$ не могут одновременно делиться на 3 (или на 11), т.к. $НОД(a';b';c')=1$. Ни одно из чисел a', b', c' не может делиться на 3^{19} или 11^{15} (т.к. иначе $НОК(a';b';c') \vdots 3^{19}$ (или 11^{15})). При этом среди чисел $a';b';c'$ найдется число, кратное 3^{18}, и число, кратное 11^{14} (иначе $3^{18} \nmid НОК(a';b';c')$ или $11^{14} \nmid НОК(a';b';c')$).

Пусть $a'=3^{a_1}\cdot 11^{a_2}$
$b'=3^{b_1}\cdot 11^{b_2}$
$c'=3^{c_1}\cdot 11^{c_2}$

Пусть N - число троек (a_1,b_1,c_1) таких, что
$\min(a_1,b_1,c_1)=0$, $\max(a_1,b_1,c_1)=18$, (1)
M - число троек (a_2,b_2,c_2) таких, что
$\min(a_2,b_2,c_2)=0$, $\max(a_2,b_2,c_2)=14$ (2)
Тогда ответом в задаче будет число MN, т.к.: 1) любая тройка (a_1,b_1,c_1), при кот. $a';b';c'$ удовлетворяют (*), удовлетвор. (1)
2) любая тройка (a_2,b_2,c_2), при кот. $a';b';c'$ удовлетвор. (*), удовлетв. (2).
т.е. кол-во троек $(a';b';c')$, удовл. (*), равно кол-ву способов выбрать пару (T_1,T_2), где T_1 - одна из N троек (a_1,b_1,c_1), удовл. (1), T_2 - одна из M троек (a_2,b_2,c_2), удовл.(2). По правилу умножения в комбинаторике, это число равно MN.

Найдем M и N.

1. Кол-во n_1 троек вида (1), в кот. 2 числа равны 0, а 3-е - 18: 3 (кол-во способов выбр. число из a_1,b_1,c_1, кот. будет равно 18).
Кол-во n_2 троек вида (2), в кот. 2 числа равны 18, а 3-е - 0, равно: 3 (аналогично).
Кол-во n_3 троек вида (1), в кот. ровно 1 число равно 0, ровно 1 число равно 18, а 3-е число лежит в множестве $\{1, 2, \dots, 17\}$: $3\cdot 2\cdot 17$ (3 - кол-во способов выбр. то число из a_1,b_1,c_1, кот. будет равно 0,
2 - кол-во способов выбр. из ост. 2-х чисел то число, кот. будет равно 18,
17 - кол-во способов выбрать значение оставшегося числа)

$N=n_1+n_2+n_3=3+3+6\cdot 17=6\cdot 18$.

2. Кол-во m_1 троек вида (2), в кот. 2 числа равны 0, а оставшееся - 14: 3; кол-во m_2 троек вида (2), в кот. 2 числа равны 14, а оставшееся - 0: 3.

5. кол-во [illegible] [illegible]

$НОД(a;b;c) = 55$

$НОК(a;b;c) = 5^{19} \cdot 11^{15}$

$a = 55a'; b = 55b'; c = 55c';$

$(a', b', c') = 1$

$[a, b, c] = 55[a'; b'; c'] = 55a'b'c' =$

$55 a'b'c' = 5^{19} 11^{15}$

$a'b'c' = 5^{18} 11^{14}$

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] $5/11$.

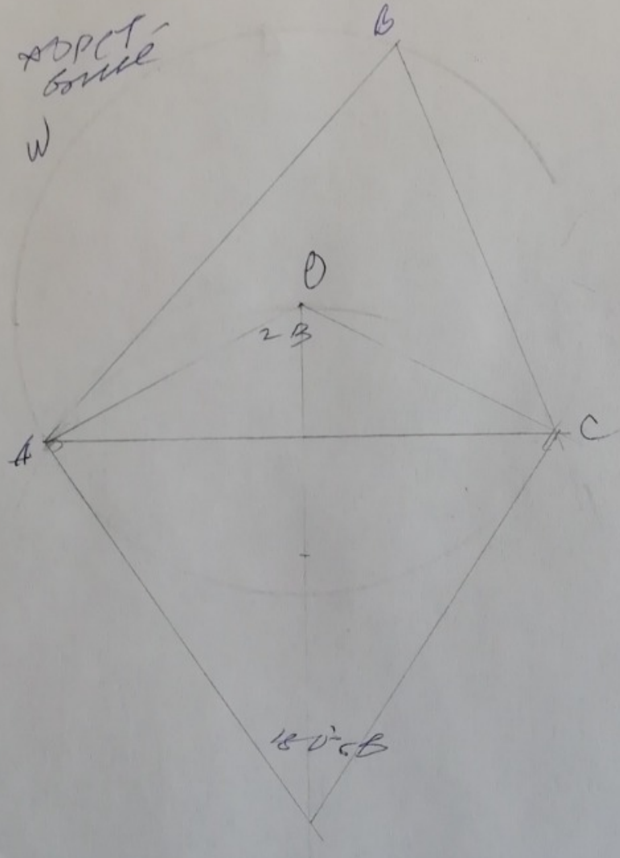
$a) \ 2 \ [illegible] \ \cdot 5$

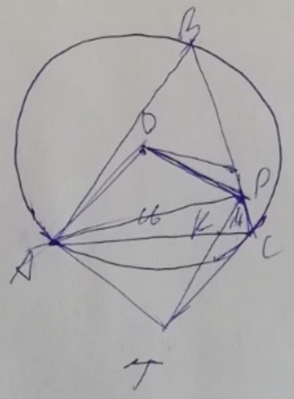
$б) \ 1 \ [illegible] \ (3^{18}, 11^{14}, 1) - 6 \ [illegible]$

5. $\log_{[illegible]} (x^2 + 7)$, $\log_{(x+1)^2}(29-x)$, $\log_{\sqrt{x/3}+7}(-8-x)$.

[illegible] [illegible] x [illegible], и [illegible] [illegible]

6.





$\log_{\sqrt{2a-b}}(\frac{b}{a}+7) = \frac{1}{2}\log_{2a-b}(\frac{b}{a}+7)$

$\log_{(b+1)^2}(2a-b) = 2\log_{-b-1}(2a-b)$

$\log_{\sqrt{\frac{b}{a}+7}}(-b-1) = \frac{1}{2}\log_{\frac{b}{a}+7}(-b-1) = \frac{1}{4}\log_{(\frac{b}{a}+7)}(-b-1)^2$

$\log_c \sqrt{a} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$\log_{\frac{c}{2}} a^2 = 2\log_c a$

$a^2(a+1) =$

$= \frac{1}{8}(\log_{2a-b}(\frac{b}{a}+7)\log_{(\frac{b}{a}+7)}(b+1)^2\log_{(b+1)^2}(2a-b)) =$

$= \frac{1}{8}(\log_{(2a-b)}(\frac{b}{a}+7)\log_{(b+1)^2}\log_{(b+1)^2}(2a-b))$

$a^3+a^2 = \frac{1}{8}$ $\quad -\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{4}$

НОК(4x, 4y, 4z) = 4 НОК(x, y, z)

$2a-b = -b-1$ $\quad a^2(a+1) = \frac{1}{8}$

$2a-b = \frac{b}{a}+7$

$a = -\frac{1}{2}$ кор. $\quad a = -\frac{1}{2}$

$8a^3+8a^2-1 = 0$ $\quad \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}$

$2a = b$: $\quad b^3+2b^2-1 = 0$

$(b^3+1)+(2b^2-2) =$

$= (b+1)(b^2-b+1)+2(b+1)(b-1) =$ $\quad \boxed{\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}}$, либо -1.

здесь, наше это либо умнож. $= (b+1)(b^2-b+1+2b-2) =$

$= (b+1)^2(b^2+b-1) = (b+1)($ ~~много~~ проще для пониман.

любимая 7 и 4 в табл. это они играют главную роль

$\boxed{25+24 = 49}$

$6 \cdot 17$ — 1м, 7 ед.

2м, 12м. -5

2м, 1м -5

$6 \cdot 07 + 3 + 5 = \boxed{6 \cdot 15}$

$\log_{a^2} c = 2\log_a c$

$(a^2)^{\log_{a^2} c} =$

$a^{2\log_{a^2} c} = b = a^{(2\log_{a^2} c)}$

$2\log_{a^2} c = \log_a c$

21100961 (U862894 M1304755)

5. $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$, $\log_{(x+1)^2}(29-x)$, $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

при каких x 2 из них равны, а 3-е на 1 больше

из ОДЗ(...) [illegible] ... [illegible]

1) $\log_{\sqrt{29-x}}$ [illegible]

$\log_a bc = \log_b c$ [illegible]

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{(x+1)^2}(29-x)$

$\sqrt{29-x} = a$

$\sqrt{\frac{x}{7}+7} = b$ $\quad abc > 0$

$-x-1 = c$

$\log_a b^2$; $\log_{c^2} a^2$; $\log_b c$ — не [illegible]

$2\log_a b \quad 2\log_{c^2} a \quad \log_b c$

$\log_c a$

не совсем понял, что именно

$\log_c a$

$\left(a^2\right)^{\log_{a^2} x} = x$

$a^{2\log_{a^2} x} = x = a^{\log_a x}$

$\frac{\log_a x}{2} = \cancel{\log_{a^2}} \log_a x$

итого: [illegible]

$2\log_a b$, $\log_c a$, $\log_b c$.

$\frac{1}{\log_c a}$

1) $\log_c a = \log_b c$

$\frac{\log_c a}{\log_b c} = 1$

$c^{\frac{1}{\log_b}}$

$\frac{\log_b c}{\log_c a} = 1$ $\quad b^{\log_b c \cdot \frac{1}{\log_c a}} = c^{\frac{1}{\log_c a}} = b$

$c^{\frac{1}{\log_c a}} = b$

$|x| > 2$ $\quad c = b^{\log_c a}$

$\frac{x}{7}+7 > 0$

$29-x > 0$ и того [illegible]

1) $\log_c a = \log_b c = 2\log_a b - 1$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{(x+1)^2}(29-x) = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)+1$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)+1 =$

$= \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log\left(\frac{x}{7}+7\right)\sqrt{29-x}$

или [illegible] ~~[illegible]~~ как-то разбивать.

90.5

15·30; 52·225 = 450

$S(ADK) = 16$
$S(CDK) = 14$
$S(ADC) = \cancel{168}\ 30$

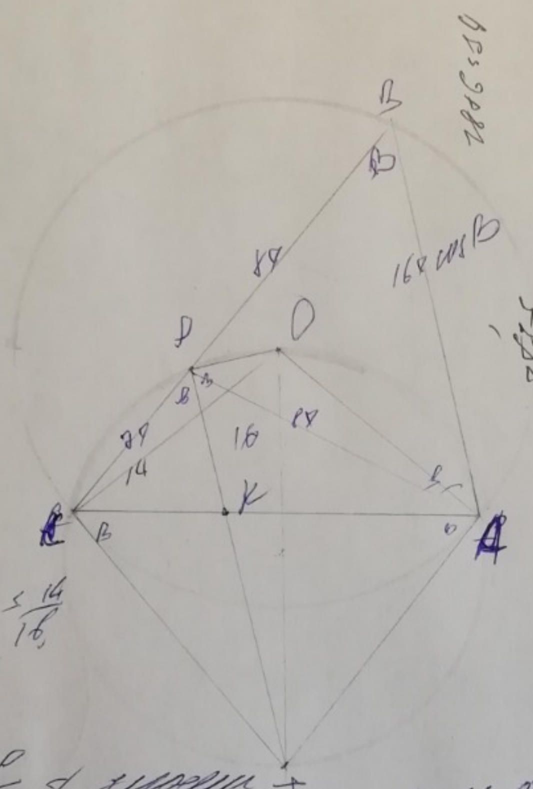
PD – бисс. $\angle CPA$

⇒ значит, $\frac{CP}{PA} = \frac{CK}{KA} = \frac{14}{16}$

$BPA - \angle 18$

⇒ значит: $\frac{CP}{PA} = \frac{CP}{PB}$ ⇒ значит $S(ABC)$ ...

$\frac{10}{7} = \frac{5}{15}$ $\boxed{S = \frac{70 \cdot 15}{7}}$



б) $\angle ABC =$ ...

[illegible] $\frac{CB}{BA}$ [illegible] $\frac{CB \cdot AB \cdot \sin B}{2}$ [illegible]

[illegible]

21100961 (U862894 M1304755)

Чистовик 5.

(5)

5 (задача 5). Запишем в другой форме эти числа с учётом свойств логарифмов:

$x_1 = \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

($\log_a c = 2\log_{a^2} c$, т.к.:

$a^{\log_a c} = c = a^{2\log_{a^2} c} = a^{(2\log_{a^2} c)} \Rightarrow \log_a c = 2\log_{a^2} c$)

$x_2 = \log_{(x+1)^2}(29-x) = \frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)$

$x_3 = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = 2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)$

Заметим, что для того, чтобы x_1, x_2, x_3 были действительными числами, необходимо, чтобы были вып. нер-ва:

$-x-1>0, \quad -x-1\neq 1$

$29-x>0, \quad 29-x\neq 1$

$\frac{x}{7}+7>0, \quad \frac{x}{7}+7\neq 1.$

При этом

$x_1\cdot x_2\cdot x_3 = 2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)\log_{-x-1}(29-x) =$

$= 2\log_{29-x}(-x-1)\cdot\log_{-x-1}(29-x) = 2.$

При искомых x 2 из чисел x_1, x_2, x_3 равны a, а 3-е $- a+1$, т.е. $2 = x_1\cdot x_2\cdot x_3 = a^2(a+1)$

Найдём возможные значения a:

$a^3+a^2-2=0.$

$a^3-1+a^2-1=0=(a-1)(a^2+a+1)+(a-1)(a+1)=$

$=(a-1)(a^2+2a+2)=0.$ – корни этого ур-ния: $a=1$

(если $a\neq 1$, то $a^2+2a+2=0$, но $a^2+2a+2=(a+1)^2+1\geq 1$ – против.)

Значит, три треб. x 2 из чисел равны 1, а 3-е – 2.

а) $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=1 \Rightarrow \sqrt{29-x}=\frac{x}{7}+7$ (необходимо решить систему уравнений!)

$\log_{(x+1)^2}(29-x)=1 \qquad (x+1)^2=29-x$

21100961 (U862894 M1304755)