Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100767**

ID профиля: **363243**

Вариант 24

Чистовик

Задание №1

$a_1+a_2+\ldots+a_9=S$

$a_n \in Z;\ d>0$

$$\begin{cases} a_{18}a_5 > S-4 \\ a_{10}a_{13} < S+60 \end{cases}$$

$a_1+a_2+\ldots+a_9=\frac{(a_1+a_9)}{2}\cdot 9=S$ (сумма 9 первых членов арифм. прогрессии)

$a_9=a_1+8d \Rightarrow S=\frac{(a_1+a_1+8d)}{2}\cdot 9 =$
$=(a_1+4d)\cdot 9 = 9a_1+36d$

$a_{18}=a_1+17d;\ a_5=a_1+4d;\ a_{10}=a_1+9d;$
$a_{13}=a_1+12d$

Тогда:
$$\begin{cases} (a_1+17d)(a_1+4d) > 9a_1+36d-4 \\ (a_1+9d)(a_1+12d) < 9a_1+36d+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+21a_1d+68d^2 > 9a_1+36d-4 \\ a_1^2+21a_1d+108d^2 < 9a_1+36d+60 \end{cases}$$

Пусть $a_1^2+21a_1d+68d^2=m$. Тогда $a_1^2+21a_1d+108d^2=m+40d^2$. Имеем:

$$\begin{cases} \cancel{m+49d^2 > S-4} \\ \cancel{m} \end{cases} \quad \begin{cases} m > S-4 \\ m+40d^2 < S+60 \end{cases}$$

Чистовик

Задание № 1

$$\begin{cases} m > S-4 \\ m < S+60-40d^2 \end{cases}$$

$S-4 < m < S+60-40d^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow S-4 < S+60-40d^2$

$40d^2 < 64$; $d^2 < \frac{64}{40} = 1{,}6$

$-\sqrt{1{,}6} < d < \sqrt{1{,}6}$. По усл. $d > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 < d < \sqrt{1{,}6}$. Также $a_n \in \mathbb{Z} \Rightarrow d \in \mathbb{Z}$

$1^2 < 1{,}6 < 2^2 \Rightarrow d = 1$

Тогда: $\begin{cases} a_1^2+21a_1+68 > 9a_1+36-4 \\ a_1^2+21a_1+108 < 9a_1+36+60 \end{cases}$

$$\begin{cases} a_1^2+12a_1+36 > 0 \quad (1) \\ a_1^2+12a_1+12 < 0 \quad (2) \end{cases}$$

(1) $a_1^2+12a_1+36 > 0$

Нули: $a_1 = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2-4\cdot 36}}{2} = \frac{-12\pm\sqrt{0}}{2} = -6$

$\underset{-6}{\overset{-\quad\quad +}{\longrightarrow}} a_1$; $a_1 \in (-6;+\infty)$

$a_1 \in \mathbb{Z}$

Чистовик

Задание № 1

(2) $a_1^2+12a_1+12<0$

$D = 12^2-4\cdot12 = 12(12-4) = 12\cdot8 = 2^5\cdot3$

$a_1 = \frac{-12\pm\sqrt{2^5\cdot3}}{2} = -6\pm\sqrt{2^3\cdot3} = -6\pm2\sqrt6$

$+ \quad - \quad +$

$-6-\sqrt{24} \quad -6+\sqrt{24} \quad a_1$ $\qquad 4^2<24<5^2$

~~$-6-\sqrt{24}$ $-6-4^2<-6-\sqrt{24}<-6$~~

$-6-5<-6-\sqrt{24}<-6-4$

$-11<-6-\sqrt{24}<-10$

~~и~~ $-6+4<-6+\sqrt{24}<-6+5$

$-2<-6+\sqrt{24}<-1$

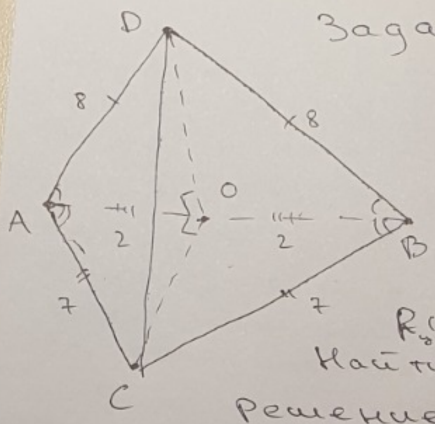
Т.к. $a_1\in Z$, то $a_1\in[-10;-2]$

$\begin{cases} a_1\in[-10;-2] \\ a_1>-6 \\ a_1\in Z \end{cases} \Rightarrow a_1\in\{-5;-4;-3;-2\}$

Ответ: $\{-5;-4;-3;-2\}$

Чистовик

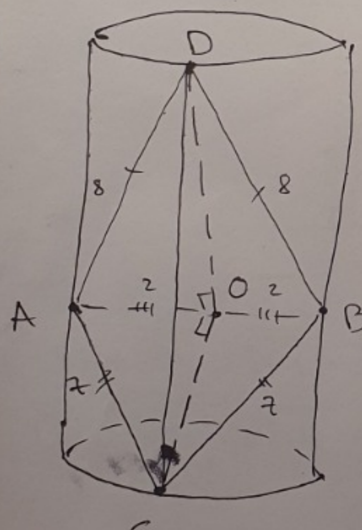
Задание № 2



Дано: $ABCD$ – тетраэдр; $AD = BD = 8$; $AC = CB = 7$; $AB = 4$; $ABCD$ впис. в цилиндр; $A, B, C, D \in$ бок. гран. цилиндра; $CD \parallel$ оси цилиндра; $R_ц$ (рад. цилиндра) $=$ min;

Найти: CD – ?

Решение: Проведём $DO \perp AB$ и $CO' \perp AB$. Т.к. $\triangle ACB$ и $\triangle ADB$ – р/б ($AC = CB$ и $AD = DB$ по усл.), то $O \equiv O'$ – серед. $AB \Rightarrow AO = OB = 2$. $AB \perp CO$, $AB \perp DO$; $DO, CO \in (DCO) \Rightarrow AB \perp (DCO)$

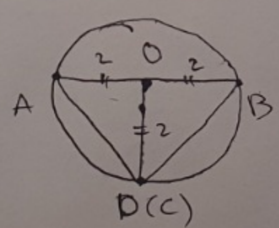


Т.к. $CD \parallel$ оси цил. по усл., то $CD \perp$ основ. цилиндра

$AB \perp (CDO) \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow$

$\Rightarrow AB$ либо $\perp$ основ. цил.; либо $AB \in$ основ. цил.

Посмотрим на рисунок сверху (проекция):



Чистовик

Задание №2

Проекцией AB на рассматр. плоскость будет сам отр. AB.

Тогда в п-ти основ. AB – хорда $\Rightarrow$

$\Rightarrow R_{y} \geq \frac{AB}{2} \Rightarrow R_{y\,min} = \frac{AB}{2} = 2$

Проведём OH ($H \in CD$) такое, что $OH \perp CD$.

Тогда $OH = R_{y\,min} = 2$.

Рассмотрим $\triangle ACB$:

CO – высота, медиана $\Rightarrow CO = \sqrt{CB^2 - OB^2} =$

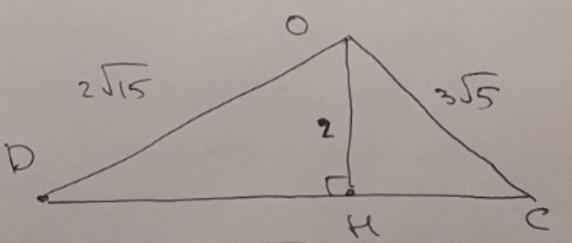
$= \sqrt{49-4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

Рассмотрим $\triangle ADB$:

DO – высота, медиана $\Rightarrow DO = \sqrt{DB^2 - OB^2} =$

$= \sqrt{64-4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$

Рассмотрим $\triangle DOC$:



$DC = HC + DH$

$HC = \sqrt{OC^2 - OH^2} =$

$= \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$

$DH = \sqrt{DO^2 - OH^2} = \sqrt{60-4} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

$\Rightarrow DC = 2\sqrt{14} + \sqrt{41}$

Ответ: $2\sqrt{14} + \sqrt{41}$

Чистовик

Задание №3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 10\\ a^2+b^2\le \min(-6a-2b,10)\end{cases}$$

$a^2+b^2\geq 0 \Rightarrow$ при $-6a-2b<0$ решением 2-го неравенства будет $\{\varnothing\}$ $\Rightarrow$ у системы реш. нет.

Значит $-6a-2b\geq 0$

$6a+2b\le 0$; $3a+b\le 0$; $b\le -3a$

Перепишем систему в виде:

$$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\le 10\\ a^2+b^2\le \min(-6a-2b,10)\end{cases}$$

1) при $-6a-2b\le 10$ и $-6a-2b\geq 0$:

$a^2+b^2\le -6a-2b$

$a^2+6a+9+b^2+2b+1\le 10$

$(a+3)^2+(b+1)^2\le 10$ - внутренняя часть окруж. радиусом $\sqrt{10}$ и центром $(-3;-1)$

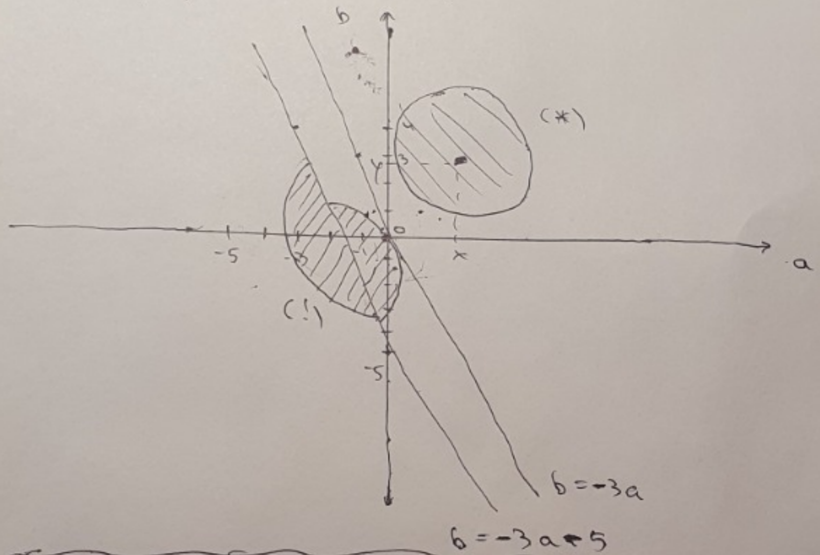
2) при $-6a-2b>10$ $(6a+2b<-10;\ b<-5-3a)$:

$a^2+b^2\le 10$ - внут. часть окр. радиусом $\sqrt{10}$ и центром $(0;0)$

Чистовик

Задание №3

3) $(a-x)^2+(b-y)^2 \le 10$ — внут. часть окр. радиусом $\sqrt{10}$ и центром в т. $(x;y)$. Изобразим это графически:



~~Система будет иметь решение если окр. (*) имеет пересеч. с множеством (!) круг~~

Нам подходят все такие x и y, при которых у множества (*) и у множества (!) есть хотя бы 1 общ. т.

черновик

$S = 9a_1 + 36d$

$$\begin{cases}(a_1+4d)(a_1+17d) > S-4 \\ (a_1+9d)(a_1+12d) < S+60\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+21a_1d+68d^2 > 9a_1+36d-4 \\ a_1^2+21a_1d+108d^2 < 9a_1+36d+60\end{cases}$$

$a_1^2+21a_1d+68d^2 = m$

$m > S-4$

$m+40d^2 < S+60$

$m > S-4$ $\quad S-4 < S+60-40d^2$

$m < S+60-40d^2$ $\quad 40d^2 < 64$

$d^2 < \frac{64}{40}$ $\quad d^2 < 1{,}6$

$d \in \mathbb{Z} \Rightarrow d = -1, 0, 1$

1) $d = -1$

$a_1^2 - 21a_1 + 68 > 9a_1 - 36 - 4$

$a_1^2 - 30a_1 + 108 > 0$

$D = 900 - 432 = 468$ $\quad 117 \cdot 4$

$a_1 = \frac{30 \pm \sqrt{468}}{2} = 15 \pm \sqrt{117}$ $\quad 21^2 < 468 < 22^2$

$10^2 < 117 < 11^2$

$+ \quad - \quad +$

$15-\sqrt{117} \quad 15+\sqrt{117}$ $\quad 10, \quad 4,$

$a_1 \in (-\infty; 4] \cup [27; +\infty)$ $\quad a_1 \in \mathbb{Z}$

$a_1^2 - 21a_1 + 108 < 9a_1 - 36 + 60$ $\quad 12^2 \cdot 4$

$144 \cdot 4 = 576$

$a_1^2 - 30a_1 + 84 < 0$ $\quad \frac{24}{6}$

$D = 900 - 336 = 564$ $\quad 23^2 < 564 < 24^2$

$\frac{30 \pm \sqrt{564}}{2} = 15 \pm \sqrt{141}$ $\quad 11^2 < 141 < 12^2$

$+ \quad - \quad +$ $\quad [4; 26]$

$15-\sqrt{141} \quad 15+\sqrt{141}$

21100767 (U363243 M1297197)

Черновик

1) $a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 5$ $\qquad a_9 = a_1 + 8d$

$\frac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9 = 5$ $\qquad \frac{2a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = 5$

$a_5 a_{18} > 5 - 4$ $\qquad a_5 = a_1 + 4d \quad (a_1 + 4d)9 = 5$

$a_{10} a_{13} < 5 + 60$ $\qquad 9a_1 + 36d = 5$

$a_{18} = a_1 + 17d$

$a_1 - ?$

$a_{10} = a_1 + 9d$;
$a_{13} = a_1 + 12d$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4 \\ a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 > 9a_1 + 36d + 40d^2 - 4 \\ a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 < 9a_1 + 36d + 60 \end{cases}$$

$9a_1 + 36d + 40d^2 - 4 < 9a_1 + 36d + 60$

$40d^2 < 64$

$d^2 < \frac{64}{40}$; $\frac{-8}{2\sqrt{10}} < d < \frac{8}{2\sqrt{10}}$; $\frac{-4}{\sqrt{10}} < d < \frac{4}{\sqrt{10}}$

т.к. $a_n \in Z$, то $d \in Z \Rightarrow$ $\frac{-4}{\sqrt{10}} = \frac{-4\sqrt{10}}{10} = \frac{-2\sqrt{10}}{5} = -0,4 \cdot \sqrt{10}$

$\approx -1,2$ $\qquad -1, 0, 1$

$9a_1 + 36d = 5$

1) $d = 0$: $\begin{cases} a_1^2 > 9a_1 - 4 \\ a_1^2 < 9a_1 + 60 \end{cases}$

$a_1^2 - 9a_1 + 4 > 0$

$D = 81 - 16 = 65$ $\qquad$ ~~$9a_1 - 4 < 9a_1 + 60$~~

$\frac{9 \pm \sqrt{65}}{2}$ $\quad \frac{9+8}{2}$ $\quad \frac{9-8}{2}$

$\frac{9-\sqrt{65}}{2}$ $\quad \frac{9+\sqrt{65}}{2}$

0,5 $(-\infty; 0] \cup [9; +\infty)$

$a_1^2 - 9a_1 - 60 < 0$

$81 + 240 = 321$ $\qquad 12^2$

$a_1 = \frac{9 \pm \sqrt{321}}{2}$ $\qquad 144 - 48 = 96$ $\qquad 12 \cdot 3 \cdot 4$

Черновик

2) $d = 0$

$a_1^2 - 9a_1 - 60 < 0$

$D = 81 + 240 = 321$

$9^2 \cdot 4$

$81 \cdot 4$

324

$+ \quad - \quad +$

$\frac{9-\sqrt{321}}{2} \qquad \frac{9+\sqrt{321}}{2}$

$17^2 < 321 < 18^2$

$\frac{9+17,\dots}{2} = \frac{26,\dots}{2} = 14,\dots$

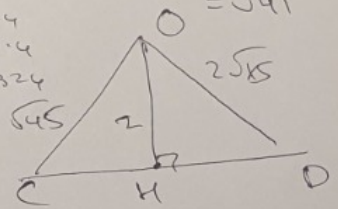
$\frac{9-17,\dots}{2}$

$\frac{-8,\dots}{2} = -4,\dots$

$\{-4;\ 14\}$

$\{-4; -3; -2; -1; 0; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$

$CH = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$



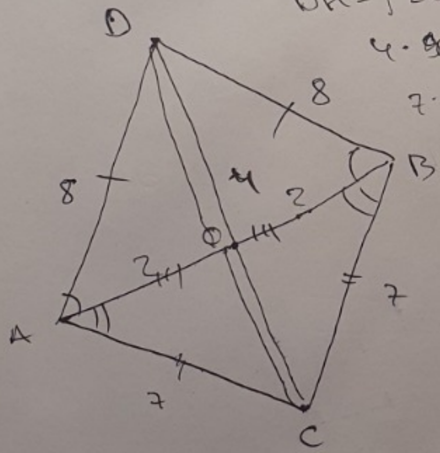
3) $d = 1$ $\quad \forall n \quad \forall n,\ a_n \in Z$

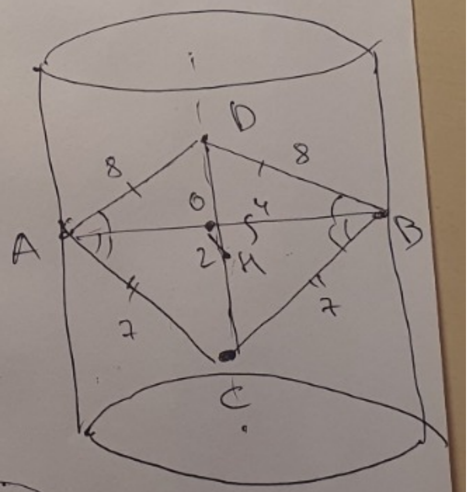
a_1

$DH = \sqrt{60 - 4} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

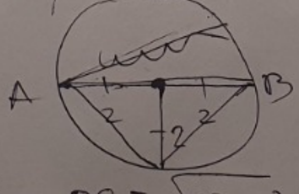
$4 \cdot 14$

$7 \cdot 2$





$R = 4$



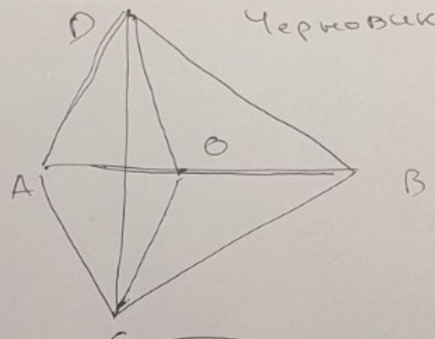
$R \geq \frac{AB}{2}$

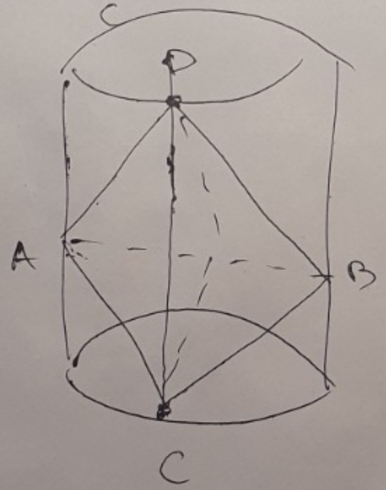
$\min R = \frac{AB}{2} = 2$

$OD = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{6 \cdot 10} = 2\sqrt{15}$

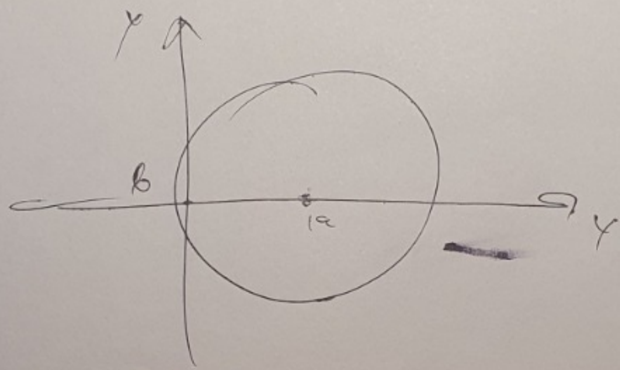
$OC = \sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{5 \cdot 9} = \sqrt{45}$

Черновик



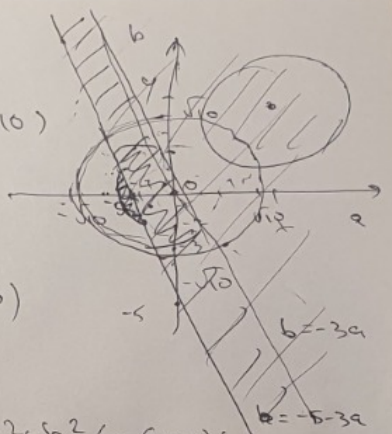


черновик



Черновик

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \end{cases}$$



на
кр

$$\begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2 \le 10 \\ a^2+b^2 \le \min(-6a-2b, 10) \end{cases}$$

при $-6a-2b \le 10$:

$6a+2b \geq -10$

$3a+b > -5$

$b > -5-3a$

$-6a-2b > 0$

$6a+2b < 0$

$3a+b < 0$

$b < -3a$

$a^2+b^2 \le -6a-2b$

$a^2+6a+9+b^2+2b+1 \le 10$

$a^2+b^2 \le -2(3a+b)$ $\quad (a+3)^2+(b+1)^2 \le 10$

$-6a-2b=10$ $\quad a=-1$ $\quad u+12$

$2b=-10-6a$ $\quad b=-2$

$b=-5-3a$

$(a+3)^2+(b+1)^2 = a^2+b^2$

$a=b=0$

$3(2a+3) = 2b+1$

$x^2+y^2 \le 10$

$6a+9=2b+1$

$b=3a+8$

$a=0, b=0$

$10a^2+48a+64 = 0$

$(3a+8)^2+a^2 = 10$

$10a^2+48a+64 = 10$

21100767 (U363243 M1297197)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100767**

ID профиля: **363243**

Вариант 24

Чистовик

Задание № 5

Дано: $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$, $\log_{(x+1)^2}(29-x)$, $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$, два из этих чисел равны, а 3-е на 1 больше их.

Найти: x - ?

Решение:

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \cancel{\frac{x}{2}\log}\ 2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = 2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)$

$\log_{(x+1)^2}(29-x) = \frac{1}{2}\log_{(x+1)}(29-x)$

Все преобразование равносильные, т.к. не меняется ОДЗ.

Найдём произведение этих чисел:

$2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot 2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1)\cdot\frac{1}{2}\log_{(x+1)}(29-x) =$

$= 2\log_{(29-x)}(-x-1)\cdot\log_{(x+1)}(29-x)$

$(\log_a b\cdot\log_b c = \log_a c)$

1) При $x > -1$:

$2\log_{(29-x)}(-x-1)\cdot\log_{(x+1)}(29-x) = 2\log_{(x+1)}{-(x+1)}$

1

21100767 (U363243 M1297198)

Чистовик

Задание № 5

Не сущ. таких действ. чисел a, при которых $\log_a -a$ – действ. число (по ОДЗ: $a>0$, $-a>0$; $a<0$ – противоречие) =>

=> $x<-1$;

Произведение равно:

$2\log_{(29-x)}(-x-1)\cdot\log_{(-x-1)}(29-x)=$

$=2\log_{(29-x)}(29-x)=2$

Пусть одно из чисел равно t. Тогда 2 других – t и $t+1$. Выясним, что:

$t\cdot t\cdot(t+1)=2 \Rightarrow t^3+t^2-2=0$

$t=1$ – корень. Схема Горнера:

	1	1	0	−2
1	1	2	2	0

$(t-1)(t^2+2t+2)=0$

$t^2+2t+2=0$; $D=4-8=-4<0 \Rightarrow$ нет д. корней

$t=1$ – ед. решение.

=> 2 числа равны 1, а оставшееся – 2

Предположим, что $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=2$

Тогда $\left(\sqrt{\frac{x}{7}+7}\right)^2=-x-1$; $\frac{x}{7}+7=-x-1$

$x+49=-7x-7$; $8x=-56$; $x=-7$

При $x=-7$: $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\log_{\sqrt{36}}6=1$

Чистовик

Задание №5

$\log_{(x+1)^2}(29-x) = \log_{(-6)^2} 36 = 1$

$\Rightarrow x = -7$ – подходит

Пусть $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 2 \Rightarrow 29 - x = \frac{x}{7} + 7$

$(29-x)\cdot 7 = x + 49$; $8x = 29\cdot 7 - 49$; $x = \frac{154}{8} = \frac{77}{4}$

Тогда $\log_{(x+1)^2}(29-x) = \log_{\left(\frac{81}{4}\right)^2}\left(29 - \frac{77}{4}\right) =$

$= \log_{\left(\frac{9}{2}\right)^4} \frac{39}{4} \neq 1 \Rightarrow$ не подходит

Пусть $\log_{(x+1)^2}(29-x) = 2$

Тогда $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1) = 1$

$\frac{x}{7} + 7 = (x+1)^2$; $x^2 + 2x + 1 = \frac{x}{7} + 7$

$7x^2 + 13x - 42 = 0$; $D = 169 + 4\cdot 7\cdot 42 = 1176$

$x = \frac{-13 \pm \sqrt{D}}{14}$ – не подходит; т.к. $1176 \approx 33^2$

$\Rightarrow x_1 \approx \frac{-13+33}{14} = \frac{20}{14} > -1$

$x_2 \approx \frac{-13-33}{14} = -\frac{46}{14} \approx -3$

при $x \approx -3$:

$\log_{(x+1)^2}(29-x) \approx \log_4 32 \neq 2$

Ответ: $x = -7$

3

Чистовик

Задание №4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 33 = 3\cdot 11 \\ НОК(a;b;c) = 3^{19}\cdot 11^{15} \end{cases}$$

НОК чисел находится, как произведение максимальных степеней простых чисел в разложении исходных чисел => данные числа можно представить в виде $3^x \cdot 11^y$, где $x \in [0;19]$, а $y \in [0;15]$

НОД чисел находится, как произведение максимальных общих степеней простых чисел в разложении исходных => числа можно представить в виде $3^x \cdot 11^y$, где $x \in [1;19]$, а $y \in [1;15]$.

Также, как минимум одно число должно в своём разложении иметь 3^x, $x=1$ и 11^y, $y=1$, иначе НОД будет равен $3^a \cdot 11^b$; $a>1$, $b>1$. И как минимум одно число должно иметь в разложении 3^x, $x=19$ и 11^y, $y=15$, иначе НОК будет равен $3^{a'} \cdot 11^{b'}$, $a'<19$, $b'<15$.

Таким образом, в разложении чисел присутствует всего 6 простых чисел в какой-то степени (если бы в разложении были числа помимо 3^x и 11^y, то НОК имел бы эти числа в сомножит.)

Чистовик

Задание №4

Из этих 6 чисел 4 точно равны: 3, 11, 3^{19} и 11^{15}. Оставшиеся 2 могут быть любыми из диапозона $\underbrace{3^x, x \in [1; 19]}_{1\text{-е число}}$ и $\underbrace{11^y, y \in [1; 15]}_{2\text{-е число}}$

Таким образом, кол-во троек чисел равно кол-ву способов разместить числа 3, 3^{19} и 3^x в 3 ячейки, умноженному на кол-во способов разместить числа 11, 11^y и 11^{15} в 3 ячейки:

1) чисел вида 3^x всего 19 ($x \in [1; 19]$) Есть 3 способа расположить число 3, 2 способа число 3^{19}. И на последнюю ячейку остается 19 вариантов => кол-во способов располож. степени 3 равно: $3 \cdot 2 \cdot 19$

2) чисел вида 11^y всего 15 ($y \in [1; 15]$ => всего способов для степеней 11: $3 \cdot 2 \cdot 15$

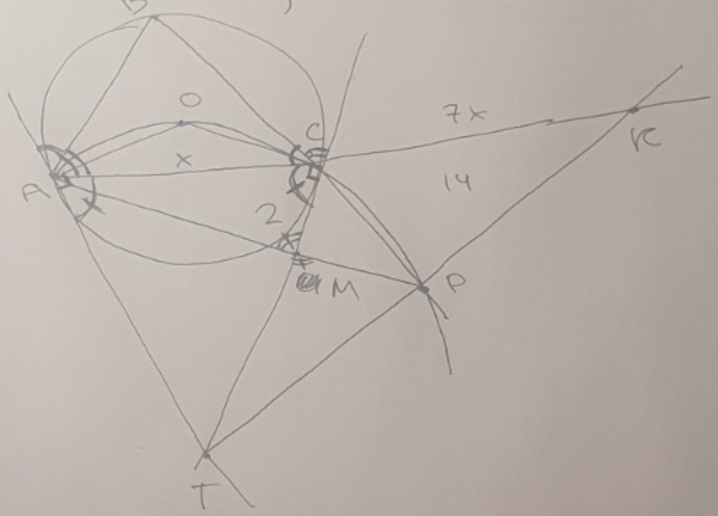
3) Всего троек чисел: $3 \cdot 2 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 15 =$
$= 6^2 \cdot 19 \cdot 15 = 36 \cdot 285 = 10260$

Ответ: 10260

21100767 (U363243 M1297198)

Чистовик

Задание №6



$\angle CAT = \angle ACT$ т.к. они равносост. (см. рис.)

$S_{ACP} = S_{APK} - S_{CPK} = 16 - 14 = 2$

$TC \cap AP = M$; Ка $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow$

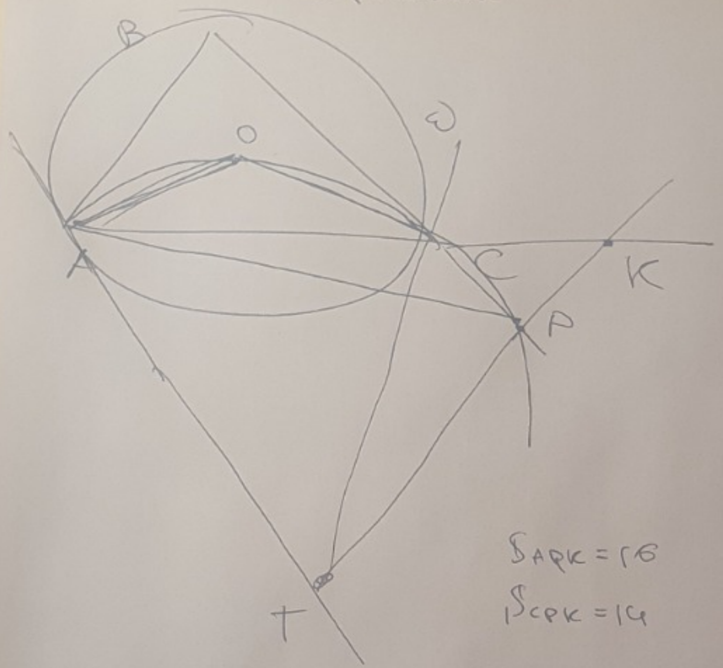
$\Rightarrow$ около $AOCT$ можно опис. окр. (сумма противол. равна 180°).

$AOCT$ – дельтоид ($AO = OC = R$)

$\dfrac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \dfrac{CK}{AK} = \dfrac{16}{14} = \dfrac{8}{7}$ (общ. высота)

$\Rightarrow CK = x,\ AK = 8x,\ AC = x$; $S_{ABC} = \frac{1}{7} S_{CPK} = 2$

Черновик



$S_{APK} = 16$

$S_{CPK} = 14$

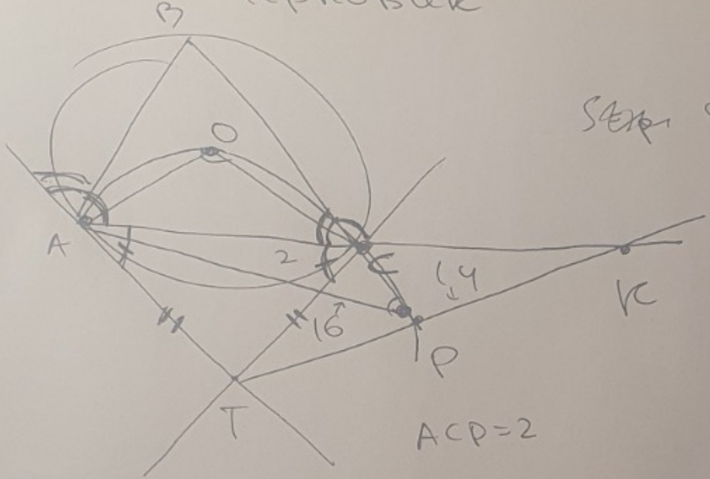
$\frac{1}{2}\log_{x+1} 4 \quad \log_m(-a)\cdot\log_b m$

$\log_b -a$

$\log_{(29-x)} -(x+1) = \frac{1}{4}$

$\sqrt[4]{29-x} \qquad (29-x) = (x+1)^4$

Черновик



~~S∆тр~~ $S=\frac{abc}{4R}$

ACP=2

$-13 \neq 33$

$-\frac{46}{14}$ -3

16

4

Черновик

НОД $= 3 \cdot 11$

НОК $= 3^{19} \cdot 11^{15}$ $\quad (x+1)^2 \; (\frac{x}{7}+7)$

$3 \cdot 11 \quad 33 \cdot x \quad 33 \cdot y \quad 33 \cdot z$

$3^{1+x_1} \cdot 11^{1+x_2} \quad 3^{1+y_1} \cdot 11^{1+y_2} \quad 11^{1+z_2} \cdot 3^{1+z_1}$

18

3^{19}

11^{15}

$C_6^4 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$

$3 \cdot 11^{15}$

$3^{19} \cdot 11^{14}$

$3^{14} \cdot 11 \quad 19 \cdot 15 = 285 \qquad 3^8$

$285 + 4$

$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 36 \cdot \frac{285 \cdot 284}{2}$

C_{285}^2

$\frac{156}{16}$

$285 \times 284 = 80940$

$2 \quad 40000$

80940×18

3

285×284: $1140 + 2280 + 570 = 80940$

852920

1456

210

203

154

$\frac{127}{4}$

$29 \cdot 4 = 116 - 77$

39

$\frac{39}{4}$

21100767 (U363243 M1297198)

Черновик

$\cancel{\log}$

$2\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{7}+7)}(-x-1)$ $\qquad \log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

$2\frac{1}{2}\log_{(29-x)}(\frac{x}{7}+7)$

$\log_{(\frac{x}{7}+7)}(-x-1) = \frac{1}{\log_{(\frac{x}{7}+7)}(29-x)}$

$4\frac{1}{4}\log_{(29-x)}(-x-1)$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)$ $\qquad \frac{1}{2}\log_{|x+1|}(29-x)$

$x+1<0$

$x<-1$

$\frac{1}{2}\log_{(-x-1)}(29-x)$

$x<-1$ $\qquad \log\ 2$

$t \cdot t \cdot (t+1) = 2$

$t^2(t+1)=2$

$t^3+t^2-2=0$

$t=1$

1	1	1	0	-2
	1	2	2	0

$(t-1)(t^2+2t+2)=0$ $\qquad 441-8 =$

$t=1$ $\qquad = 433$

433

$\log_{\sqrt{29-x}}(\frac{x}{7}+7) = 1$

$D = 3^2 \cdot 49^2 - 4 \cdot 49 \cdot 20$

$\sqrt{29-x} = \frac{x}{7}+7$ $\qquad 49(9 \cdot 49 - 4 \cdot 2)$

$7\sqrt{29-x} = x+49$ $\qquad 49 \cdot ($

$49(29-x) = x^2+98x+49^2$

$x^2+3 \cdot 49x + 49(49-29) = 0$

21100767 (U363243 M1297198)

Черновик 3^x 11^y

$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 11\cdot 3 \\ НОК(a;b;c) = 3^{19}\cdot 11^{15} \end{cases}$ 3 11 3^{19} 11^{15}

$НОД(a;b;c)\cdot НОК(a;b;c) = a\cdot b\cdot c \Rightarrow 11^{16}\cdot 3^{20}$

6, 8, 9 6 9 9, 6 5 15 $x \in [1;19]$

$2\cdot 3$ 2^3 3^2 3 18 5 $11\cdot 3$ $y \in [1;15]$

9 6 $3\cdot 2$ 3 6 9 11

$2^3\cdot 3^2$ 3^2 54 54

1 $1\cdot 3\cdot 2$ $НОК = 3^2\cdot 2^3$

6, 8, 9 $3\cdot 11$ $1\cdot 2^3$ $НОД = 1$

$2^3\cdot 3^2$ $3^{19}\cdot 11^{15}$ $1\cdot 3^2$ 11 $3\cdot 11$

$3^{19}\cdot 11^{15}$

⑤ $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$, $\log_{(x+1)^2}(29-x)$ $3\cdot 11$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$ $3^{19}\cdot 11$ $3\cdot 11^{15}$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\log_{(x+1)}(29-x)\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot$

$\cdot \log\left(\frac{x}{7}+7\right)^{-(x+1)} = \frac{1}{2}\cdot\log_{(x+1)}{-(x+1)}$

$(x+1) > 0$

$(x+1)$

$\log_a b\cdot\log_b c = \log_a c$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ $\log_a b = \frac{\log_a c}{\log_b c}$ $\frac{\log_c b}{\log_c a}$

$c = b$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

21100767 (U363243 M1297198)

Черновик

$29-x=\frac{x}{7}+7 \Rightarrow -7x+29\cdot 7=x+49$

$8x=29\cdot 7-49$

$x=\frac{29\cdot 7-49}{8}=$

$\frac{x}{7}+7=-x-1$

$=\frac{203-49}{8}=\frac{154}{8}=\frac{77}{4}$

$x+49=-7x-7$

$8x=-56$

$x=-7$

$\sqrt{36}=6$ 17

171161

$36=36$

$\log_{a}$

$(x+1)^4=29-x$

$\log_a{-a}$ $\log_a{-a}$

2850

1   16   8550   10260

$7(29-x)=x+49$ 81 $3\cdot 2\cdot 15\cdot 3\cdot 2\cdot 19$

$8x=7\cdot 29-49$ 116-77

$x=$

$\frac{39}{4}$ $6^2\cdot 15\cdot 19$

$\frac{77}{4}$

285 · 36   12

1710   1680

855   1710

10260

$\frac{81}{4}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{29\cdot 4-77}{4}$

10260

21100767 (U363243 M1297198)

~~Чистовик~~ Черновик

~~Задание 15~~

$\log_{(x+1)^2}(29-x) = \log_{(-6)^2} 36 = 1$

$\Rightarrow x=-7$ подходит

~~Ответ~~

Пусть $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=2 \Rightarrow 29-x=\frac{x}{7}+7;$

$(29-x)\cdot 7 = x+49; \quad 8x = 29\cdot 7-49;$

$x=\frac{29\cdot 7-49}{8}=\frac{203-49}{8}=\frac{154}{8}=\frac{77}{4}$

Тогда $\log_{(x+1)^2}(29-x) = \log_{\left(\frac{81}{4}\right)^2}\left(29-\frac{77}{4}\right) =$

$=\log_{\left(\frac{9}{2}\right)^4}\frac{39}{4} \neq 1 \Rightarrow x=\frac{77}{4}$ - не подх.

Пусть ~~(x+1)~~ $\log_{(x+1)^2}(29-x)=2$

$\Rightarrow$ ~~(x+1)^4~~ $(x+1)^4 = 29-x$

$\left(\frac{x}{7}+7\right)^2 = (x+1)^2$

$x^2+2x+1=\frac{x}{7}+7$

$7x^2+13x-48=0$

$D=169+$

$7\cdot 4\cdot 48$

$-\frac{13+33}{14}$

$\sqrt{\frac{x}{7}+7}$

-1

$\frac{x}{7}+7=x^2+2x+1$

$7x^2+13x-42=0$

$D=169+$

28×42: 56, 112, 1176

33×33, $11^2\cdot 9$, $121\cdot 9$, $900+9+180$, 1089

$3\cdot 2\cdot\sqrt{1176}$

36×36: 216, 108, 1296

$34^2-33^2 = 1\cdot 67$

1156

34×34: 136, 112, 1156