Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100682**

ID профиля: **264538**

Вариант 24

Чистовик

1

№1

$S;\ a_5 \cdot a_{18} > S-4$
$a_{10} \cdot a_{13} < S+60$
$a_1 - ?$ (все возм)

a_1 - первый член прогрессии. d - разность

$$S = a_1 + \dots a_9 = \frac{2a_1+8d}{2} \cdot 9 = 9(a_1+4d)$$

$$\begin{cases} a_5 \cdot a_{18} > S-4 \\ a_{10} \cdot a_{13} < S+60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1+4d)(a_1+17d) > S-4 \\ (a_1+9d)(a_1+12d) < S+60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 68d^2 - S + 4 > 0 \\ a_1^2 + 21a_1 d + 108d^2 - S - 60 < 0 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -a_1^2 - 21a_1 d - 68d + S - 4 < 0 \\ a_1^2 + 21a_1 d + 108d^2 - S - 60 < 0 \end{cases}$$

Сложим неравенства:

$\Rightarrow 40d^2 - 64 < 0 \qquad d^2 < \frac{64}{40} \quad d < \frac{8}{\sqrt{40}}\ ;\ d > 0;\ d \in \mathbb{Z}$

$d = 1$, т.к. d - целое, единственное $d \in (0; \frac{8}{\sqrt{40}})$

система при $d = 1$; $S = 9(a_1+4)$

$$\begin{cases} (a_1+4)(a_1+7) > 9a_1 + 36 - 4 \\ (a_1+9)(a_1+12) < 9a_1 + 36 + 60 \end{cases}$$

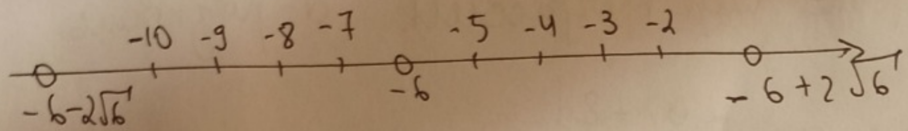
$$\begin{cases} 1)\ a_1^2 + 21a_1 + 68 - 9a_1 - 32 > 0 \\ 2)\ a_1^2 + 21a_1 + 108 - 9a_1 - 96 < 0 \end{cases}$$

1) $a_1^2 + 12a_1 + 36 > 0$
$(a_1+6)^2 > 0$
$a_1 \neq -6$

2) $a_1^2 + 12a_1 + 12 < 0$
$D = 144 - 48 = 96$
$a_{12} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{6}}{2} = -6 \pm 2\sqrt{6}$
$a \in (-6 - 2\sqrt{6}; -6 + 2\sqrt{6})$

21100682 (U264538 M1303308)

Отберем целые a: $\boxed{\text{Чистовик}}$ 2



Ответ: $\{-10; -9; -8; -7; -5; -4; -3; -2\}$

№3

$$\begin{cases} a^2-b^2 \le \min(-6a-2b; 10) \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \end{cases}$$

Распишем первое ур-е в виде совокупн. двух сторон.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le -6a-2b \\ -6a-2b \le 10 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 10 \\ -6a-2b > 10 \end{cases} \end{array}\right. = \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (a+3)^2+(b+1)^2 \le 10 \\ b \geq -3a-5 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 10 \\ b < -3a-5 \end{cases} \end{array}\right.$$

Найдем т. пересечения окружн. и прямой:

$\cancel{(b+1)^2 \le 10}$

$$\begin{cases} (a+3)^2 + (-3a-4)^2 = 10 \\ 10a^2 + 6a + 2\times a + 9 + 16 - 10 = 0 \end{cases}$$

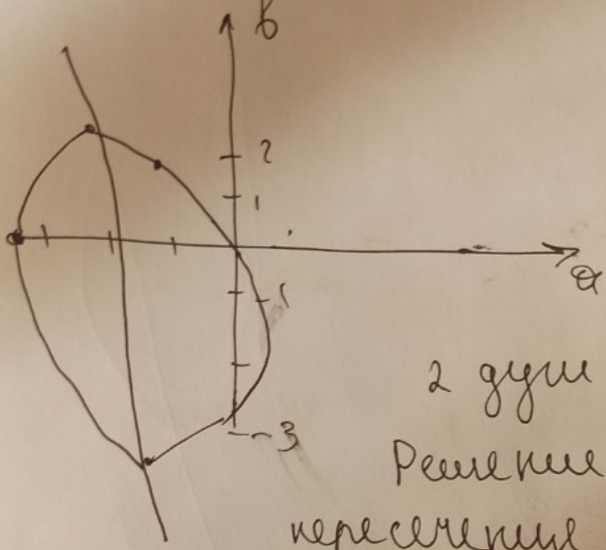
$$100a^2 + 30a + 15 = 0$$

$$a = \frac{-6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2} \qquad b = \frac{9 \mp 3\sqrt{3}}{2} - 5$$

Нарисуем граф. ур-я в коорд. a, b

Чистовик:

№3 (продолж)

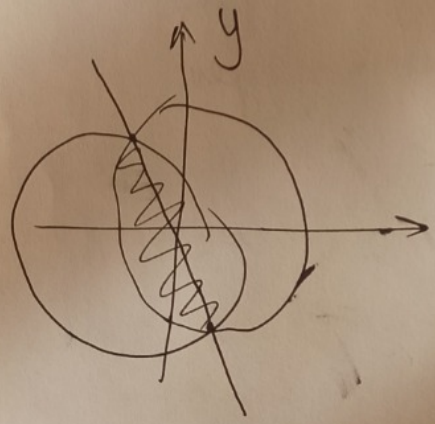


2 дуги окружностей

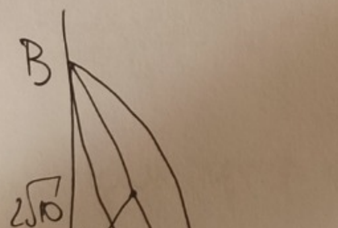
Решение лежит внутри пересечения окр.

При наиб. удаленности не более чем на $2\sqrt{10}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ M - область внутри



S - площ.



$AD \perp BC \quad AD = \sqrt{10} \cdot \frac{1}{2}$

$\angle BAD = \angle DAC = \alpha$.

$\alpha = \arccos \frac{AD}{AB} = \arccos \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} S = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot AB^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BD$

$= 20 \cdot \alpha \cdot \cos \frac{1}{4} - \frac{5\sqrt{15}}{2}$

$\boxed{S = 40\alpha - \arccos \frac{1}{4} - 5\sqrt{15}}$

Черновик.

$S_9 = \frac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9 = \frac{2a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = 9a_1 + 36d$

$a_5 = a_1 + d \cdot 4$ $\qquad a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{18} = a_1 + 17d$

$\qquad a_{13} = a_1 + 12d$

$a_5 \cdot a_{18} = (a_1 + 4d)(a_1 + 17d) = a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > S - 4$

$(a_1 + 9d)(a_1 + 12d) = a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 < S + 60$

$$\begin{cases} S = 9a_1 + 36d \\ 1:\ a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > S - 4 \\ 2:\ a_1^2 + 21a_1d + 108d^2 < S + 60 \end{cases}$$

$1:\ a_1^2 + 21a_1d + 68d^2 > 9a_1 + 36d - 4$

$a_1^2 + 12a_1d - 36d + 68d^2 + 4 > 0.$

$2:\ a_1^2 + 12a_1d - 36d + 108d^2 - 60 < 0$

$\cancel{68d^2}$

$$\begin{cases} 68d^2 + 4 > 0 \\ 60 - 108d^2 > 0 \end{cases} +$$

$-40d^2 + 64 > 0.$

$40d^2 < 64$

$5d^2 < 8$

$d^2 < \frac{8}{5}; \quad d = 1;$ т.к целое

21100682 (U264538 M1303308)

Чистовик

Черновик:

Ответ покачни на 1:

$a_1^2+12a_1-36+68+4>0$

~~$69\cdot4=240+36$~~ $=276$

$36\cdot4=$

$a_1^2+12a_1+36>0$

$D=144-144=0$

$(a_1+6)^2>0$

$a_1\neq-6.$

$\sqrt{06}=2,4$

$a_1^2+12a_1-36+108-60<0$

$a_1^2+12a_1+12<0$

$D=144-48=96=(2\sqrt{24})^2$

$a_1=\frac{-12\pm2\sqrt{24}}{2}=-6\pm\sqrt{24}=-6\pm2\sqrt6$

~~Ответ:~~ $a_1\in R; a_1\neq-6$

$-3,6$; $-6-2\sqrt{24}$; -6; $-6+2\sqrt6$

Ответ: $a_1=-7;-8;-5;-4;$

$\sqrt{02}=1,41$

21100682 (U264538 M1303308)

1) $a_1^2+12a_1+\cancel{34}\,36>0$

$\cancel{D=144-136=8}$

$\cancel{a_{1,2}=\frac{-12\pm2\sqrt{2}}{2}=}$

$\cancel{=-6\pm\sqrt{2}}$

$(a_1+6)^2>0$

$a_1\neq-6.$

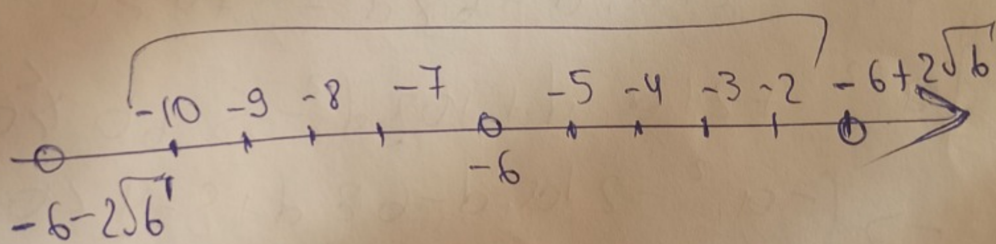
2) $a_1^2+12a_1+12<0$

$D=144-48=96.$

$a_{12}=\frac{-12\pm4\sqrt{6}}{2}=$

$=-6\pm2\sqrt{6}$

$a\in(-6-2\sqrt{6};-6+2\sqrt{6})$

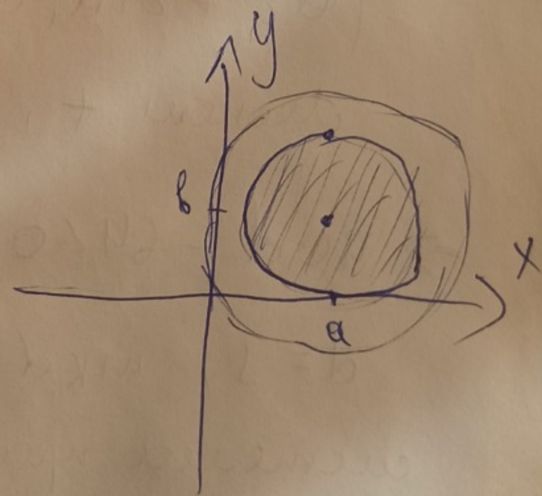


№3

$R=\sqrt{10}$

$(x-a)^2+(y-b)^2\leq10$

$a^2+b^2\leq\min(-6a-2b;10)$



Чистовик!

Черновик: №1

№1

Пусть a_1 – первый чл. d – разность.

$$S = a_1 + a_2 + \dots a_9 = \frac{2a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = 9(a_1 + 4d)$$

$$\begin{cases} a_5 \cdot a_{18} > S - 4 \\ a_{10} \cdot a_{13} < S + 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1 + 4d)(a_1 + 17d) > S - 4 \\ (a_1 + 9d)(a_1 + 12d) < S + 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 21a_1 d + 68d^2 - S + 4 > 0 \\ a_1^2 + 21a_1 d + 108d^2 - S - 60 < 0 \end{cases} =$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a_1^2 - 21a_1 d - 68d + S - 4 < 0 \\ a_1^2 + 21a_1 d + 108d^2 - S - 60 < 0 \end{cases}$$

Можем +, т.к. один. знаки.

$$\Rightarrow 40d^2 - 64 < 0 \qquad d^2 < \frac{64}{40} \Rightarrow \cancel{d^2}\ d < \frac{8}{5}$$

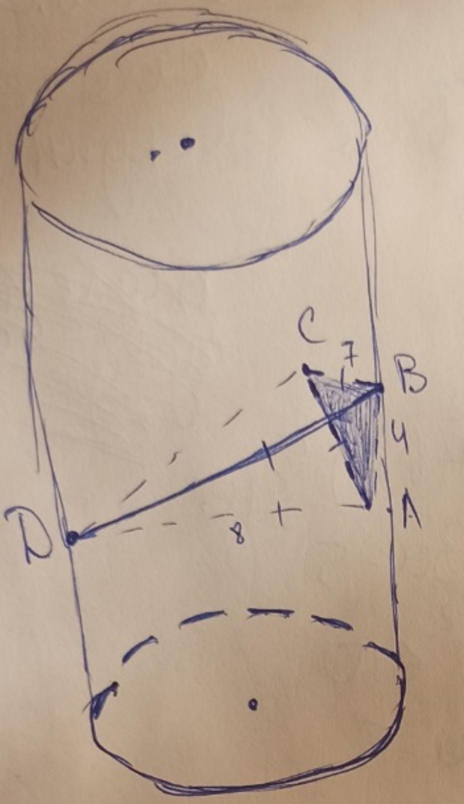
$d = 1$, т.к. d – целое

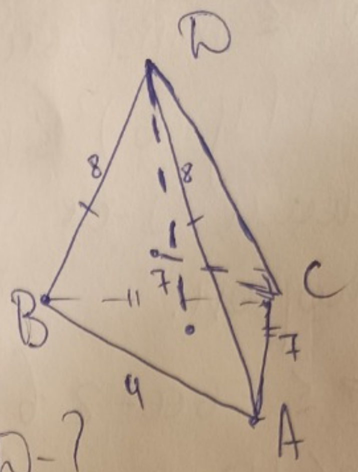
система при $d = 1$; $S = 9(a_1 + 4)$

$$\begin{cases} (a_1 + 4)(a_1 + 7) > 9a_1 + 36 - 4 \\ (a_1 + 9)(a_1 + 12) < 9a_1 + 36 + 60 \end{cases} =$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 21a_1 + 68 - 9a_1 - 32 > 0 \\ a_1^2 + 21a_1 + 108 - 9a_1 - 96 < 0 \end{cases}$$

Черновик:



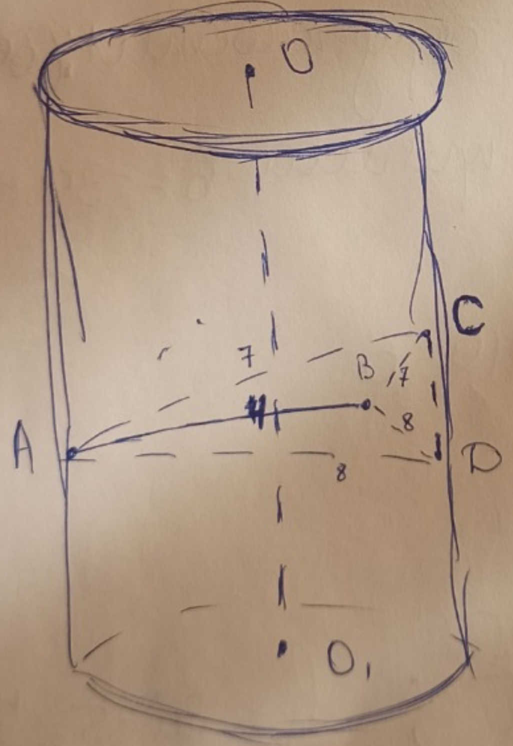


CD-?

CD ∥ OO_1

OO_1 - ось цил.

при R_{min} CD-?



21100682 (U264538 M1303308)

№3
$$\begin{cases} a^2-b^2 \le \min(-6a-2b;10) \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \le 10 \end{cases}$$

~~трудно будут~~ ~~менять.~~ ~~сильно~~?

Распишем 1-ое ур-е: в виде совокупн. двух сторон.

~~[illegible]~~

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le -6a-2b \\ -6a-2b \le 10 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 10 \\ -6a-2b > 10 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (a+3)^2+(b+1)^2 \le 10 \\ b \geq -3a-5 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 10 \\ b < -3a-5 \end{cases} \end{array}\right.$$

Найдем т. пересеч. окружности: $(a+3)^2+(b+1)^2=10$ и прямой $b=-3a-5$

$(a+3)^2+(-3a-4)^2=10$

$10a^2+6a+24a+9+16-10=0$

$10a^2+30a+15=0$

$2a^2+6a+3=0$

$D=12$

$a_{1,2}=\frac{-6\pm2\sqrt{3}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{3}}{2}$; $b_{1,2}=-3a+5=\frac{+9\pm3\sqrt{3}}{2}-5=\frac{-1\pm3\sqrt{3}}{2}$

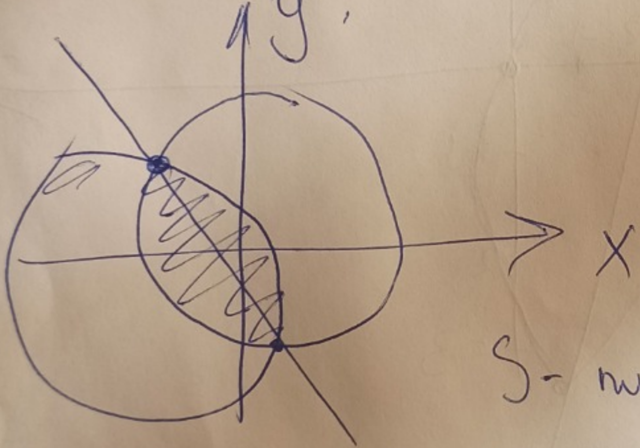
Нарисуем график, удовлетв. совок. в коорд a, b.

21100682 (U264538 M1303308)

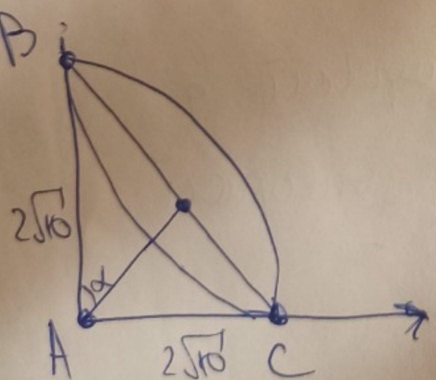
Т~~.к.~~ наиб. удаленные точки будут не более чем на 2√10 от т.(0;0) и от т.(−3;−1), так внутри пересечения окружн. Поэтому M – область внутри пересечения окружн.

1) Центр в т(0;0) радиусу $2\sqrt{10}$

2) центр в т(−3; −1) рад $= 2\sqrt{10}$



S – площадь M.



$AD \perp BC$; $AD = \sqrt{10} \cdot \frac{1}{2}$

$\angle BAD = \angle DAC = \alpha$ (△ABC – равнб.)

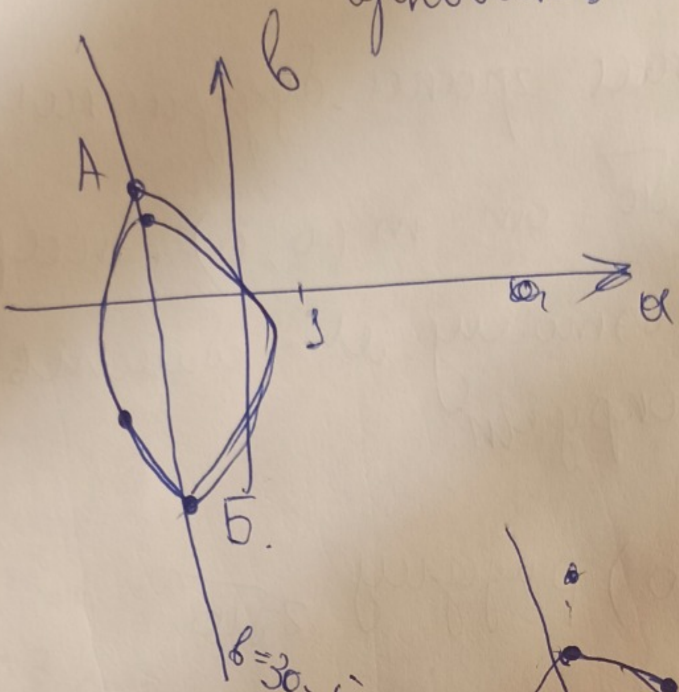
$\alpha = \arccos\left(\frac{AD}{AB}\right) = \arccos \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}S = \frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot(AB^2) - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot AD\cdot BD$

$= 20 \arccos\frac{1}{4} - \frac{5\sqrt{15}}{2}$

$S = 40 \arccos(\frac{1}{4}) - 5\sqrt{15}$

Черновик:



$A\left(\frac{-3-\sqrt{3}}{2};\ \frac{-1+3\sqrt{3}}{2}\right)$

$Б\left(\frac{-3+\sqrt{3}}{2};\ \frac{-1\cancel{4}\cancel{+}3\sqrt{3}}{2}\right)$

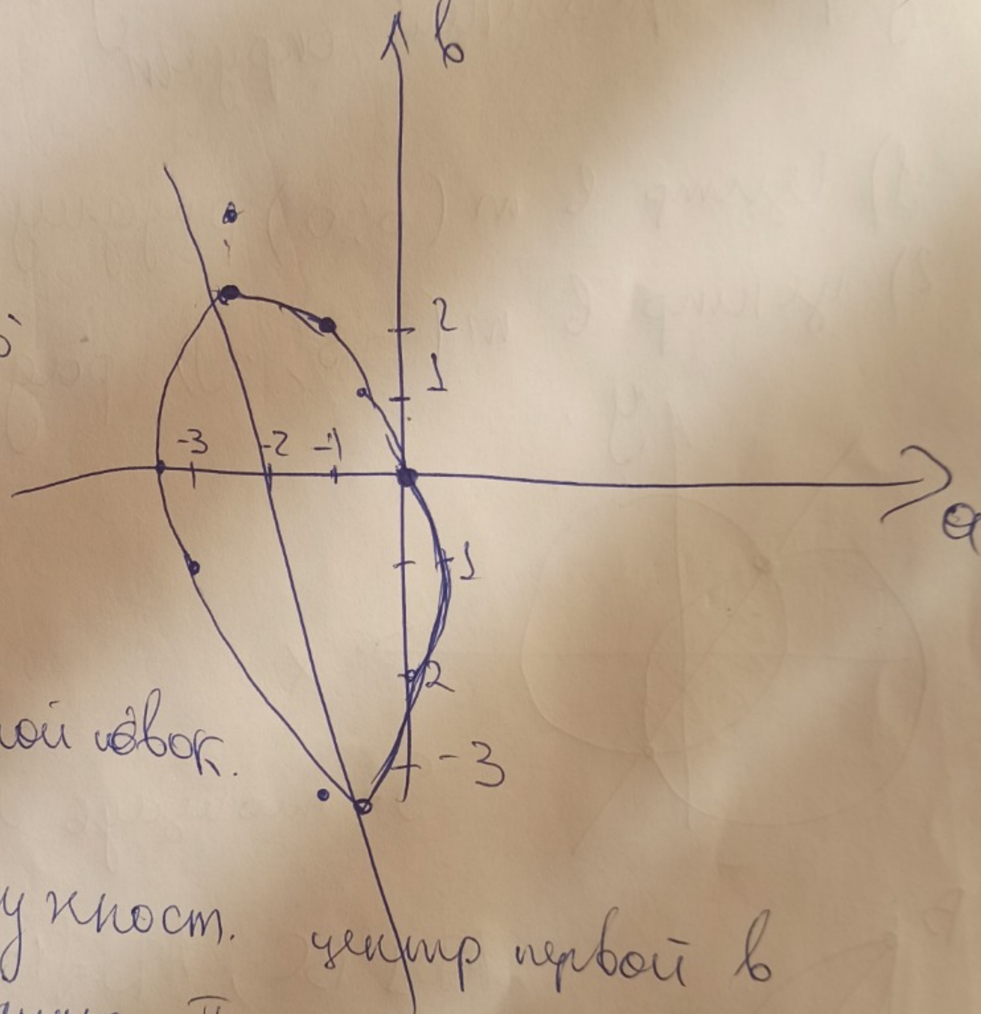


график данной совок.

– 2 дуги окружност. центр первой в (−3; −1) Радиус = $\sqrt{a}$; центр второй в (0; 0) радиус $\sqrt{a}$

Решения исходн. системы лежат внутри окружностей центры которых лежат внутри или на границе фигуры, выше. Нам дост. рассмотреть окр. на границе

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100682**

ID профиля: **264538**

Вариант 24

14

Чистовик

1

№5

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right); \log_{(x+1)^2}(29-x); \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

ОДЗ для всех логарифмов: (без ограничения общности.)

$$\begin{cases} 29-x>0 \\ 29-x\neq 1 \\ \frac{x}{7}+7>0 \\ x+1\neq 1 \\ x+1\neq 0 \\ \frac{x}{7}+7\neq 1 \\ -x-1>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<25 \\ x\neq 28 \\ x>-49 \\ x\neq 0 \\ x\neq -1 \\ x\neq -2 \\ x\neq -42 \\ x<-1 \end{cases} \Rightarrow x\in(-49;-42)\cup(-42;-2)\cup \cup(-2;-1)$$

$$\left(\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)=\frac{2}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}\right)$$

Заметим, что произведение всех логарифмов равно:

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{(x+1)^2}(29-x)\cdot\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=2$$

Пусть один из логарифмов $=$ ~~а~~ a, второй тоже a, третий $a+1$

$a\cdot a\cdot(a+1)=2$

$a^3+a-2=0 \Rightarrow a=1$

Пусть первый логарифм $=1$:

21100682 (U264538 M1303309)

№5 (продолжение) Чистовик

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=1$

$\sqrt{29-x}=\frac{x}{7}+7$

$49(29-x)=(x+49)^2$

$x^2+98x+49^2-49\cdot 29+49x=0$

$x^2+147x+980=0 \qquad D=147^2-980\cdot 4=133^2$

$x_1=\frac{-147+133}{2}=-7$

$x_2=\frac{-147-133}{2}=-140$ не принадл. ОДЗ.

Проверим, равен ли второй логарифм при $x=-7$;

$\left.\begin{array}{l} 2)\ \log_{(-7+1)^2}(29+7)=\log_{36}36=1 \\ 3)\ \log_{\sqrt{6}}6=2 \end{array}\right\} \Rightarrow x=-7$ подходит

Пусть второй логарифм $=1$

$\log_{(x+1)^2}(29-x)=1 \qquad 29-x=(x+1)^2$

$x^2+2x+1+x-29=0$

$x^2+3x-28=0 \qquad D=9+112=121=11^2$

$x_{1,2}=\frac{-3\pm 11}{2}=-7;\ 4$

$x=4$ не подходит по ОДЗ

Пусть третий равен 1:

Чистовик

№5 (продолж):

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=1$$

$$-x-1=\sqrt{\frac{x}{7}+7}$$

$$x^2+2x+1=\frac{x}{7}+7$$

$$7x^2+14x+7=x+49$$

$$7x^2+13x-42=0 \quad D=169+28\cdot 42=1345$$

$x_1=\frac{-13+\sqrt{1345}}{14}$ – не подходит по ОДЗ.

$x_2=\frac{-13-\sqrt{1345}}{14}$ – при этом значении x первый и второй логарифмы не равны 1 (проверим выше)

Ответ: $x=-7$.

4

Чистовик.

№4

НОД$(a;b;c)=33$

НОК$(a;b;c)=3^{19}\cdot 11^{15}$

т.к. НОК $=3^{19}\cdot 11^{15}$, то значит при разложении на простые множители каждое из которых содержит 3 и 11 в какой-то степени

Без ограничения общества. Пусть:

$a=3^{a_1}\cdot 11^{a_2}$ где $a_1; a_2; \cancel{a_3} \in N$

$b=3^{b_1}\cdot 11^{b_2}$ $b_1; b_2$ – натур.

$c=3^{c_1}\cdot 11^{c_2}$ $c_1; c_2$ – натур.

Чтобы НОД$(a;b;c)=33$, необход., чтобы одно из чисел $a_1; b_1; c_1$ равнялись одному и одно из чисел $a_2; b_2; c_2$ также равнялось одному

Чтобы НОК$(a;b;c)=3^{19}\cdot 11^{15}$, нужно, чтобы одно из чисел $a_1; b_1; c_1$ равнялось 19, а одно из $a_2; b_2; c_2$ равнялось 15.

Чистов.

№ 4 (прод.)

Пусть БОО $a_1 = 1$; $c_1 = 19$, тогда для в, есть 19 вариантов ($в = 1; 2 \dots 19$)

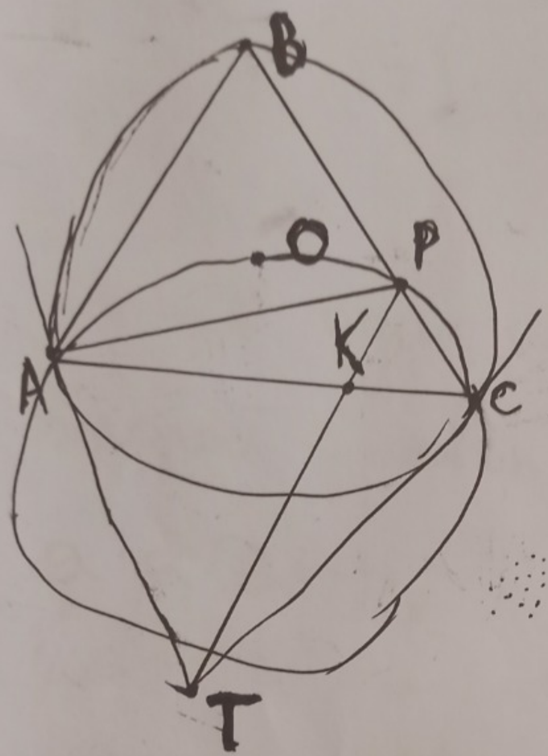
Для подбора чисел $a_2; в_2; c_2$ есть 3 варианта расположения 15, а на оставшееся число также 15 вариантов.

Тогда всего кол-во троек чисел $a, в, c =$ $= 19 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 15 = 1710$ вариантов

Ответ: 1710

№6

Черновик



$S_{APK} = 16$ $S_{CPK} = 14$

S_{ABC} - ?

AC - ? если $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{3}{5}$

21100682 (U264538 M1303309)

Черновик

Заметим, что произв. всех логар. равно:

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{(x+1)^2}(29-x)\cdot\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=$

$=2$

Пусть один из логарифмов равен a, второй равен a, а третий равен $a+1$

$a\cdot a\cdot(a+1)=2$

$\cancel{a^2} - a^3+a-2=0 \Rightarrow a=1$

Пусть первый логар. $=1$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=1$

$\sqrt{29-x}=\frac{x}{7}+7$

$49(2a-x)=(x+49)^2$

$x^2+98x+45^2-49\cdot29+49x=0.$

$x^2+147x+580=0$ $\qquad D=147^2-980\cdot4=133^2$

$x_1=\frac{-147+133}{2}=-7$

$x_2=\frac{-147-133}{2}=-140$

$\notin$ ОДЗ.

Проверим, равен второй логар. при $x=-7$

2) $\log_{(-7+1)^2}(29+7)=\log_{36}36=1 \Rightarrow$

3) $\log_{\sqrt6}6=2$

21100682 (U264538 M1303309)

#2 N5

$\boxed{\text{Черновик}}$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$; $\log_{(x+1)^2}(29-x)$; $\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

x-? два числа равны ; а третье > на 1

1) $\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{(x+1)^2}(29-x)$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}} =$

ОДЗ для всех логар:

$$\begin{cases} 29-x \geq 0 \\ 29-x \neq 1 \\ \frac{x}{7}+7>0 \\ x+1 \neq 1 \\ x+1 \neq 0 \\ \frac{x}{7}+7 \neq 1 \\ -x-1>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<25 \\ x \neq 28 \\ x>-49 \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \\ x \neq -2 \\ x \neq -42 \\ x<-1 \end{cases} \Rightarrow x \in (-49;-42) \cup (-42;-2) \cup (-2;-1)$$

$$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 2\log_{(29-x)}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \frac{2}{\cancel{\log_{\frac{x}{7}+7}}}$$

$$\frac{2}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}$$

№5 прод. Черпов.

$\begin{array}{r}\times 19 \\ 15 \\ \hline 95 \\ +19 \\ \hline 285\end{array}$ $\begin{array}{r}\times 285 \\ 6 \\ \hline 1710\end{array}$

$\Rightarrow$ $x=-7$ подходит.

Пусть второй лог $=1$

$\log_{(x+1)^2}(2a-x)=1$. $2a-x=(x+1)^2$

$x^2+2x+1+x-2a=0$

$x^2+3x-28=0$ $D=11^2$ $\quad 112=121$

$x_{1,2}=\frac{-3\pm 11}{2}=-7;4$.

$x=4$ – не подх. по ОДЗ.

Пусть 3-ий $=1$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=1$

$-x-1=\sqrt{\frac{x}{7}+7}$

$x^2+2x+1=\frac{x}{7}+7$

$7x^2+14x+7=x+49$.

$7x^2+13x-42=0$ $D=169+28\cdot 42=1345$

$x_1=\frac{-13+\sqrt{1345}}{14}$ $\notin$ ОДЗ $\quad x_2=\frac{-13-\sqrt{1345}}{14}$

при $x=\frac{-13-\sqrt{1345}}{14}$ первый и 2-ой лог-мы не равны 1 (проверили выше)

Ответ: $x=-7$

21100682 (U264538 M1303309)

№1 $\boxed{\text{Черновик.}}$

НОД – наиб. общ. дел.
НОК – наим. общ. кр.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=33 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 11^{15} \end{cases}$$

$НОД(33;11)=11$

т.к. $НОД(a;b;c)=33$ значит каждые из чисел a, b, c делятся на 33 без ост.

т.к. $НОК=3^{15}\cdot 11^{15}$, то значит при разложении на простые множители каждое из которых содержит только 3 и 11 в какой-то степени.

Без ограничения общности пусть:

$a=3^{a_1}\cdot 11^{a_2}$ где $a_1, a_2 \in N$

$b=3^{b_1}\cdot 11^{b_2}$ $b_1\ b_2$ – натур.

$c=3^{c_1}\cdot 11^{c_2}$ $c_1\ c_2$ – натур.

чтобы $НОД(a;b;c)=33$, необход, чтобы одно из чисел $a_1; b_1; c_1;$ равнялось одному и одно из чисел $a_2\ b_2\ c_2$ также равнял. одному

Черновик

Чтобы НОК$(a\, b\, c) = 3^{19} \cdot 11^{15}$ необх, чтобы одно из чисел a_1, b_1, c_1 равнялось 19 а одно из чисел $a_2\ b_2\ c_2$ равнялось 15

Пусть БОО $a_1 = 1$; $c_1 = 19$; тогда для b_1 есть 19 вариантов $(b = 1;\ b = 2; \ldots b = 19)$

Для набора чисел $a_2\ b_2 \cdot c_2$ есть 3 варианта расположения единицы, 2 варианта расположен. 15, а на оставшееся число также 15 вариантов

Тогда всего кол-во троек чисел a, b, c будет: $19 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 15 = 1710$ вариантов.

$33 = 11 \cdot 3.$