Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100412**

ID профиля: **164476**

Вариант 24

Чистовик

№1

Пусть b - разность прогрессии.

Прогрессия возрастающая и состоит из целых чисел

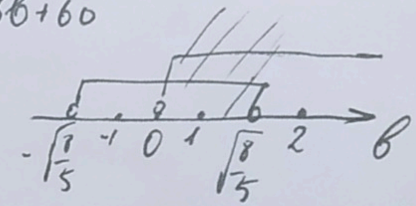
$\Rightarrow b\in \mathbb{Z},\ b>0\ ;\ a_1\in \mathbb{Z}$

$S=\left(\frac{a_1+a_1+8b}{2}\right)9=(a_1+4b)9$ $\quad a_5=a_1+4b\ ;\ a_{18}=a_1+17b\ ;\ a_{10}=a_1+9b\ ;$

$a_{13}=a_1+12b$

$$\begin{cases}(a_1+4b)(a_1+17b)>(a_1+4b)9-4\\(a_1+9b)(a_1+12b)<(a_1+4b)9+60\end{cases}\qquad\begin{cases}a_1^2+21a_1b+68b^2>9a_1+36b-4\\a_1^2+21a_1b+108b^2<9a_1+36b+60\end{cases}$$

$$\begin{cases}-a_1^2-21a_1b-68b^2<-9a_1-36b+4\\a_1^2+21a_1b+108b^2<9a_1+36b+60\end{cases}\ \oplus\qquad 40b^2<64\qquad b^2<\frac{8}{5}$$

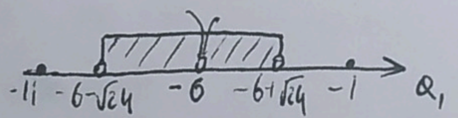


$b>0,\ b\in \mathbb{Z}\Rightarrow \underline{b=1}$

$$\begin{cases}(a_1+4)(a_1+17)>(a_1+4)9-4\\(a_1+9)(a_1+12)<(a_1+4)9+60\end{cases}\quad\begin{cases}a_1^2+21a_1+68>9a_1+36-4\\a_1^2+21a_1+108<9a_1+36+60\end{cases}\quad\begin{cases}a_1^2+12a_1+36>0\\a_1^2+12a_1+12<0\end{cases}$$

$D_1=36-12=24$

$$\begin{cases}(a_1+6)^2>0\ \Rightarrow a_1\neq-6\\(a_1-(-6-\sqrt{24}))(a_1-(-6+\sqrt{24}))<0\end{cases}$$



$\Rightarrow a_1\in(-6-\sqrt{24};-6)\cup(-6;-6+\sqrt{24})$

$a_1\in \mathbb{Z}\Rightarrow a_1\in\{-10;-9;-8;-7;-5;-4;-3;-2\}$

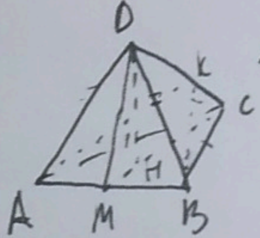
Ответ: $-10;-9;-8;-7;\ -5;-4;-3;-2$.

21100412 (U164476 M1301077)

$CD - ?$

ABCD-тетр.;
$AB=4$
$AC=CB=7$
$AD=DB=8$

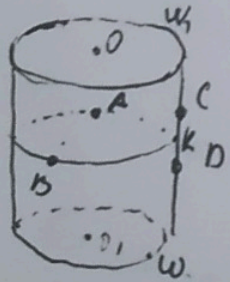
Чистовик



1) Пусть DH - высота тетр., M - середина AB
$\triangle ADB$ - р/б $\Rightarrow$ DM - медиана, высота
$\Rightarrow DM \perp AB$. DM - накл., DH - перп., HM - проекция
$\Rightarrow HM \perp AB$ по теор. о 3 перп.
$\triangle ACB$ - р/б $\Rightarrow$ CM - медиана, высота $\Rightarrow CM \perp AB$

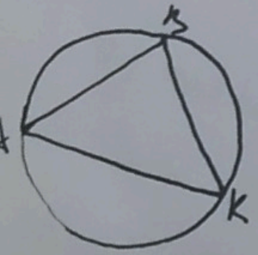
$\Rightarrow H \in CM$.

$\Rightarrow$ DH - перп., HC - проекция, DC - наклонная, $HC \perp AB \Rightarrow \boxed{CD \perp AB}$



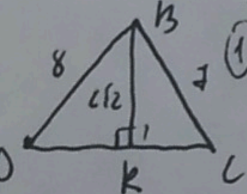
2) $CD \parallel OO_1 \Rightarrow CD \perp \omega_1$; ω - плоскостям основания
$\Rightarrow AB \parallel \omega$.
Проведём через AB плоскость $\parallel$ основанию.
$\alpha \cap CD = K$ $CD \perp \alpha \Rightarrow BK \perp CD$; $AK \perp CD$. - высоты в $\triangle BDC$ и $\triangle DAC$

Радиус цилиндра минимален $\Rightarrow$ минимальный радиус описанной около $\triangle ABK$ окружности.

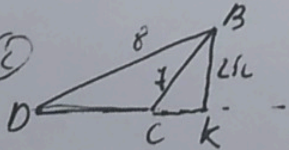


По теор. синусов $R = \frac{AB}{2\sin\angle AKB}$ R минимален $\Rightarrow \sin\angle AKB$ - максимален
$\Rightarrow \sin\angle AKB = 1 \Rightarrow \underline{\angle AKB = 90^\circ}$

3) $\triangle DBC = \triangle DAC$ (по трём сторонам) $\Rightarrow BK = AK$
$\Rightarrow \triangle AKB$ - прям., р/б $\Rightarrow BK = AK = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$



① $CD = KC + DK = \sqrt{BC^2 - BK^2} + \sqrt{BD^2 - BK^2} = \sqrt{49-8} + \sqrt{64-8} = \sqrt{41} + \sqrt{56}$
$CD = \sqrt{41} + 2\sqrt{14}$

②  $CD = DK - CK = \sqrt{56} - \sqrt{41}$

Ответ: $\pm\sqrt{41} + 2\sqrt{14}$.

Чистовик

N3

Существует пара $(a;b)$ + ~~что~~ удовл. системе

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 10 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(-6a-2b;10) & (2)\end{cases}$$

Решим отн-е $(a;b)$

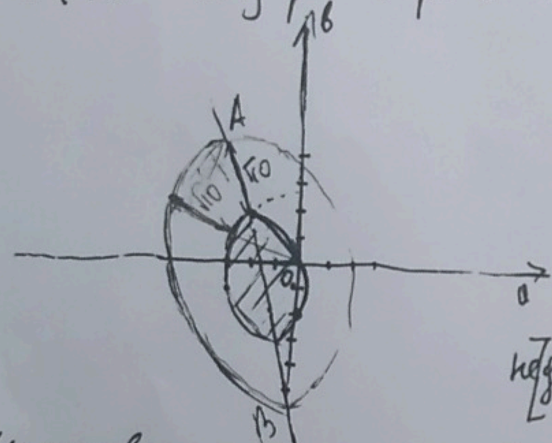
(2) При $-6a-2b<10$ (то есть при $b>-3a-5$) - над прямой $b=-3a-5$

$a^2+b^2\le -6a-2b$ $\quad a^2+6a+9-9+b^2+2b+1-1\le 0$ $\quad (a+3)^2+(b+1)^2\le 10$

Внутри окр. с центром $(-3;-1)$ и $R=\sqrt{10}$

При $-6a-2b\ge 10$ (то есть $b\le -3a-5$, под прямой)

$a^2+b^2\le 10$ - внутри окр. с центром $(0;0)$ и $R=\sqrt{10}$



(1) $(a-x)^2+(b-y)^2\le 10$

Внутри окр. с центром $(x;y)$ и $R=\sqrt{10}$

Имеет пересечение с фигурой (2)

$\Rightarrow$ Окр. (1) как минимум касается граничных линий фигуры (2) - крайний случай

В таком случае точка $(x;y)$ находится не дальше от границы фигуры (2) чем $\sqrt{10}$

$\Rightarrow$ Множество подходящих точек $(x;y)$ образуют такую же фигуру (2), но на $\sqrt{10}$ „раздвинутую"

$\Rightarrow$ фигура M: $\begin{cases}x^2+y^2\le(2\sqrt{10})^2 & \text{при } y\le -3x-5\\ (x+3)^2+(y+1)^2\le(2\sqrt{10})^2 & \text{при } y\ge -3x-5\end{cases}$

Пересечение с прямой $y=-3x-5$ $\quad 9x^2+30x+25+x^2=40$ $\quad 10x^2+30x-15=0$

$2x^2+6x-3=0$ $\quad D=9+6=15$ $\quad x=\dfrac{-3\pm\sqrt{15}}{2}$ $\Rightarrow y=\dfrac{-1\mp 3\sqrt{15}}{2}$

$\Rightarrow AB=\sqrt{\left(\frac{-3+\sqrt{15}}{2}-\frac{-3-\sqrt{15}}{2}\right)^2+\left(\frac{-1-3\sqrt{15}}{2}-\frac{-1+3\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\sqrt{(\sqrt{15})^2+(-3\sqrt{15})^2}=\sqrt{15+9\cdot 15}=\sqrt{150}=5\sqrt{6}$

$OA=OB=\sqrt{\left(\frac{-3+\sqrt{15}}{2}\right)^2+\left(\frac{-1-3\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{9+15-6\sqrt{15}}{4}+\frac{1+9\cdot 15+6\sqrt{15}}{4}}=\sqrt{\frac{160}{4}}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\Rightarrow \cos\angle AOB=\dfrac{AO^2+OB^2-AB^2}{2\cdot OA\cdot OB}=\dfrac{40+40-150}{2\cdot 40}=\dfrac{-70}{2\cdot 40}=-\dfrac{7}{8}$ $\Rightarrow \sin\angle AOB=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$

$\Rightarrow S_1=\dfrac{(2\sqrt{10})^2\arcsin\frac{\sqrt{15}}{8}}{2}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{40}\cdot\sqrt{40}\sqrt{15}}{8}$ - площадь сегмента = площадь сектора - S_{ABO}

$S_1=20\arcsin\frac{\sqrt{15}}{8}-2{,}5\sqrt{15}$ $\quad S_M=2S_1=40\arcsin\frac{\sqrt{15}}{8}-5\sqrt{15}$

Ответ: $40\arcsin\frac{\sqrt{15}}{8}-5\sqrt{15}$

черновик

$a \quad b$

$\left(\frac{2a+8b}{2}\right)9$

$(a+4b)(a+17b) > (a+4b)9-4$

$(a+9b)(a+12b) < (a+4b)9+60$

$< \quad < \quad <0$

$a^2+17ab+4ab+68b^2 > 9a+36b-4$

$5 \cdot 18 = 80 >$

$10 \cdot 13$

$130 <$

$9 \cdot 12$

$((a+4b))(a+17b-9) > -4$

$(a+4b)9$

$-4 \quad 0$

$-3 \quad 1$

$-2 \quad -2$

$$\begin{cases} a+4b=-4 \\ a+17b-9=0 \end{cases}$$

$13b-9=4$

$13b=13$ $\quad b=1$

$a = -4-4b = -4-4 = -8$

$\left(\frac{-8\cdot 2+8}{2}\right)\cdot 9 =$

$\left(\frac{8-16}{2}\right)\cdot 9 = -\frac{8}{2}\cdot 9 = -4\cdot 9 = -36$

$-8+4=-4$ $\quad a_{18} = -8+17=+9$ $\quad -36 > -36-4$

$-8+9=1$ $\quad -8+12=4$ $\quad 4 < -36+60$

$\frac{?}{17}$

-4

68

$b \geq 1$

$13-9=4$

-8

-9 $\quad -45$ $\quad -\frac{18+6}{2}\cdot 9 = -45$

$-9+4=-13$ $\quad -9+17=8$

1

$$\begin{cases} a+4b<0 & a<-4b \\ a+17b-9<0 & a<9-17b \end{cases}$$

$-10+4$

$(-11+4)9$ $\quad -7\cdot 9 = -63$

$=4+2$ $\quad \left(\frac{-22+6}{2}\right)\cdot 9$

$\left(\frac{-20+6}{2}\right)\cdot 9$ $\quad -6\cdot 9 = -54$

$a_5 = -11+4 = -7$ $\quad -42 > -63-4$

$a_{18} = -11+17 = 6$

$a_5 = -10+4 = -6$

$a_{18} = -10+15 = 7$ $\quad -42 > -54-4$

$a_{10} = -11+9 = -2$ $\quad -2 < -63+60 = -3$ $\quad \ominus$

$a_{10} = -10+9 = -1$

$a_{13} = -11+12 = 1$

$-2 < -54+60 = 6$

$a_{13} = -10+12 = 2$

$\frac{(a_1+a_9)9}{2}$

(Черновик)

$a_5 a_{18} > \frac{(a_1+a_9)9}{2} - 4$

$2a_5 a_{18} > 9(a_1+a_9) - 8$

$\cancel{12}$
-12
9
108

$48 >$

$88 < 27+60$

$(a+4b)(a+17b) > (a+4b)9-4$

$(a+9b)(a+12b) < (a+4b)9+60$

$+27$

$a_5 = -1+4 = 3$

$a_{18} = -1+17 = 16$

$68 - 36 = 32$

$\begin{cases} a^2+21ab+68b^2 > 9a+36b-4 \\ -\cancel{a^2}-\cancel{21ab}-108b^2 \cancel{<} -\cancel{9a}-\cancel{36b}+60 \end{cases}$

$a_{10} = -1+9 = 8$

$66 - 32 = 6$

$a_{13} = -1+12 = 11$

$-40b^2 > -64 \quad 40b^2 < 64 \quad b^2 < \frac{64}{40}$

$\left(\frac{-2+8}{2}\right)\cdot 9 = \cancel{27}$

$-\frac{6}{2}\cdot 9$

$b < \frac{8}{2\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}} < \frac{4}{\sqrt{4}} = 2$

$b = 1$

$(a+4)(a+17) > (a+4)9-4$

$(a+9)(a+12) < (a+4)9+60$

$\begin{cases} a^2+21a+68 > 9a+36-4 \\ a^2+21a+108 < 9a+36+60 \end{cases}$

$106 - 96 = 12$

$\begin{cases} a^2+12a+36 > 0 \\ a^2+12a+12 < 0 \end{cases} \quad D = 36-12 = 24$

$2 \cdot 6$

-6

$\left(\frac{-6-6+8}{2}\right)9 = -18$

$(a+6)^2 > 0$

$-6-\sqrt{24}$

$-11 \quad -6-\sqrt{24} \quad -6+\sqrt{24} \quad -1$

$-6+\sqrt{24}$

$-6+4 = -2$

$-2\cancel{2} > -18-4$

$-6+17 = +11$

$-10 \quad -9 \quad -8 \quad -7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3$
$-2 \quad -1$

$-6+9 = 3 \quad -6+12 = 6$

$18 < -16+80$

$-2 \cdot 11$

$17 - 9 = 17$

-12
4
8

$\left(\frac{-4+8}{2}\right)\cdot 9 = \frac{-4}{2}\cdot 9 = +18$

2

$\frac{64}{40} = \frac{8}{5}$

$108 - 96 = 12$

$a_5 = -2+4 = 2$

$30 > 18-4$

$a_{18} = -2+17 = 15$

$66 - 32 = 36$

20100412 (U164476 M1301077)

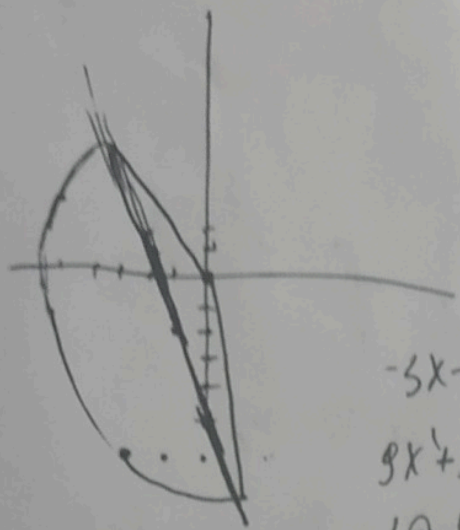
$70 \cancel{<} 18+60 \quad 70$

$a_{10} = -2+9 = 7$

$a_{13} = -2+12 = 10$

Черновик

$2\sqrt{10} = \sqrt{40}$



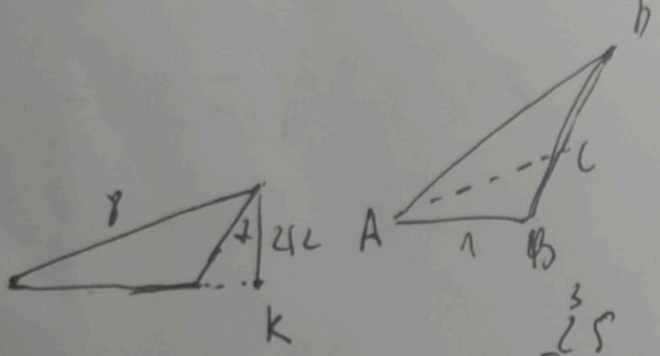
$-3x-5=y$

$9x^2+30x+25+x^2=40$

$10x^2+30x-15=0$

$2x^2+6x-3=0$

$D = 9+6=15$



$\begin{array}{r} 64 \\ -49 \\ \hline 5 \end{array}$

$\begin{array}{r} 25 \\ -6 \\ \hline 19 \end{array}$

$\frac{9 \mp 3\sqrt{15}}{2}$ -10

$10+15+3\cdot15$

$150+10$

$-3+\sqrt{15}+3+$

$-1-3\sqrt{15}+1-$

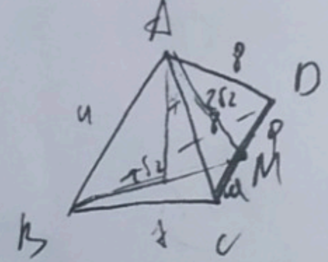
$\frac{\pi r^2}{S} = \frac{2\pi}{\arcsin\frac{\sqrt{15}}{8}}$

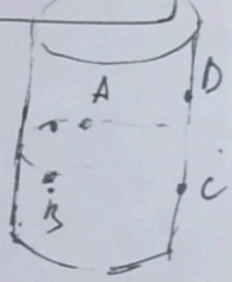
$\frac{40\sqrt{15}}{8\cdot2} = 5$

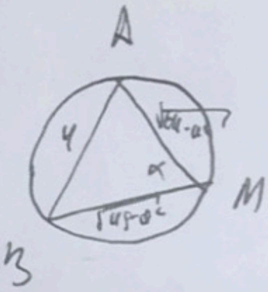
3

21100412 (U164476 M1301077)

Черновик







$$\begin{array}{r} 49 \\ \cdot\ 2 \\ \hline 98 \end{array}$$

$R = \frac{4}{\cancel{\cos\alpha}\,2\sin\alpha}$ - R - min

$\Rightarrow \sin\alpha$ - макс $\Rightarrow \cos\alpha$ - min

$$\cos\alpha = \frac{49 - a^2 + 64 - a^2 - 16}{2\sqrt{}\sqrt{}} = \frac{97 - 2a^2}{2\sqrt{49-a^2}\sqrt{64-a^2}}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ -\ 16 \\ \hline 33 \\ +\ 64 \\ \hline 97 \end{array}$$

$a < 7$

$a < 64$

$a = 2\sqrt{\frac{97}{2}}$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 \le 0$

$a^2 + b^2 \le (-6a - 2b; 10)$

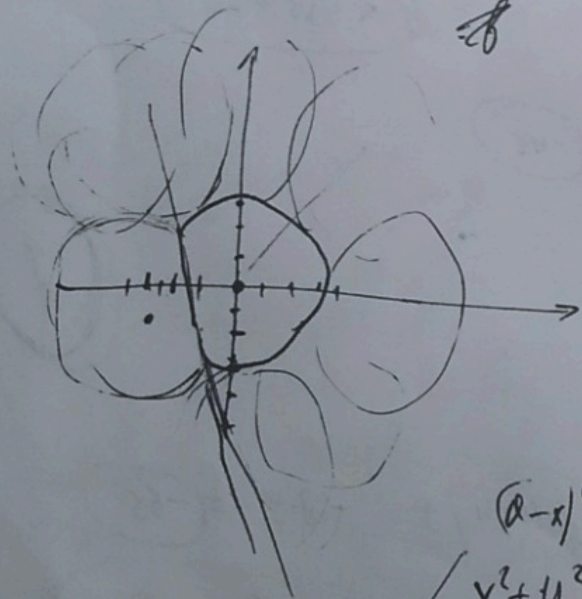
$-6a - 2b = 10$

$b = -3a - 5$

$(0; 0)$

$x; y = 0; 0$

$x; y = -3; -1$



$\sqrt{10}$

$(0; 10)$

$a^2 + b^2 \le -6a - 2b$

$a^2 + 6a + 9 - 9 + b^2 + 2b + 1 - 1 \le 0$

$(a+3)^2 + (b+1)^2 \le 10$

4

$(a-x)^2 + (b-y)^2 \le 0$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \le 20 \\ (x+3)^2 + (y+1)^2 \le 10 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \le 20$

x

$b = -3a - 5$

$9a^2 + 30a + 25 + a^2 \le 10$

$10a^2 + 30a + 5 \le 0$

$2a^2 + 6a + 1 = 0$

$D = 9 - 2 = 7$

21100412 (U164476 M1301077)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100412**

ID профиля: **164476**

Вариант 24

Чистовик

№4

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=33=3^1\cdot 11^1 \\ НОК(a;b;c)=3^{19}\cdot 11^{15} \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} a=3^x\cdot 11^y \\ b=3^m\cdot 11^n \\ c=3^k\cdot 11^p \end{cases}$ — т.к. если в разложении a, b, или c будут что-то кроме 3 и 11, $3^{19}\cdot 11^{15}$ не будет кратным этому числу.

При этом $\begin{cases} \min(x;m;k)=1 \\ \min(y;n;p)=1 \\ \max(x;m;k)=19 \\ \min(y;n;p)=15 \end{cases}$ — условие с НОД; — условие с НОК

1) Пусть $x\neq m\neq k$. Тогда среднее по вел. число может быть равным 2, 3, … 18 — 17 вариантов

А „распределить" три числа по x, m, k — 6 вариантов (3!)

$\Rightarrow$ Таких троек $17\cdot 6$.

Если $\{x,m,k\}=\{1;1;19\}$, $\{x;m;k\}=\{1;19;19\}$ — существует по 3 варианта перестановок,

то есть таких троек $3\cdot 2=6$

$\Rightarrow$ Всего троек (x,m,k) $6+17\cdot 6=18\cdot 6=36\cdot 3=\underline{108}$

2) Аналогично, пусть $y\neq n\neq p$

Среднее число равно 2, 3, … 14 — 13 вариантов

Различных троек $13\cdot 6$

Если $\{y;n;p\}=\{1;1;15\}$ (не обязательно в таком порядке)
$\{y;n;p\}=\{1;15;15\}$

существует 3 способа их переставить

$\Rightarrow$ Всего троек $(y;n;p)$ $3\cdot 2+13\cdot 6=6\cdot 14=\underline{84}$

3) Всего троек $(a;b;c)$ $84\cdot 108=9072$

Ответ: 9072

Чистовик

№5

Пусть $A = \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)$ $B = \log_{(x+1)^2}(29-x)$ $C = \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)$

ОДЗ: $\begin{cases} 29-x>0 \\ 29-x\neq 1 \\ \frac{x}{7}+7>0 \\ x\neq 0 \\ x\neq -1 \\ x\neq -2 \\ \frac{x}{7}+7\neq 1 \\ -x-1>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<29 \\ x\neq 28;\ 0;\ -1;\ -2;\ -42 \\ x>-49 \\ x<-1 \end{cases}$ $\Rightarrow |x+1| = \sqrt{(x+1)^2} = -x-1$

$A = 2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)$ $B = \frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x)$ $C = 2\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)$

$A\cdot B\cdot C = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\left(\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right)\cdot\log_{\frac{x}{7}+7}(-x-1)\cdot\log_{(-x-1)}(29-x)\right) = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1 = \underline{2}$

Два числа из $A;B;C$ равны, а третье больше их на 1

Пусть они равны t $\Rightarrow$ третье $t+1$

$\Rightarrow t\cdot t\cdot(t+1) = 2$ $t^3+t^2-2=0$ $t^3-t^2+2t^2-2=0$ $(t-1)(t^2+2t+2)=0$

$\Rightarrow \underline{t=1}$ – Два числа равны 1, третье равно 2 $\quad D_1 = 1-2<0$

$\left[\begin{array}{l} A=1 \\ B=1 \\ C=1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right)=1 \\ \log_{(x+1)^2}(29-x)=1 \\ \log_{\sqrt{\frac{x}{7}+7}}(-x-1)=1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \sqrt{29-x} = \frac{x}{7}+7 \\ x^2+2x+1 = 29-x \\ \sqrt{\frac{x}{7}+7} = -x-1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 29-x = \frac{x^2}{49}+2x+49 \\ x^2+3x-28=0 \\ \frac{x}{7}+7 = x^2+2x+1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2+3\cdot 49x+20\cdot 49=0 \quad (1) \\ x^2+3x-28=0 \quad (2) \\ 7x^2+13x-42=0 \quad (3) \end{array}\right.$

(1) $D = 9\cdot 49^2 - 20\cdot 49\cdot 4 = 49(441-80) = 49\cdot 361$ $\Rightarrow x = \frac{-3\cdot 49 - 7\cdot 19}{2} < -49$ ПК –

$x = \frac{-3\cdot 49+7\cdot 19}{2} = \underline{-7}$

(2) $D = 9+28\cdot 4 = 121$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-3-11}{2} = \underline{-7} \\ x = \frac{-3+11}{2} = 4 > -1 \text{ ПК } \ominus \end{array}\right.$

(3) $D = 169+42\cdot 7\cdot 4 = 169+1176 = 1345$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{-13-\sqrt{1345}}{7} \\ x = \frac{-13+\sqrt{1345}}{7} > -1 \text{ ПК} \end{array}\right.$

При $\underline{x=-7}$ $A = \log_6 6 = 1$ $B = \log_{36} 36 = 1$ $C = \log_{\sqrt{6}} 6 = 2$

При $x = \frac{-13-\sqrt{1345}}{7}$ $C=1$, но $\begin{cases} A\neq 1 \\ B\neq 1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ ПК.

При других x ни одно из A, B, C не равно 1, или A, B, C не определены

Ответ: -7

2

21100412 (U164476 M1301078)

Чистовик

№6

$\triangle ABC$ вписан в ω

O - центр ω

$A, O, C \in \omega_1$

$\omega_1 \cap BC = P$

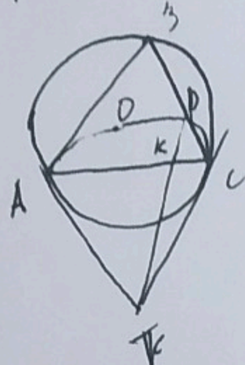
AT, CT - касат-к ω

$TP \cap AC = K$

$S_{APK} = 16$

$S_{CPK} = 14$

а) S_{ABC} - ?



1) По св-ву впис. углов. в ω_1

$\angle AOC = \angle APC$

$\angle AOC = \cup AC = 2\angle ABC$ - по св-ву центр. угла в ω

$\Rightarrow \angle APC = 2\angle ABC$

2) $\angle TAC = \frac{1}{2}\cup AC = \angle TCA$ - угол между касательной и секущей

$\Rightarrow \angle TAC = \angle TCA = \angle ABC$

$\Rightarrow \angle ATC = 180° - \angle TAC - \angle TCA = 180° - 2\angle ABC$

$\Rightarrow \angle ATC + \angle APC = 180° - 2\angle ABC + 2\angle ABC = 180°$

$\Rightarrow APCT$ - вписанный четырёхугольник

3) $\Rightarrow \angle TPC = \angle TAC = \angle ABC$ - как вписанные, опир. на $\cup CT$

$\Rightarrow \angle ABC = \angle TPC$ - соотв. при. секущей $BC \Rightarrow AB \parallel PT$

$\Rightarrow PK \parallel AB \Rightarrow \triangle PKC \sim \triangle ABC$ - по трём углам.

Пусть $\frac{PC}{BC} = \alpha \Rightarrow \frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = \alpha^2$ - коэф. подобия $\Rightarrow \alpha^2 = \frac{14}{S_{ABC}}$

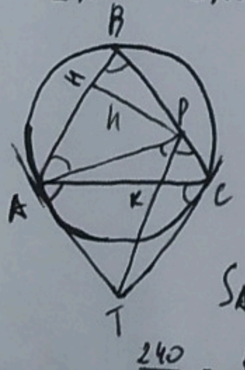
$\frac{S_{APC}}{S_{ABC}} = \frac{PC}{BC} = \alpha$ - $\triangle$ с равными высотами и разными основаниями

$S_{APC} = S_{APK} + S_{PKC} = 16 + 14 = 30 \Rightarrow \alpha = \frac{30}{S_{ABC}} \Rightarrow \frac{14}{S_{ABC}} = \frac{30^2}{S_{ABC}^2}$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{30^2}{14} = \frac{15 \cdot 30}{7} = \frac{450}{7}$ Ответ: $\frac{450}{7}$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{3}{5}$; AC - ?

$\angle APC = 2\angle ABC$; $\angle TPC = \angle ABC \Rightarrow \angle APT = \angle APC - \angle TPC = \angle ABC$



$PT \parallel AB \Rightarrow \angle APT = \angle PAB = \angle ABC$ - как накрест. леж.

$\Rightarrow \angle ABP = \angle PAB \Rightarrow \triangle ABP$ - р/б. Пусть $PH = h$ - высота $\triangle APB$

$\operatorname{tg}\angle ABP = \frac{PH}{BH} = \frac{3}{5} \Rightarrow BH = \frac{5}{3}PH = \frac{5}{3}h$.

$\triangle ABP$ - р/б $\Rightarrow PH$ - высота, медиана $\Rightarrow BH = \frac{1}{2}AB \Rightarrow AB = \frac{10}{3}h$

$S_{ABP} = S_{ABC} - S_{APK} - S_{PKC} = \frac{450}{7} - 16 - 14 = \frac{240}{7} = PH \cdot AB \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{240}{7} = \frac{h \cdot 10h \cdot 1}{3 \cdot 2} \Rightarrow h^2 = \frac{6 \cdot 240}{7 \cdot 10} = \frac{6 \cdot 24}{7} = \frac{144}{7} \Rightarrow h = \frac{12}{\sqrt{7}} \Rightarrow \boxed{AB = \frac{120}{3\sqrt{7}} = \frac{40}{\sqrt{7}}}$

$\operatorname{tg}^2\angle ABC + 1 = \frac{1}{\cos^2\angle ABC} \Rightarrow \frac{9}{25} + 1 = \frac{1}{\cos^2\angle ABC} = \frac{34}{25} \Rightarrow \boxed{\cos\angle ABC = \frac{5}{\sqrt{34}}}$ (т.к. остроугольный $\triangle ABC$)

Чистовик

$\sin\angle ABC = \sqrt{1-\cos^2\angle ABC} = \sqrt{1-\frac{25}{34}} = \sqrt{\frac{9}{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot \sin\angle ABC$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{40}{\sqrt{7}}\cdot BC\cdot\frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{450}{7}$ $\qquad BC = \frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{34}\cdot\cancel{2}\cdot\overset{15}{\cancel{450}}}{\underset{2}{\cancel{40}}\cdot\cancel{3}\cdot 7} = \frac{15\sqrt{34}}{2\sqrt{7}}$

$AC = \sqrt{AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC}$ – по теор. косинусов.

$AC = \sqrt{\frac{1600}{7}+\frac{225\cdot 34}{4\cdot 7}-\frac{\cancel{2}\cdot 40}{\sqrt{7}}\cdot\frac{15\sqrt{34}}{\cancel{2}\sqrt{7}}\cdot\frac{5}{\sqrt{34}}} = \sqrt{\frac{1600}{7}+\frac{225\cdot 17}{2\cdot 7}-\frac{40\cdot 15\cdot 5}{7}}$

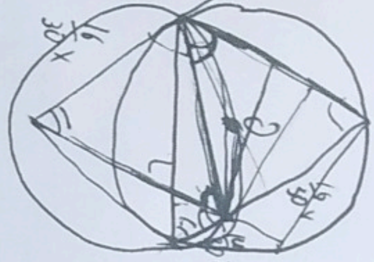
$= \sqrt{\frac{1600-3000}{7}+\frac{3825}{14}} = \sqrt{\frac{3825-2800}{14}} = \sqrt{\frac{1025}{14}} = 5\sqrt{\frac{41}{14}}$

Ответ: $5\sqrt{\frac{41}{14}}$

4

21100412 (U164476 M1301078)

Черновик



x	m	k
1	2	18
18	2	1
1	18	2
18	1	2
2	1	18
2	18	1
1	1	18
1	18	1
18	1	1

6·

3·2

14

13·6 + 6·2

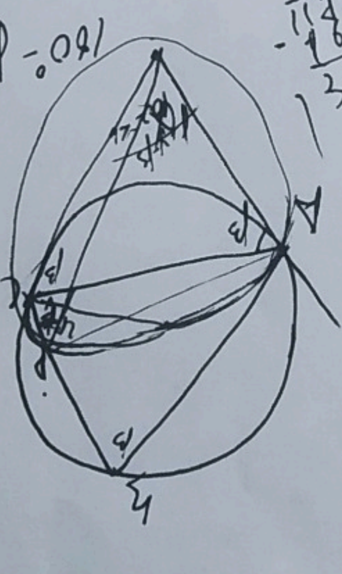
14·6

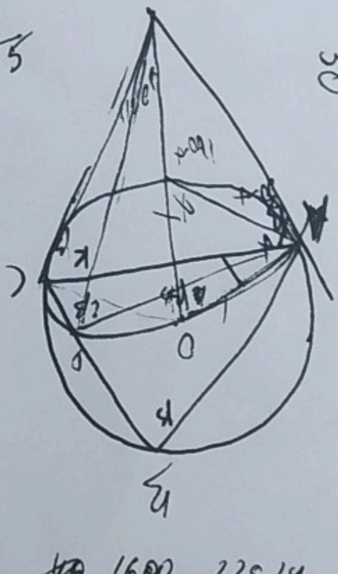
36·14·18

$14 \cdot 18 = 252$

$252 \cdot 36 = 9072$

1





$\frac{1600}{7} + \frac{225 \cdot 34}{4 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 54 \cdot 40}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}$

$\frac{3 \cdot 15 \cdot 40}{7}$

21100412 (U164476 M1301078)

$\text{НОД}(a;b;c) = 33$

$a = 3^m 11^n \quad b = 3^l 11^k \quad c = 3^p 11^t$

$\text{НОК}(a;b;c) = 3^{19} \cdot 11^{15}$

$m, l, p = 1$

$\min(m;l;p) = 1$

$\max(m;l;p) = 19$

$\min(n;k;t) = 1$

$\max(n;k;t) = 15$

1 1 19

1 2 19

1 19 19

$19 \cdot 6$

1 1 15

1 2 15

1

$3 \cdot 11$

$3^2 \cdot 11^2$

$3 \cdot 11^3$

8 4 3

1 1 19 · 3

1 24

1 2 19

1 3 19

1 4 19

1 5 19

1 1 19

$a = 3$

$b = 3$

$c = 3^{19}$

$3^1 \cdot 11^1$

$3^1 \; 11^2$

$3^{19} \cdot 11$

$x < 29$

$x > -49$

$x \neq 0, -1, -2, 28, -42$

$x < -1$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = \log_{(x+1)^2}(29-x)$

$29 - x > 0$

$29 - x \neq 1$

$x + 49 > 0$

$x \neq 0$

$x \neq -1$

$x = -2$

$\frac{x}{7} + 7 \neq 1$

$-x - 1 > 0$

$2\log_{29-x}\left(\frac{x}{7}+7\right) = a$

$\frac{1}{2}\log_{-x-1}(29-x) = b$

$2\log_{\left(\frac{x}{7}+7\right)}(-x-1) = c$

$\frac{-7(21-19)}{2} = -7$

36 · 108 · 84 = 432, 864, 072

$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 2$

$\frac{\log_{29-x}}{\log_{\frac{x}{7}+7}(29-x)}$

$a \cdot a + (a+1) = 2$

$a^3 + a^2 - 2 = 0$

$a^3 - a^2 + 2a^2 - 2 = 0$

$(a-1)(a^2+2a+2) = 0$

$D = 1 - 2$

$t^3 - t^2 + 2t^2 - 2t + 2t - 2$

$\log_{\sqrt{29-x}}\left(\frac{x}{7}+7\right) = 1$

$\frac{x}{7} + 7 = \sqrt{29-x} \quad |^2$

$\frac{x^2}{49} + 49 + 2x = 29 - x \quad |\cdot 49$

$49 \cdot 9 = 441$

$x^2 + 3 \cdot 49x + 20 \cdot 49 = 0$

$D = 9 \cdot 49^2 - 49 \cdot 20 \cdot 4 =$

$49(441 - 80) = 49 \cdot 361$

$\frac{-3 \cdot 49 - 7 \cdot 19}{2} = \frac{-7(21+19)}{2}$

$\frac{-7 \cdot 40}{2} = -140$

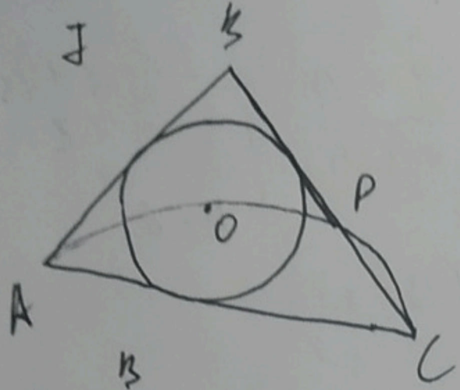
$7 \cdot 19$

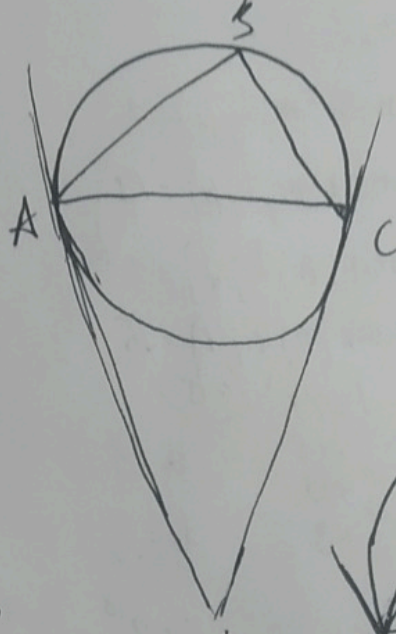
2

21100412 (U164476 M1304078)

Черновик

1.1.2





$\frac{-13-35}{7} = -\frac{48}{7}$

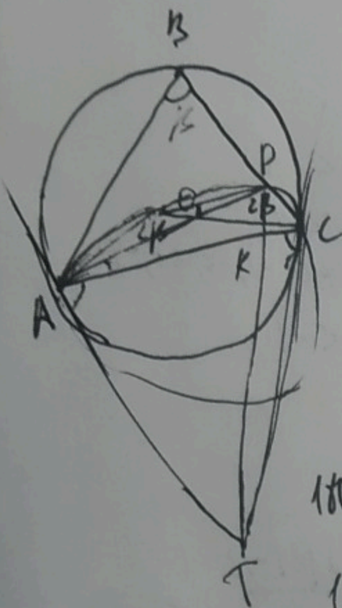
$40^2 = 1600$

$30 =$

$-13-7$

$48^2 =$

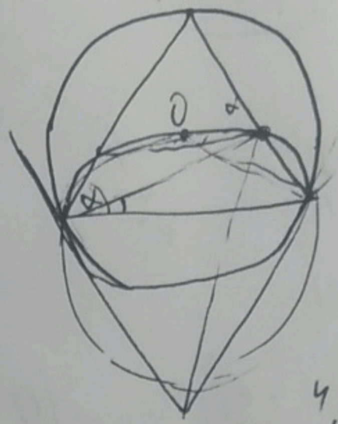
$35^2 =$



$S_{APK} = 16$

$S_{CPK} = 14$

$25+9 = \frac{34}{25}$



$\frac{15\sqrt{34}}{2\sqrt{7}}$

$180 - \alpha - 2\beta$

$180 = 180 - \alpha - 2\beta + \alpha + \angle ABC$

$164 \cdot 167$

1176

169

$7x^2+14x+7 = x+49$

$7x^2+13x-42=0$

$D = 169+42\cdot 4\cdot 7$

$\frac{3}{\sqrt{34}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{\sqrt{7}} \cdot x = \frac{450}{7}$

$7(-21+13) = 7\cdot -2$

$x = \frac{\sqrt{34}\cdot\sqrt{7}\cdot 15}{7\cdot 2}$

$x = \frac{-3-\sqrt{37}}{2}$

$28 \cdot 4 = 112$

$\frac{900}{14}$ $\frac{450}{7} = \frac{h^2 \cdot 5}{3}$

$x+49 = 29\cdot 49 - 7x$

$x = \frac{-3+\sqrt{37}}{2}$

$x^2+2x+1 = 29-x$

$8x = 28\cdot 49$

$x = \frac{49\cdot 7}{2}$

$x^2+3x-28$

$\frac{x}{7}+7 = 29-x$

144

$61 \cdot 48 \cdot 28$

384

561

1344

169

13

$42 \cdot 28$

336

84

1176

169

5

$42 \cdot 28$

336

84

1176

169

1345

$\frac{7\cdot -40}{2} = -140$

$h^2 = \frac{450\cdot 3}{5\cdot 7} = \frac{90\cdot 3}{7} = \frac{270}{7}$

$7x^2+14x+7 = x+49$

$7x^2+13x-42=0$ $D = 169+28\cdot 42$

$\frac{450}{7} - 30 = \frac{450-210}{7} = \frac{240}{7} = \frac{5}{3}h^2$

$\frac{13}{\sqrt{7}} \frac{10}{3}$ $\frac{40}{\sqrt{2}}$ $\frac{12}{\sqrt{7}}$

$h^2 = \frac{240\cdot 3}{5\cdot 7} = \frac{48\cdot 3}{7}$