Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104950**

ID профиля: **815237**

Вариант 23

На чистовик **23вар** лист 1.

№1 $a_n = a_1 + (n-1)d$

a_1 - целое по условию

$a_2 = a_1 + d$ - целое $\Rightarrow$ d - целое

$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S + 55 \end{cases}$ | $S = \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6$

$S = 6a_1 + 15d$

$\begin{cases} (a_1 + 9d) \cdot (a_1 + 15d) > S + 39 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < S + 55 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 > S + 39 \\ -a_1^2 - 24a_1 d - 140d^2 > -S - 55 \end{cases}$

$-5d^2 < -16$

$\begin{cases} 5d^2 < 16 \\ d \text{ - целое} \\ d > 0 \text{ - т.к. послед. возрастает} \end{cases}$ | $\Rightarrow$ $d = 1$

$(a_1 + 9)(a_1 + 15) > (6a_1 + 15) + 39$

$(a_1 + 10)(a_1 + 14) < (6a_1 + 15) + 55$

$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (a_1 + 9)^2 > 0 \\ (a_1 + 9)^2 - 11 < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + 9 \neq 0 \\ -3 \le a_1 + 9 \le 3 \end{cases}$

Ответ: $-12; -11; -10; -8; -7; -6;$

Черновик лист 1 <u>23 вар</u>

~~$a_{10} a_{16} > S + 39$~~

~~$a_{11} a_{15} < S + 55$~~

$a_n = a_1 + (n-1)d$ a - целое $a_2 = a_1 + d$ - целое $\Rightarrow d$ целое

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S + 55 \end{cases} \qquad S = \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6 \qquad S = 6a_1 + 15d$$

$$\begin{cases} (a_1 + 9d) \cdot (a_1 + 15d) > S + 39 \\ (a_1 + 10d) \cdot (a_1 + 14d) < S + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 > S + 39 \\ -a_1^2 - 24a_1 d - 140d^2 > -S - 55 \end{cases} +$$

$-5d^2 < 16$

$5d^2 < 16$

d - целое

$d > 0$ - т.к. последовательность возрастает $\Rightarrow d = 1$

$(a_1 + 9)(a_1 + 15) > (6a_1 + 15) + 39$

$(a_1 + 10)(a_1 + 14) < (6a_1 + 15) + 55$

$$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (a_1 + 9)^2 > 0 \\ (a_1 + 9)^2 - 11 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + 9 \neq 0 \\ -3 \leq a_1 + 9 \leq 3 \end{cases}$$

таким образом

Ответ: $-12; -11; -10; -8; -7; -6$

21104950 (U815237 M1295199)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104950**

ID профиля: **815237**

Вариант 23

Вар. 23 черновик лист 1

№4 $a, b, c \vdots 22$

Пусть $a = 22 \cdot a_1$
$b = 22 \cdot b_1$
$c = 22 \cdot c_1$

НОД $(a_1, b_1, c_1) = 1$

НОК $(a, b, c) = 2^{16} \cdot 2^{19} \Rightarrow$

a, b, c — имеют вид $2^k \cdot 11^n$

(k, n — свои для a, b, c)

НОК $(a_1, b_1, c_1) = 2^{15} \cdot 11^{18}$

НОД $(a_1, b_1, c_1) = 1$

$a_1 = 2^p \cdot 11^k$, $b_1 = 2^n \cdot 11^m$, $c_1 = 2^q \cdot 11^t$

$\max(p, n, q) = 15$

$\max(k, m, t) = 18$

и $p \cdot n \cdot q = 0$ и $k \cdot m \cdot t = 0$

рассм $(p, n, q) = 15$ $p \cdot n \cdot q = 0$

выделим 3 группы сл.

0, 15, $1-14$

$(15, 0, 0)$ $(0, 15, 0)$ $(0, 0, 15)$ 3 вар.

$(15, 15, 0)$ $(15, 0, 15)$, $(0, 15, 15)$ 3 вар.

$(15, 0, k) \to 14 \cdot 6 = 84$ 90 вар

от 1 до 14

рассм (k, m, t)

аналог $3 + 3 + 6 \cdot 17 = 108$ вар

$\Rightarrow 90 \cdot 108 = 9720$

№5 ОДЗ $x \in (-4; -11{,}5)$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2\log_{x+34}(2x+23) = a$

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34) = a+1$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2\log_{2x+23}(-x-4) = a$

перемножим их $\Rightarrow$

$2a = a^2(a+1)$

$a^3 + a - 2 = 0$

$(a-1)(a^2+a+2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a^2+a+1 = 0 \end{array}\right.$

$\varnothing \quad D<0$

$\Rightarrow 2\log_{x+34}(2x+23) = 1$

$(2x+23)^2 = x+34$

$4x^2+92x+529 = x+34$

$4x^2+92x+529-x-34 = 0$

$4x^2+91x+495 = 0$

$4x^2+55x+36x+495 = 0$

$x(4x+55)+9(4x+55) = 0$

$(4x+55)\cdot(x+9) = 0$

$x+9 = 0 \qquad 4x+55 = 0$

$x = -9 \qquad x = -\frac{55}{4}$

$x = -13{,}75$

аналогично

$\frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34) = 1$

$\log_{-x-4}(x+34) = 2$

$x+34 = (x+4)^2$

$x = -9 \qquad x = 2$

анал

$2\log_{2x+2}(-x-4) = 1$

$(x+4)^2 = 2x+23$

$x = -7 \qquad x = 1$

вар 23 Чистовик лист 3

№5 ОДЗ $x \in (-4; -11{,}5)$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2\log_{x+34}(2x+23) = a$

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34) = a+1$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2\log_{2x+23}(-x-4) = a$

перемножим их =>

$2 = a^2(a+1)$

$a^3+a-2=0$

$(a-1)(a^2+a+2)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=1 \\ a^2+a+1=0 \end{array}\right.$

$\varnothing$ $D<0$

$\Rightarrow 2\log_{x+34}(2x+23)=1$

$(2x+23)^2=x+34$

$4x^2+92x+529=x+34$

$4x^2+92x+529-x-34=0$

$4x^2+91x+495=0$

$4x^2+55x+36x+495=0$

$x(4x+55)+9(4x+55)=0$

$(4x+55)(x+9)=0$

$x+9=0$ $\qquad 4x+55=0$

$x=-9$ $\qquad x=-\frac{55}{4}$

$x=-13{,}75$

аналогично

$\frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34)=1$

$\log_{-x-4}(x+34)=2$

$x+34=(x+4)^2$

$x=-9$ $\qquad x=2$

аналогично

$2\log_{2x+2}(-x-4)=1$

$(x+4)^2=2x+23$

$x=-7$ $\qquad x=1$

Ответ: при $x=-9$
$x=-7$.

Вар 23 чистовик лист 2

№4 $a, b, c \vdots 22$

Пусть: $a = 22 \cdot a_1$; $b = 22 \cdot b_1$; $c = 22 \cdot c_1$

НОД $(a_1, b_1, c_1) = 1$

НОК $(a,b,c) = 2^{16} \cdot 2^{19} \Rightarrow a, b, c$ - имеют вид $2^k \cdot 11^n$

(k, n - свои для a, b, c)

НОК $(a_1, b_1, c_1) = 2^{15} \cdot 11^{18}$

НОД $(a_1, b_1, c_1) = 1$

$a_1 = 2^p \cdot 11^k$; $b_1 = 2^n \cdot 11^m$; $c_1 = 2^q \cdot 11^t$

$\max(p,n,q) = 15$ $\max(k,m,t) = 18$

и $p \cdot n \cdot q = 0$ и $k \cdot m \cdot t = 0$

рассмотрим $(p,n,q) = 15$ $p \cdot n \cdot q = 0$

выделим 3 группы чисел

0, 15, 1-11

$(15,0,0)$ $(0,15,0)$ $(0,0,15)$ 3 вар.

$(15,15,0)$ $(15,0,16)$ $(0,15,15)$ 3 вар.

$(15,0,k) \rightarrow 16 \cdot 6 = 84$ / 90 вар

от 1 2 14

рассмотрим (k,m,t)

аналогично $3+3+6 \cdot 17 = 108$ вар

$\Rightarrow 90 \cdot 108 = 9720$

Ответ: 9720