Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104460**

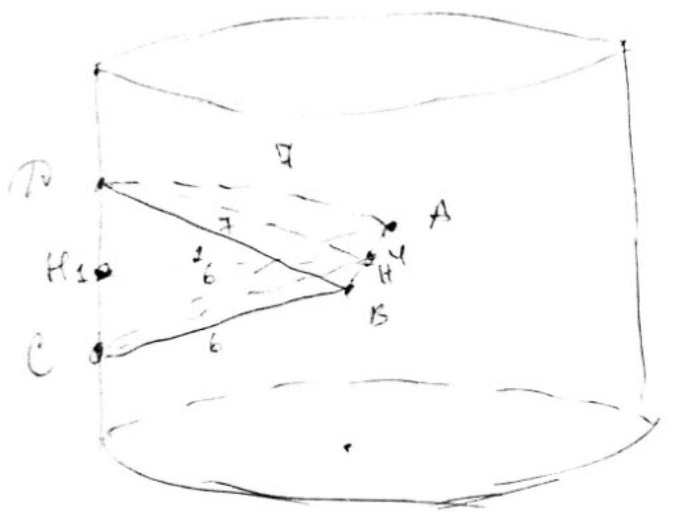
ID профиля: **97363**

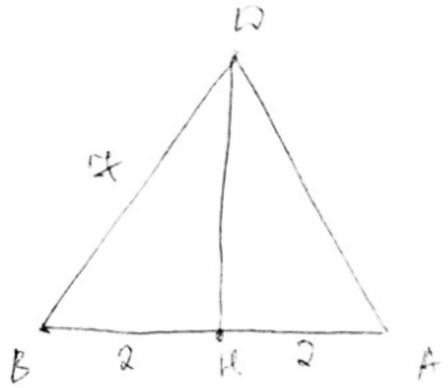
Вариант 23

№2 Черновик

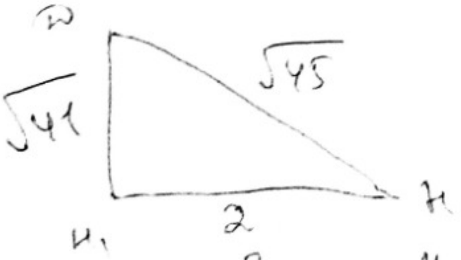
$AB \parallel \omega_1$
наклонений, если
~~AB~~ проекция AB
на ω_1 = диаметр

$AB \perp HDC$ т.к $AB \perp DH$ и $AB \perp CH$ => т.к $DC \parallel$ оси
$DCH \perp \omega_1$ => $AB \parallel \omega_1$

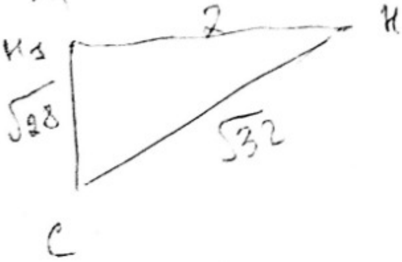




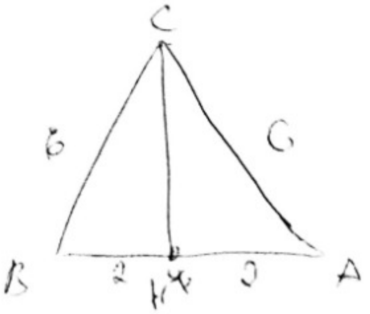
$BH = \sqrt{45}$



$DH_1 = \sqrt{41}$

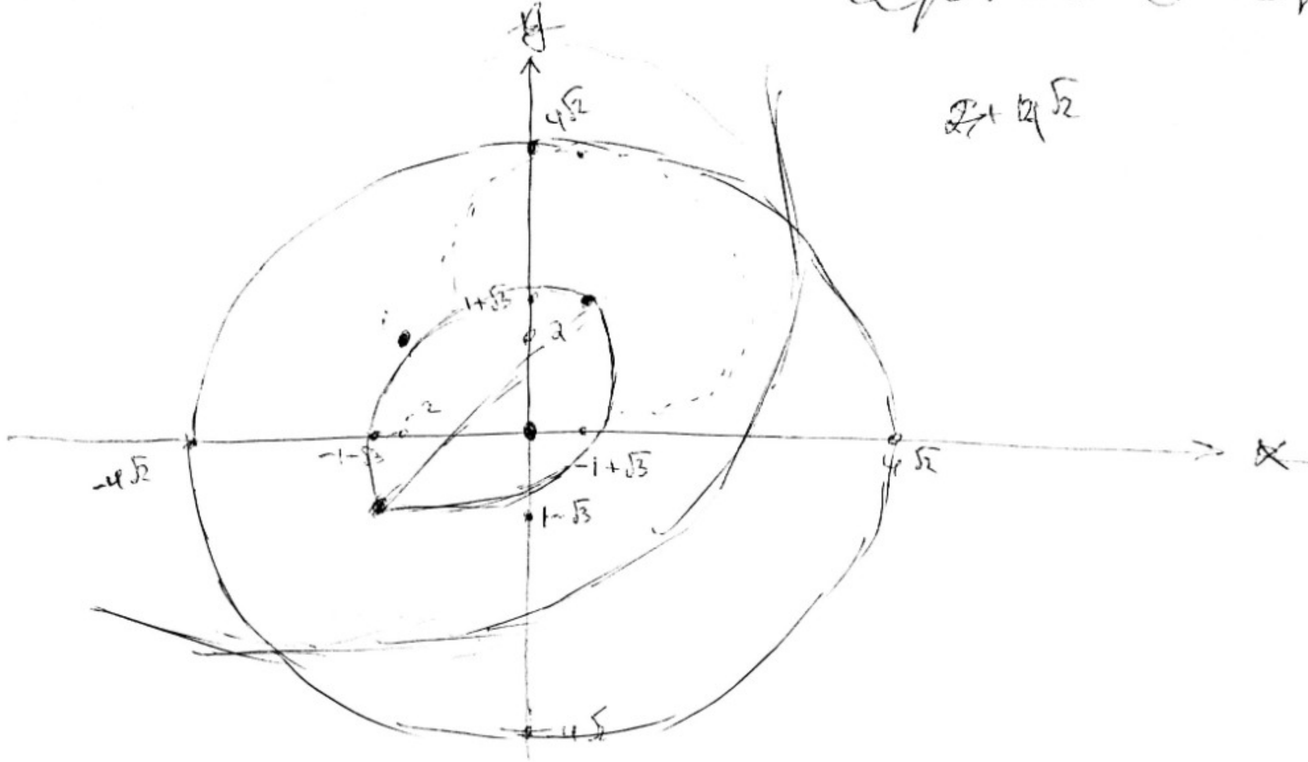


$CH = \sqrt{32}$



$CD = \sqrt{41} + \sqrt{28}$

Черновик



$2+4\sqrt{2}$

$x^2+y^2=4\sqrt{2}$

$(x+2)^2+(y-2)^2=\cancel{2}4\sqrt{2}$

$x^2+4x+4+y^2-4y+4=2+4\sqrt{2}$

$4x-4y=-6-2\sqrt{2}$

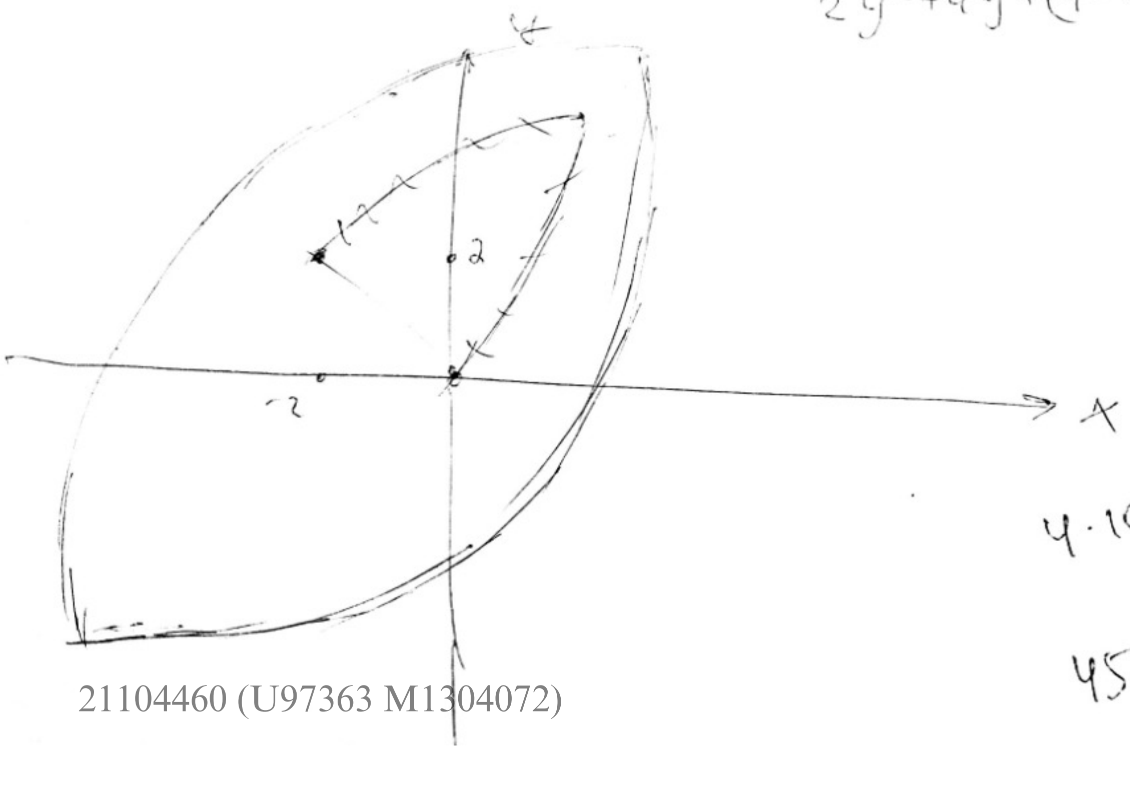
$4x-4y+8+\cancel{4\sqrt{2}}=\cancel{4\sqrt{2}}$

$x-y=-2$

$x=y+2.$

$y^2+4y+4+y^2=4\sqrt{2}$

$2y^2+4y+(4-4\sqrt{2})=0$



4·10>

45<

21104460 (U97363 M1304072)

Черновик

$x^2+y^2=4\sqrt{2}$

$(x+2)^2+(y-2)^2=4\sqrt{2}$

$\cancel{x^2}+\cancel{y^2}=\cancel{x^2}+4x+4+\cancel{y^2}-4y+4$

$4y=4x+8$

$y=x+2.$

$x^2+x^2+4x+4=4\sqrt{2}$

$2x^2+4x+4-4\sqrt{2}=0$

$x^2+2x+2-2\sqrt{2}=0$

$D=4-4(2-2\sqrt{2})=4-8+8\sqrt{2}=8\sqrt{2}-4$

$x=\dfrac{-2\pm 2\sqrt{2\sqrt{2}-1}}{2}=-1\pm\sqrt{2\sqrt{2}-1}$

$y \Rightarrow (x, y) = \Big(\big(-1-\sqrt{2\sqrt{2}-1}; 1-\sqrt{2\sqrt{2}-1}\big),$

$\big(-1+\sqrt{2\sqrt{2}-1}; 1+\sqrt{2\sqrt{2}-1}\big) \Big)$

$AB=\sqrt{2\sqrt{2}-1+2\sqrt{2}-1}=\sqrt{4\sqrt{2}-2}$

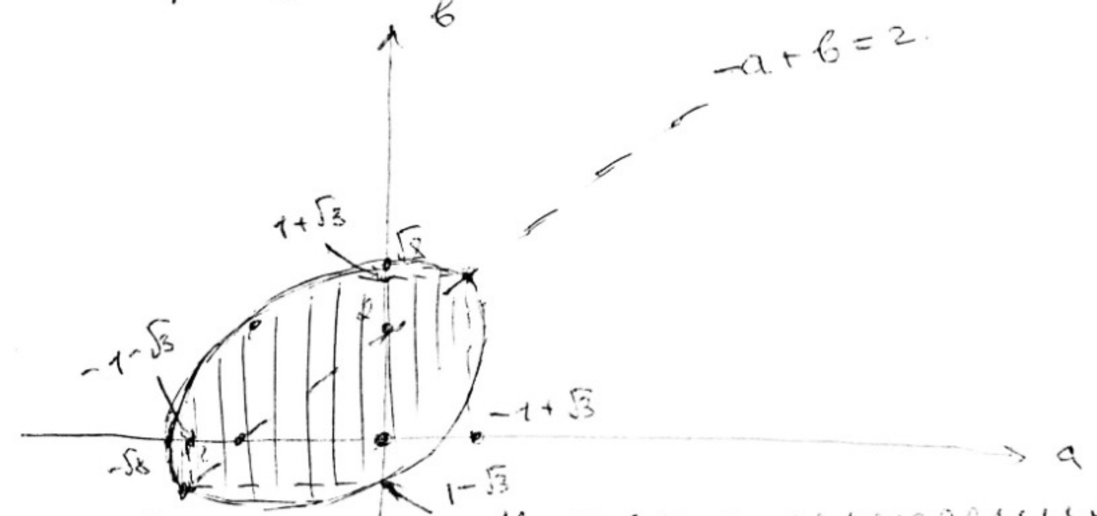
№3 Чистовик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-в)^2 \leq 8\\ a^2+в^2 \leq \max(-4a+4в, 8)\end{cases}$$

I 1) $-4a+4в > 8 \Rightarrow \max(-4a+4в, 8) = 8, \Rightarrow$
$a^2+в^2 \leq 8$ ← окр с центром в т. $(0;0)$ и $r=\sqrt{8}$

2) $-4a+4в \leq 8 \Rightarrow \max(-4a+4в, 8) = -4a+4в \Rightarrow$
$a^2+в^2 \leq -4a+4в$
$a^2+4a+4+в^2-4в+4 \leq 8$
$(a+2)^2+(в-2)^2 \leq 8.$ ← окр. с центром в т. $(-2;2)$ и $r=\sqrt{8}$

Нарисуем эти условия в системе координат $(a, в)$



Найдем т. пересечения окружностей с этой прямой

1) $\begin{cases}a^2+в^2=8\\ -a+в=2\end{cases}$ $\begin{cases}в=a+2\\ a^2+a^2+4a+4=8\end{cases}$

$2a^2+4a-4=0$
$a^2+2a-2=0$
$D=4+8=12$
$a=\dfrac{-2\pm2\sqrt{3}}{2}=-1\pm\sqrt{3} \Rightarrow$ т. перес. $(-1-\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$
$(-1+\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$

2) $\begin{cases}(a+2)^2+(в-2)^2=8\\ -a+в=2\end{cases}$ $\begin{cases}в=a+2\\ (a+2)^2+a^2=8\end{cases}$, т.к. это квадратное уравнение идентично п.1 $\Rightarrow$ точки пересечений будут такими же, т.е. $(-1-\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$, $(-1+\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$.

21104460 (U97363-M1304072)

$a_{10}\cdot a_{16} > S+39$ Черновик.

$a_{11}\cdot a_{15} < S+55$

$(a_1+9d)(a_1+15d) > S+39$

$(a_1+10d)(a_1+14d) < S+55$

$a_1^2+24da_1+135d^2 > S+39$

$a_1^2+24da_1+140d^2 < S+55$

$S+55-140d^2 > a_1^2+24da_1 > S+39-135d^2$

$16-140d^2 > -135d^2$

$16-5d^2>0$

$d^2 < \frac{16}{5}$ $d\in Z$ $d\in N$

$d<\frac{4}{\sqrt5}$ $d=2$: $2\sqrt5<4$. $\sqrt5<2$ - неверно $\Rightarrow d=1$.

$S=\frac{2a_1+d\cdot5}{2}\cdot 6 = (2a_1+5)\cdot3 = 6a_1+15$

$\begin{cases} a_1^2+159 > 6a_1+15+39 \\ a_1^2+164 < 6a_1+15+55 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2-6a_1+105>0 \\ a_1^2-6a_1+94<0 \end{cases}$ $D_1 = 96-$

96 · 4 = 384

$\begin{cases} a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+15+39 \\ a_1^2+24a_1+140 < 6a_1+70 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2+18a_1+81>0 \\ a_1^2+18a_1+70<0 \end{cases}$ ~~$D_1 = 18^2-4\cdot90 = 324-$~~

$(a_1+9)^2>0$.

$D = 18^2-4\cdot70 = 324-280 = 44$.

$a_1 = \frac{-18\pm\sqrt{44}}{2} = -9\pm\sqrt{11}$

$a_1 \in (-9-\underset{\approx3}{\sqrt{11}}; -9+\sqrt{11})$ $-9-\sqrt{11} < -12$. $-9+\sqrt{11} > -6$ $\Rightarrow$

$a_1 = -12$. $a\in\{-12,-11,-10,-8,-7,-6\}$.

$-8-7-6-5-4-3 = -33$

21104460 (U97363 M1304072)

Черновик

$\begin{cases} (x^2-a)^2+(y-b)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8) \end{cases}$

1) $-4a+4b > 8$ $\quad \min(-4a+4b, 8) = 8$

$4b > 4a+8$ $\quad a^2+b^2 \le 8.$

$b > a+2$

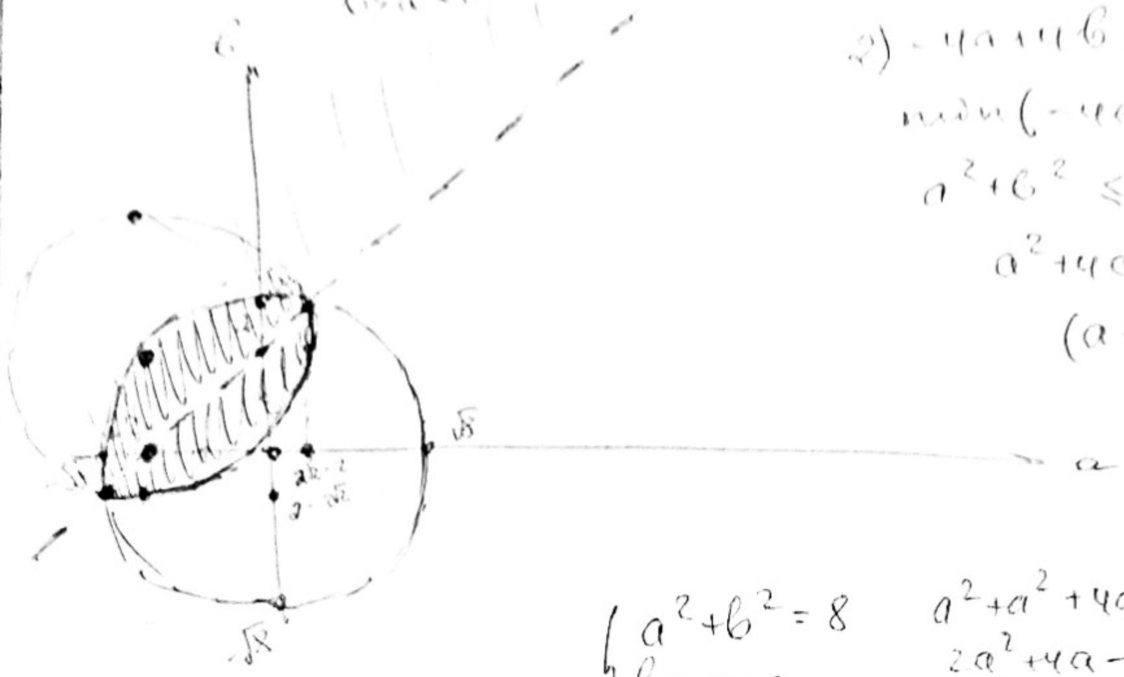
2) $-4a+4b \le 8$

$\min(-4a+4b, 8) = -4a+4b.$

$a^2+b^2 \le -4a+4b$

$a^2+4a+4+b^2-4b+4 \le 8$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$



$\begin{cases} a^2+b^2=8 \\ b=a+2 \end{cases}$

$a^2+a^2+4a+4=8$

$2a^2+4a-4=0$

$a^2+2a-2=0$

$D = 4+8=12$

$a = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$

$(-1-\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$

$(-1+\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$

$\begin{cases} (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \\ b=a+2 \end{cases}$

$a^2+4a+4+a^2=8$

$2a^2+4a-4=0$

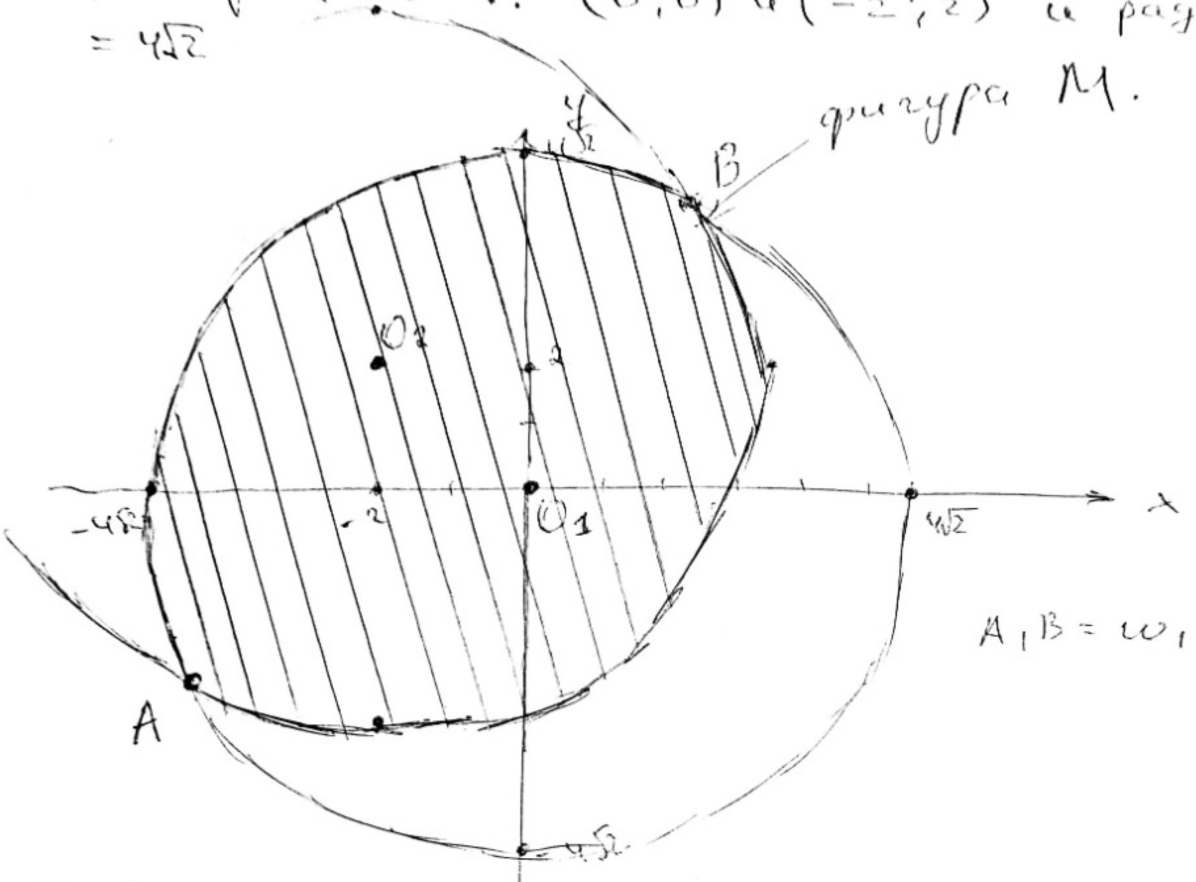
$a^2+2a-2=0. \Rightarrow$

Чистовик

5 Теперь посмотрим на первое неравенство:

$$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$$

Если нарисовать в системе координат (x, y), то это будет множество окружностей с центром в точках (a, b) и радиусом $\sqrt{8}$. В п. I мы нашли это множество точек (a, b) (пересечение двух окр. с $r=\sqrt{8}$). Тогда чтобы нарисовать фигуру M, нужно найти пересечение двух окр. с центром в т. $(0;0)$ и $(-2;2)$ и радиусом $\sqrt{8}+\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$



$A, B = \omega_1 \cap \omega_2$

Чтобы найти $S(M)$, найдем координаты A, B.

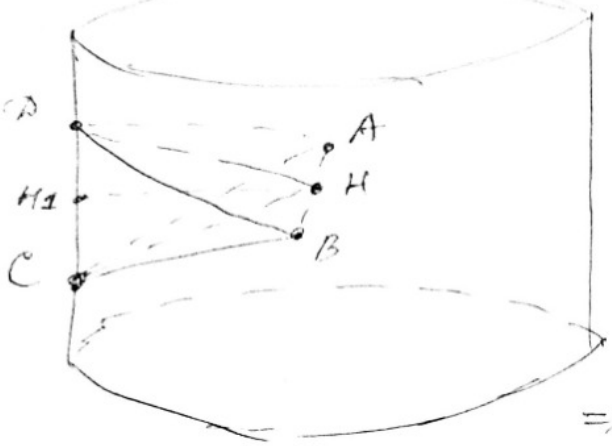
$$\begin{cases} x^2+y^2 = 4\sqrt{2} & (1) \\ (x+2)^2+(y-2)^2 = 4\sqrt{2} & (2) \end{cases}$$

$(1)=(2)$. После преобразований получаем: $x^2+2x+2-2\sqrt{2}=0$, откуда получаем A, B:

$A\left(-1-\sqrt{2\sqrt{2}-1};\ 1-\sqrt{2\sqrt{2}-1}\right)$

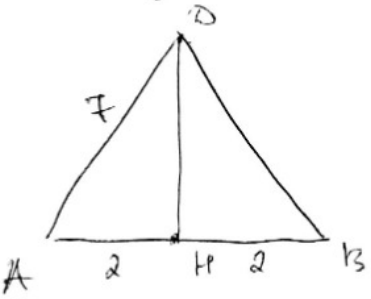
$B\left(-1+\sqrt{2\sqrt{2}-1};\ 1+\sqrt{2\sqrt{2}-1}\right)$

№2 Чистовик

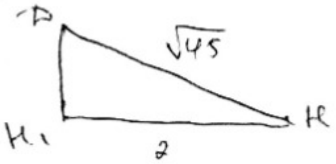


$\triangle ABD$ и $\triangle ABC$ - равнобедр, т.к. равны 2 стороны.
пусть H - середина AB, тогда $DH \perp AB$ и $CH \perp AB$ $\Rightarrow$ $(CDH) \perp AB$. (по признаку перпенд. плоскости и прямой).
т.к. CD параллельно оси цилинд. $\Rightarrow$ $(CDH) \perp$ основанию $\Rightarrow$
$AB \parallel$ основанию.

т.к. R наименьший $\Rightarrow$ AB - диаметр, иначе AB будет хордой $\Rightarrow$ радиус будет больше.
(можно так рассуждать, т.к $AB \parallel$ основанию).
Построим проекцию H на боковую поверхность, чтобы она упала на прямую DC.
Найдем DH и CH из $\triangle ABD$ и $\triangle ABC$.

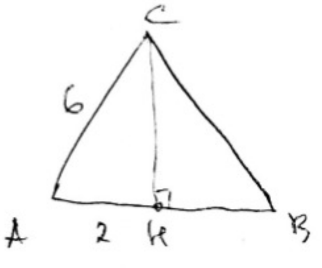


т.к H - середина $AB \Rightarrow AH = 2$
$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{45}$
Рассмотрим $\triangle DH_1H$ т.к H_1 - проекция $\Rightarrow$ $\angle DH_1H = 90^\circ$, и т.к. ~~[illegible]~~ AB - диаметр $\Rightarrow$ H - центр окр. $\Rightarrow$ $HH_1 = \frac{AB}{2} = 2$.

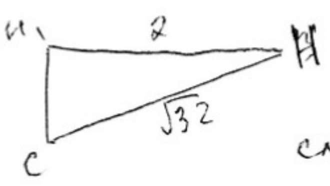


$DH_1 = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$

Аналогичным образом находим CH_1



$CH = \sqrt{36-4} = \sqrt{32}$



$CH_1 = \sqrt{32-4} = \sqrt{28}$

Теперь возможны 2 случая, если $H_1 \in [C;D]$ и не принадлежит.
1) $H_1 \in [C;D]$, тогда $CD = CH_1 + H_1D = \sqrt{28} + \sqrt{41}$
2) $H_1 \notin [C;D]$, тогда $CD = DH_1 - CH_1 = \sqrt{41} - \sqrt{28}$ $(CH_1 - DH_1 < 0 |$ не уд$)$

Ответ: $CD = \sqrt{41} + \sqrt{28}$; $CD = \sqrt{41} - \sqrt{28}$

2

Вариант 23 Чистовик

№1

$S = \frac{(2a_1 + d\cdot 5)}{2}\cdot 6 = 6a_1 + 15d$

$\begin{cases} a_{10}\cdot a_{16} > S+39 \\ a_{11}\cdot a_{15} < S+55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+9d)(a_1+15d) > S+39 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < S+55 \end{cases} \Leftrightarrow$

$(1)\begin{cases} a_1^2 + 24a_1\cdot d + 135d^2 > S+39 \\ a_1^2 + 24a_1\cdot d + 140d^2 < S+55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d > S+39-135d^2 \\ a_1^2 + 24a_1 d < S+55-140d^2 \end{cases} \Rightarrow$

$\cancel{S} + 55 - 140d^2 > \cancel{S} + 39 - 135d^2$

$d^2 < \frac{16}{5}$ т.к. $a_i \in \mathbb{Z}$ и $a_{i+1} > a_i \Rightarrow$

$d \in \mathbb{N}$

Если $d \geq 2$, то $d^2 \geq 4$, а $4 > \frac{16}{5}$ – не уд $\Rightarrow d = 1$

Подставим d в систему (1) и в S: Получим после преобразований:

$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+9)^2 > 0 \\ a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \neq -9 \\ a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11}) \end{cases}$

$D = 324 - 280 = 44 \Rightarrow$

$a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11})$

$-13 < -9-\sqrt{11} < -12$

$-5 > -9+\sqrt{11} > -6$

т.к. $a_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$

Ответ: $a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$

21104460 (U97363 M1304072)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104460**

ID профиля: **97363**

Вариант 23

$AB = 14\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{13}}$, $BC = 28\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos\angle ABC = \frac{7}{13\sqrt{5}}$ Чистовик.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2\cdot AB\cdot BC\cdot \cos\angle ABC} = 14\cdot\sqrt{\frac{15}{13} + \frac{12}{9} - \frac{28}{13\sqrt{3}}}$$

Ответ: ~~AC~~ $S(ABC) = \frac{784}{13}$

$$AC = 14\cdot\sqrt{\frac{15}{13} + \frac{12}{9} - \frac{28}{13\sqrt{3}}}$$

№4

$НОД(a, b, c) = 22$

$НОК(a, b, c) = 2^{16}\cdot 11^{19}$

Пусть $a = 22x$, $b = 22y$, $c = 22z$, $НОД(x, y, z) = 1$.

$НОД(a, b, c)\cdot НОК(a, b, c) = a\cdot b\cdot c$

$$2^{17}\cdot 11^{20} = 22^3\cdot xyz$$

$$2^{14}\cdot 11^{17} = xyz$$

$x = 2^{\alpha_1}\cdot 2^{\beta_1}$

$y = 2^{\alpha_2}\cdot 2^{\beta_2}$

$z = 2^{14-\alpha_1-\alpha_2}\cdot 11^{17-\beta_1-\beta_2}$, т.к. $НОД(x, y, z) = 1 \Rightarrow$

α_1, α_2 или $14-\alpha_1-\alpha_2 = 0$

β_1, β_2 или $17-\beta_1-\beta_2 = 0$.

Разместим степени 2. 0 степень может быть у любого из 3 чисел. далее есть 15 вариантов разместить степень 14. (0:14; 1:13; ... 13:1; 14:0) $\Rightarrow$ всего $3\cdot 15 = 45$ вариантов.

Аналогично сделаем для 11. 0 степень может быть у любого из 3 чисел далее есть 18 вариантов разместить степень 17 $\Rightarrow$ всего $3\cdot 18 = 54$ варианта.

Значит всего $45\cdot 54 = 2430$ вариантов.

Ответ: 2430 троек чисел

21104460 (U97363 M1304073)

№5 Чистовик.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$, $\log_{(x+4)^2}(x+34)$, $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

Распишем О.Д.З:

$$\begin{cases} 2x+23>0 \\ x+34>0 \\ -x-4>0 \\ x+34>0 \\ \sqrt{x+34}\neq 1 \\ (x+4)^2>0 \\ (x+4)^2\neq 1 \\ 2x+23>0 \\ \sqrt{2x+23}\neq 1 \end{cases}$$

Получим: $x \in \left(-\frac{23}{2}; -4\right) \setminus \{-5; [redacted]\}; -11$

пусть $2x+23=a$
$x+34=b$
$-x-4=c$.

Тогда логарифмы примут вид:

$2\log_b a$; $\frac{1}{2}\log_c b$; $2\log_a c$

Заметим, что $2\log_b a \cdot \frac{1}{2}\cdot\log_c b \cdot 2\log_a c = 2$

При этом два из них равны, а третий на 1 больше. Получим уравнение:

$2\cdot t\cdot t\cdot(t+1)=2$

$t^3+t^2-2=0$.

1	1	0	-2
1	2	2	0

$(t-1)(t^2+2t+2)=0$

$D<0 \Rightarrow$ решений нет

$t=1$

1) ~~$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)+1$~~ $=\log_{(x+4)^2}(x+34)$

~~$2x+23=\sqrt{x+34}$~~ $x+34=(x+4)^2$

$x+34=x^2+8x+16$

$x^2+7x-18=0$

$(x+9)(x-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=2 \text{ — не уд (О.Д.З).} \end{array}\right.$

Подставим -9 в каждый из ост. логарифм

~~$\log_{\sqrt{25}}(2\cdot(-9)+23)+2\ \log_{\sqrt{5}}15\neq 1,\ \log_{\sqrt{5}}5\neq 2$ — не уд~~

2) ~~$\log_{\sqrt{2x+33}}(-x-4)=1$~~ $\log_{\sqrt{25}}5=1$ — уд $\Rightarrow x=-9$ — уд

~~$-x-4=\sqrt{2x+33}$~~ $\log_{\sqrt{5}}5=2$ — уд

~~$x+8x+16=2x+33$~~

21104460 (U97363 M1304073)

3

Черновик

$S(APK) = 15$

$S(CPK) = 13$

$\triangle PCT \sim \triangle CKT$

$\frac{PC}{CK} = \frac{PT}{CT} = \frac{CT}{KT}$

$\frac{AK}{AP} = \frac{KC}{PC}$ $\quad \frac{PC}{PT} = \frac{CK}{CT}$

$\frac{15x}{AP} = \frac{13x}{PC}$

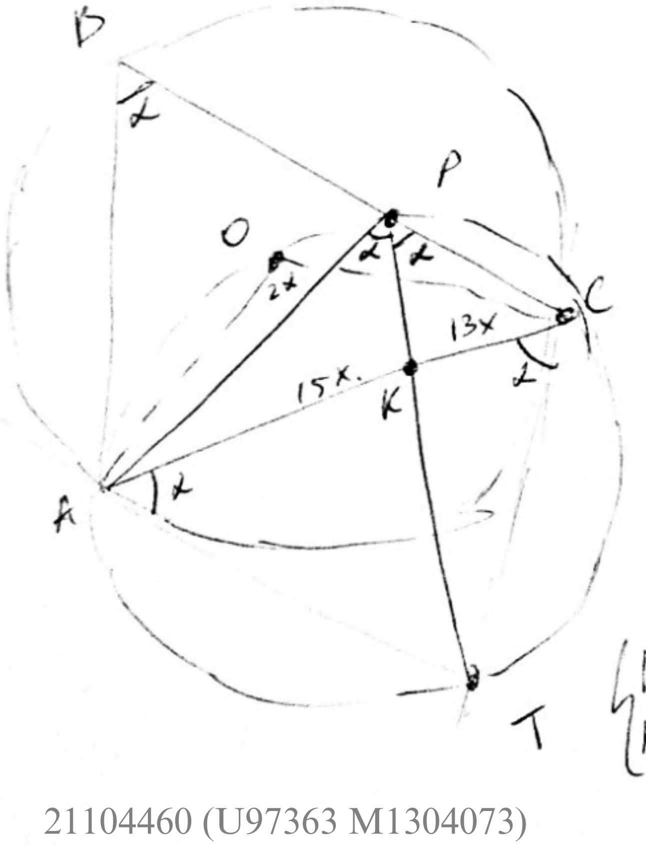
$\frac{AP}{PC} = \frac{15}{13}$

$AB \parallel PT$

$\frac{S(KPC)}{S(ABC)} = k^2$

$k = \frac{KC}{AC} = \frac{13}{28}$ $\Rightarrow S(ABC) = \frac{S(KPC)}{k^2} = \frac{S(KPC) \cdot 28^2}{13^2} =$

$= \frac{13 \cdot 28^2}{13^2} = \frac{\cancel{225}}{13}$ $\quad \frac{28^2}{13}$



$KP \parallel AB \Rightarrow \triangle KPC \sim \triangle ABC$

$\triangle AKP \sim \triangle TCP$

$\frac{AK}{TC} = \frac{KP}{CP} = \frac{AP}{TP}$

$\frac{\sqrt{15 \cdot 13} \cdot 3}{2 \cdot 13\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{TP}$

$TP = \frac{5 \cdot \cancel{\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot 13\sqrt{3}}{\sqrt{5}\,\cancel{\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{13} \cdot 2}{3}$

$\begin{cases} KT \cdot KP = 15 \cdot 13 x^2 \\ KT + KP = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{13} \cdot 2}{3} \end{cases}$

$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 28 \\ \hline 224 \\ 56\ \ \\ \hline 784 \end{array}$

21104460 (U97363 M1304073)

$2\log_b a = \frac{1}{2}\log_{c^4} b = 2\log_a c + 1$ Черновик.

$$\begin{cases} 2\log_b a = \log_c b \\ \log_c b = 4\log_a c + 2 \end{cases}$$

$4 \cdot \log_b a = \frac{1}{\log_b c}$

$4\log_b a \cdot \log_b c = 1$

$4\log_b a = \frac{\log_a b}{\log_a c}$

$4\frac{\cancel{\log_a a}}{\log_a b} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$

$4\log_a c = \log_a^2 b$

$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{4}{7}$

$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{4}{7}$

$\angle ATC = 180^\circ - 2\operatorname{arctg}\frac{4}{7}$

$BH_1 = 7\cdot\sqrt{\frac{15}{13}}$

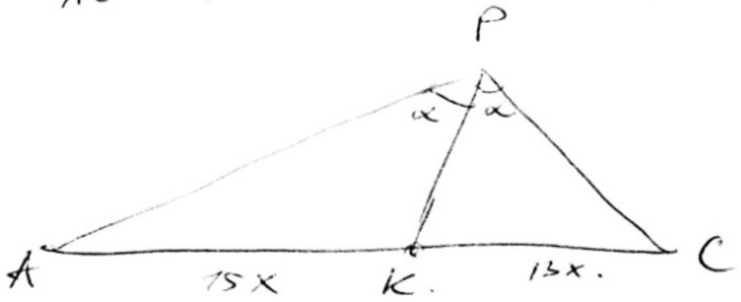
$tg\,\alpha = \frac{HT}{AH} = \frac{4}{7}$

$AB = 14\cdot\sqrt{\frac{15}{13}}$

$\frac{HT}{14x} = \frac{4}{7} \Rightarrow HT = 8x$

$\Delta APB \sim \Delta ATC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AP}{AT}$

$\Delta AKT \sim \Delta PKC$



$\frac{AP}{PC} = \frac{15}{13}$ $\quad \frac{AT}{PC} = \frac{AK}{PK} = \frac{KT}{KC}$

$\frac{AP}{TC} = \frac{PK}{KC} = \frac{AK}{KT}$

AP, PC - известно.

$\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AT}$

$PH_1 = \frac{4}{7}\cdot 7\sqrt{\frac{15}{13}} = 4\sqrt{\frac{15}{13}} \Rightarrow$

$AP = \sqrt{16\cdot\frac{15}{13} + 49\cdot\frac{15}{13}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \Rightarrow$

$PC = \frac{13}{15}AP = \frac{13}{15}\cdot 5\sqrt{3} = \frac{13\sqrt{3}}{3}$

$\frac{S(ABP)}{S(AKP)} = \frac{28\cdot 15}{13\cdot 15} = \frac{28}{13} = \frac{AB\cdot BP}{AP\cdot PK}$

$\frac{28}{13} = \frac{14\cdot\sqrt{\frac{15}{13}}\cdot\cancel{5\sqrt{3}}}{5\sqrt{3}\cdot PK} \Rightarrow PK = \sqrt{\frac{15}{13}}\cdot\frac{13}{2} = \frac{\sqrt{15\cdot 13}}{2}$

Чистовик

$\cancel{x^2+6x-17=0}$

$\cancel{D=36+4\cdot 17=104}$

$\cancel{x=\frac{-6\pm\sqrt{104}}{2}=-3\pm\sqrt{26}}$

2) $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=1$

$-x-4=\sqrt{2x+23}$

$x^2+8x+16=2x+23$

$x^2+6x-7=0$

$(x+7)(x-1)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-7 \\ x=1 \text{ — не уд} \rightarrow \text{(О.Д.З)} \end{array}\right.$

Подставим $x=-7$ в осн. логар.

$\log_{\sqrt{27}}(-7\cdot 2+23)=\log_{\sqrt{27}}9 \neq 1 \neq 2$ — не уд

$\cancel{3)\ \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1}$

$\cancel{2x+23=\sqrt{x+34}}$

$\cancel{4x^2+92x+23^2=x+34}$

$\cancel{4x^2+91x}$

т.к. $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$ не может равняться 1 $\Rightarrow$ он равен 2.

$-x-4=2x+23$

$3x+27=0$

$x=-9$ (-9 мы уже подставили) $\Rightarrow$ только 1 ответ.

Ответ: $x=-9$

4

№ 11 №4

$НОД(a, b, c) = 22$

$НОК(a, b, c) = 2^{16}\ 11^{19}$

$a = 22x$

$b = 22y$ $(x, y, z) = 1$

$c = 22z$

$3 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 18$

$45 \cdot 54 = 9 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 6 = 81 \cdot 30$ (2430)

54
45

Сериально

$22 \cdot 2 \cdot 11$ $\quad 2^{16}\ 11^{19} = 22^{2} \cdot xyz$

$2^{14}\ 11^{18} = xyz$

$НОК(x, y, z) = 1$

α_1, α_2 или $(\alpha_1 ...) = 0$

β_1, β_2 или ...

$0 \quad 14$
$1 \quad 13$

$14 \quad 0$

$2^{13} \cdot 11^{4}, \ 2 \cdot 1, \ 1 \cdot 11^{13}$

№5

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+33)$, $\log_{(x+4)^2}(x+34)$, $\log_{\sqrt{2x+33}}(-x-4)$

$2x+33>0$ $\quad x+34>0$ $\quad -x-4>0$

$x>-\frac{33}{2}$ $\quad x>-34$ $\quad x<-4$

$\sqrt{x+34} \neq 1$ $\quad (x+4)^2 \neq 1$ $\quad \sqrt{2x+33} \neq 1$

$x \neq -33$ $\quad \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -5 \end{cases}$ $\quad x \neq -16$

$x \in (-\frac{33}{2}; -4) / \{-5; -16\}$

1) $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+33) = \log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{\sqrt{2x+33}}(-x-4) + 1$

$2\log_{x+34}(2x+33) = \frac{1}{\log_{x+34}(x+4)^2}$

$2x+33 = a$ $\quad x > -\frac{23}{2}$

$x+34 = b$ $\quad x<-4$

$-x-4 = c$ $\quad x \neq -33$

$x \neq -4$

$x \neq -3$

$x \neq -5$

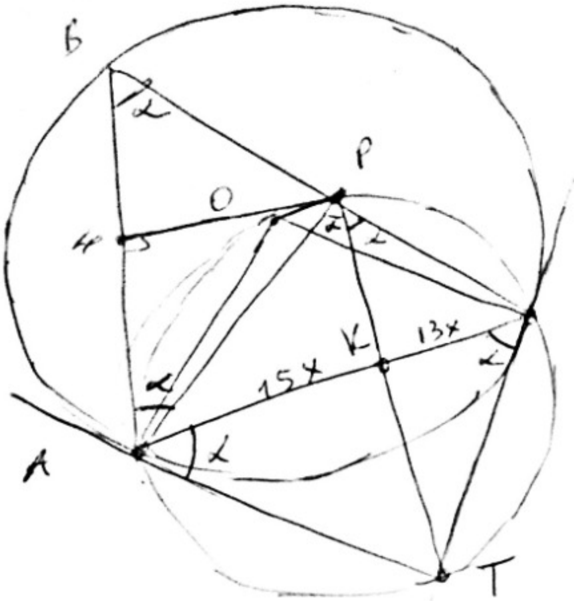
$x \neq -11$

21104460 (U97363 M1304073)

Вариант 23 Чистовик

№ 6.

а)



т.к. TA и TC – касат => OATC лежат на одной окр.

Пусть $\angle CAT = \alpha$, тогда $\angle CAT = \angle ABC$, т.к. $\angle ABC$ опир. на дугу, которая отсекается хордой и касат.

$\angle CAT = \angle TPC$ т.к. опир. на одну дугу. Заметим, что $\angle ABC = \angle KPC \Rightarrow AB \parallel KP \Rightarrow$

$$\frac{S(ABC)}{S(KPC)} = \left(\frac{AC}{KC}\right)^2 \quad (1)$$

т.к. $\frac{S(PKC)}{S(AKP)} = \frac{KC}{AK} = \frac{13}{15} \Rightarrow \frac{KC}{AC} = \frac{13}{28}$ (2)

(2) в (1): $S(ABC) = S(KPC)\cdot\left(\frac{AC}{KC}\right)^2 = 13\cdot\frac{28^2}{13^2} = \frac{28^2}{13} = \frac{784}{13}$

б) $\angle ABC = \alpha = \operatorname{arctg}\frac{4}{7} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{7}$.

$\angle APT = \angle ACT = \alpha$, т.к. опир на одну дугу

(т.к. AT и TC кас $\Rightarrow \triangle ATC$ равнобед $\Rightarrow \angle CAT = \angle ACT = \alpha$).

т.к. $BA \parallel PT \Rightarrow \angle APT = \angle PAB = \alpha \Rightarrow \triangle ABP$ равнобедр.

Проведем высоту PH. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{PH}{AH} = \frac{4}{7} \Rightarrow AH = \frac{7}{4}PH$ (3)

$S(ABP) = AH\cdot HP = S(ABC) - S(PKA) - S(PKC) = \frac{28\cdot 15}{13}$ (4)

(3) в (4): $\frac{7}{4}PH^2 = \frac{28\cdot 15}{13} \Rightarrow PH = 4\sqrt{\frac{15}{13}} \Rightarrow AH = 7\sqrt{\frac{15}{13}}$

$AP = \sqrt{AH^2 + HP^2} = 5\sqrt{3} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{AH}{AP} = \frac{7\sqrt{15}}{13\cdot 5\sqrt{3}} = \frac{7}{13\sqrt{5}}$

$AB = 2AH = 14\sqrt{\frac{15}{13}}$

в $\triangle APC$ $\angle APK = \angle KPC = \alpha \Rightarrow PK$ – биссектр $\Rightarrow \frac{AK}{AP} = \frac{KC}{PC} \Rightarrow$

$PC = \frac{KC\cdot AP}{AK} = \frac{13\sqrt{3}}{3}$; $BC = BP + PC = AP + PC = 5\sqrt{3} + \frac{13\sqrt{3}}{3} = \frac{28\sqrt{3}}{3}$

Используем т. косинусов для $\triangle ABC$: 1

21104460 (U97363 M1304073)