Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104382**

ID профиля: **347119**

Вариант 23

Черновик

№1.

$\div(a_n)$: $a_{n+1} > a_n$, $a_i \in \mathbb{Z}$

$S = S_{1\ldots 6}$

$a_{10}a_{16} > S+39$

$a_{11}a_{15} < S+55$

$a_1 - ?$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{16} = a_1 + 15d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$S = \frac{a_1+a_6}{2}\cdot 6 =$

$= 3(2a_1 + 5d)$

$9 \cdot 15 = 90 + 45$

$d > 0$ по усл.

$$\begin{cases}(a_1+9d)(a_1+15d) > 6a_1 + 15d + 39 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 6a_1+15d+55\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2 + 15da_1 + 9da_1 + 135d^2 \cancel{= 6a_1 - 15d} > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 14a_1d + 10da_1 + \overset{120}{140}d^2 < 6a_1 + 15d + 55\end{cases}$$

$a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55$

70

$\cancel{t > 39}$

$\cancel{t < 55}$

$\cancel{6a_1 + 15d} + 55 - 5d^2 > \cancel{6a_1 + 15d} + 39$

$16 > 5d^2$

$a_{10}a_{16} > S+39$

$(a_{10}+d)(a_{16}-d) < S+55$

$a_{10}a_{16} + a_{16}d - a_{10}d - d^2 < S+55$

$S+55 - a_{16}d + a_{10}d + d^2 > S+39$

$16 - a_1d - 15d^2 + a_1d + 9d^2 + d^2 > 0$

$-5d^2$

$16 > 5d^2$

$d < \sqrt{\frac{16}{5}} \approx \sqrt{3}$

$d = \sqrt{3} > \frac{16}{5}$

$d = 2$ $\quad d^2 > \frac{16}{5}$

$\boxed{d=1}$

$a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0$

$(a_1+9)^2 > 0 \quad a_1 \neq -9$

$a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0$

$a_1^2 + 18a_1 + 81 - 11 < 0$

$(a_1 + 9 - \sqrt{11})(a_1 + 9 + \sqrt{11}) < 0$

$-9 - \sqrt{11} < a_1 < -9 + \sqrt{11}$

$-12 \leq a_1 \leq -6$

$-9 + \sqrt{11} > -6$

$\sqrt{11} > 3$

$3 < \sqrt{11} < 4$

$-9 - \sqrt{11} > -13$

$4 > \sqrt{11}$

$-9 - \sqrt{11} < \boxed{-12}$

$3 < \sqrt{11}$

$\boxed{1}$

21104382 (U347119 M1300429)

Черновик

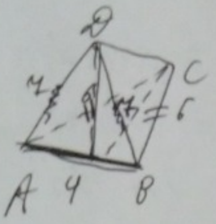
$\boxed{R \text{ наим.}}$ CD - ?

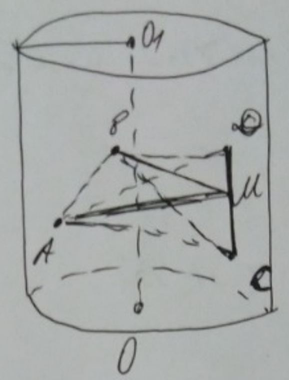
№2.

$AB=4$

$AC=CB=6$

$AD=DB=7$

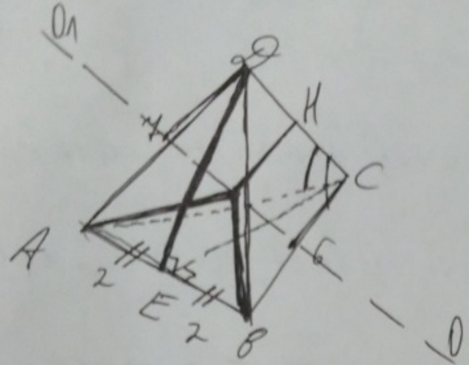




$HD=\sqrt{\ }$

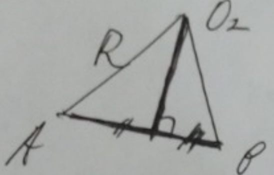
$CH=\sqrt{32-4}=\sqrt{28}$

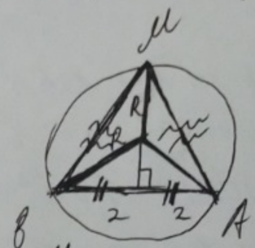
$EH=2.$



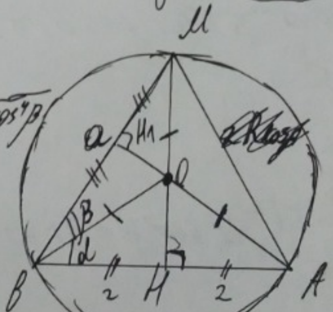
$CE=\sqrt{36-4}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

$ED=\sqrt{49-4}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$





$\boxed{\angle AMB=90^\circ. \quad R=2.}$



$MH=\sqrt{a^2-4}$

$R^2=\dfrac{1}{-\cos^4\beta+4\cos^2\beta}=\dfrac{1}{4\cos^2\beta-\cos^4\beta}$

$R=\dfrac{1}{\sqrt{4\cos^2\beta-\cos^4\beta}}=f(x)^{-1/2}$

$R'=-\dfrac{(-8\cos\beta\sin\beta+4\cos\beta^3\sin\beta)}{2\left(\sqrt{4\cos^2\beta-\cos^4\beta}\right)^{3/2}}\ f(x)^{-3/2}$

$R'=\dfrac{-4\cos^3\beta\sin\beta+8\cos\beta\sin\beta}{2\sqrt{\ }}$

$4\cos\beta\sin\beta(2-\cos^2\beta)$

$\sin2\beta=0$

$\cos\beta=\sqrt{2}$

$\triangle AOB$: по т cos:

$\cancel{R^2}=\cancel{R^2}+16-$

$-2R\cdot4\cos\alpha$

$16=8R\cos\alpha$

$R=\dfrac{2}{\cos\alpha}$

$OH=R\sin\alpha$

$R(\sin\alpha+1)=2\,tg(\alpha+\beta)$

$BH_1=R\cos\beta$

$\cancel{BM=2R\cos\beta}$

$BM=2R\cos\beta$

$4R^2\cos^2\beta=4+(R+R\sin\alpha)^2$

$4R^2\cos^2\beta=4+R^2+2R^2\sin\alpha+R^2\sin^2\alpha$

$4R^2\cos^2\beta=\cancel{4}+R^2+2R\cdot\sqrt{R^2-4}+R^2-\cancel{4}$

$\cos\alpha=\dfrac{2}{R}$

$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{R^2-4}}{R}$

$4R\cos^2\beta=2R+2\sqrt{R^2-4}$

$2R\cos^2\beta-R=\sqrt{R^2-4}$

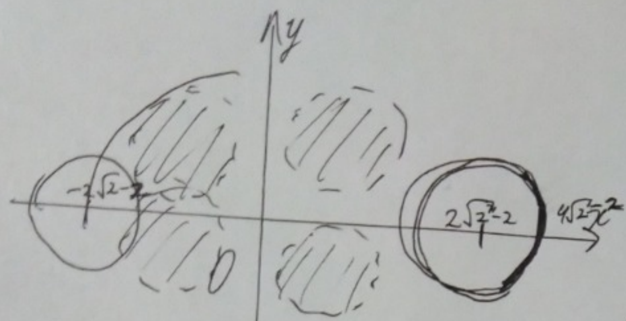
$4R^2\cos^4\beta+\cancel{R^2}-4R^2\cos^2\beta=\cancel{R^2}-4$

$R^2\sin^2\alpha=R^2-4$

$4R^2=\dfrac{-4}{-4\cos^2\beta+\cos^4\beta}$

Черновик.

№3.



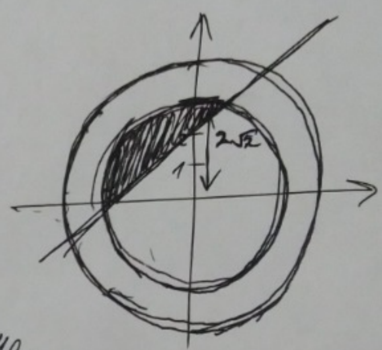
(x;y) $a\in\mathbb{R}$ $b\in\mathbb{R}$

$\exists$ a, b

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 8\\ a^2+b^2\le \min(-4a+4b, 8)\end{cases}$$

① $a^2+b^2\le 8\le -4a+4b$

окр. (a;b), $R=2\sqrt{2}$



② $a^2+b^2\le -4a+4b$. ≤ 8

$a^2+4a+4+b^2-4b+4\le 8$

$(a+2)^2+(b-2)^2\le 8$

$(a+2)^2\le 8$

$a+2\le 2\sqrt{2}$

$a\le 2\sqrt{2}-2=$ $b=0$

$=2(\sqrt{2}-1)$

$-8(\sqrt{2}-1)$

$-4(-2\sqrt{2}-2)=$

$4b\le 8+4a$

$b\le 2+a$

$4b\ge 8+4a$

$b\ge 2+a$

~~ab~~

$(a+2-a)(a+2+a)+(b-2+b)(-2)=0$

$2(2a+2)-2(2b-2)=0$

$a+1-b+1=0$

$a-b+2=0$

$b=a+2$

$8\ge a^2+b^2\ge a^2+4+a^2+4a$

$2a^2+4a-4\le 0$

$a^2+2a-2\le 0$

$a^2+2a+1-3\le 0$

$(a+1-\sqrt{3})(a+1+\sqrt{3})\le 0$

$-1-\sqrt{3}\le a\le -1+\sqrt{3}$

~~...~~

$1+\sqrt{3}\le b$

$2\cdot 1{,}4=2{,}8$

Чистовик

№1.

Дано:

$\div (a_n): a_{n+1} > a_n, \ a_i \in \mathbb{Z}$

$S = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6$

$a_{10} a_{16} > S + 39$

$a_{11} a_{15} < S + 55$

Найти:

$a_1 - ?$

Решение:

1) $a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$a_{16} = a_1 + 15d$

2) $\begin{cases} a_{10} a_{16} > S + 39 & ① \\ (a_{10} + d)(a_{16} - d) < S + 55 & ② \end{cases}$

$\begin{cases} a_{10} a_{16} > S + 39 \\ a_{10} a_{16} + d a_{16} - d a_{10} - d^2 < S + 55 \end{cases}$

$S + 55 + d^2 + d a_{10} - d a_{16} > a_{10} a_{16} > S + 39$

$d^2 + \cancel{d a_1} + 9d^2 - \cancel{d a_1} - 15d^2 + 16 > 0$

$16 > 5d^2$

$-\frac{4}{\sqrt{5}} < d < \frac{4}{\sqrt{5}}$

по условию $a_{n+1} > a_n \Rightarrow d > 0$,

$0 < d < \frac{4}{\sqrt{5}}$; $d \in \mathbb{Z}$, т.к. $a_i \in \mathbb{Z}$

$d = 1$

$2 > \frac{4}{\sqrt{5}}$	$1 < \frac{4}{\sqrt{5}}$
$20 > 16$	$5 < 16$

3) $\begin{cases} a_1^2 + 24 a_1 d + 135 d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 24 a_1 d + 140 d^2 < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$

$d = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 18 a_1 + 81 > 0 & ③ \\ a_1^2 + 18 a_1 + 70 < 0 & ④ \end{cases}$

③ $(a_1 + 9)^2 > 0$

$a_1 \neq -9$

④ $(a_1 + 9 - \sqrt{11})(a_1 + 9 - \sqrt{11}) < 0$

$-9 - \sqrt{11} < a_1 < -9 + \sqrt{11}$

$-12 \leq a_1 \leq -6$

$-9 - \sqrt{11} > -13$	$-9 - \sqrt{11} < -12$
$4 > \sqrt{11}$	$3 < \sqrt{11}$
$-9 + \sqrt{11} > -6$	$-9 + \sqrt{11} < -5$
$\sqrt{11} > 3$	$\sqrt{11} < 4$

4) $a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}$

Ответ: $-12; -11; -10; -8; -7; -6$.

1

21104382 (U347119 M1300429)

Чистовик

№2.

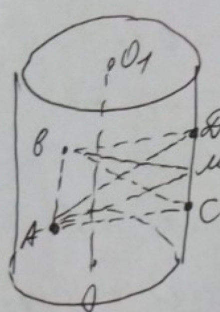
Дано: $AB=4$; $AC=CB=6$;

$AD=DB=7$

CD – ?

$CD \parallel OO_1$

R наим.



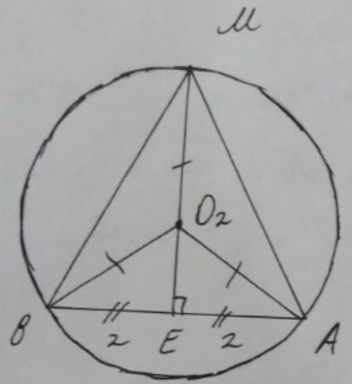
Решение:

1) $AM \perp CD$, $BM \perp CD$ $\Rightarrow$ $CD \perp (ABM)$ по призн. $\perp$ прям. и плоскос.

2) $OO_1 \parallel CD$, $CD \perp (ABM)$ $\Rightarrow$ по св-ву $\parallel$ прямых: $OO_1 \perp (ABM)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ по св-ву цилиндра A, B, M лежат на 1 окружности.

3)



$\triangle AMC = \triangle BMC$, т.к. $\angle M = 90°$, $AC = BC$, MC – общ, по катету и гипотенузе $\Rightarrow$ $AM = BM$ $\Rightarrow$

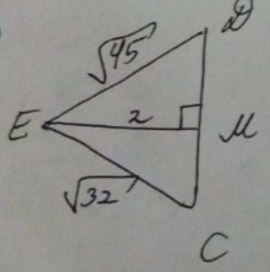
$\Rightarrow$ $\triangle ABM$ – р/б по опр.

если $O_2E \neq 0$, то $AO_2 = \sqrt{AE^2 + O_2E^2}$, т.е. $R \geq 2$ $\Rightarrow$ R наим $= 2$ $\Rightarrow$ $\triangle AMB$, $\angle M = 90°$ по св-ву прямоуг. $\triangle$.

4) $\triangle ABC$ – р/б, CE – мед $\Rightarrow$ $CE \perp AB$; $CE = \sqrt{36-4} = \sqrt{32}$

$\triangle ABD$ – р/б, DE – мед $\Rightarrow$ $DE \perp AB$; $DE = \sqrt{49-4} = \sqrt{45}$.

5)



$MC = \sqrt{32-4} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$MD = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$

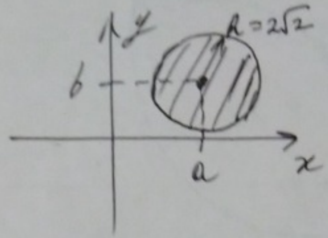
$CD = 2\sqrt{7} + \sqrt{41}$

Ответ: $CD = 2\sqrt{7} + \sqrt{41}$.

Чистовик.

№3.

1) $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$ — множество точек пл-и, ограниченный ~~окружностью~~ с центром в точке $(a; b)$, $R = 2\sqrt{2}$.



2) $a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)$

$a^2+b^2 \le -4a+4b \le 8$

$a^2+b^2+4a-4b \le 0$

$a^2+b^2+4a-4b+4+4 \le 8$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$

$4b \le 8+4a$

$b \le 2+a$

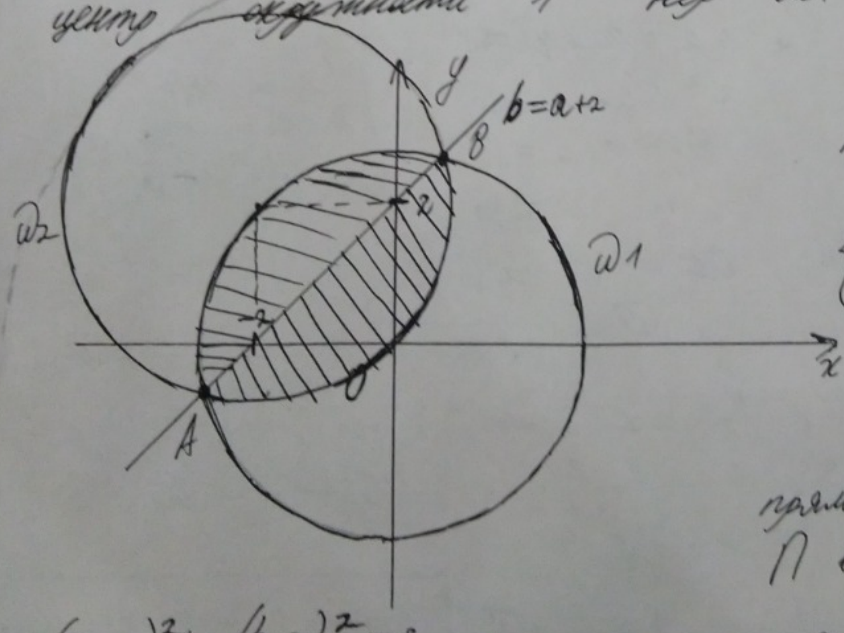
$a^2+b^2 \le -4a+4b$

$a^2+b^2 \le 8$ — окружность с центром $(0;0)$, $R=2\sqrt{2}$

$4b-4a \ge 8$

$b \ge 2+a$

Найдём множество точек, где может располагаться центр окружности $1^{\text{ого}}$ нер-ва:



Найдём точки пересечения графиков окружностей:

$$\begin{cases} (a+2)^2+(b-2)^2=8 \\ a^2+b^2=8 \end{cases}$$

$(a+2-a)(a+2+a)+(b-2-b)(b-2+b)=0$

$b = a+2$, т.е.

прямая $b=a+2$ и окружн. $\cap$ в двух точках A и B.

$(a+2)^2+(b-2)^2=8$

$a=0; b=0$

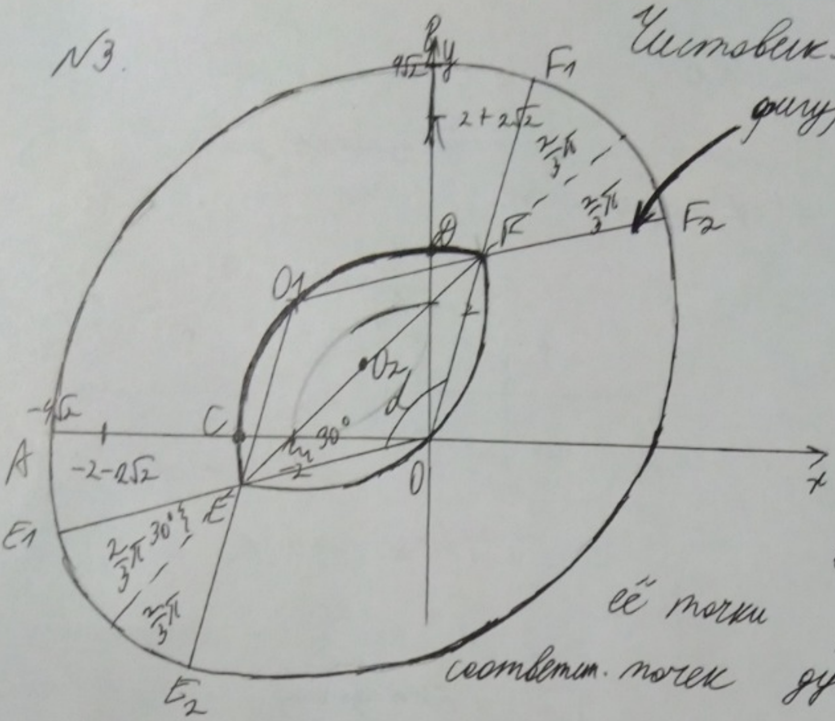
$4+4=8 \Rightarrow$ точка $(0;0)$ лежит на этой окружности.

$a^2+b^2=8$

$a=-2; b=2$

$4+4=8 \Rightarrow$ точка $(-2;2)$ лежит на этой окр.

№3. Чистовик.



фигура M.

(точнее дуга $\breve{DC}$)

1) $\breve{CD}$ – дуга окр. $D1$ (назовём так окр. с центром $(0;0)$)

окр. с центром $(-2;2)$ назовём $D2$.

⇓

$\breve{BA}$ – дуга окр., т.к. все её точки удалены от соответств. точек дуги $\breve{DC}$ на $2\sqrt{2}$.

2) данное утверждение можно обобщить на дуги $\overset{\frown}{F_1AE_1}$ и $\overset{\frown}{E_2F_2}$

3) $\overset{\frown}{E_1E_2}$ и $\overset{\frown}{F_2F_1}$ – дуги окр. с центрами в точках E и F соот.

4) найдём координаты точек E и F:

$$\begin{cases} a^2+b^2=8 \\ b=a+2 \end{cases} \qquad a^2+a^2+4a+4=8$$

$$a^2+2a-2=0$$

$$D1 = 1+2 = \sqrt{3}$$

$$a = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=-1+\sqrt{3} \\ b=1+\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} a=-1-\sqrt{3} \\ b=1-\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$$

5) $S_{EO_2FO_1}$: ΔEOF, $OE = OF = 2\sqrt{2}$,

$$EF = \sqrt{(-1+\sqrt{3}+1+\sqrt{3})^2+(1+\sqrt{3}-1+\sqrt{3})^2} = \sqrt{12+12} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

по т cos: $EF^2 = 2EO^2 - 2EO^2\cos\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{2\cdot 8-24}{2\cdot 8} = \frac{16-24}{16} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120°.$$

сектор: $S_{FOE} = \frac{120°}{360°}\cdot\pi R^2 = \frac{1}{3}\pi\cdot 8 = \frac{8}{3}\pi$

сегм: $S_{EFO1} = \frac{8}{3}\pi - \frac{1}{2}\cdot 8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}$

$-\frac{1}{2}EO^2\sin 120°$

$S_{EOFO1} = 2S_{EFO1} = \frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}$

сек: $S_{E1OF1} = \frac{1}{3}\pi\cdot(4\sqrt{2})^2 = \frac{32}{3}\pi$

$S_{E1EE2} = \frac{60°}{360°}\cdot\pi(\sqrt{2}\cdot 2)^2 = \frac{8\pi}{6} = \frac{4}{3}\pi.$

площадь фигуры M:

$2\cdot\frac{32}{3}\pi - 2\cdot 2\sqrt{3} + \frac{4}{3}\pi\cdot 2 =$

$= \frac{64}{3}\pi + \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} =$

$= \frac{72}{3}\pi - 4\sqrt{3} = 24\pi - 4\sqrt{3}$

4

Ответ: $24\pi - 4\sqrt{3}$.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104382**

ID профиля: **347119**

Вариант 23

Чистовик.

№4.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=22 \\ НОК(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$$ => все числа содержат только 1 множитель 22

1) $22\cdot 11^k$; $22\cdot 2^l$; $22\cdot 2^m\cdot 11^n$

1) $k=18$, $l=15$ => $0\le m\le 15$, $0\le n\le 18$

2) $k=18$, $m=15$

3) $n=18$, $m=15$

4) $n=18$, $l=15$

всего вариантов: $16\cdot 19\cdot 4=64\cdot 19=$
$=1216$

вариант: $k=18$, $l=15$, $m=15$, $n=18$
учтён 4 раза:
$1216-3=1213$

2) 22; $22\cdot 2^k\cdot 11^n$; $22\cdot 2^m\cdot 11^l$

1) $k=15$, $n=18$ $\quad 1\le m\le 15$, $1\le l\le 18$

2) $k=15$, $l=18$

3) $m=15$, $n=18$

4) $m=15$, $l=18$

но 1 и 4; 2 и 3 дают одинаковые тройки чисел =>

=> вариантов: $2\cdot 15\cdot 18-1=$

$=30\cdot 18-1=540-1=539$

(вариант 22; $22\cdot 2^{15}\cdot 11^{18}$; $22\cdot 2^{15}\cdot 11^{18}$) учитывается 2 раза.

всего неповторяющихся троек: $1213+539=1752$

упорядочим числа в тройках:

$1752\cdot 3!=1752\cdot 6=10512$

из тройки $(a;a;b)$ можно получить только 3 варианта, поэтому: $10512-3=10509$

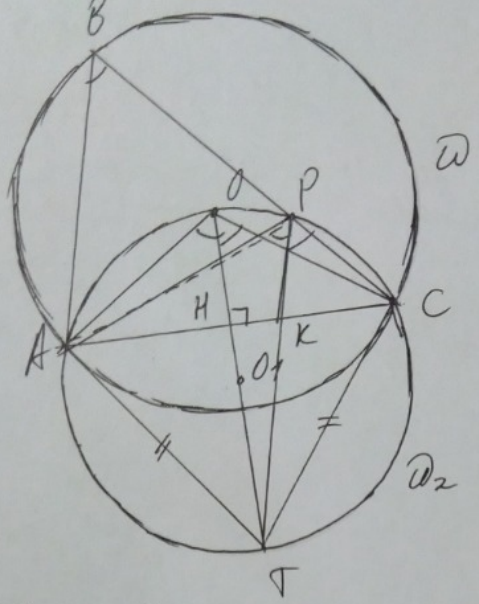
<u>Ответ: 10509.</u>

1

21104382 (U347119 M1300430)

Чистовик

№6.



1) $\angle OAT = \angle OCT = 90° \Rightarrow$ по св-ву четырехугольника $OATC$ вписан в ω_2.

2) $AT = TC$ по св-ву кас $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle AOT = \angle TOC = \angle APT = \angle TPC$ т.к. они впис. $\angle$ и опир. на равные дуги.

3) $\triangle AOC$ – р/б по опр. $(AO = OC = R) \Rightarrow$
$\Rightarrow OH \perp AC$; OH – мед. по св-ву р/б $\triangle$.

4) $\frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{15}{13}$ $\quad AK = 15x$; $KC = 13x$.

5) $\angle ABC = \angle KPC$, т.к. $\angle ABC$ – впис. опир. на $\overset{\frown}{AC}$; $\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$.

6) $AB \parallel PK$, т.к. $\angle B = \angle P$ – соот. при сек. BC по призн. $\parallel$ пр.

7) $\triangle PKC \sim \triangle BAC$, т.к. $\angle P = \angle B$, $\angle C$ – общ. по I пр $\sim \triangle \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = \left(\frac{AC}{KC}\right)^2 = \left(\frac{28x}{13x}\right)^2 = \frac{28^2}{13^2}$

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{13 \cdot 28^2}{13^2} = \frac{28^2}{13} = \frac{28^2}{13}}$$

$PC = 13y$; $AP = BP = 15y$ по св-ву биссек. $\triangle APC$, PK – биссек.

б) 1) $S_{APC} = \frac{1}{2} \cdot 13y \cdot 15y \sin 2\alpha = 28$

$\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$

$\cos\alpha = \frac{7}{\sqrt{65}}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{7}$

$\cancel{28} \cdot \cancel{2} = \cancel{13} \cdot \overset{3}{\cancel{15}} y^2 \cdot \cancel{2} \cdot \frac{4 \cdot \cancel{7}}{\cancel{65}\ \cancel{13}}$

$y^2 = \frac{1}{3}$

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$AP = \frac{15}{\sqrt{3}}$

$PC = \frac{13}{\sqrt{3}}$

2) $\triangle APC$, по т cos: $AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC \cdot \cos 2\alpha$

$AC^2 = 5 \cdot 15 + \frac{169}{3} - 2 \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \cdot 13}{\cancel{3}} \cdot \left(\frac{49}{65} - \frac{16}{65}\right) = 75 + \frac{169}{3} - 2 \cdot (33) =$

$= 9 + \frac{169}{3} = \frac{196}{3}$

$AC = \frac{14\sqrt{3}}{3}$

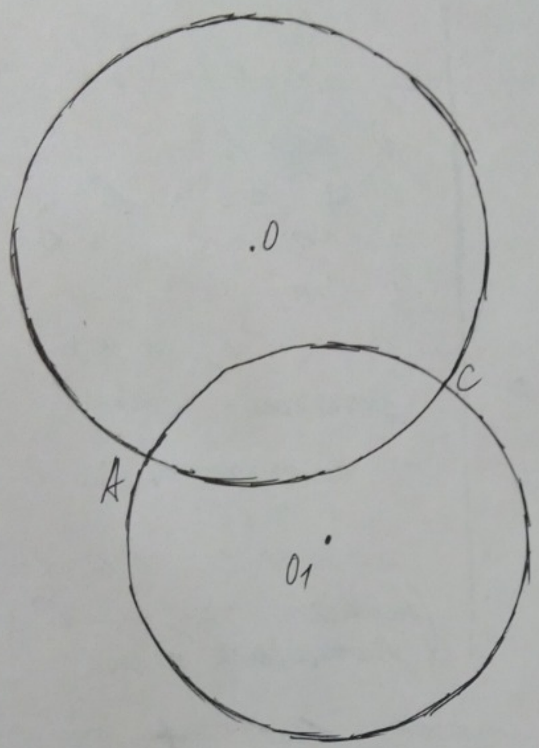
Ответ: $S_{ABC} = \frac{784}{13}$; $AC = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.

2

21104382 (U347119 M1300430)

[illegible] Черновик

№6.



3

Черновик.

№4.

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 22 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 2^{16} \cdot 11^{19} \end{cases}$$

кол-во $(a;b;c)$ - ?

$a, b, c \in \mathbb{N}$ $\mathbb{N}$

НОД$(a;b;c) = 1 \Rightarrow$ ни одно число $\neq 1$, $\neq 11, \neq 2$.

$2^{a1} \cdot 11^{a2}$; $2^{b1} \cdot 11^{b2}$; $2^{c1} \cdot 11^{c2}$

~~если $a1, a2, b1, b2, c1$~~ $a > 22$, $b > 22$, $c > 22$, то НОД $> 22 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~пусть $a = 22$~~ хотя бы 1 число равно ~~22~~.

$22 \cdot 11^k$, $22 \cdot 2^l$, $22 \cdot 2^m \cdot 11^n$ | 22; $22 \cdot 2^k \cdot 11^n$; $2^m \cdot 11^l \cdot 22$

~~22, $22 \cdot 2^k$~~

$a; a; b$

НОК$(22; 22 \cdot 11) = 22 \cdot 11$

$m \leq 15$, $n \leq 18$

$l = 15$; $k = 18$. $\nexists m, n \in \mathbb{N}$

~~$16 \cdot 19$~~

$15 \cdot 18$

$l = 15$, $n = 18$

$m = 15$, $k = 18$

$m = 15$, $n = 18$

$n = 18$, $k = 15$

$n = 18$, $m = 15$

$l = 18$, $k = 15$

$l = 18$, $m = 15$

$16 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 2 = 16 \cdot 8 \cdot 19 = 128 \cdot 19 = 2432$

$3! = 2 \cdot 3 = 6$

14592.

$64 \times 19 = 1216$; $16 \times 8 = 128$; $128 \times 19 = 2432$; $2432 \times 6 = 14592$; $1752 \times 6 = 10512$

1) $22 \cdot 11^{18}$; $22 \cdot 2^{15}$; $22 \cdot 2^m \cdot 11^n$

$m = 0$, $n = 18$

$n = 0$, $m = 15$

$n = 0$, $m = 0$

$15 + 18 + 1 = 16 + 18 = 34$

2) $k \leq 17$ $m = 0$

$k = 0$, $m \leq 15$

$k = 0$, $m = 0$

$17 + 18 + 1 = 36$

$(20 + 8)^2$

$400 + 320 + 64$

1

Черновик.

№5.

$a=b, \quad c=a+1$

$a=\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$

$b=\log_{(x+4)^2}(x+34)$

$c=\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x>-34 \\ x>-23/2 \\ -x-4>0,\ x>-4 \\ 2x+23\neq 1,\ x\neq -\frac{22}{2} \\ x+34\neq 1 \quad x\neq -33 \end{cases}$$

$x\neq -11$

$-\frac{23}{2}<x<-4$

$-11{,}5$

$x<-4$

$(x+4)^2\neq 1$

$x+4\neq 1$

$x+4\neq -1,\ x\neq -5$

$x+4>0$

$a=2\log_{x+34}(2x+23)$

$b=\frac{1}{4}\log_{(x+4)}2(x+34)$

$c=2\log_{2x+23}(-x-4)$

$a=b$ ①

$b=c$ ②

$a=c$ ③

① $\cancel{\log_{x+34}(2x+23)^2=\log_{(x+4)}\sqrt{x+34}}$ $\quad \log_{x+34}(2x+23)\cdot\log_{(x+34)}(x+4)=\frac{1}{4}$

$4\dfrac{\lg(2x+23)\lg(x+4)}{\lg^2(x+34)}=1$

$2\dfrac{\lg(-x-4)}{\lg(2x+23)}=2\lg_{(x+34)}(2x+23)+1$

$\frac{1}{2}\dfrac{\lg(x+34)}{\lg(x+4)}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} \sqrt{x+34}\neq 1 \\ (x+4)^2\neq 1 \\ \sqrt{2x+23}\neq 1 \\ -x-4>0,\ x<-4 \\ x+34>0,\ x>-34 \\ x>-11{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -11{,}5<x<-4 \\ x\neq -5 \\ x\neq -11 \end{cases}$$

$a=c$

$\dfrac{\lg(2x+23)}{\lg(x+34)}=\dfrac{\lg(-x-4)}{\lg(2x+23)}$

$c+1=\lg_{(2x+23)}(x^2+8x+16)(2x+23)$

12

Черновик.

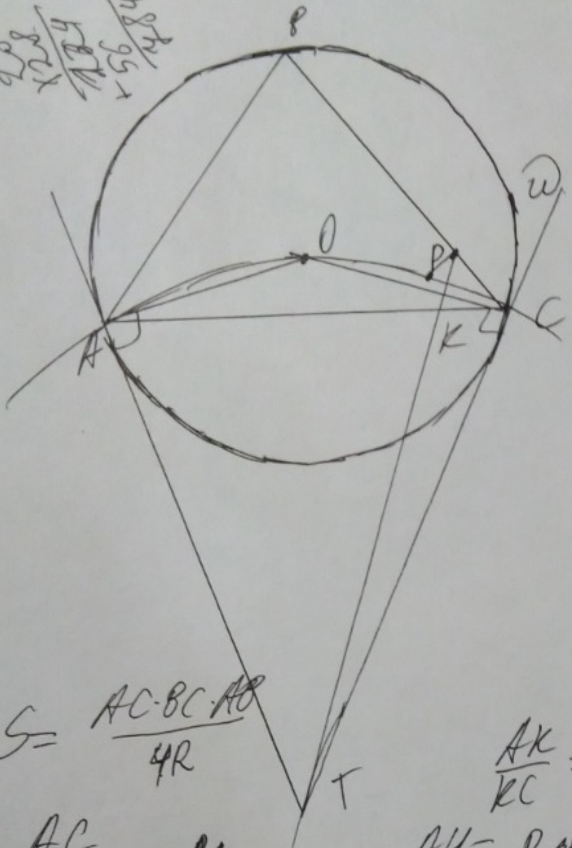
№6.

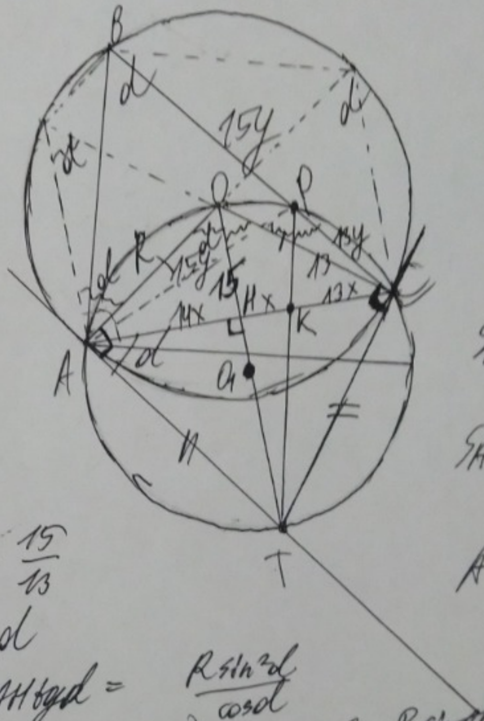
$S_{APK} = 85$

$S_{CPK} = 13$

а) S_{ABC}

б) $\angle AC - ?$ $\angle ABC = \operatorname{arctg} 4/7$





$\frac{AP}{PC} = \frac{15}{13}$

$PC = 13y$

$AP = 15y$

$S_{APC} = \frac{1}{2} \cdot 13y \cdot 15y \cdot \sin 2\alpha$

$S_{APB} = \frac{1}{2} \cdot 13y \cdot$

$AP = BP = = 15y$

$S = \frac{AC \cdot BC \cdot AB}{4R}$

$\frac{AK}{KC} = \frac{15}{13}$

$\frac{AC}{\sin 2\alpha} = 2R_1$

$AH = R \sin\alpha$

$HT = AH \operatorname{tg}\alpha = \frac{R\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$

$\frac{1}{2}\left(R\cos\alpha + \frac{R\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\right) = \frac{R\sin\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}$

$49 - 16 =$

$7 = 39 - 6 = 33$

$OH = R\cos\alpha$;

$\angle ABC = \operatorname{arcctg} 4/7 = \alpha$

$AB \parallel PT \Rightarrow$

$\frac{14}{\frac{28}{\cos\alpha}} = \frac{15}{}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{7}$ $16x + 49x = 1$

$x = \frac{7}{65} = \frac{1}{65}$

$\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$ / $\cos\alpha = \frac{7}{\sqrt{65}}$

$R_1 = \frac{\overset{28x}{AC}}{2\sin 2\alpha} = \cancel{\frac{15x}{\sin\alpha}}$

$AC^2 = 2R^2 - 2R^2\cos 2\alpha =$
$= 2R^2(1 - \cos 2\alpha)$

$(28x)^2 = 2 \cdot \frac{(14x)^2}{\sin^2\alpha}(1 - \cos 2\alpha)$

$R = \frac{\overset{28x}{AC}}{2\sin\alpha} = AO = OC$

$R = \frac{14x}{\sin\alpha}$

$S_{APC} = \frac{1}{2} \cdot 15y \cdot 13y \cdot \sin 2\alpha = 28.$

4