Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104304**

ID профиля: **271725**

Вариант 23

Чистовик

~~Задача~~ Страница 1

1) Пусть d – разность арифметической прогрессии.

Тогда $a_n = a_1 + (n-1)d \; \forall n \geq 1$.

По условию $a_{10}a_{16} > S + 39$ и $S + 55 > a_{11}a_{15}$. Сложив, получим, что $a_{10}a_{16} + 16 > a_{11}a_{15}$, т.е. что

$$(a_1+9d)(a_1+15d)+16 > (a_1+10d)(a_1+14d)$$

$$a_1^2 + 24a_1d + 135d^2 + 16 > a_1^2 + 24a_1d + 140d^2$$

$$16 > 5d^2$$

$d^2 < \frac{16}{5} < 4$. По условию, прогрессия возрастающая и все члены целые, значит $d \in \mathbb{N} \Rightarrow d^2 < 4 \Leftrightarrow d < 2 \Leftrightarrow d = 1$.

$$S + 55 > a_{11}a_{15} = (a_1+10)(a_1+14).$$

$$S = a_1 + (a_1+1) + \ldots + (a_1+5) = 6a_1 + 15$$

$$S + 55 = 6a_1 + 70$$

$$6a_1 + 70 > a_1^2 + 24a_1 + 140$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 81 < 11$$

$(a_1+9)^2 < 11$, $a_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow a_1 + 9 \in \{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$.

С другой стороны, $a_{10}a_{16} > 6a_1 + 15 + 39$

$$(a_1+9)(a_1+15) > 6a_1 + 54$$

$$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 54$$

$$a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0$$

$$(a_1+9)^2 > 0 \Rightarrow a_1 + 9 \neq 0.$$

Таким образом, $a_1 \in \{-12,-11,-10,-8,-7,-6\}$. Все рассуждение верно в обе стороны, значит это ограничение на a_1 является достаточным.

Ответ: $a_1 \in \{-12,-11,-10,-8,-7,-6\}$

Чистовик

Страница 2

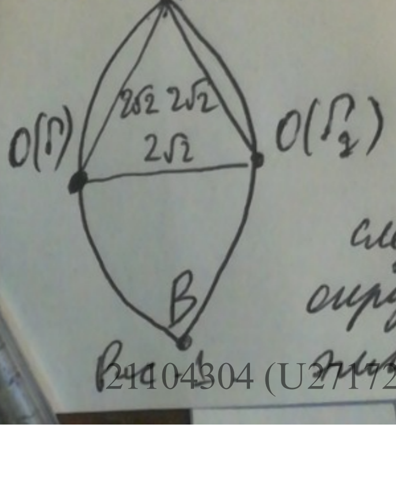
3) Если $a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)$, то

$$a^2+b^2 \le -4a+4b$$
$$a^2+4a+b^2-4b \le 0$$
$$a^2+4a+4+b^2-4b+4 \le 8$$
$$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8, \text{ а также } a^2+b^2 \le 8. \quad (1)$$

Докажем, что если пара чисел (a, b) удовлетворяет неравенствам (1), то $a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)$. Действительно, $(a+2)^2+(b-2)^2 = a^2+4a+b^2-4b+8 \Rightarrow (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \Leftrightarrow a^2+4a+b^2-4b \le 0 \Leftrightarrow a^2+b^2 \le 4b-4a$, а т.к. $a^2+b^2 \le 8$

имеем $\begin{cases} a^2+b^2 \le 4b-4a \\ a^2+b^2 \le 8 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)$.

Понятно, что если пара чисел (a, b) удовлетворяет (1), то точки (a, b) и $(a+2, b-2)$ лежат внутри окружности Γ с центром в $(0,0)$ и радиусом $2\sqrt{2}$. Это значит, что точки вида $(a+2, b-2)$ лежат в пересечении Γ и Γ_1, окружности, получающейся из Γ параллельным переносом на $(2, -2)$. Они образуют фигуру вида $()$, и точки (a, b) образуют такую же фигуру (равную), потому что получаются из $(a+2, b-2)$ параллельным переносом. Заметим, что вектор параллельного переноса также имеет длину $2\sqrt{2}$, поэтому фигура S из точек (a, b) будет иметь вид как на рис. 1. Мы ищем ГМТ точек, для которых расстояние до точки (a, b) не более $2\sqrt{2}$. Чтобы её построить, следует в каждой точке на границе S построить окружность с радиусом $2\sqrt{2}$. Результатом будет эллипс, касающийся окружностей



C

Чистовик

Страница 3

центрами $A, O(\Gamma)$_ $O(\Gamma_1), B$ и радиусами $2\sqrt{2}$. Понятно, что его центром будет середина AB, а длина большего радиуса $= OA + 2\sqrt{2} = \sqrt{6} + 2\sqrt{2}$, длина меньшего радиуса $= OO(\Gamma) + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$. Тогда в декартовых координатах, в которых $O = (0,0)$, а фокусы лежат на Ox эллипс будет иметь уравнение $\frac{x^2}{(2\sqrt{2}+\sqrt{6})^2} + \frac{y^2}{(3\sqrt{2})^2} = 1$. Половина ~~площади~~ эллипса с положительным y будет задаваться функцией $y = 3\sqrt{2}\sqrt{1 - \frac{x^2}{(2\sqrt{2}+\sqrt{6})^2}}$, тогда площадь, её ограничивающая, равна $\int\limits_{-2\sqrt{2}-\sqrt{6}}^{2\sqrt{2}+\sqrt{6}} 3\sqrt{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{(2\sqrt{2}+\sqrt{6})^2}}\,dx$. Пусть $2\sqrt{2}+\sqrt{6} = c$. Найдем $\int\limits_{-c}^{c}\sqrt{1-\frac{x^2}{c^2}}\,dx$. Сначала найдём $\int\sqrt{1-\frac{x^2}{c^2}}\,dx$, затем по формуле Ньютона-Лейбница найдём $\int\limits_{-c}^{c}\sqrt{1-\frac{x^2}{c^2}}\,dx$. Полученное выражение следует умножить на 2, чтобы посчитать площадь нижней половины эллипса также.

Черновик

$a_{10}a_{16} > S+39$

$\cancel{a_{11}a_{15} < S+35}$

$S+55 > a_{11}a_{15}$

$a_{10}a_{16}+16 > a_{11}a_{15}$

$a_1^2+24a_1d+135d^2+16 > a_1^2+24a_1d+140d^2$

$16 > 5d^2$

$1 \le d < \frac{4}{\sqrt{5}} < 2$

$d=1$

$(a_1+9)(a_1+15) > 6a_1+15+39$

$a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+54$

$a_1^2+18a_1+81 > 0$

$(a_1+9)^2 > 0$

$(a_1+10)(a_1+14) < 6a_1+\cancel{15}+55$

$a_1^2+24a_1+140 < 6a_1+70.$

$a_1^2+18a_1+70 < 0.$

$(a_1+9)^2 < 11.$

$a_1+9 = 3, 2, 1$

$a_1 = -6, -7, -8$

Черновик

$(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2 = 2+6+2\sqrt{12}$ 5

$18-6=12=2\sqrt{3}$ $(2\sqrt{2}+2\sqrt{6})^2$

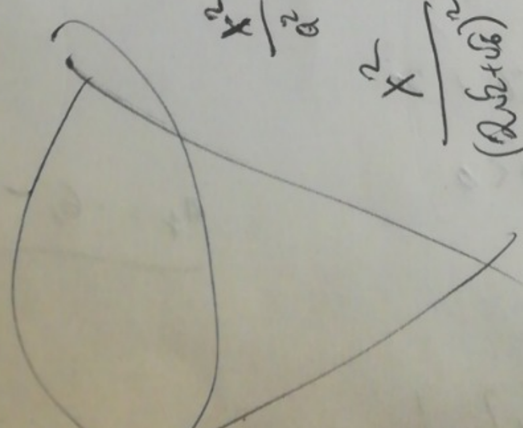
$\sqrt{3}$ $2\sqrt{6}+$

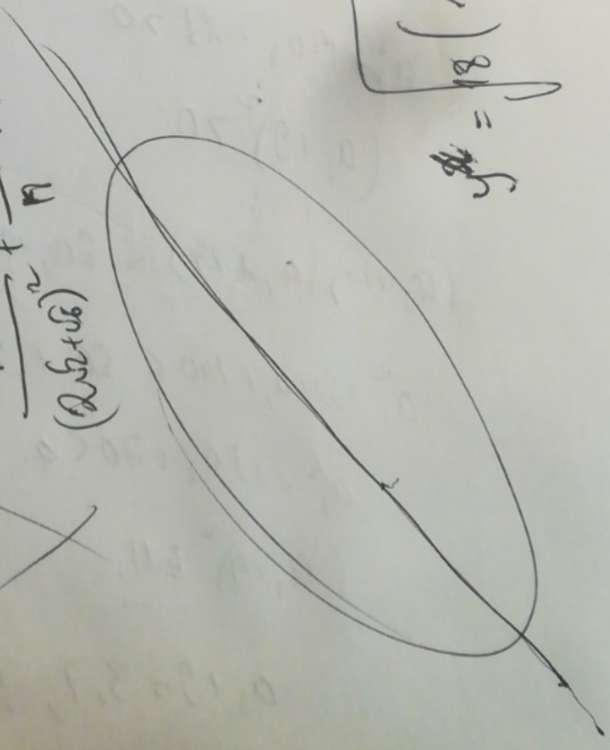
$y = \sqrt{18\left(1-\frac{x^2}{(2\sqrt{2}+\sqrt{6})^2}\right)}$

$\sqrt{18\left(1-\frac{x^2}{(2\sqrt{2}+\sqrt{6})^2}\right)}$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{(2\sqrt{2}+\sqrt{6})^2}+\frac{y^2}{18}=1$





21104304 (U271725 M1301287)

Черновик

6

$(1-x)$

$\sqrt{1-\frac{x^2}{c^2}}$

$3(\frac{1}{x}-x)x$

$\cancel{x+x^3}$

$\frac{1-x^2}{3x}=\frac{t}{t'}$

$\frac{x^2-x+8}{2x-8x^3}$

$\left(\frac{1-x^2}{-2x}\right)\cdot-\frac{2}{3}$

$2x(x-2x^2)$

$\frac{1-x^3}{}$

$\frac{1}{3x}+\frac{x}{3}$

$1-x$

$\frac{f}{f'}\cdot c=\frac{t}{t'}$

$t=\cancel{ux}+x$

$(1-x^2)(u'x+u)=3ux^2$

$t=ux$

$t'=\cancel{ux}\ u'x+u.$

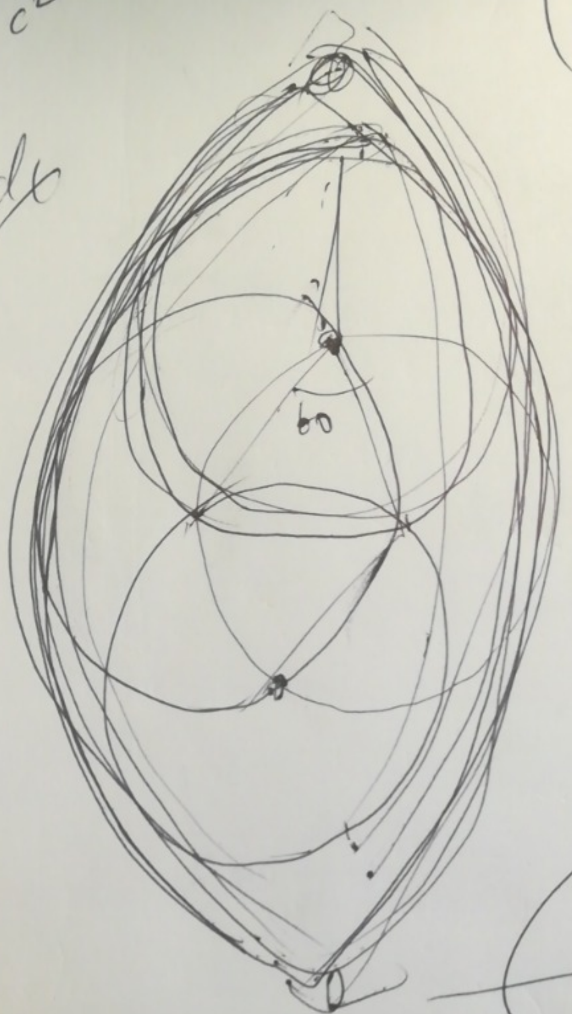
21104304 (U271725 M1301287)

Черновик

$1-\frac{x^2}{c^2}$

$\left(\left(1-\frac{x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}\right)' = \frac{3}{2}\cdot\left(1-\frac{x^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot -2\frac{x}{c^2}$

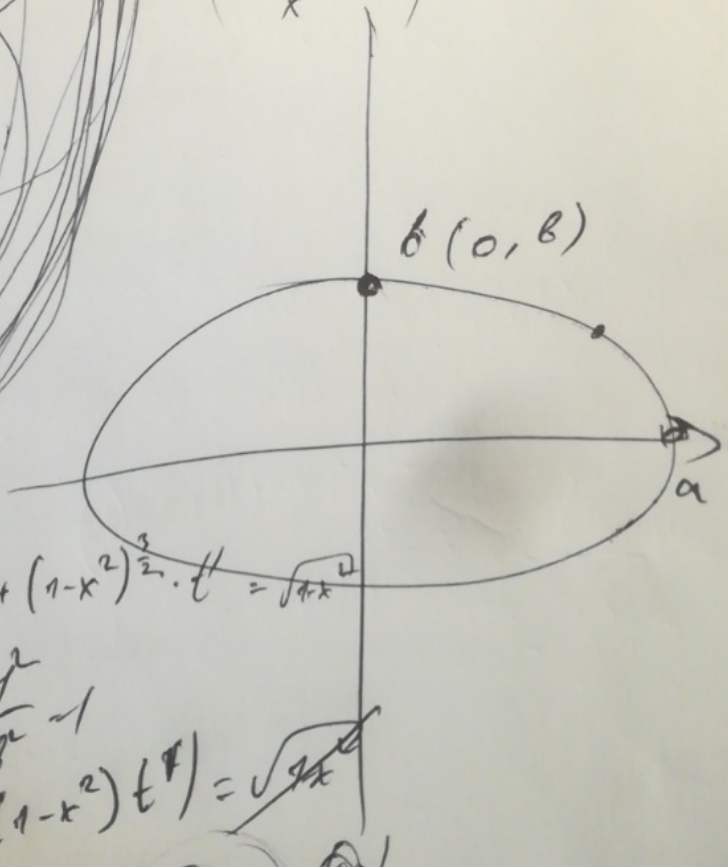
$\int\sqrt{1-x^2}\,dx$



$1-\frac{x^2}{c^2}$

$\left(\frac{\left(1-\frac{x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{x}\right)'$

lipet



$\ln(1-x^2)$

$\left(\left(1-x^2\right)^{\frac{3}{2}}\cdot t\right)' = \frac{3}{2}\cdot\sqrt{1-x^2}\cdot(-2x)\cdot t + (1-x^2)^{\frac{3}{2}}\cdot t' = \sqrt{1-x^2}$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\sqrt{1-x^2}\left(-3tx+(1-x^2)t'\right) = \sqrt{1-x}$

$\left(\left(1-\frac{x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\frac{1}{x}\right)' =$

$C(1-x^2)$

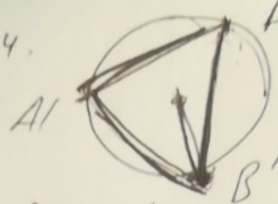
$(1-x^2)t' = 3x$

$(1-x^2)\cdot C\cdot -2x = 3C(1-x^2)x$

Черновик

$a_n = a_1 + (n-1)d$

4.



$r < r_0$

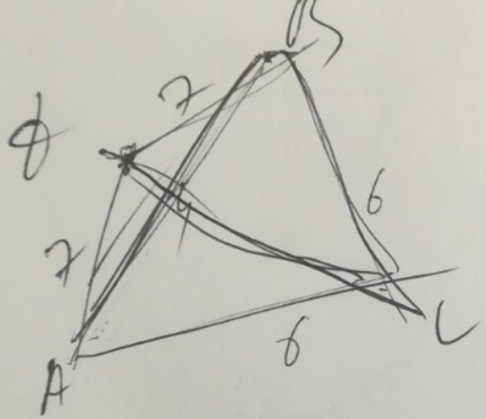
8

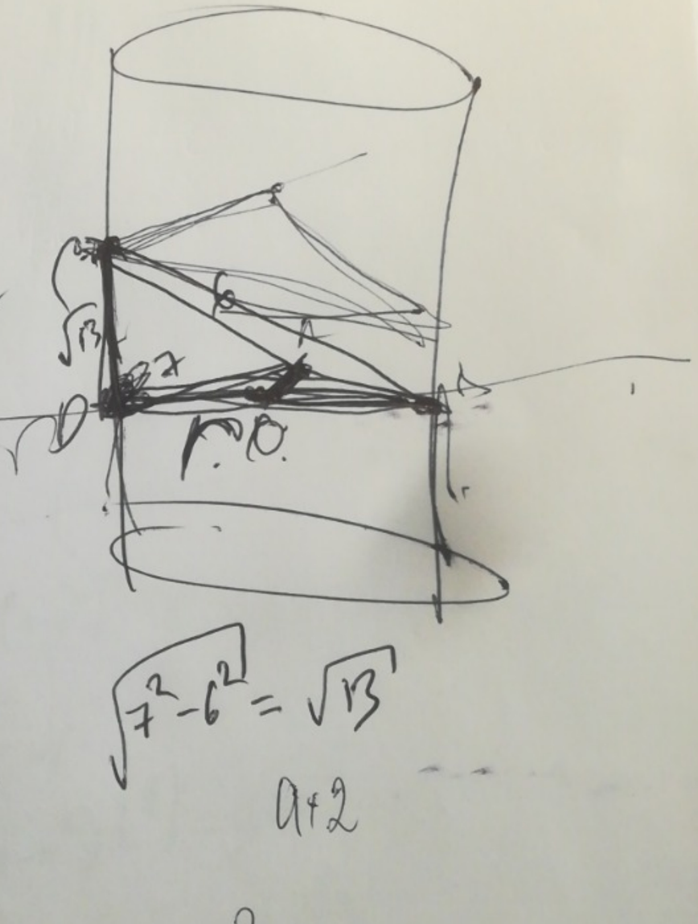
$a_1 + a_1 + d + \dots + a_1 + 5d$

$6a_1 + 15d$

$a_{10} a_{16} = (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 6a_1 + 15d + 39$

$(a_1 + 12d)^2 - (3d)^2$





$OD < 13$

5.

$a^2 + b^2 \leq 8$

$(a+2)^2 + (b-2)^2 \leq 8$

$\sqrt{7^2 - 6^2} = \sqrt{13}$

$a+2$

$a^2 + b^2 \leq -4a + 4b$

$a^2 \leq$

$a^2 + 4a + b^2 - 4b \leq 0$

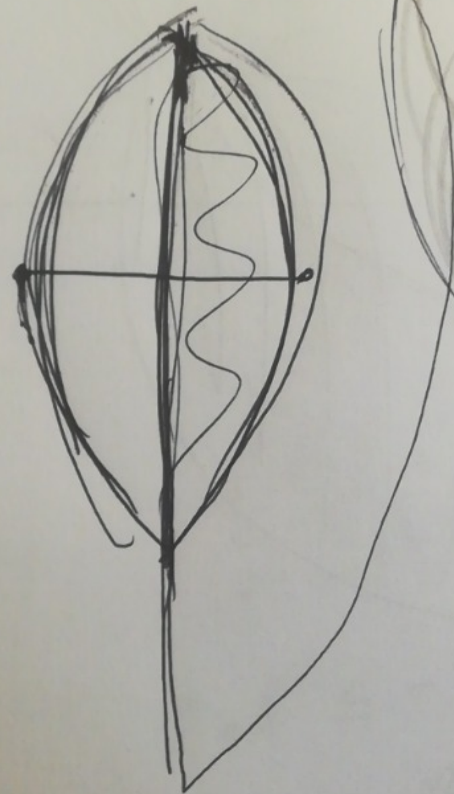
$a^2 + 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 \leq 8$

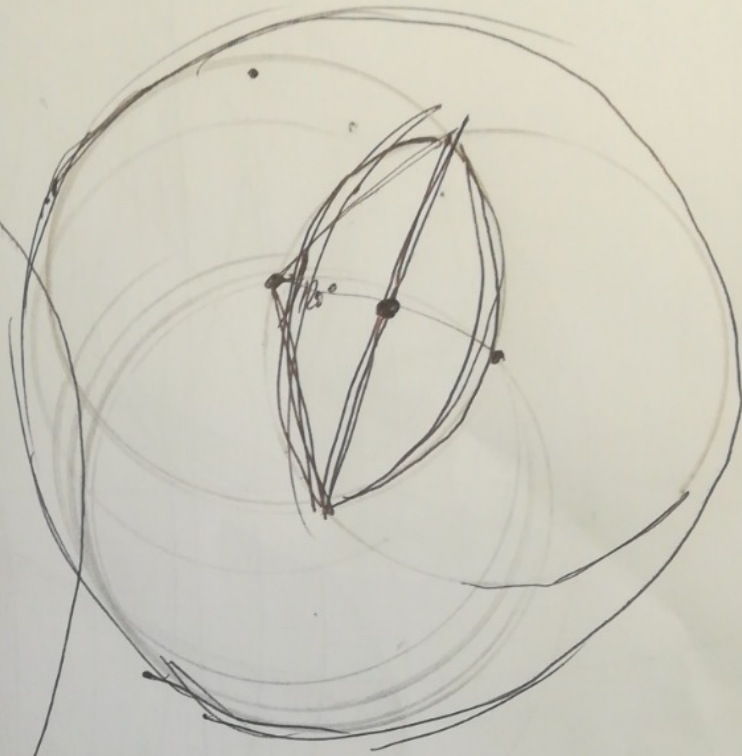
$(a+2)^2 + (b-2)^2 \leq 8$

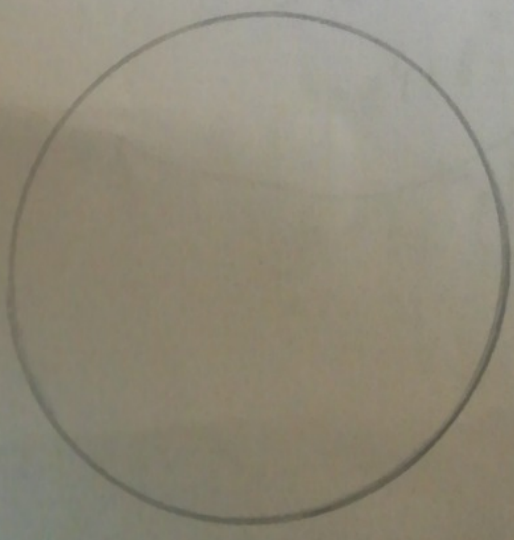
$(a+2)$

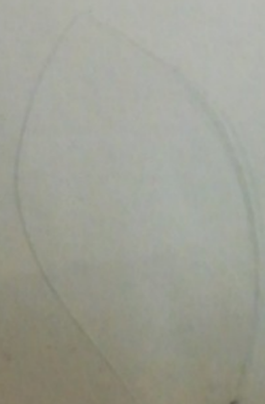
21104304 (U271725 M1301287)

Черновик

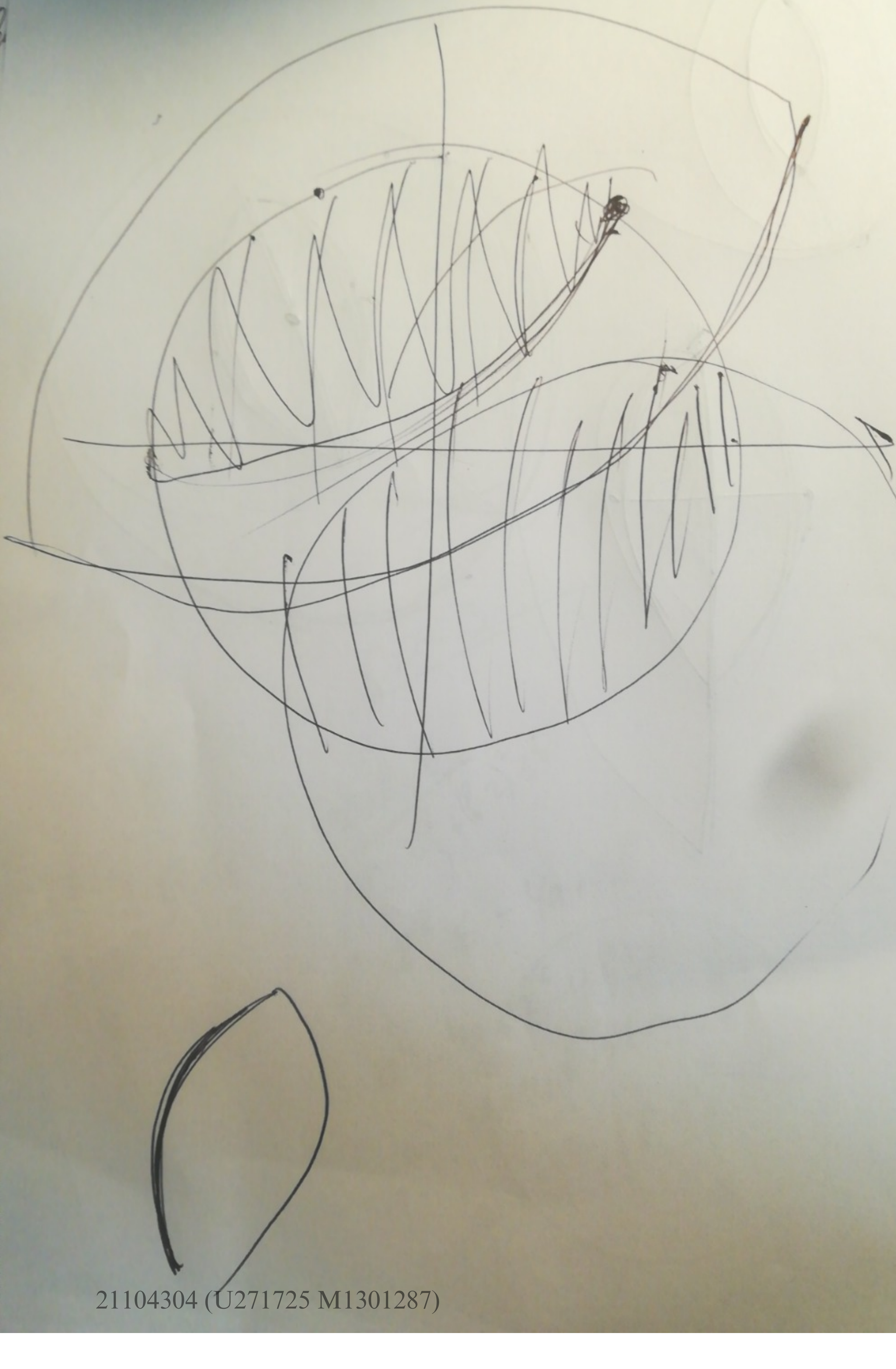






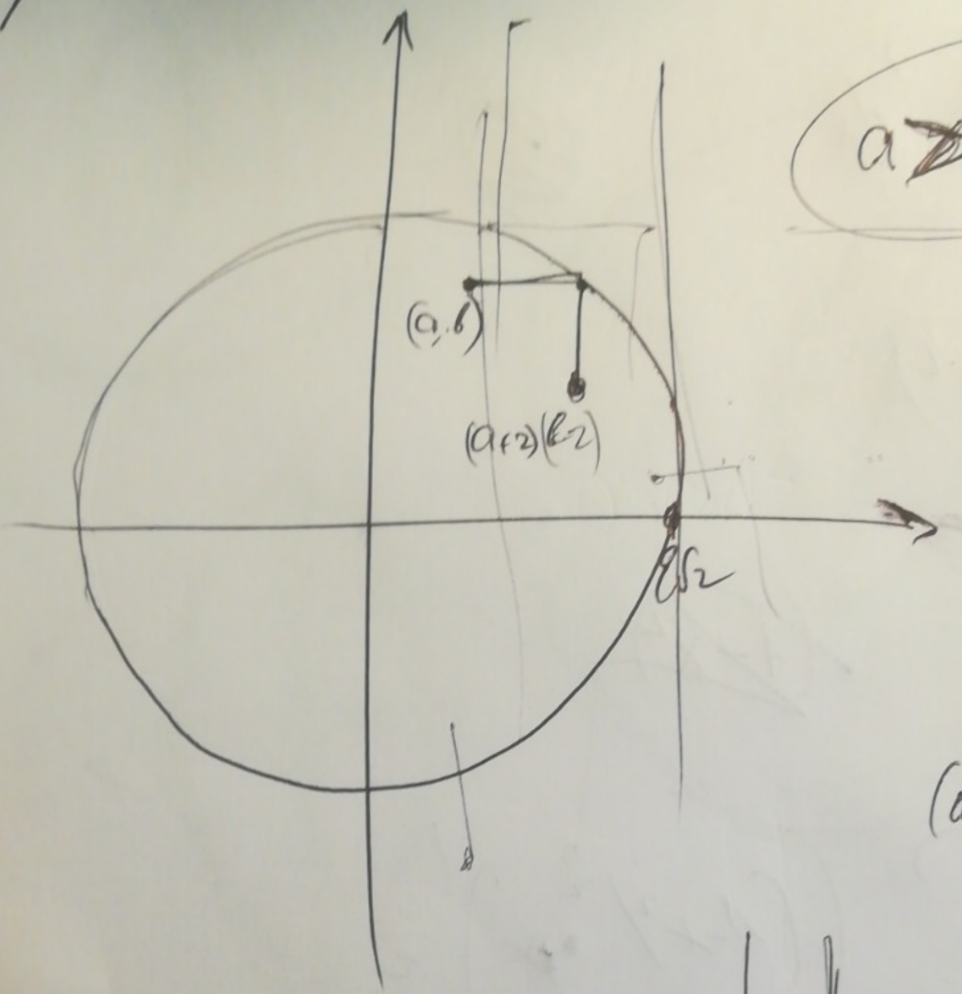


Черновик



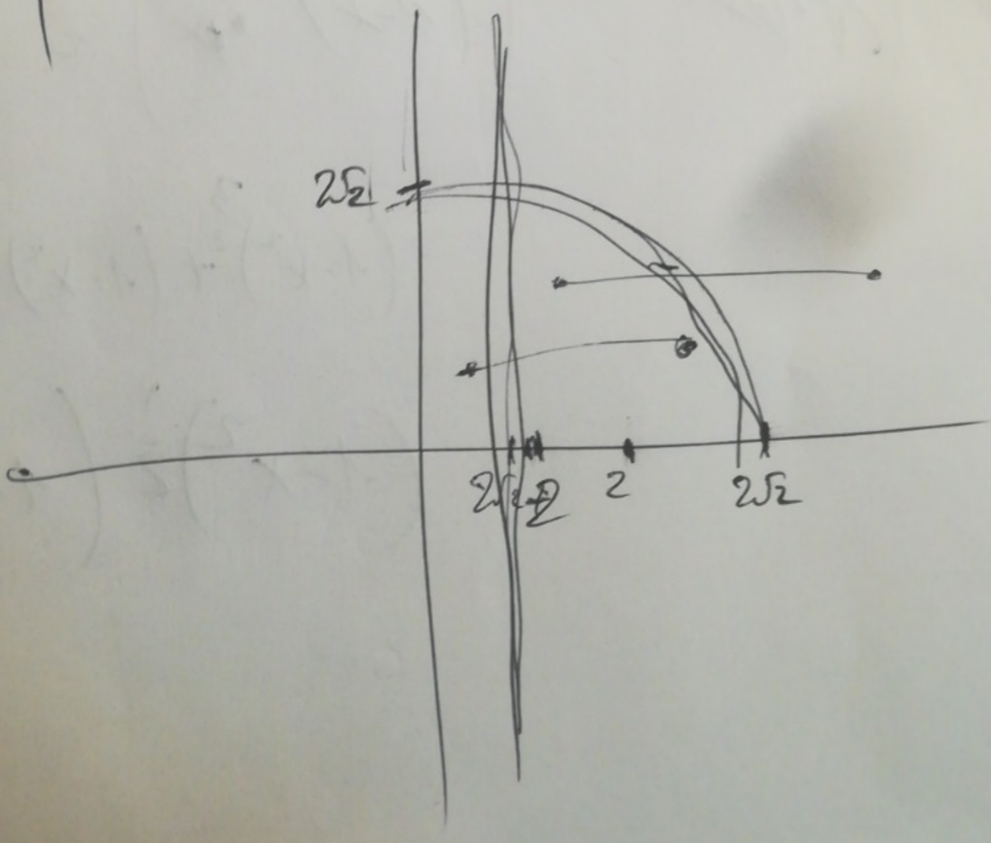
Черновик

11



$a \geq 2\sqrt{2}-2$

$(a,b)+(2,-2)$



Черновик

12

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx$$

1 $\cancel{\sqrt{x^2}}$

2 $\cancel{(1-x^2)}$

$\cancel{(\sqrt{1-x^2}}$ $\left((1-x^2)^{\frac{3}{2}} \cdot x\right)' =$

$$= (1-x^2)^{\frac{3}{2}} + (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot -2x \cdot x$$

$$(1-x^2)^{\frac{1}{2}} (1-x^2 - 2x^2$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104304**

ID профиля: **271725**

Вариант 23

Чистовик

Страница 1

4) Если у одного из чисел a, b, c есть простой делитель, не равный 2 или 11, то $2^{16}\cdot 11^{19}$ не будет делиться на это число, то есть оно не может быть общим кратным.

Если ~~у~~ одно ~~[illegible]~~ из чисел a, b, c не делится на 2 или 11, то оно не делится на 22, и 22 не может быть НОД.

Тогда числа a, b, c можно записать в виде

$a=2^{x}\cdot 11^{y}$, $b=2^{z}\cdot 11^{t}$, $c=2^{u}\cdot 11^{v}$, где:

i) $x, y, z, t, u, v \in \mathbb{N}$;

ii) $\max(x,z,u)=16$; $\min(x,z,u)=1$.

iii) $\max(y,t,v)=19$; $\min(y,t,v)=1$.

Более того, если числа x,y,z,t,u,v удовлетворяют i, ii, iii, то они генерируют порождающую упорядоченную тройку.

Посчитаем кол-во троек x,z,u, удовлетворяющих i и ii.

Рассмотрим те из них, в которых среднее число не равно 16 или 1. Заметим, что таких — $14\cdot 6=84$, так как мы можем выбрать одно из чисел от 2 до 15 чтобы быть средним, а затем назначить одно из чисел x,z,u наибольшим, одно — средним, и оставшееся наименьшим $3!=6$ способами.

Остались тройки, где есть два числа 16 и два числа 1. ~~[illegible]~~ И тех, и тех — по 3 (выбрать два числа, которые будут равны 16 — C_3^2 способами $=3$). Итого, есть 90 троек (x,z,u).

Аналогично посчитаем ~~[illegible]~~ тройки (y,t,v). Тех, где все числа различны — $17\cdot 6=102$, тех, где ~~есть~~ два числа 19 или 1 — 6. Итого 108 троек (y,t,v). Тройка (a,b,c) задается

Чистовик

Страница 2

парой троек (x, z, u) и (y, t, v), тогда есть ~~ка~~ 90×108 троек (a, b, c).

Ответ: 9720.

Чистовик
Страница 3

5) Определим сначала значения x, для которых все три логарифма определены. Для этого необходимо, чтобы значения аргументов и оснований были неотрицательны, т.е.

$$\begin{cases} x+34 \geq 0 \\ 2x+23 \geq 0 \\ -x-4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -34 \\ x \geq -\frac{23}{2} \\ x \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{23}{2}; -4\right].$$

Далее, из свойства $\log_a b = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$ имеем, что

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) \cdot \log_{(x+4)^2}(x+34) \cdot \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) =$$

$$= \frac{\ln(2x+23)}{\frac{1}{2}\ln(x+34)} \cdot \frac{\ln(x+34)}{2\ln(x+4)} \cdot \frac{\ln(-x-4)}{\frac{1}{2}\ln(2x+23)} = 2.$$

Тогда если логарифмы из условия равны $t, t, t+1$ в некотором порядке, то t удовлетворяет условию $t^2(t+1)=2$, то есть $t^3+t^2-2=0 \Leftrightarrow (t-1)(t^2+2t+2)=0$. $t^2+2t+2>0\ \forall t \in R$, так как $D=4-2\cdot 4<0$, значит $t=1$, то есть два логарифма из условия должны быть равны 1. С другой стороны, $\log_a b = 1 \Leftrightarrow a=b$, тогда из следующих трёх равенств два должны быть верны: $\sqrt{x+34}=2x+23$, $(x+4)^2=x+34$, $\sqrt{2x+23}=-x-4$.

Решим каждое по отдельности.

i) $\sqrt{x+34} = 2x+23$

$x+34 = (2x+23)^2 = 4x^2+92x+529.$

$4x^2+91x+495=0$

$D = 91^2-4\cdot 495 = 361$

$x_{1,2} = \frac{-91 \pm \sqrt{361}}{8} = -\frac{55}{4}; -9.$

Чистовик

Страница 4

ii) $(x+4)^2 = x+34$

$x^2+8x+16=x+34$

$x^2+7x-18=0$

$D=49+4\cdot 18=121$

$x_{1,2}=\frac{-7\pm 11}{2}=-9;2$

iii) $\sqrt{2x+23}=-x-4$

$2x+23=x^2+8x+16$

$x^2+6x-7=0$

$D=36+28=64$

$x_{1,2}=\frac{-6\pm 8}{2}=-7,1.$

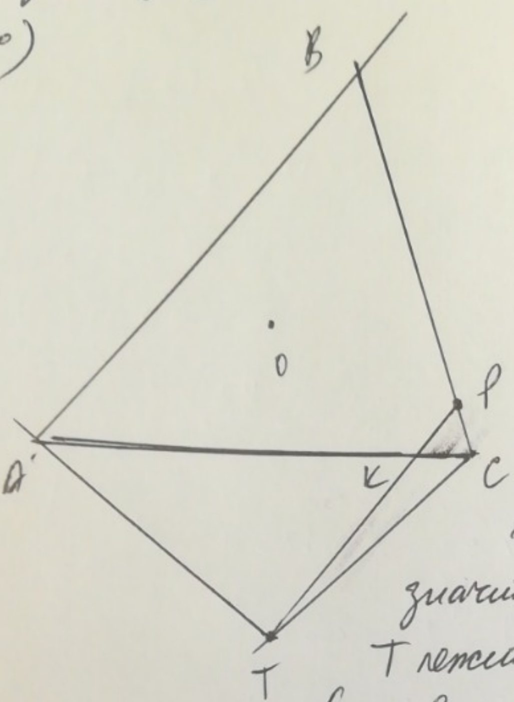
Как видим, единственное x, при котором есть два уравнения, для которых x - корень — это -9. Осталось убедиться, что $-9\in\left[-\frac{23}{2};-4\right]$, то есть -9 принадлежит ОДЗ.

Ответ: $x\in\{-9\}$.

Чистовик

Страница 5

б)



Отметим сначала некоторые свойства данной конструкции. Пусть $\angle ABC=\beta$. По ~~свойству~~ теореме о центральном и вписанном угле $\angle AOC=2\beta$. Более того, $\angle AOC=\angle APC$ как вписанные, значит $\angle APC=2\beta$. Более того, по теореме об угле между хордой и касательной $\angle TAC=\angle TCA=\angle ABC=\beta$, значит $\angle ATC=180^\circ-2\beta \Rightarrow \angle AOC+\angle ATC=180^\circ \Rightarrow$ T лежит на одной окружности с A, O, P и C (назовём окружность Г). Далее, $TA=TC$ как отрезки касательных, значит T – середина дуги AC окружности Г. P и T лежат в разных полуплоскостях относительно AC $\Rightarrow$ PT – биссектриса $\angle APC \Rightarrow \angle APK=\angle KPC=\beta$. Более того, $\angle APC=2\beta \Rightarrow \angle APB=180^\circ-2\beta \Rightarrow \angle PAB=\beta=\angle ABC \Rightarrow AP=BP$. Тогда $\angle APK=\beta=\angle PAB \Rightarrow PK\parallel AB$.

а) $PK\parallel AB \Rightarrow \frac{CP}{BC}=\frac{CK}{AC} \Rightarrow \triangle CPK \sim \triangle CBA$. Коэффициент подобия равен $\Rightarrow \frac{CA}{CK}=1+\frac{AK}{CK}=1+\frac{S(\triangle APK)}{S(\triangle CPK)}=1+\frac{15}{13}=\frac{28}{13}$. Тогда $S(\triangle ABC)=S(\triangle CPK)\cdot(\text{коэффициент})^2=13\cdot\left(\frac{28}{13}\right)^2=\frac{28^2}{13}$.

в) Пусть $\angle BAC=\alpha$. Тогда $\angle PAC=\alpha-\beta$. По свойству биссектрисы $\frac{15}{13}=\frac{AK}{KC}=\frac{AP}{PC}$, тогда по т. синусов $\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\angle ACB}=\frac{CP}{AP}=\frac{13}{15}$.

С другой стороны, $\angle ACB=180^\circ-\alpha-\beta$, значит

Чистовик

Страница 6

$$\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{15}{13}$$

$$\frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha} = \frac{15}{13}$$

$$1 + \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha} = \frac{15}{13}$$

$$\cancel{2}\sin\beta\cos\alpha = \frac{\cancel{2}}{13}\cdot(\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha)$$

$$13\sin\beta\cos\alpha = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$$

$$14\sin\beta\cos\alpha = \sin\alpha\cos\beta$$

$$14\,tg\beta = tg\alpha$$

$$tg\alpha = 14\cdot\frac{4}{7} = 8.$$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$65 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{65} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{64}{65} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{8}{\sqrt{65}}$$

$$tg^2\beta + 1 = \frac{1}{\cos^2\beta}$$

$$\frac{16}{49} + 1 = \frac{1}{\cos^2\beta} \Rightarrow \cos^2\beta = \frac{49}{65} \Rightarrow \sin^2\beta = \frac{16}{65} \Rightarrow \sin\beta = \frac{4}{\sqrt{65}}.$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\frac{4}{\sqrt{65}}}{\frac{8}{\sqrt{65}}} = \frac{1}{2}.$$

С другой стороны, $\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC \cdot \sin(\alpha+\beta) = \frac{28^2}{13}$.

$$\frac{1}{\cancel{2}}\cdot AC\cdot \cancel{2}AC\cdot(\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha) = \frac{28^2}{13}$$

$$AC^2\left(\frac{8}{\sqrt{65}}\cdot\frac{7}{\sqrt{65}} + \frac{4}{\sqrt{65}}\cdot\frac{1}{\sqrt{65}}\right) = \frac{28^2}{13}$$

Чистовик

Страница 7

$$AC^2\left(\frac{56+4}{65}\right)=\frac{28^2}{13}$$

$$AC^2=\frac{28^2\cdot\cancel{65}\cdot\cancel{13}}{\underset{12}{\cancel{60}}\cdot\cancel{13}}=\frac{28^2}{12}$$

$$AC=\frac{28}{2\sqrt{3}}=\frac{14}{\sqrt{3}}=\frac{14\sqrt{3}}{3}.$$

Черновик

(8)

$НОД(a, b, c) = 22$

$НОК(a, b, c) = 2^{16} \cdot 11^{19}$

$(3 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 + 1)$

$t = 1$

2

$\cancel{a = 22a_1}$

$\cancel{b = 22b_1}$

$\cancel{c = 22c_1}$

$a = 2^x \cdot 11^y$

$b = 2^z \cdot 11^t$

$c = 2^u \cdot 11^v$

$t^2(t+1) = 2$

$t^3 + t^2 - 2 = 0$

$\max(x, z, u) = 16$

$\max(y, t, v) = 19$

$t^3 + t^2 - 2 \mid t-1$

$t^2 - t^2 \mid t^2 + 2t + 2$

$2t^2 - 2t$

$2t^2 - 2t$

$2t - 2$

$t \quad 4 - 8$

$2x + 23 = \sqrt{x+34}$

$x + 34 = -x - 4$

16

$2x = -38$

$x = -19$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\frac{\ln(2x+23)}{\ln(\sqrt{x+34})}$

$x \geq -34$

$2x + 23 > 0 \Rightarrow x \geq -\frac{23}{2}$

$\frac{\ln(2x+23)}{\frac{1}{2}\ln(x+34)} \cdot \frac{\ln(x+34)}{2\ln(x+4)} \cdot \frac{\ln(-x-4)}{\frac{1}{2}\ln(\sqrt{2x}} = 2$

$-x - 4 \geq 0$

$x \leq -4$

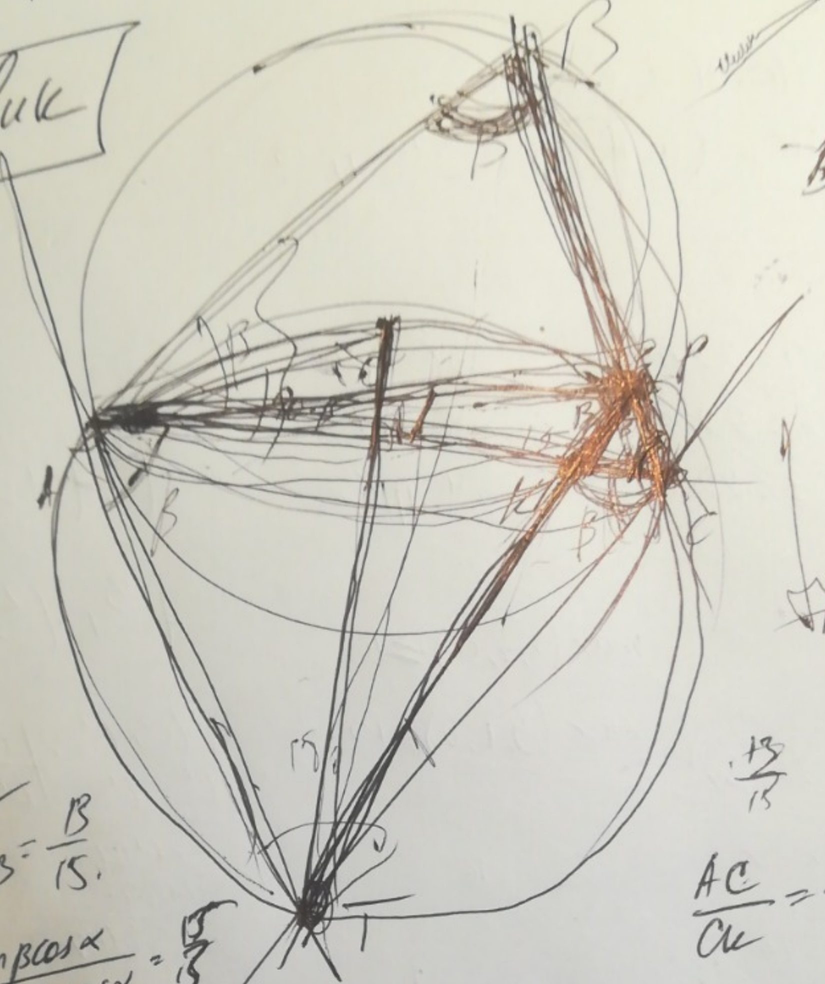
$-4 \geq x \geq -\frac{23}{2}$.

21104304 (U271725 M1301288)

$TA^2 = TK \cdot TP$

Черновик

9



$AP \cdot PK \cdot \sin\beta =$

30

$\frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC} = \frac{AP}{PC}$

$\frac{15}{13}$ 28

$\frac{CP}{AP} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{13}{15}$

$\frac{AC}{CK} = \frac{AK}{KC} + 1 = \frac{15}{13} + 1 = \frac{28}{13}$

$\frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha} = \frac{15}{13}$

$\left(\frac{28}{13}\right)^2 \cdot 13 = \frac{28^2}{13}$

$\frac{\sin^2 + \cos^2}{\cos^2} = \frac{1}{\cos^2}$

$\frac{22}{7} = tg\alpha$

$tg^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2}$

$49 + 16 =$

$\frac{16}{49} + 1 = \frac{65}{49}$

$\frac{KC}{CP} = \frac{AC}{}$

$\frac{\sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha} = \frac{2}{13}$

$\frac{49}{65}$ $\cos^2$

$\frac{16}{65}$ $\sin^2$

$11\sin\beta\cos\alpha = 2\sin\alpha\cos\beta$

$11 tg\beta = 2 tg\alpha$

$\sin = \frac{4}{\sqrt{65}}$

$\frac{11}{2} = \frac{8}{7}$

21104304 (U271725 M1301288)

Черновик

$t^3+\frac{1}{9}t^2+\frac{2}{9}t-\frac{t}{9}-\frac{28}{9}-2$ (10)

$\sin\alpha$

$\frac{22}{7}=\operatorname{tg}\alpha$

22^2

$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$

$\frac{484}{49}\ \operatorname{tg}^2$

48

$\begin{array}{r} 484 \\ +49 \\ \hline 533 \end{array}$

$\frac{49}{533}=\cos^2$

$\frac{484}{533}\ \sin^2$

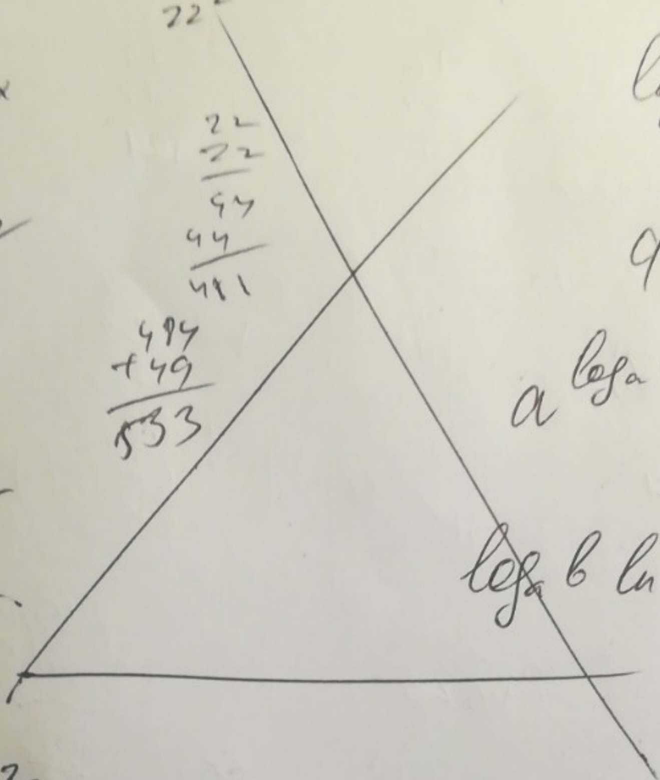
$\log_a b=\frac{\ln b}{\ln a}$

4720

$a^{\log_a b}=b$

$\begin{array}{r} 108 \\ \times 9 \\ \hline 972 \end{array}$

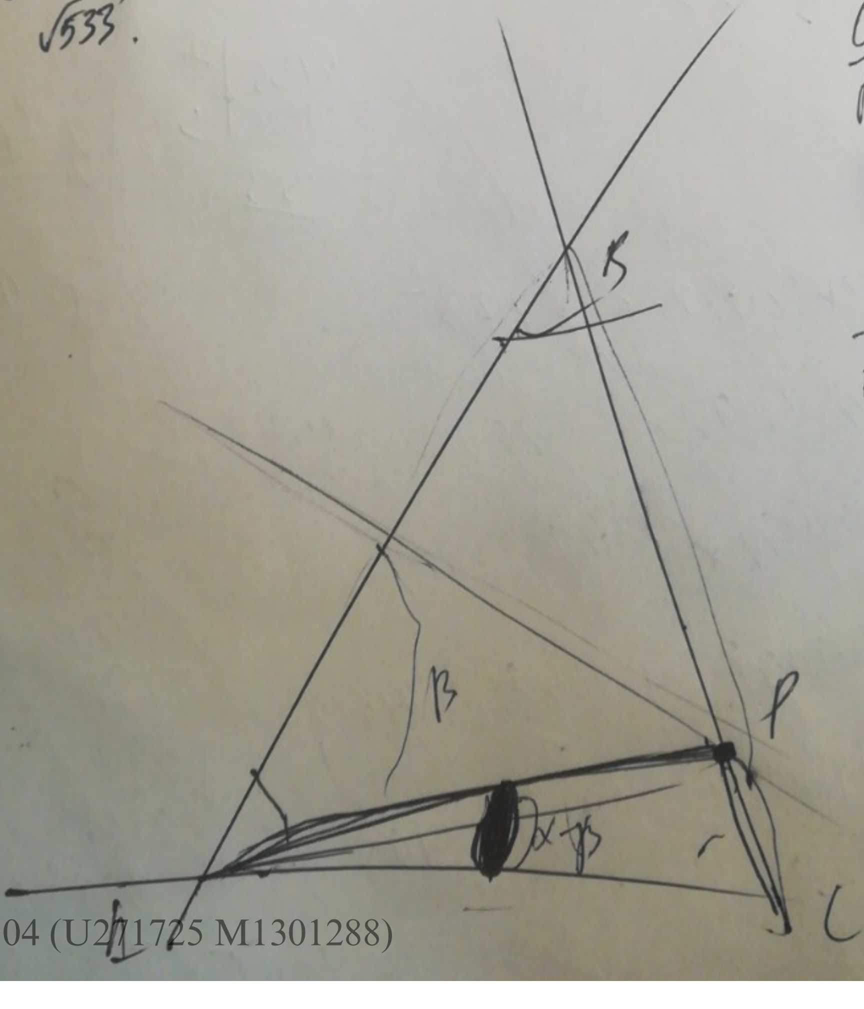
$\log_a b \ln a=\ln b.$



$\sin=\frac{22}{\sqrt{533}}.$

$\frac{CP}{PB}=\frac{AC}{AB}$

$\frac{CP}{PB}$



$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$

Черновик

(11)

$\sqrt{x+34} = 2x+23$

$\sqrt{2x+23} = -x-7$

$2x+23 = x^2+8x+16$

$x^2+8x-7=0$

$(x-1)(x+7)=0$

$x=-7$

$\cancel{x^2+68x+34^2=2x+23}$

$\cancel{x^2+66x+2133=0}$

$\cancel{D=}$

$x+34=4x^2+2\cdot2\cdot23x+23^2$

$x+34=4x^2+92x+529$

$4x^2+91x+495=0$

$D=91^2-4\cdot4\cdot495=361=19^2$

$\frac{-91\pm19}{8}=\frac{110}{8}, -9$

$495\times16=800\times16-5\times16=$

$=8000-80=7920$

$$\begin{array}{r} 16\\ -34\\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 49\\ 72\\ \hline 121 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34\\ 34\\ \hline 136\\ 102\\ \hline 2156 \end{array} \quad \begin{array}{r} 91\\ -19\\ \hline 72 \end{array}$$

$2133 \,|\, 7$; -21, 3; -33

$$\begin{array}{r} 23\\ 23\\ \hline 69\\ 46\\ \hline 529 \end{array} \quad \begin{array}{r} 91\\ 91\\ \hline 91\\ 819\\ \hline 8281\\ -7920 \end{array}$$

-55, 9, $\times 55$, 9

21104304 (U271725 M1301288)