Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103979**

ID профиля: **349111**

Вариант 23

Чистовик Вариант 23 (1)

№1

Пусть d - разность прогрессии

По условию $d>0$ и $d \in Z$ (т.к. прогрессия состоит из целых чисел).

1) $a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{16} = a_1 + 15d$.

$a_{10} \cdot a_{16} = (a_1 + 9d)(a_1 + 15d) = a_1^2 + 24d + 135d^2$.

$a_1^2 + 24d + 135d^2 > S + 39$

2) $a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$.

$a_{11} \cdot a_{15} = a_1^2 + 24d + 140d^2$.

$a_1^2 + 24d + 140d^2 < S + 55$

Получим систему неравенств

$$\begin{cases} a_1^2 + 24d + 135d^2 > S + 39 & (1) \\ a_1^2 + 24d + 140d^2 < S + 55 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 24d + 135d^2 - S - 39 > 0 \\ a_1^2 + 24d + 135d^2 - S - 39 + 5d^2 - 16 < 0. \end{cases}$$

Пусть $a_1^2 + 24d + 135d^2 - S - 39 = t$, тогда

$$\begin{cases} t > 0 \\ t + 5d^2 - 16 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t > 0 \\ d^2 < \frac{16-t}{5} \end{cases}$$

т.к. $d > 0$, то.

$d \in \left(0; \sqrt{\frac{16-t}{5}}\right)$.

т.к $t > 0$, то

$d \in \left(0; \sqrt{\frac{16}{5}}\right)$

$\sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} < 2$ (т.к. $\frac{16}{5} < 4$.)

Шитовик Вариант 23 (2)

Т.к. $d \in Z$, то

$d \in (0; 1]$

$d = 1$ – единственное возможное значение d

Если $d = 1$, то уравнение (1) примет вид

$a_1^2 + 24a_1 + 135 > S + 39$

S – сумма первых шести членов

$S = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6 = \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6 = 6a_1 + 15d = 6a_1 + 15$

$a_1^2 + 24a_1 + 135 - 6a_1 - 15 - 39 > 0$

$a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0$

$(a_1 + 9)^2 > 0$

$a_1 \neq -9$ (условие 1)

Если $d = 1$, то уравнение (2) примет вид

$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 15 + 55$

$a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0$

$\frac{D}{4} = 81 - 70 = (\sqrt{11})^2$

$a_1 = -9 \pm \sqrt{11}$

Решим неравенство методом интервалов

a_1: $-9-\sqrt{11}$ $-9+\sqrt{11}$

$a_1 \in (-9-\sqrt{11}; -9+\sqrt{11})$.

$-9-\sqrt{11} \in (-13; -12)$; $-9+\sqrt{11} \in (-6; -5)$

Чистовик Вариант 23

3

тогда получим, что

$a_1 \in [-12; -6]$, т.к. $a_1 \in Z$ (все числа прогрессии целые)

Значит $a_1 = -12; -11; -10; -9; -8; -7; -6$

Но по условию №1 (из решения) следует, что $a \neq -9$. тогда $a = -12; -11; -10; -8; -7; -6$

Ответ. $-12; -11; -10; -8; -7; -6$

21103979 (U349111 M1295773)

Чистовик Вариант 23 (4)

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le \min\{-4a+4b, 8\}\end{cases}$$

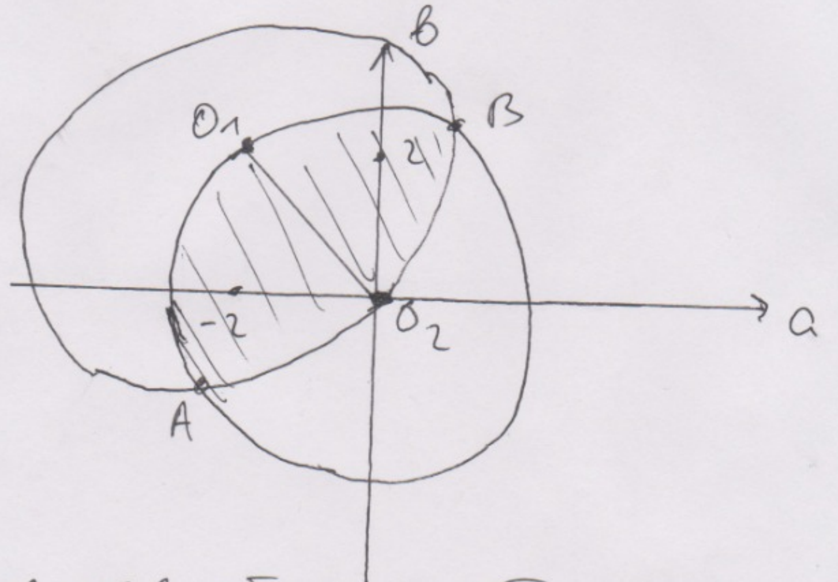
Представим второе неравенство в виде системы двух неравенств

$$\begin{cases}a^2+b^2 \le -4a+4b \\ a^2+b^2 \le 8\end{cases}$$

это верно, т.к. если данное неравенство выполняется для меньшего числа, значит оно будет выполняться и для ~~меньшего~~ большего числа

$$\begin{cases}a^2+b^2+4a-4b+4+4 \le 8 \\ a^2+b^2 \le 8.\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 & (1) \\ a^2+b^2 \le 8 & (2)\end{cases}$$



Закрашенная область будет решением этой системы неравенств

Она ограничена центрами кругов $O_1(-2;2)$ и ~~O_1~~ $O_2(0;0)$ имеющих радиус $2\sqrt{2}$. и точками A и B. Найдем координаты точек A и B.

Чистовик Вариант 23 (5)

Для этого решим систему уравнений.

$$\begin{cases}(a+2)^2+(b-2)^2=8\\ a^2+b^2=8\end{cases}$$

$$\begin{cases}a^2+4a+b^2-4b=0\\ a^2+b^2=8\end{cases}\qquad \begin{cases}8+4a-4b=0\\ a^2+b^2=8\end{cases}$$

$$\cancel{b=}\begin{cases}a=b-2\\ (b-2)^2+b^2=8\end{cases}\qquad \begin{cases}a=b-2\\ 2b^2-4b+4-8=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}a=b-2\\ b^2-2b-2=0\end{cases}\qquad \begin{cases}a=-1\pm\sqrt{3}\\ b=1\pm\sqrt{3}\end{cases}$$

$\frac{D}{4}=1+2=(\sqrt{3})^2$

$b=1\pm\sqrt{3}$

тогда получим ~~координаты~~ координаты точек A и B

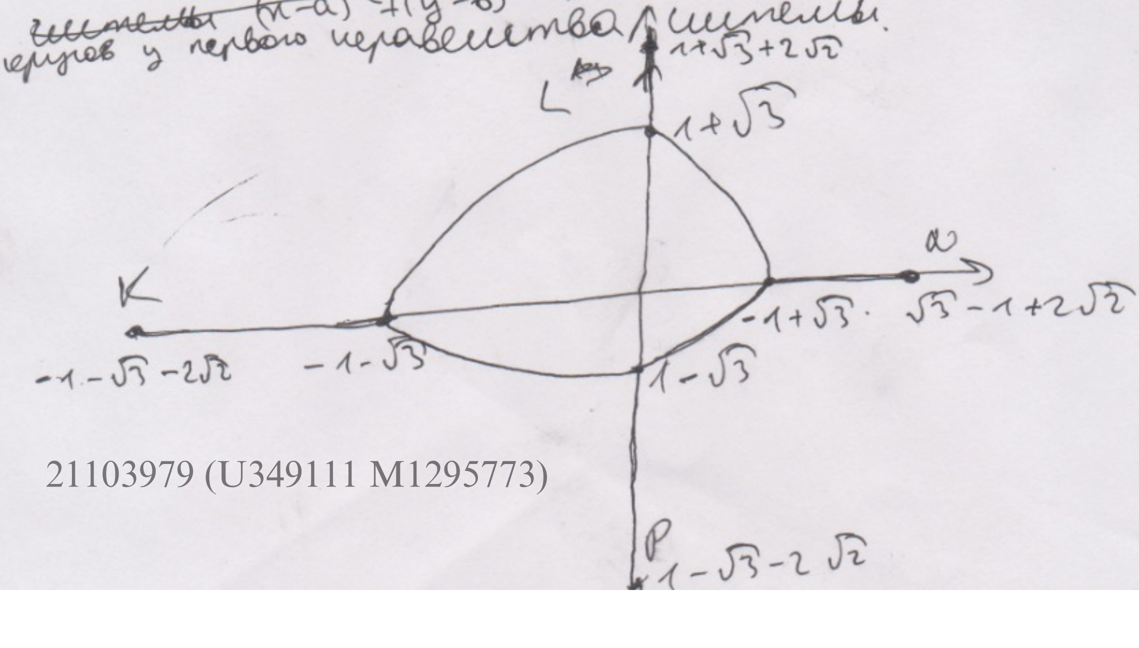
$A(-1-\sqrt{3};\ 1-\sqrt{3})$

$B(-1+\sqrt{3};\ 1+\sqrt{3})$

значит $a\in[-1-\sqrt{3};\ -1+\sqrt{3}]$

$b\in[1-\sqrt{3};\ 1+\sqrt{3}]$.

~~Построим графики для первого неравенства~~ построим все возможные вершины ~~системы~~ $(x-a)^2+(y-b)^2$ кругов у первого неравенства системы.



21103979 (U349111 M1295773)

Чистовик Вариант 23 (6)

$K; L; N; P$ — точки с максимальными или минимальными значениями. Они будут ограничивать ~~множество~~ фигуру M.

$KN = |2\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3}| + |-1 - \sqrt{3} - 2\sqrt{2}| =$

$= 2\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1 = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

$LP = |1 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}| + |1 - \sqrt{3} - 2\sqrt{2}| =$

$= 1 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + \sqrt{3}$

Тогда фигура M — окружность с радиусом

$R \frac{KN}{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

Тогда площадь фигуры равна

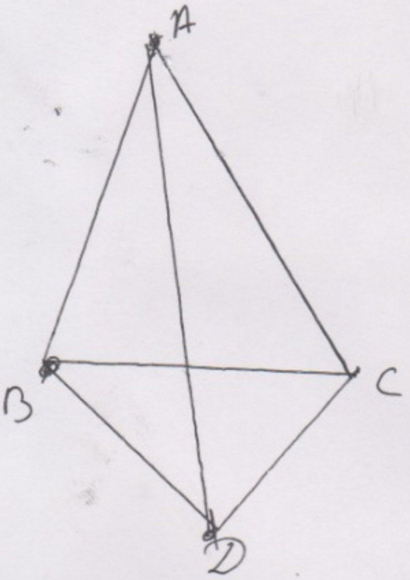
$\pi R^2 = \pi(2\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = \pi(8 + 4\sqrt{6} + 3) = \pi(11 + 4\sqrt{6})$

Ответ. $\pi(11 + 4\sqrt{6})$

21103979 (U349111 M1295773)

~~Чистовик~~

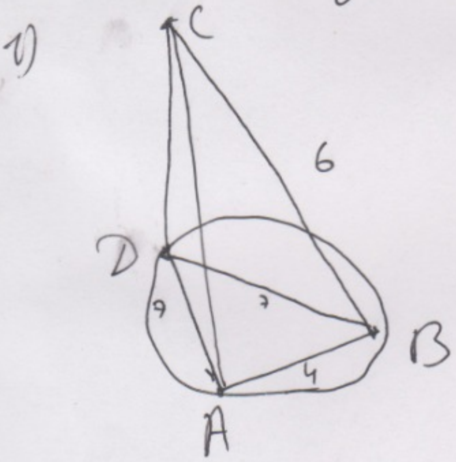
Чистовик Вариант 23 (7)



$AB \perp CD$ т.к. это противоположные стороны тетраэдра. т.к. CD параллельно оси цилиндра, то следовательно AB ~~перп~~ перпендикулярно оси цилиндра. Значит AB является хордой ~~вписанной~~ для окружности цилиндра

тогда возможны случаи.

1)



$\triangle CDB$ - прямоугольный

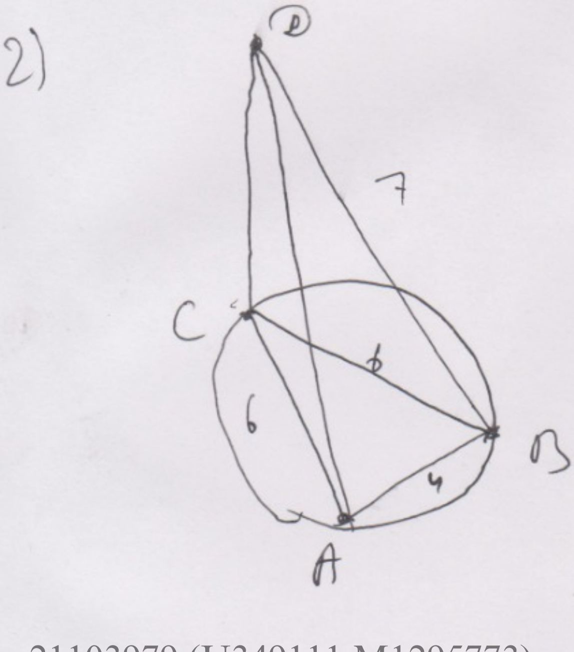
(CD перпендикулярно плоскости окружности)

CB - гипотенуза

DB - катет

$CB < DB$, что невозможно

2)



$\triangle CDB$ - прямоугольный.

по теореме Пифагора

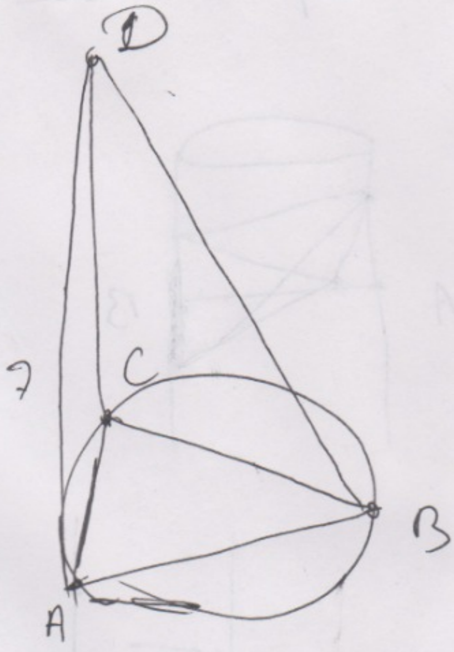
$CD^2 + CB^2 = DB^2$

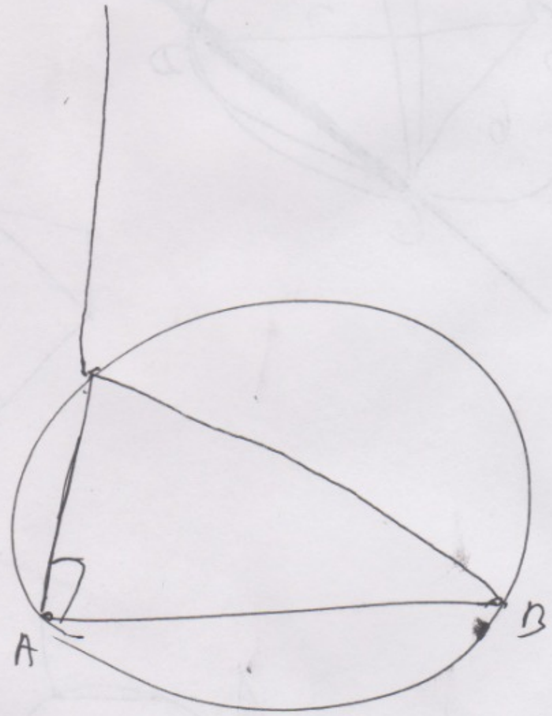
$CD = \sqrt{49-36}$

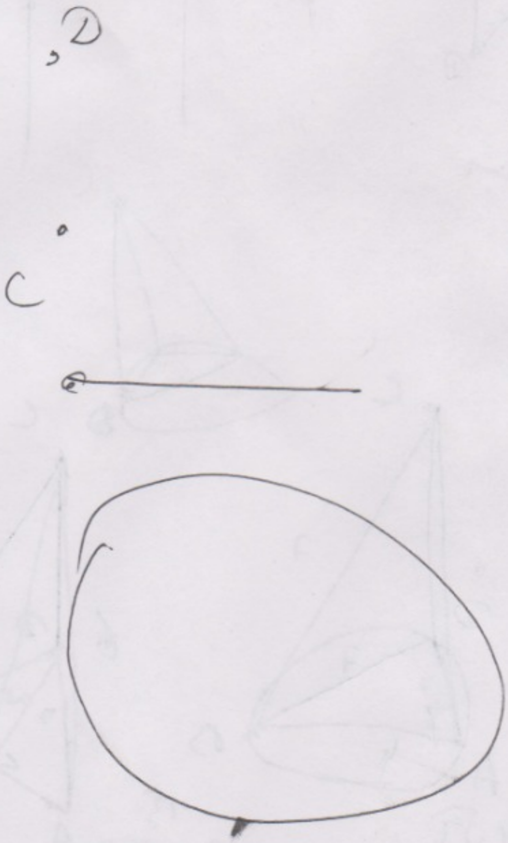
$CD = \sqrt{13}$

Ответ. $\sqrt{13}$.

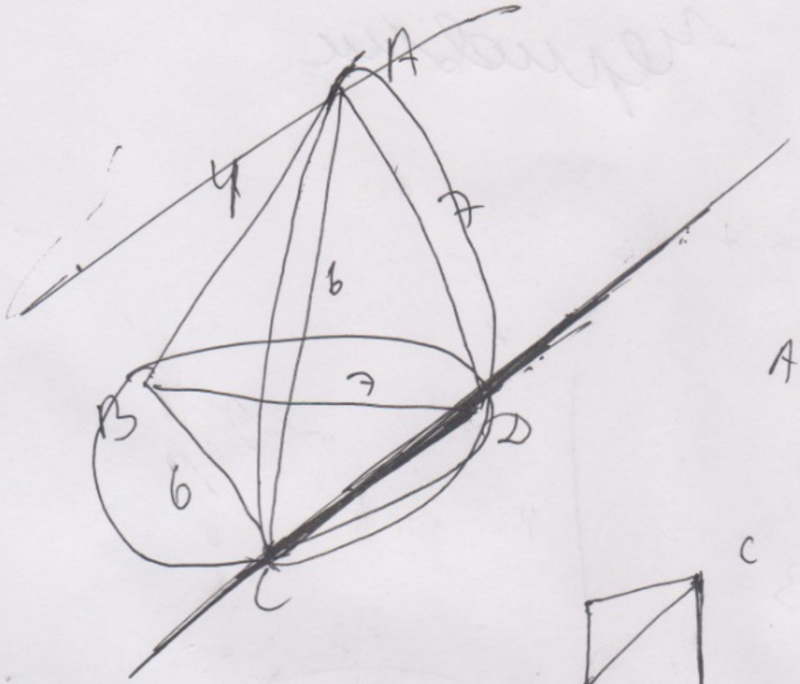
Черновик

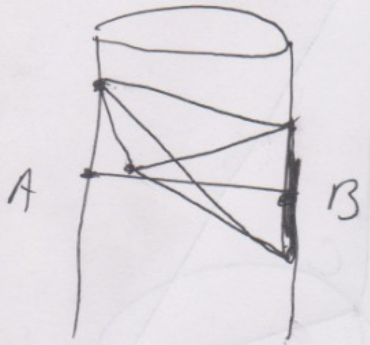


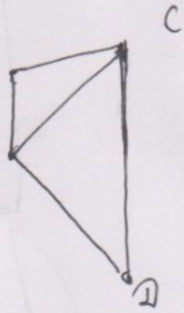


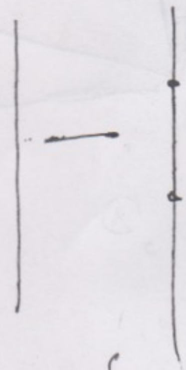


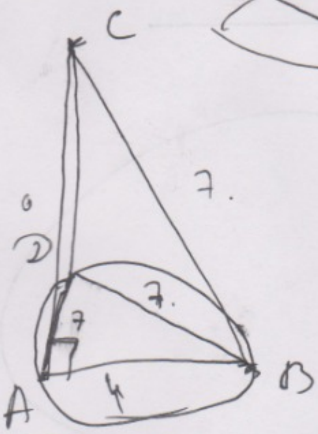
Черновик

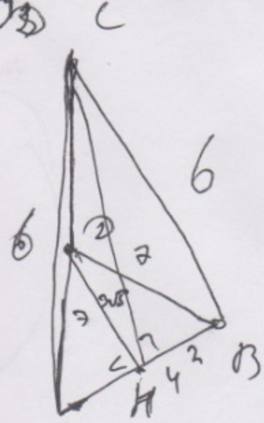






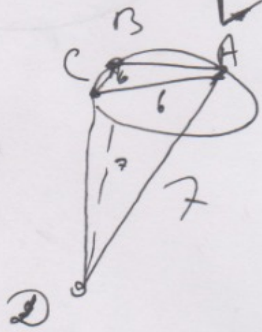






$\sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$CK = 4\sqrt{2}$.



$DK = \sqrt{49-4} = 3\sqrt{5}$.

$CD^2 + DK^2 = CK^2$.

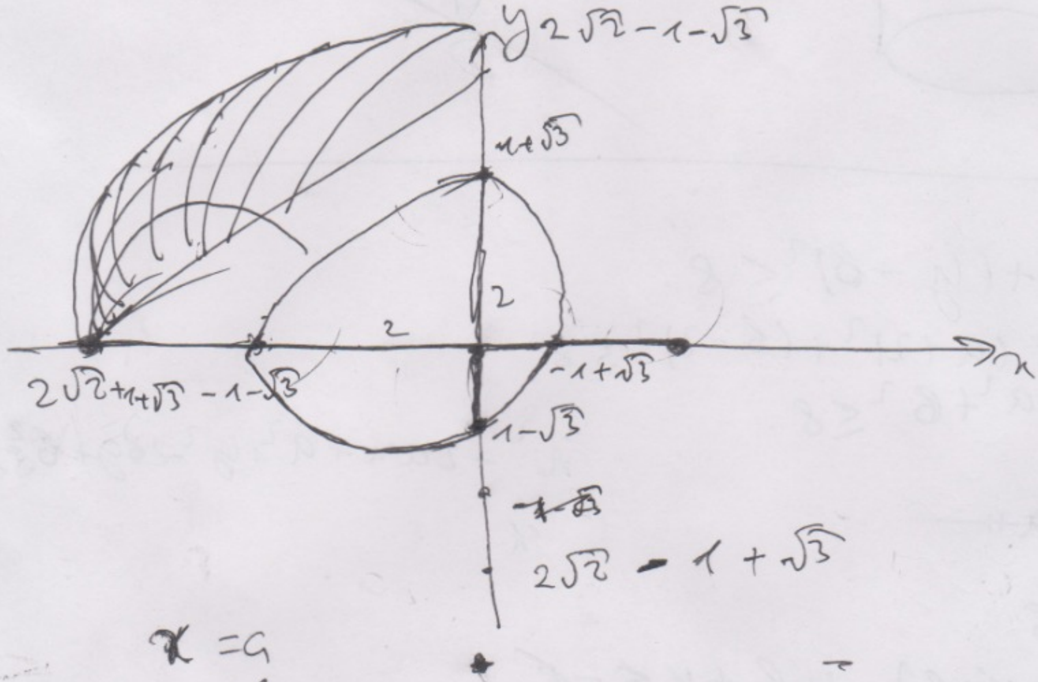
$CD = \sqrt{CK^2 - DK^2} = \sqrt{32-45}$

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8) \end{cases}$$

Черновик

$a \in [-1-\sqrt{3}; -1+\sqrt{3}]$

$b \in [1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}]$



$x=a$

$y=b$.

$2\sqrt{2}-(-1+\sqrt{3}) = 2\sqrt{2}+\sqrt{3}+1$

$2\sqrt{2}+1+\sqrt{3}$ $\qquad D = 4\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$4\sqrt{2}-2$ Oy $\qquad R = 2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

~~$4\sqrt{2}+2$ - окружность (?)~~

~~$S=\pi R^2 = \pi(2\sqrt{2}+1)^2 = \pi(8+4\sqrt{2}+1) = \pi(9+4\sqrt{2})$~~

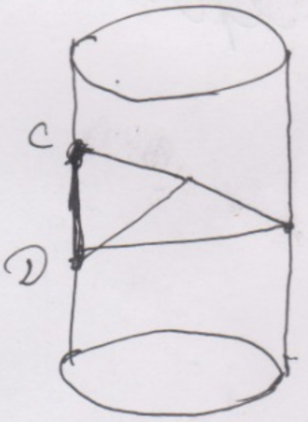
~~Ответ. $\pi(9+4\sqrt{2})$~~ ...

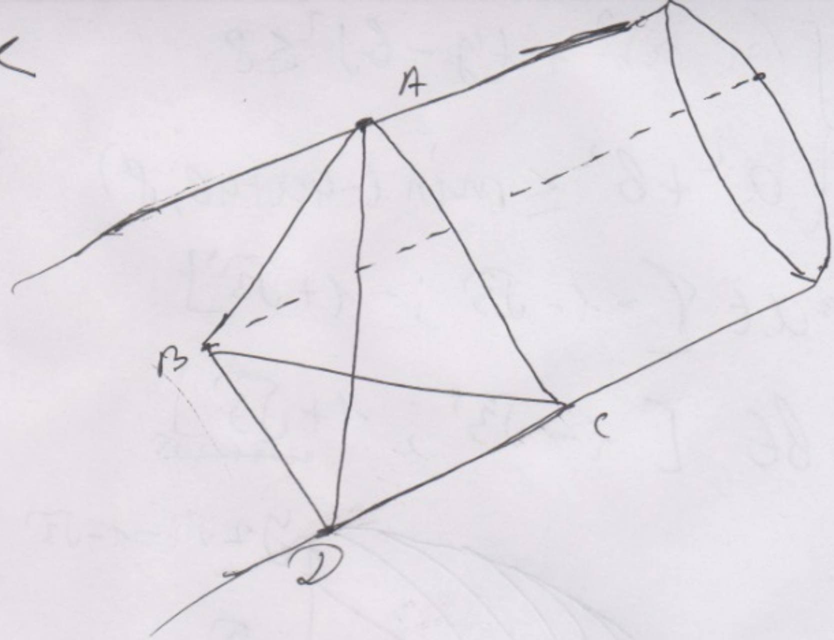
$S=\pi R^2 = \pi(8+4\sqrt{6}+3) = \pi(11+4\sqrt{6})$

ответ

21103979 (U349111 M1295773)

Черновик





$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8. \\ \cancel{a^2+b^2}\ (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le 8. \end{cases}$$

$x^2-2ax+a^2+y^2-2by+b^2 \le 8$

x

$\cancel{x^2-2ax}$

$a^2+b^2=8.$

$a^2+4a+\cancel{4}+b^2-4b+\cancel{4} = \cancel{8}.$

$4a-4b=-8.$

$a=b-2.$

$b^2+b^2-4b+4=8.$

$2b^2-4b-4=0$

$b^2-2b-2=0$

$\frac{D}{4} = 1+2 = \sqrt{3}$

$b = 1 \pm \sqrt{3}.$

$\left[\begin{array}{l} b = 1+\sqrt{3} \\ a = -1+\sqrt{3} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} b = 1-\sqrt{3}. \\ a = -1-\sqrt{3}. \end{array}\right.$

$a = -1 \pm \sqrt{3}$

$b = 1 \pm \sqrt{3}$

21103979 (U349111 M1295773)

№1 Чистовик

$a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, a_5 a_6.$

$S = \frac{a_1+a_6}{2}\cdot n = \frac{2a_1+5d}{2}\cdot 6 = 6a_1+15d.$

$a_{10}a_{16} = (a_1+9d)(a_1+15d) = a_1^2+24a_1d+\underbrace{9\cdot 15}_{135}d^2 > S+39$

$a_{11}\cdot a_{15} = a_1^2+24a_1d+\underbrace{10\cdot 14}_{140}d^2 \leq S+55$

$\begin{cases} a_1^2+24a_1d+135d^2 > S+39 \\ a_1^2+24a_1d+140d^2 \leq S+55 \end{cases}$ $\quad d = a_1^2+24a_1d-S-39_{135d}$

$5d^2 > 16$

$d^2 > \frac{16}{5}$

$d > \frac{4}{\sqrt5}$

$a_1^2+\frac{96}{\sqrt5}a_1+\frac{9\cdot15\cdot16}{5} > S+39$

$a_1^2+24a_1d+135d^2-S-39 = t;\ t>0.$

$t+5d^2-16<0$

$5d^2 < 16-t.$ $\quad S=6a_1+15d.$

$d^2 < \frac{16-t}{5}$ $\quad a_1^2+2112d-$

$0 < d < \sqrt{\frac{16-t}{5}}$ $\quad \sqrt5 = 2{,}1$

$d\in\left(0;\ \frac{4}{\sqrt5}\right)$ $\quad \frac{4}{2{,}1}$

21103979 (U349111 M1295773)

$a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8)$. Чрибвели

$$\begin{cases} (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \in [-1-\sqrt{3}; -1+\sqrt{3}] \\ b \in [1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}]. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+2)^2+(b-2)^2=8 \\ a^2+b^2=8. \end{cases}$$

$a^2+4a+4+b^2-4b+4=8.$

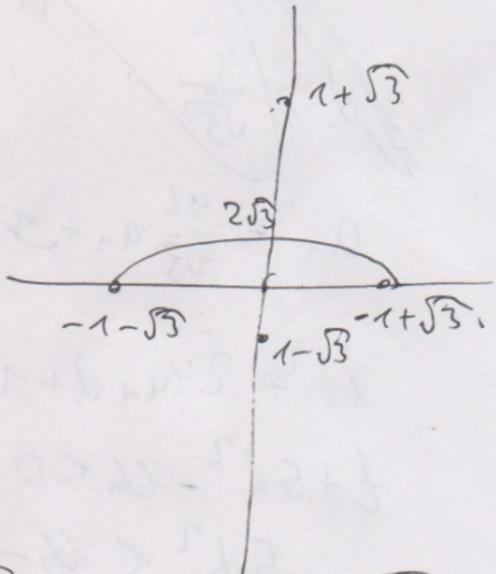
$a^2+4a+b^2-4b=8.$

$\cancel{4a-4b=0.}$

$8+4a-4b=0.$

$4b-4a=8.$ $\quad b-a=2.$

$\cancel{b-8a=8.}$ $\quad a=b-2.$



$\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1=2\sqrt{3}$

$\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1=2\sqrt{3}$

$b^2+(b-2)^2=8.$

$2b^2-4b+4=8.$

$2b^2-4b-4=0.$

$b^2-2b-2=0.$

$\frac{D}{4}$ $\quad b=1\pm\sqrt{3}.$; $a=-1\pm\sqrt{3}.$

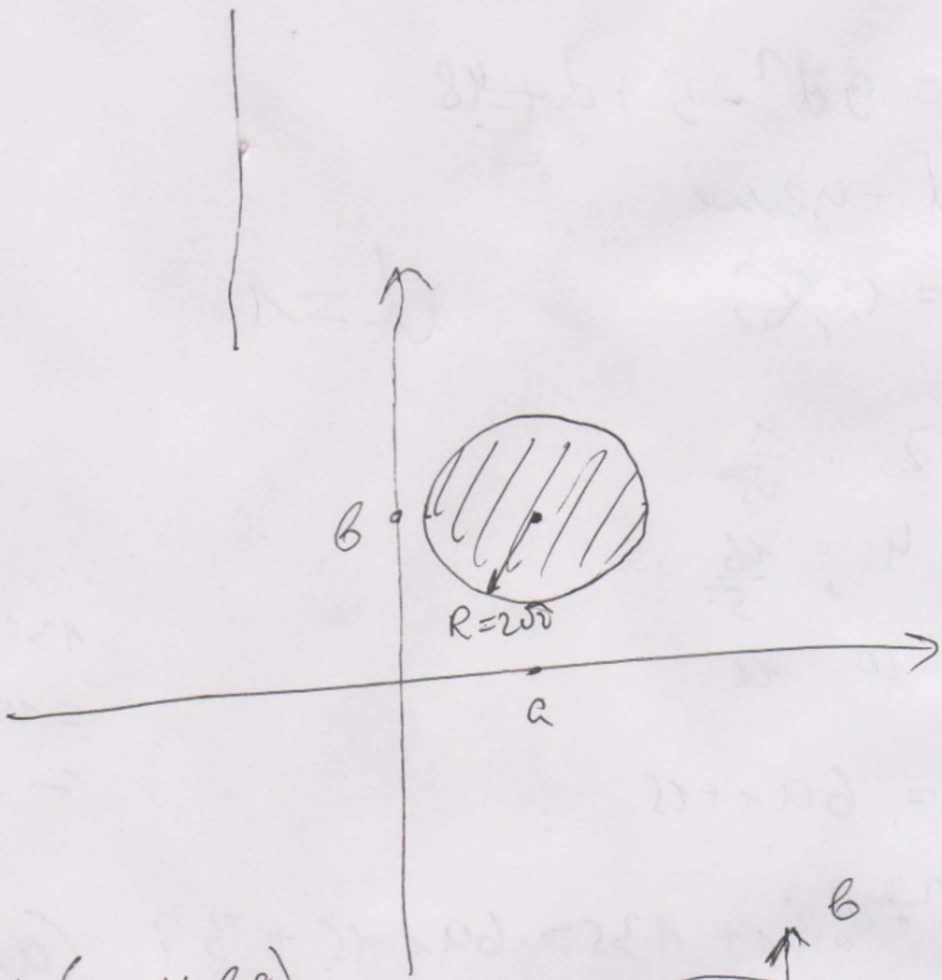
$(1\pm\sqrt{3})^2+(-1\pm\sqrt{3})^2=1\pm\cancel{2\sqrt{3}}+3+1\mp\cancel{2\sqrt{3}}+3=8.$

$a\in[-1\pm\sqrt{3}]$. $D\,R = a_{min}+a_{max}+4\sqrt{2}=4\sqrt{2}+2.$

$b\in(\cancel{-1\pm\sqrt{3}}]$

21103979 (U349111 M1295773)

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 8\\ a^2+b^2\le \min(-4a+4b, 8)\end{cases}$$ черновик

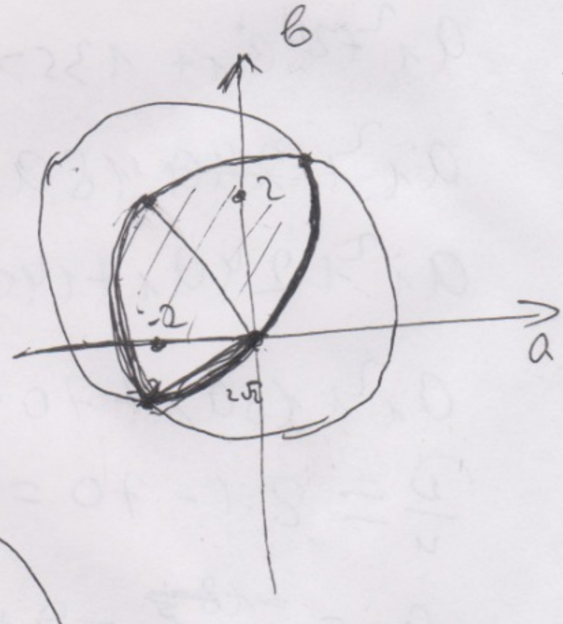


$a^2+b^2\le \min(-4a+4b, 8)$

$a^2+b^2\le -4a+4b$

$a^2+4a+4+b^2-4b+4\le 8$

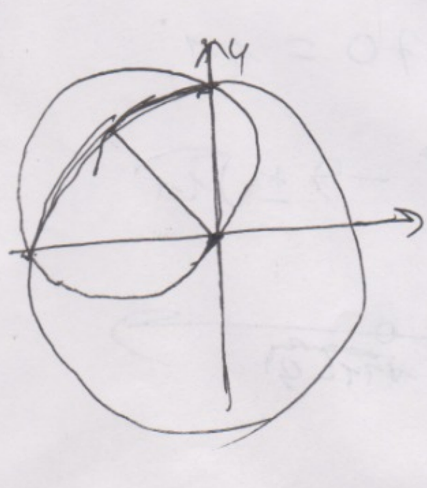
$$\begin{cases}(a+2)^2+(b-2)^2\le 8\\ a^2+b^2\le 8\end{cases}$$



$b=0$

$(b-2)^2=4$

$b=4$



21103979 (U349111 M1295773)

$a_1^2 + 2(12d - 3) + 135d^2 - 15d - 39 > 0$ черновик

$\frac{D}{4} = 144d^2 - 72d + 9 - 135d^2 + 15d + 39 =$

$= 9d^2 - 57d + 48$

d — целое.

$d = 1; \cancel{2};$ $d = 1$

$2 \; \frac{4}{\sqrt{5}}$

$4 ; \frac{16}{5}$

$20 \quad 16$

$135 - 15 - 39 =$

$= 120 - 39 =$

$= 81$

$S = 6a_1 + 15$

$a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 15 + 39$ $(a_1 + 9)^2 > 0$ $a_1 \neq -9$

$a_1^2 + \cancel{24a} \; 18a_1 + 81 > 0$ ~~всегда~~

$a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 55 + 15$

$a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0$

$\frac{D}{4} = 81 - 70 = 11$

$a_1 = \cancel{-18 \pm} \; -9 \pm \sqrt{11}$

$\sqrt{11} - 9 \approx -5, \dots$

$3,1$

$-9 - \sqrt{11} \approx -12, \dots$

$\boxed{-12; -11; -10; \cancel{-9}; -8; -7; \dots}$

$\sqrt{11} - 9$

21103979 (U349111 M1295773)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103979**

ID профиля: **349111**

Вариант 23

Чистовик Вариант 23

(1)

№4.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=22 \\ НОК(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$$

~~Из этих двух раве~~

Пусть

$a=2^{x_1}\cdot 11^{y_1}$

$b=2^{x_2}\cdot 11^{y_2}$

$c=2^{x_3}\cdot 11^{y_3}$

Из двух равенств определили, что

$\min(x_1;x_2;x_3)=1.$

$\max(x_1;x_2;x_3)=16$

$\min(y_1;y_2;y_3)=1$

$\max(y_1;y_2;y_3)=19.$

Значит среди чисел $x_1;x_2,x_3$ одно число 1; другое 16.

Найдем кол-во вариантов такого ~~положени~~ положения*

$(1;16;x)$ $x\in[2;15]$ (отдельные случаи для $x=1$ и $x=16$)

тогда всего вариантов

$6\cdot 14$

все возможные перестановки (3!) ↑ ↑ кол-во способов выбрать x

Если $x=1$, то таких способов $\frac{3!}{2!\cdot 1!}=3$

Если $x=16$, то таких способов $\frac{3!}{2!\cdot 1!}=3$

значит всего способов $6\cdot 14+3+3=6\cdot 15$.

Аналогично для y:

Чистовик Вариант 23 (2)

$(1;19;y)$ $y \in [2;18]$

$6 \cdot 17$ вариантов

Если $y=1$, то 3 варианта

Если $y=19$, то 3 варианта

Итого $6 \cdot 17+3+3=6 \cdot 18$ вариантов

перемножим кол-во вариантов для x и y

и получим: $6 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 18 = 90 \cdot 128 = 11520$

Ответ. 11520

21103979 (U349111 M1295774)

Чистовик Вариант 23

№ 5.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; $\log_{(x+4)^2}(x+34)$; $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

Пусть $x+34=a$

$2x+23=b$

$-x-4=c.$

Найдем ОДЗ переменной x:

$$\begin{cases} x+34>0 \\ 2x+23>0 \\ -x-4>0 \\ -x-4\neq 1 \\ 2x+23\neq 1 \\ x+34\neq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x\in(-11,5;-4) \\ x\neq -5 \\ x\neq -11 \end{cases}$$

получили:

$\log_{a^{\frac{1}{2}}} b$; $\log_{c^2} a$; $\log_{b^{\frac{1}{2}}} c.$

$2\log_a b$; $\frac{1}{2}\log_c a$; $2\log_b c$

Рассмотрим 3 случая

1) $2\log_a b=\frac{1}{2}\log_c a$

$\log_a b=\frac{1}{4}\log_c a$

$b=a^{\log_{c^4} a}$

тогда $2\log_b c=2\log_{a^{\log_{c^4} a}} c=\frac{2}{\frac{1}{4}\log_c a}\cdot\log_a c=8\log_a^2 c$

По условию $8\log_a^2 c=\frac{1}{2}\log_c a+1.$

Пусть $\log_a c=t$, тогда

$8t^2=\frac{1}{2t}+1$

$16t^3-2t-1=0.$

$(t-\frac{1}{2})(16t^2+8t+2)=0$

21103979 (U349111 M1295774)

$t=\frac{1}{2}$

$\log_a c = \frac{1}{2}$

$a = c^2$

$x+34 = x^2+8x+16$

$x^2+7x-18=0$

$(x+9)(x-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=2 \end{array}\right.$

Учитывая ОДЗ, получим: $x=-9$.

2) $2\log_a b = 2\log_b c$

$\log_a b = \log_b c$

$c = b^{\log_a b}$

$\frac{1}{2}\log_c a = \frac{1}{2}\log_{b^{\log_a b}} a = \frac{1}{2\log_a b}\log_b a = \frac{\log_b^2 a}{2}$.

По условию $\frac{\log_b^2 a}{2} = 2\log_a b + 1$

$\log_b^2 a = 4\log_a b + 2$.

$\log_b^3 a - 2\log_b a - 4 = 0$

$(\log_b a - 2)(\log_b^2 a + 2\log_b a + 2) = 0$

$\log_b a = 2$

$a = b^2$.

$x+34 = (2x+23)^2$

$x+34 = 4x^2+92x+529$

$4x^2+91x+495=0$

$D = 8281-7920 = 361 = 19^2$

$x = \frac{-91 \pm 19}{8}$

$$\left[\begin{array}{l} x=-\frac{110}{8} \\ x=-9 \end{array}\right.$$

учитывая ОДЗ переменной x, получим $x=-9$

3) $\frac{1}{2}\log_c a = 2\log_b c$

$\cancel{\frac{1}{4}\log_c a = \log_b c}$ $\quad \log_c a = 4\log_b c$

$a = c^{4\log_b c}$

b $\quad 2\log_a b = 2\log_{c^{4\log_b c}} b = \frac{2}{4\log_b c}\cdot\log_c b =$

$= \frac{\log_c^2 b}{2}$.

по условию: $\frac{\log_c^2 b}{2} = \frac{1}{2}\,2\log_b c + 1$

$\log_c^2 b = 4\log_b c + 2$.

$\log_c^3 b - 2\log_c b - 4 = 0$.

$(\log_c b - 2)(\log_c^2 b + 2\log_c b + 2) = 0$

$\log_c b = 2$

$b = c^2$

$2x+23 = x^2+8x+16$

$x^2+6x-7=0$.

$\cancel{(x+1)(x-7)=0}$.

$(x-1)(x+7)=0$.

$$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-7 \end{array}\right.$$

учитывая ОДЗ переменной x, получим:

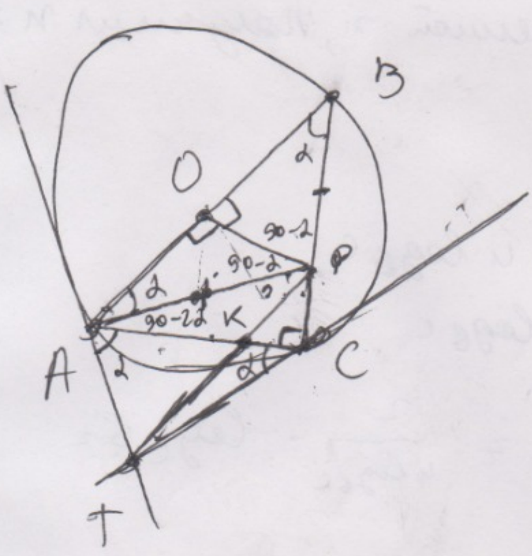
$x=-7$.

значит $\left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=-7 \end{array}\right.$

Ответ $\left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=-7 \end{array}\right.$

Чистовик Вариант 23 ⑥

№6



$S(APK)=15$

$S(CPK)=13$

① Докажем, что $\triangle ABC$ – прямоугольный.

$\angle TAC = \angle \cancel{TB} ABC = \alpha$ как угол между касательной и хордой.

$\angle TAB = \angle BCA = \beta$ как угол между касательной и хордой.

$\angle BAC = \beta - \alpha$.

$\angle BAC + \angle BCA + \angle ABC = \beta - \alpha + \beta + \alpha = 2\beta = 180^\circ$.

$\beta = 90^\circ = \angle BCA$.

Тогда O лежит на середине AB.

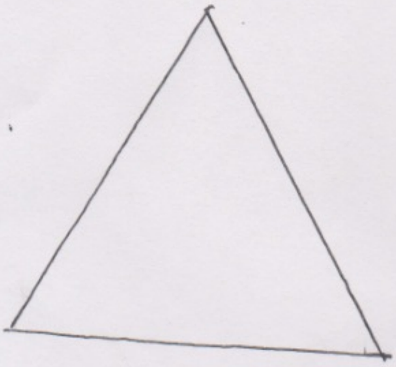
Около AOP описана окружность, значит

$\angle AOB = \cancel{2}\, 180^\circ - \angle ACP = 90^\circ$

В $\triangle ABP$ OP – высота и медиана, значит треугольник равнобедренный, $AP = BP$

$\triangle AOP = \triangle BOP$

$\frac{S(APK)}{S(PK)} = \frac{AC}{CK} = \frac{15}{13} \Rightarrow CK = \frac{13}{15} AC$

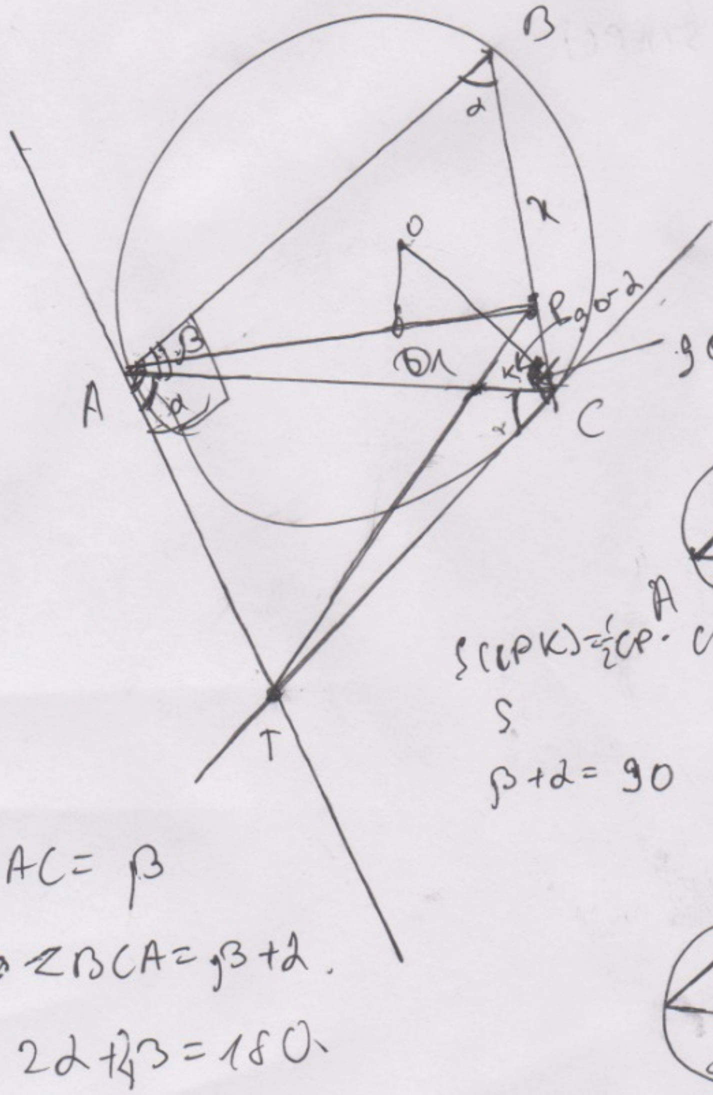


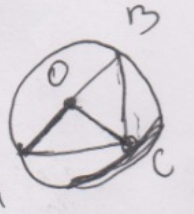
$S(APK)=15$

$S(CPK)=13$

$S(ABC)=?$

$AO=CP$

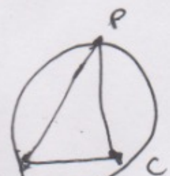


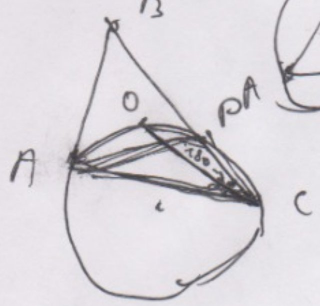


$S(CPK)=\frac{1}{2}CP\cdot CK$

S

$\beta+\alpha=90$





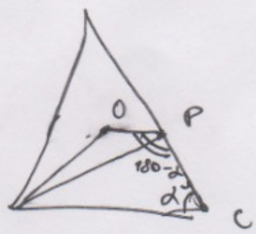
$\angle BAC=\beta$

$\angle BCA=\beta+\alpha.$

$2\alpha+2\beta=180.$

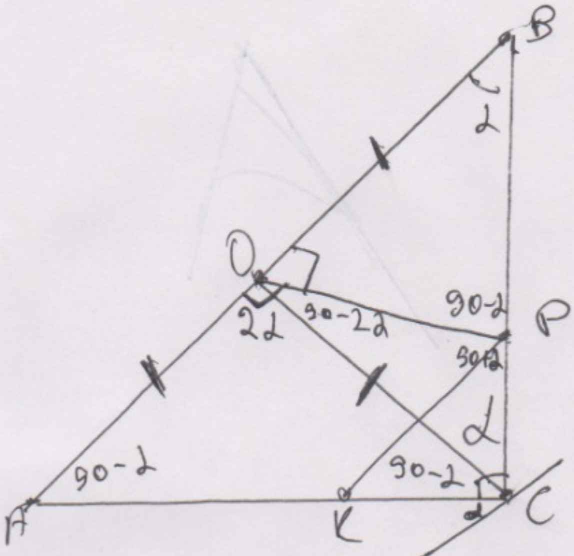
$\cancel{\beta=2\alpha-180\ 180}$

$\angle BCA=90^{\circ}$



$\alpha+\beta=90$

$\beta=90-\alpha$



$\frac{1}{2}BO \cdot OP + \frac{1}{2}AO \cdot OP + \frac{1}{2}\cancel{A}PC \cdot AC =$

$= \frac{1}{2}AB \cdot DP + \frac{1}{2}PCAC$

S(APC)

$\triangle BOP \sim \triangle BAC$

$\frac{BP}{AB} = \frac{\cancel{OB}\ \frac{AB}{2}}{BC}$

21103979 (U349111 M1295774)

1) $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \dfrac{1}{\log_{\sqrt{x+34}}(x+4)}$

~~$x = -3$~~

$x = -7$.

$\log_{\sqrt{27}} 9 \stackrel{?}{=} \log_9 27$.

$\log_{3^{\frac{3}{2}}} 3^2 = \log_{3^2} 3^3$

$\frac{4}{3} = \frac{3}{2}$.

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = \log_{(x+4)^2}(x+34) + 1$.

~~$\log_{\sqrt{2x+23}} = \log_{x+4}$~~.

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = \log_{(-x-4)}\sqrt{x+34} + 1$.

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$

$2x+23 = a$

$-x-4 = b$

$x+34 = c$.

~~$\log_c$~~ $2\log_c a$; $\log_{b^2} c$; $2\log_a b$.

$2\log_c a$; $\frac{1}{2}\log_b c$; $2\log_a b$.

~~$2\log_c a$~~ $2\dfrac{\log_a b}{\log_a c}$; $\dfrac{\log_b c}{2\log_b a}$; $2\log_a^2 b$

$2\log_c b$; $\frac{1}{2}\log_a c$; $2\log_a^2 b$.

$=$

$2\log_a^2 b =$

$\dfrac{4\log_c b}{\log_c a} = 1$; $4\log_a b = 1$; $a = b^4$,

21103979 (U349111M1295774)

$-\frac{1}{2} = 2\log_a c + \cancel{2}$.

$2 \cancel{\log} \log_a c = -\frac{1}{4}$.

$a^{-\frac{1}{4}} = c$.

$\frac{1}{\sqrt[4]{a}} = c$

$c^4 = \frac{1}{a}$ $\qquad b = a^{\log_{c^4} a^4} = a^{\log_{\frac{1}{a}} a^4} = a^{-4}$

$b = a^{-4} = \frac{1}{a^4} = c$.

$c = \frac{1}{\sqrt[4]{a}}$ $\qquad a^4 = \sqrt[4]{a}$

$\qquad a^{16} = a$

$c = \frac{1}{a^4}$ $\qquad \cancel{a(a^{15} - 1) = 0}$.

$\boxed{a = 1}$

$a = 0$

$\frac{140}{8} = \frac{55}{4} = 16\frac{3}{4}$

$a^3 - a = 0$

$a(a^2 - 1) = 0$

$a(a-1)(a+1) = 0$

$\cancel{(a^4-1)(a^2-1)(a}$

$\cancel{(a^3-1)a} =$

$= (a-1)(a^2+a+1) = 0$

$-91 + 19 = -92 + 20 =$

$= -72 = -8$.

-9

$\begin{cases} 2x+23=0 \text{ невозм.} \\ 2x+23=1 \text{ невозм} \end{cases}$

---

3) $\log_b c = 4\log_a b$.

$c = b^{4\log_a b}$

$2\log_c a = 2\log_{b^{4\log_a b}} a = 8\log_a b \log_b a = 8$

$a = c^4$.

$c = b^{4\log_{c^4} b} = b^{\log_c b}$.

$1 = \log_c^2 b$

$\log_c b = \pm 1$

$\left[\begin{array}{l} b = c \\ b = \frac{1}{c} \end{array}\right.$

$2\log_c a = 2\log_a b + 1$.

$2\log_c c^4 = 8$.

$4 - 8 = \log_a b + 1$

$\log_a b = 7$.

$b = a^7$.

$b = c^{28}$

$b = c$. ; $b = \frac{1}{c}$

$\begin{cases} c = c^{28} \\ \frac{1}{c} = c^{28} \end{cases}$ $\quad c = 0; c = 1$

$c = 1$.

21103979 (U349111 M1295774)

$\sqrt{x+34} = a$

$2x+23 = b$

$-x-4 = c$

$\log_{a^{\frac{1}{2}}} b$; $\log_{c^2} a$; $\log_{b^{\frac{1}{2}}} c$

$2\log_a b$; $\frac{1}{2}\log_c a$; $2\cdot\log_b c$

1) $2\log_a b = \frac{1}{2}\log_c a$

$4\log_a b = \log_c a$

$\log_a b = \frac{1}{4}\log_c a$

$b = a^{\log_{c^4} a}$

$2\log_b c = 2\log_{a^{\log_{c^4} a}} c = \frac{2}{\log_{c^4} a}\cdot\log_a c =$

$= \frac{2}{\frac{1}{4}\log_c a}\log_a c = 8\log_a^2 c$

$8\log_a^2 c = \frac{1}{2}\log_c a + 1$

$8\log_a^2 c + \frac{1}{2}\log_c a + \log_c c =$

$= \log_c c\sqrt{a}$

$8\log_a^2 c = \frac{1}{\log_c \sqrt{a} c}$

~~$16\log_a^2 c = \frac{1}{\log_a c}$~~

~~$\log_a^3 c = \frac{1}{16}$~~

~~$\log_a c = \frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$; $\log_c a = 2\sqrt[3]{2}$~~

$8\log_a^2 c$ $\log_{a^{\frac{1}{2}}} a^{\log_{c^4} a} = 2\log_{c^4} a = \frac{1}{2}\log_c a$

$\frac{1}{2}\log_c a + t = 8\log_a^2 c$; $\log_a c = t$

$8t^2 - \frac{1}{2t} - 1 = 0$

$\cancel{8t^3}\ 16t^3 - 2t - 1 = 0$

	16	0	-2	-1
$\frac{1}{2}$	16	8	2	0

$(t - \frac{1}{2})(16t^2 + 8t + 2) = 0$

$t = \frac{1}{2}$

$\log_a c = \frac{1}{2}$

$a = c^2$

$x + 34 = x^2 + 8x + 16$

$x^2 + 7x - 18 = 0$

$\Delta = 49 + 72 = 121 = 11^2$

$x = \frac{-7 \pm 11}{2}$; $x = -9$; $\cancel{x = 2}$

2)

~~1 − 2~~

	1	0	-2	-4
2	1	2	2	0

$91^2 = 8281$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \cdot\ 91 \\ \hline +\ 91 \\ 819\ \ \\ \hline 8281 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 495 \\ \cdot\ 16 \\ \hline 2970 \\ +\ \cancel{495} \\ 495\ \ \\ \hline 7920 \end{array}$$

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=22 \\ НОК(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$$

~~$a=2^{n}\cdot 6$~~

$a=2^{x_1}\cdot 11^{y_1}$

$b=2^{x_2}\cdot 11^{y_2}$

$c=2^{x_3}\cdot 11^{y_3}$

$\max(x_1;x_2;x_3)=16$

$\max(y_1;y_2;y_3)=19$

x_1 или x_2 или $x_3=1$

$x_1\geq 1; x_2\geq 1; x_3\geq 1$

y_1 или y_2 или $y_3=1$

$y_1\geq 1; y_2\geq$ ~~1~~ $y_3\geq 1.$

1) ~~вост~~ 9. ....

$x_1=1$

$y_1=1.$

~~$x_2+x_3=$~~

$(1;16;\alpha)$ 6

$(1;19;\beta)$ 6

$\alpha\in[1;16]$ $\alpha\in(1;16)$

$\beta\in[1;18]$ $\beta(1;19)$

36 вариантов

$[2;15]$ 14 значений.

$[2;18]$ 17 значений.

$36\cdot 14\cdot 17.$

$1;16;16$

$6\cdot 14+3+3=6\cdot 15.$

.... $1;16;16$

$C_2^3=3.$

$6\cdot 17+3+3=6\,18.$

$6\cdot 15\cdot 6\cdot 18=\boxed{36\cdot 15\cdot 18}$

№5.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$$\begin{array}{r} 128 \\ \cdot\ 9 \\ \hline 1152 \end{array}$$

21103979 (U349111 M1295774)

$2\log_c a \quad ; \quad \frac{1}{2}\log_b c \quad ; \quad 2\log_{a} b$

$=$

$4\log_c a = \log_b c$

$\log_c a^4 = \log_b c$

$\boxed{a^4 = c^{\log_b c}}$

$8\log_{a^4} b = 8\log_{c^{\log_b c}} b = 8\log_b c \cdot \log_c b = 8$

$2\log_c a = 7.$

$\log_c a = \frac{7}{2}.$

$\log_a b = 4.$

$a^4 = b = c^{\log_b c}.$

$\begin{cases} a = c^{\frac{7}{2}} \\ a^4 = b. \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+23 = (x+34)^{\frac{7}{2}} \\ (2x+23)^4 = -x-4. \end{cases}$

$2x+23>0.$

$x > -\frac{23}{2}.$

$\cancel{x = 7}. \quad (x+34)^{14} = -x-4.$

решений нет.

1 2 3

$=$

$2\log_c a = 2\log_a b.$

$\log_c a = \log_a b.$

$b = a^{\log_c a}.$

$\cancel{a = c^{\log_a b}}.$

$\frac{1}{2}\log_b c = \frac{1}{2}\log_{a^{\log_c a}} c = \frac{1}{2}\log_c a \cdot \log_a c = \frac{1}{2}$

$\log_b c = 1.$

$b = c$

$\frac{1}{2} = 2\log_a b + 1 =$

21103979 (U349111 M1295774)

$2\log^2_{b^4} b = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}.$

$a = 2^{-n}$

$2\log_a^2 b$

$$\begin{cases} -x-4>0 \\ 2x+23>0 \\ x+34>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x<-4 \\ x>-\frac{23}{2} \\ x>-34 \end{cases} \quad x \in \left(-\frac{23}{2}; -4\right) \quad (-11{,}5; -4)$$

$x = -$

$\log_{\sqrt{2x+23}} (-x-4) = \log_{(x+4)^2} (x+34) = \log_{\sqrt{x+34}} (2x+23) =$

$2\log_c a \ ; \frac{1}{2}\log_{b} c \ ; 2\log_a b.$

$4\log_c a - \log_b c = 0. \qquad 8\log_{a^4} b.$

$\log_c a^4 - \log_b c = 0.$

$c^{\log_b c} = a^4.$

$8\log_{a^4} b = 2\log_c a + 1 = 2\log_c ac$

$8\log_{c^{\log_b c}} b = \cancel{2\log_a b} \cdot 2\log_c c^{\log_b c + 1}.$

$\cancel{\log_{c^{\log_b c}}}$

$8\log_b c \log_c b = 2(\log_b c + 1)$

$8 = 2\log_b c + 1 \Rightarrow \log_b c = \frac{7}{2}.$

21103979 (U349111 M1295774)