# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103842**

ID профиля: **101567**

Вариант 23

№1

**Условие:**
$S_6 = S$
возр. арф. прогр.
Все члены $\in \mathbb{Z}$
$a_{10} a_{16} > S+39$
$a_{11} a_{15} < S+55$

$a_1 = ?$

**Решение.**

1. Возрастающая арф. прогрессия, тогда $d>0$, Все члены прогрессии $\in \mathbb{Z}$ числам, тогда $a_1; a_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a_2 - a_1) \in \mathbb{Z}$ (св. $\mathbb{Z}$ чисел) $\Rightarrow$

$a_1 = a_1;\ a_2 = a_1 + d \Rightarrow a_2 - a_1 = d$

$\Rightarrow d \in \mathbb{Z}$ ($d$ - разность; шаг прогрессии).

2. $S_6 = 6a_1 + \frac{6(6-1)}{2} d = 6a_1 + 15d = S$; (усл.)

($S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} d$) (формула сум. арф. прогр.)

$a_n = a_1 + d(n-1)$, тогда (фрм. члена арфм. прогр.)

$a_{10} = a_1 + 9d$
$a_{11} = a_1 + 10d$
$a_{15} = a_1 + 14d$
$a_{16} = a_1 + 15d$

$a_{10} a_{16} > S+39$
$a_{11} a_{15} < S+55$ (усл.) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_1+9d)(a_1+15d) > S+39 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < S+55 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 > S+39 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 < S+55 \end{cases}$$

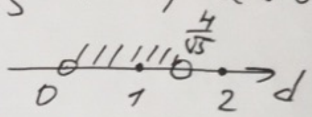
$$\begin{cases} S+55-5d^2 > a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 135d^2 > S+39 \end{cases} ; \quad S+55-5d^2 > S+39$$

$5d^2 < 55-39$
$5d^2 < 16$

$$d^2 < \frac{16}{5}; \quad \begin{cases} -\frac{4}{\sqrt{5}} < d < \frac{4}{\sqrt{5}} \\ d > 0 \ (\text{п.1}) \end{cases} \quad \begin{cases} 0 < d < \frac{4}{\sqrt{5}} \\ d \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\frac{4}{\sqrt{5}} \overset{>}{\vee} 1$; $4 \overset{>}{\vee} \sqrt{5}$

$\frac{4}{\sqrt{5}} \overset{<}{\vee} 2$; $2 \overset{<}{\vee} \sqrt{5}$




$$\begin{cases} d \in \mathbb{Z} \\ 0 < d < 2 \end{cases} ; \quad \boxed{d = 1}, \text{ тогда}$$

$S = 6a_1 + 15d = 6a_1 + 15$; Подставим $S = 6a_1 + 15$ и $d = 1$ в систему,

$$\text{тогда} \begin{cases} (a_1+9)(a_1+15) > 6a_1 + 15 + 39 \\ (a_1+10)(a_1+14) < 6a_1 + 15 + 55 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 > 6a_1 + 54 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 < 6a_1 + 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (a_1+9)^2 > 0 \\ -\sqrt{11} - 9 < a_1 < \sqrt{11} - 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 \neq -9 \\ -\sqrt{11} - 9 < a_1 < \sqrt{11} - 9 \end{cases}$$

$D_1 = 81 - 70 = 11$; $a_1 = \frac{\pm\sqrt{11} - 9}{1} = \pm\sqrt{11} - 9$

# Чистовик

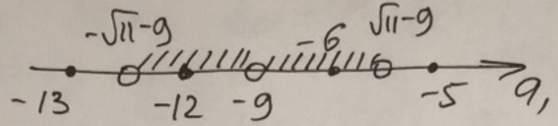


$-\sqrt{11}-9 \overset{>}{\vee} -13$ ; $-\sqrt{11} \overset{>}{\vee} -4$ ; $4 \overset{>}{\vee} \sqrt{11}$

$-\sqrt{11}-9 \overset{<}{\vee} -12$ ; $-\sqrt{11} \overset{<}{\vee} -3$ ; $3 \overset{<}{\vee} \sqrt{11}$

$\sqrt{11}-9 \overset{<}{\vee} -5$ ; $\sqrt{11} \overset{<}{\vee} 4$ ; $\sqrt{11}-9 \overset{>}{\vee} -6$ ; $\sqrt{11} \overset{>}{\vee} 3$

$$\begin{cases} -\sqrt{11}-9 < a_1 < \sqrt{11}-9 \\ a_1 \neq -9 \\ a_1 \in \mathbb{Z} \text{ (усл.)} \end{cases}$$

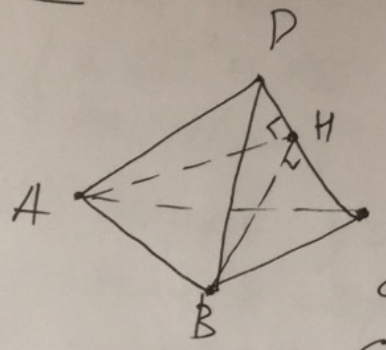



$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} -13 < a_1 < -9 \\ -9 < a_1 < -5 \end{array}\right. \\ a_1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \qquad a_1 \in \{-12; -11; -10; -8; -7; -6\}.$$

Ответ: $-12; -11; -10; -8; -7; -6$.

№2

Решение.



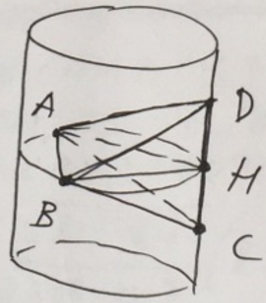

1.) $AD=DB=7$ $\triangle ADC=\triangle BDC$ (по 3 ст.),
$AC=CB=6$ тогда Ф-п. $[BH]$ и $[AH]$ –
$AB=4$
выс. на $[CD]$ $\triangle$.$BDC$ и $\triangle ADC$
соот, т.к. $\triangle =$ и имеют общ.
ст. $[CD]$ и $H\in[CD]$, то высоты
приходят в одну точку.

2.) $(CD)\perp(BH);(AH)$
$(BH);(AH)\in(ABH)$
$(BH)\cap(AH)=H$ $\Big|\Rightarrow (CD)\perp(ABH)$

3.) Впишем $\triangle ABH$ в окр. лежащую в пл. // основанию цилиндра, тогда ось цилиндра $l$; $l\perp$ пл. (основания)

$(ABH)\parallel$(пл. основания) $\Big|\Rightarrow l\perp(ABH)$
$CD\perp(ABH)$ $\Big|\Rightarrow l\parallel(CD)$
$H\in(CD)$
$H\in$ цилиндру
$l$ – ось $\Big|\Rightarrow$

$\Rightarrow [CD]\in$ цилиндру




4.) Следствие из теоремы синусов:

$\dfrac{AB}{\sin\angle AHB}=2R$

Тогда $R$ опис. около $\triangle ABH$ окр $= R$ цилиндра $= R_ц$;

Пусть $\angle AHB=\alpha$ $\Big|\Rightarrow \dfrac{AB}{\sin\alpha}=2R$
$AB=4$ (усл.) $\Big|\Rightarrow R=\dfrac{2}{\sin\alpha}$
$R=\min$ $\Big|\Rightarrow \dfrac{2}{\sin\alpha}=\min$, тогда

$\sin\alpha=\max=1$, т.е. $0^\circ<\alpha<180^\circ$
(акс-ия $\angle$ + теор. о + $\angle$ в $\triangle$) $\Big|\Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha=90^\circ$; тогда $\angle AHB=90^\circ \Rightarrow \triangle AHB$ – п/у с гип. $[AB]$
($R_ц=2$)

5.) $\triangle ADC=\triangle BDC$ (п.1)
$[BH];[AH]$ – выс. к 1-ой стороне $\Big|\Rightarrow BH=AH$ (соот. св.-$\triangle$) $\Big|\Rightarrow$

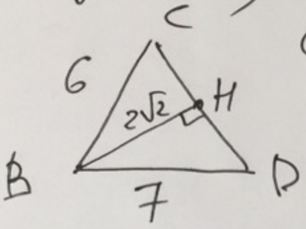
Чистовик                                   Страница 4

$\Rightarrow BH^2+AH^2=AB^2$ (т. Пиф.)

$\begin{cases} 2AH^2 = AB^2 \\ AB=4 \text{ (усл.)} \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{2}AH^2 = 1\cancel{6}\ 8 \\ AH>0 \text{ (акс. у. огр.)} \end{cases} \Rightarrow AH = 2\sqrt{2} = BH$

6.) Теперь у нас есть $\Delta BDC$, в котором мы знаем 2 стороны: $BD=7$; $BC=6$ и высоту к стороне $[CD]$, $BH=2\sqrt{2}$, но в самом начале мы рассмотрели тетраэдр, в котором $\angle$ ~~DBC~~ $BCD$ – острый, но он же может быть ещё и тупым, (~~∠BCD~~ ∠) от этого не меняется вписывание его в цилиндр и нахождение $R_ц$ и высот, но меняется $CD$, $\angle BDC$ – тупым быть не может, т.к. против тупого угла наибольшая сторона, а $\begin{matrix} BD=7 \\ CB=6 \end{matrix} \Rightarrow BD>BC$ тупым может быть только $\angle BCD$, тогда рассмотрим 2 случая.

1 случай) $\Delta BCD$ – ~~остроугольный~~: $\angle C$ и $\angle D$ – острые ($H \in [CD]$).




$CD = CH + HD$ (акс. из. огр.)

~~CH>0~~ $CH; HD > 0$ (акс. из. огр.)

$\angle CHB = \angle BHD = 90°$ (опр. выс.) $\Rightarrow$

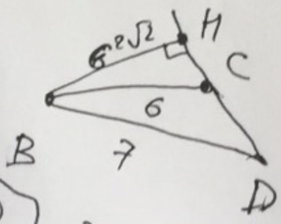
$\Rightarrow \begin{matrix} CH = \sqrt{BC^2-BH^2} \\ HD = \sqrt{BD^2-BH^2} \end{matrix}$ (т. Пиф) ; $BC=6$; $BD=7$; $BH=2\sqrt{2}$ $\Rightarrow \begin{matrix} CH=\sqrt{36-8} \\ HD=\sqrt{49-8} \end{matrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{matrix} CH=\sqrt{28} \\ HD=\sqrt{41} \end{matrix}$, откуда $\boxed{CD = CH+HD = \sqrt{28}+\sqrt{41} = 2\sqrt{7}+\sqrt{41}.}$

2 случай) $\angle BCD < 90°$ – тупой:

~~CD~~ $DH = CH + CD$ (акс. из. огр.) $CD = DH - CH$

$CH; HD > 0$ (акс. из. огр.) $\Rightarrow$



Чистовик Страница 5

Аналогично $\angle BHC = \angle BHD = 90°$; тогда $\Delta$-ки п/у $\Rightarrow$

$\Rightarrow CH = \sqrt{BC^2 - BH^2}$
$HD = \sqrt{BD^2 - BH^2}$ (т. Пиф.)
$BC = 6$; $BD = 7$; $BH = 2\sqrt{2}$ (усл.)

$\Rightarrow CH = \sqrt{36 - 8}$
$HD = \sqrt{49 - 8}$
$CH = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$
$HD = \sqrt{41}$ $\Rightarrow$
($\sqrt{41} > \sqrt{28}$ – подходит),

$\Rightarrow \boxed{CD = DH - CH = \sqrt{41} - 2\sqrt{7}}$
зн. $CD > 0$ – верно.

Получаем всего 2 случая в других случаях будут противоречия

Ответ: $\sqrt{41} - 2\sqrt{7}$ или $\sqrt{41} + 2\sqrt{7}$.

21103842 (U101567 M1304136)

№3

Решение.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8; \ (2) \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b;8) \ (1) \end{cases}$$

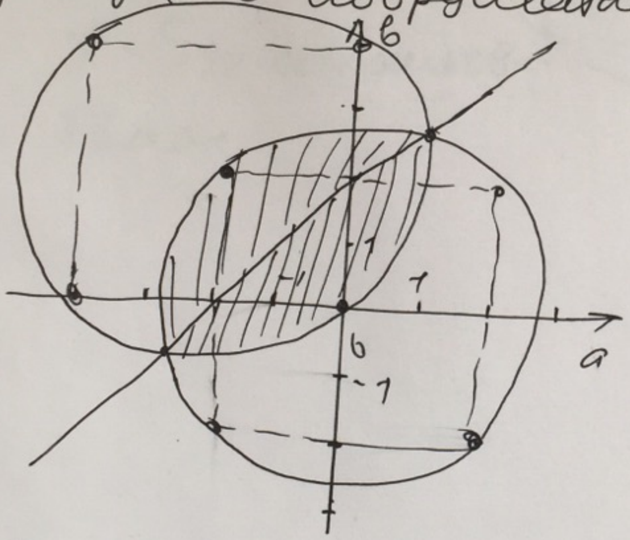
1.) Рассмотрим отдельно (1).

$a^2+b^2 \le \min(4b-4a;8)$.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4b-4a \ge 8 \\ a^2+b^2 \le 8 \end{cases} \\ \begin{cases} 4b-4a \le 8 \\ a^2+b^2 \le 4b-4a \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b \ge a+2 - \\ a^2+b^2 \le 8 - \text{круг с ц. в т. } (0;0) \text{ и рад. } 2\sqrt{2}. \end{cases} \\ \begin{cases} b \le a+2 \\ (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 \end{cases} \end{array}\right.$$

круг с ц. в т. $(-2;2)$ и $R=2\sqrt{2}$.

Построим график этой функции в координатах $(a;b)$.




Рассмотрим т. п. $b=a+2$ и $(a+2)^2+a^2=8$

в обоих сл-чаях система зн. 2 окружности и прямая $\cap$ в 2х точках.

$2a^2+4a+4=8$

$a^2+2a-2=0$

$D_1=1+2=3$

$a=\pm\sqrt{3}-1$

$b=\pm\sqrt{3}+1$

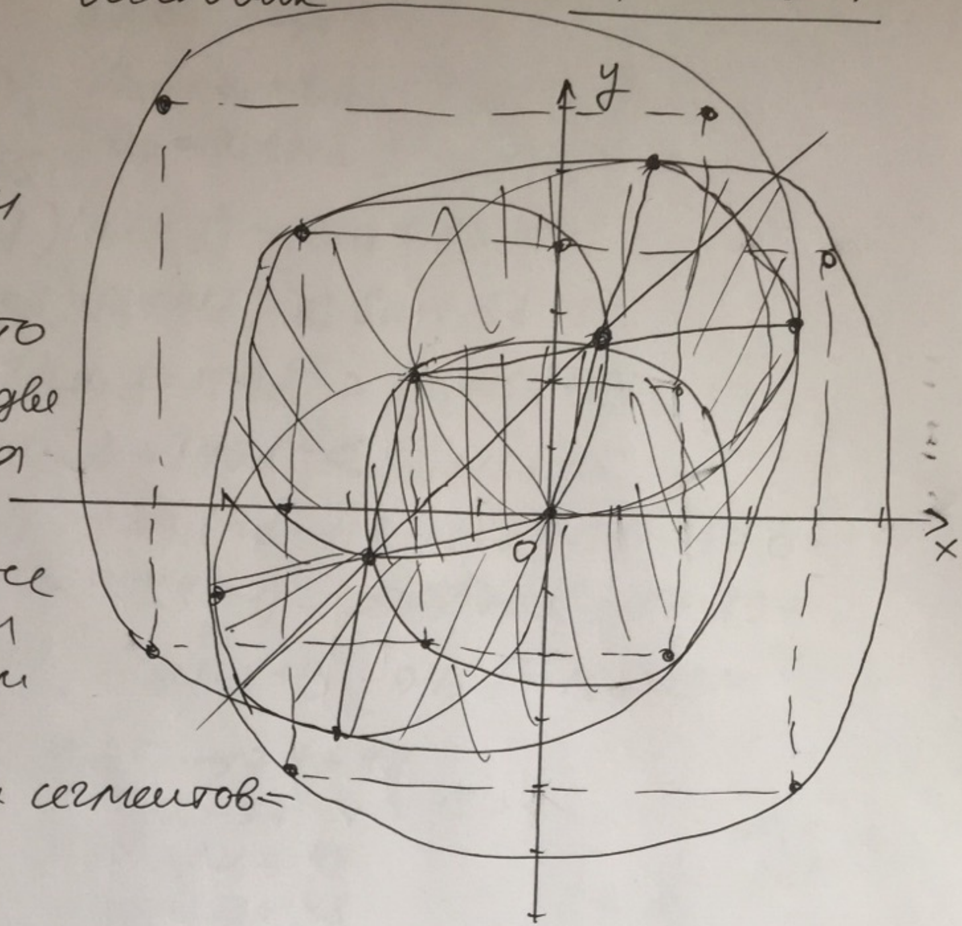
А теперь можем заметить, что мы получили множество точек центров окр. с ц. в т. $(a;b)$, тогда если изобразить это на плоскости $(x;y)$ получится множество центров окружностей (кругов.)

2) Теперь рассмотрим отдельно (2).

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$ – круг с центром в т. $(a;b)$ и радиусом $2\sqrt{2}$.

21103842 (U101567 M1304136)

Если взять Окружности в тех же точках, что и первые две по радиусу $r \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$, то мы почти получим множество М




$S = 2 \cdot S_{2х\ сегментов} =$
$=$ быть.

Черновик

$S_6 = 9; \quad d > 0 \quad S_6 = 6a_1 + d\frac{6(6-1)}{2} = 6a_1 + 15d = 9$

$a_{10}a_{16} > 9+39; \quad a_{10} = a_1 + 9d \quad a_{16} = a_1 + 15d$

$a_{11}a_{15} < 9+55 \quad a_{11} = a_1 + 10d \quad a_{15} = a_1 + 14d$

$(a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 6a_1 + 15d + 39$

$(a_1 + 10d)(a_1 + 14d) < 6a_1 + 15d + 55$

$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1d + 15\cdot 9d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ a_1^2 + 24a_1d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55 \end{cases}$

$a_1^2 + 6a_1(4d-1) + 135d^2 - 15d - 39 > 0$

$D_1 = 9(4d-1)^2 - \cancel{135d^2}\, 9\cdot 15d^2 + 15d + 39 =$

$= 9\cdot 16d^2 - \overset{72}{8d\cdot 9} + 9 - 9\cdot 15d^2 + 15d + 39 =$

$= 9d^2 - 57d + 48$

$D = 57^2 - 4\cdot 9\cdot 48 > 0.$

$57^2 \vee 4\cdot 9\cdot 48$

$57\cdot 57 \vee 36\cdot 48$

$d \in \mathbb{Z}$

$a_1 \in \mathbb{Z}$

$5d^2 > 16$

$d^2 > \frac{16}{5}$ $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} d > \frac{4}{\sqrt5} \\ d < -\frac{4}{\sqrt5} \end{array}\right. \\ d > 0 \end{array}\right.$ $\boxed{d > \frac{4}{\sqrt5}}$ $d > \frac{4}{5}\sqrt5$

$6a_1 + 15d + 55 - 5d^2 > 6a_1 + 15d + 39$

$5d^2 < 55 - 39$

$5d^2 < 16$

$\begin{cases} 0 < d < \frac{4}{\sqrt5} \\ d \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\frac{4}{\sqrt5} = \frac{4\sqrt5}{5}$

$\frac{4\sqrt5}{5} \overset{>}{\vee} 1 \qquad \frac{4\sqrt5}{5} \overset{<}{\vee} 2$

$4 \overset{>}{\vee} \sqrt5 \qquad 4 \overset{<}{\vee} 2\cdot\sqrt5$

$2 \overset{<}{\vee} \sqrt5$

$\begin{cases} 0 < d < 2 \\ d \in \mathbb{Z};\ d = 1 \end{cases}$

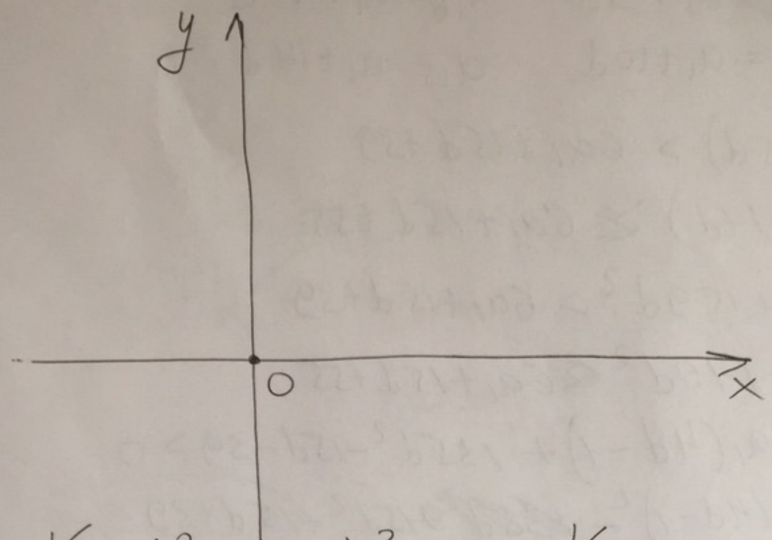
$2\cdot 7\cdot 5$

$\times \frac{87}{54}$ $\frac{13}{5}$

$135 - 54 = 131 - 50 = 81$

21103842 (U101567 M1304136)

Черновик




$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 8; \\ a^2+b^2\le \min(-4a+4b;8)\ (2)\end{cases}$ Круг с центром в точке $(a;b)$ и рад $2\sqrt{2}$.

(2) $a^2+b^2\le \min(-4a+4b;8)$

1.) при $-4a+4b\le 8$

$-a+b\le 2$ $\quad b\le a+2$

$a^2+b^2\le -4a+4b$ $\quad \begin{cases}a^2+4a+b^2-4b\le 0\\ b\le a+2\end{cases}$

$\begin{cases}(a+2)^2+(b-2)^2\le 8\\ b\le a+2\end{cases}$ Круг с ц. в т. $(-2;2)$ и рад $2\sqrt{2}$.

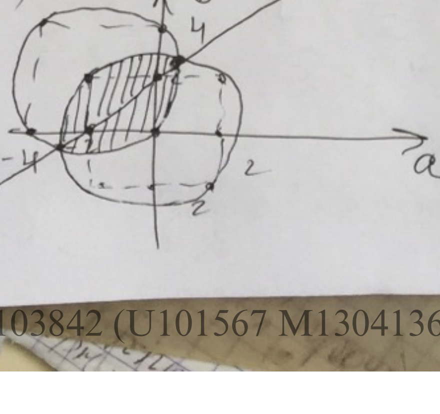
2.) при $8\le -4a+4b$

$2\le -a+b$

$a+2\le b$

$\begin{cases}a^2+b^2\le 8\\ a+2\le b\end{cases}$ $\quad \begin{cases}a^2+b^2\le 8 \text{ — Круг с ц. в т. } (0/0) \text{ и рад } 2\sqrt{2}\\ b\ge a+2\end{cases}$

1.)




$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

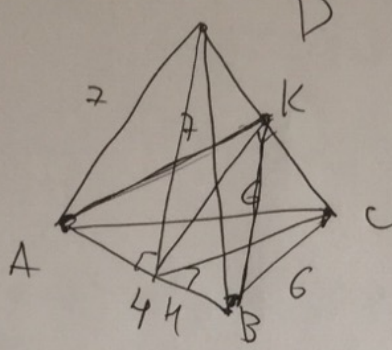
$b=a+2$

$a^2+$

$(a-x)^2+(b-y)^2\le 8$

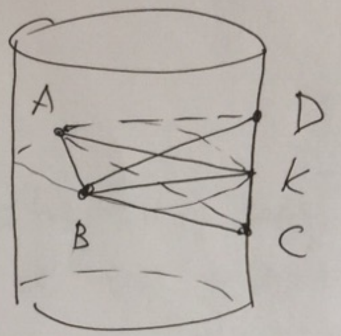
выполняется Окр. с ц. в т. $(x;y)$ и рад. $2\sqrt{2}$.

# Черновик




$CH = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$DH = \sqrt{49-4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}.$




ABK впис. в окр. рад. $R_{цу}$.

Пусть $AKB = \alpha$, тогда

$2R = \dfrac{4}{\sin\alpha}$

$R = \dfrac{2}{\sin\alpha}$ $\quad R = \min. \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\alpha = 1$ $\boxed{R=2}$

$\angle\alpha = 90^\circ.$

$\angle AKB = 90^\circ.$

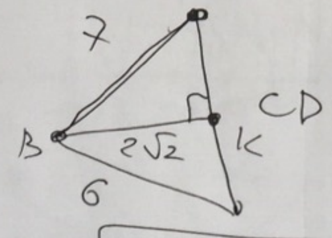
$AK^2 + KB^2 = 16.$

$\cancel{AK \cdot KB}$ $AK = KB = a$

$2a^2 = 16$

$a^2 = 8$

$a = 2\sqrt{2}.$




$CD = \sqrt{36-8} + \sqrt{49-8} =$

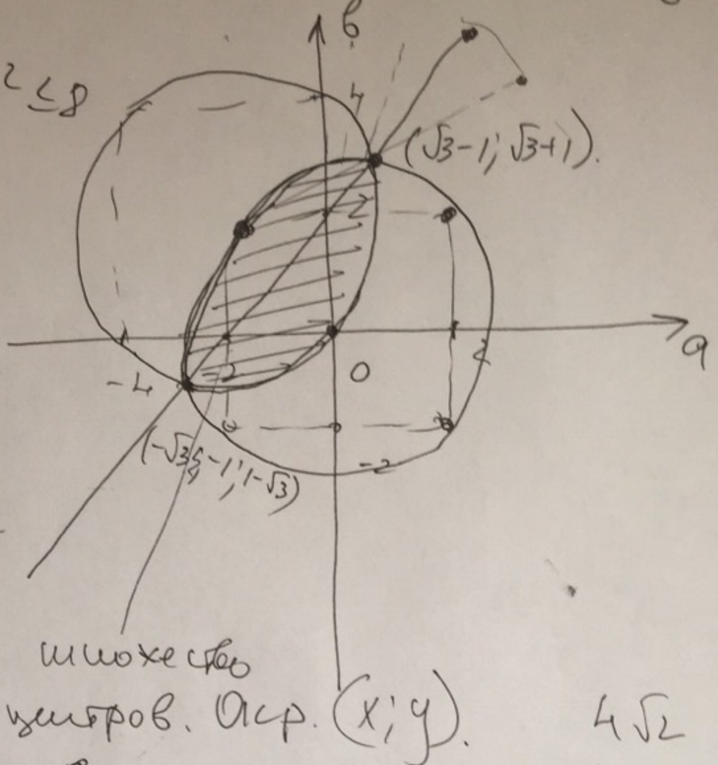
$= \sqrt{28} + \sqrt{41} =$

$\boxed{= 2\sqrt{7} + \sqrt{41}}$

Черновик

при каких a x;y.

$$\left\{\begin{array}{l}(a-x)^2+(b-y)^2\le 8\\ \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}b\le a+2\\ (a+2)^2+(b-2)^2\le 8\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}a^2+b^2\le 8\\ b\ge a+2\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right.$$




$(x-a)^2+(y-b)^2\le 8$
круг. с ц. в т. $(a;b)$ и рад. $2\sqrt{2}$

$4\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}$ $2\sqrt{2}$

$4\sqrt{2}$

$a^2+(a+2)^2=8$ ∩ ...

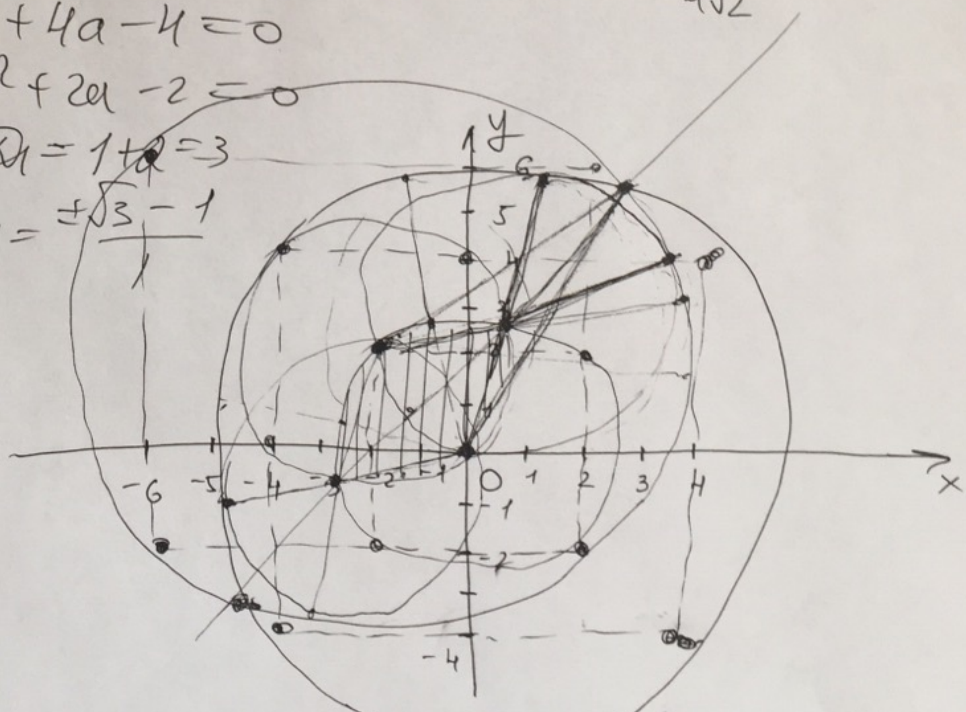
$a^2+a^2+4a+\cancel{4}=\cancel{8}\ 4$

$2a^2+4a-4=0$

$a^2+2a-2=0$

$\cancel{a_1}=1+\cancel{2}=3$

$a=\dfrac{\pm\sqrt{3}-1}{1}$




21103842 (U101567 M1304136)

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103842**

ID профиля: **101567**

Вариант 23

№4

Решение

НОД$(a;b;c)=22$, тогда $22k_1=a$, $22n_1=b$, $22m_1=c$, где $m_1;n_1;k_1$ — взаимно простые.

НОК$(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19}$, тогда $ak_2=bn_2=cm_2=2^{16}\cdot 11^{19}$, где $k_2;n_2;m_2$ — взаимно простые. $\Rightarrow$

$\Rightarrow 22k_1k_2=22n_1n_2=22m_1m_2=2^{16}\cdot 11^{19}$

$k_1k_2=n_1n_2=m_1m_2=2^{15}\cdot 11^{18}$, где

$k_1;n_1;m_1$ — взаим. прост.

$k_2;n_2;m_2$ — взаим. прост, пусть

$k_1=2^{a_1}\cdot 11^{a_2}$ $\quad k_2=2^{15-a_1}\cdot 11^{18-a_2}$

$n_1=2^{b_1}\cdot 11^{b_2}$ $\quad n_2=2^{15-b_1}\cdot 11^{18-b_2}$

$m_1=2^{c_1}\cdot 11^{c_2}$, тогда $m_2=2^{15-c_1}\cdot 11^{18-c_2}$

Теперь рассмотрим, что следует из того, что они взаимно простые, а следует, что, чтобы $k_1;n_1;m_1$ были взаим. пр, надо, чтобы 1 из степеней $a_1;b_1;c_1$ была $=0$ и одна из степеней $a_2;b_2;c_2$ была $=0$, для $k_2;n_2;m_2$ аналогично, т.е. одна из $a_1;b_1;c_1=15$; одна из $a_2;b_2;c_2=18$, это условие взаимной простоты.

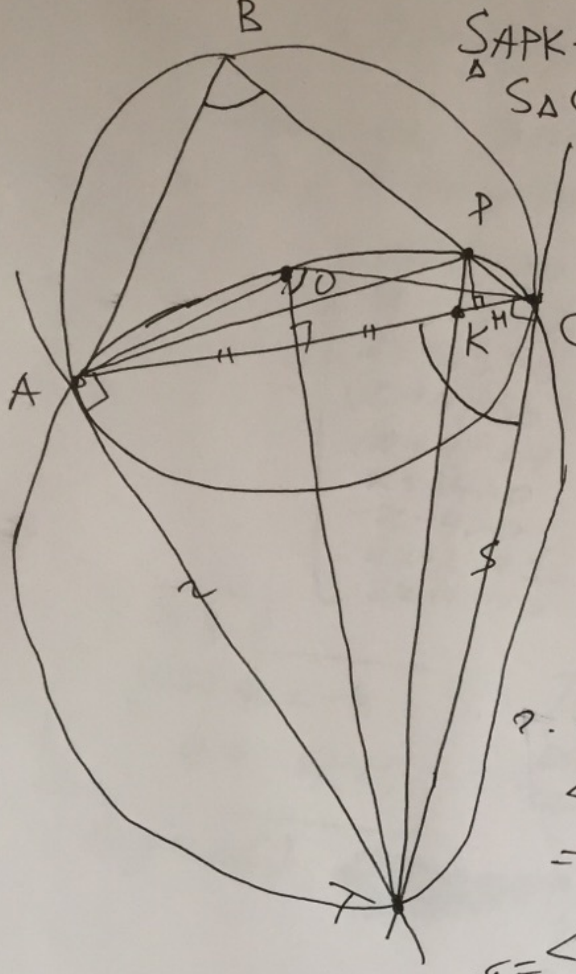
(либо число $=1$ и тогда выполняется, либо в одном нет множителей 11, а в другом 2, тогда тоже выполняется).

т.к. $a=22k_1$, $b=22n_1$, $c=22m_1$, то кол-во способ выбрать $(a;b;c)=$ кол-ву способов выбрать $(k_1;n_1;m_1)$ удовлетворяющих условиям. т.к. одна из степеней $a_1;b_1;c_1=0$, а другая $=15$, и одна из степеней $a_2;b_2;c_2=0$, а другая $18$, то 4 степени у нас уже

Чистовик  Страница 3

№6

Решение




$S_{\triangle APK}=15$

$S_{\triangle CPK}=13$

а.) $S_{\triangle ABC}=?$

б.) $\angle ABC=\operatorname{arctg}\frac{4}{7}$

$AC=?$

1. Пусть $[PH]$ – выс. из $P$ на $(AC)$ $\triangle PKC$, тогда это высота и $\triangle APK$,

$S_{\triangle APK}=\frac{1}{2}PH\cdot AK$; $S_{PKC}=\frac{1}{2}PH\cdot KC$

$\frac{AK}{KC}=\frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle PKC}}=\frac{15}{13}$

2. $\angle AOC=\angle APC$ (как. ~~внешние~~ впис. и опир на $\cup AC$)

$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC$ (как. впис. и центральный опир. на $\cup AC$).

$\Rightarrow \angle ABC=\frac{1}{2}\angle APC$ $\Rightarrow$

$\angle CAT=\angle ACT=\angle ABC$ (как. впис. и $\angle$ между кас. и хордой.)

$\angle AOC=\angle APC$

$\angle AOC+\angle ATC=360^\circ-90^\circ-90^\circ=180^\circ$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APC+\angle ATC=180^\circ$, тогда по призн. впис. 4-х уг. $T\in$ Окр. $(A;O;C)$ (=Окр.)

$\triangle AKT\sim\triangle PKC$ (по 2м $\angle$).

$\frac{AT}{PC}=\frac{KT}{PK}=\frac{AK}{KC}=\frac{15}{13}.$

Чистовик  Страница 2

точно определены, Способов выбрать 2 степени (из двух неизвестных степеней) для $a_2; b_2; c_2$ из $6 = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$; уберём степени 15; 18; 0,

тогда для каждого из 15 способов для $a_1; b_1; c_1$ будет $15 \cdot 14 \cdot 17$ вариантов, и отдельно рассмотрим, когда ~~для~~ $a_1; b_1; c_1$ 0; 15; 0 или 15 $a_2; b_2; c_2$; 0; 18; 0 или 18.

на место $a_1; a_2$ 1 из 2-х можем поставить, на место $b_1; b_2$ также, а на место $c_1$ и $c_2$ уже будет только 1 вариант, тогда получаем $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, всего вариантов выбрать $a; b; c$ будет $15 \cdot 14 \cdot 17 + 16 = 3570 + 16 =$
$= 3586$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 14 \\ \hline 60 \\ 15 \\ \hline 210 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 210 \\ 17 \\ \hline 147 \\ +21 \\ \hline 3570 \end{array}$$

Ответ: 3586.

Чистовик — Страница 4

## №5

## Решение

1\. ① $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; ② $\log_{(x+4)^2}(x+34)$; ③ $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

Для начала запишем О.Д.З., которое будет верно для ∀ случаев.

О.Д.З.:
$$\begin{cases} x+34>0 \\ x+34\neq 1 \\ 2x+23>0 \\ (x+4)^2>0 \\ (x+4)^2\neq 1 \\ x+34>0 \\ -x-4>0 \\ 2x+23\neq 1 \\ 2x+23>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-34 \\ x\neq -33 \\ x>-11{,}5 \\ x\neq -4 \\ x\neq -5; -3. \\ x>-34 \\ x<-4 \\ x\neq -11 \\ x>-11{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-34 \\ x>-11{,}5 \\ x<-4 \\ x\neq -33; -11; -4. \\ x\neq -5; -3. \end{cases}$$

О.Д.З
$$\begin{cases} -11{,}5<x<-4 \\ x\neq -5; -11; \end{cases}$$

Теперь рассмотрим 3 сл., когда равны попарно каждые из чисел:

1 случай)
$$\begin{cases} ① = ② \\ ③ = ① + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \\ \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = \end{cases}$$

$= \log_{(x+4)^2}(x+34)$ (1)

$= \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) + 1$ (2)

$$\begin{cases} 2\log_{x+34}(2x+23) = \dfrac{1}{2\log_{(x+34)}(x+4)} \\ 2\log_{2x+23}(-x-4) = 2\cdot\dfrac{1}{\log_{2x+23}(x+34)} + 1 \end{cases}$$

# Черновик

34 $\frac{1}{6}$ 5,66

$$2\log_{x+34}(2x+23)=\frac{1}{\log_{x+34}(x+4)^2}$$

$$\log_{x+34}(2x+23)\log_{x+34}(x+4)^2=\frac{1}{2}$$

$$\log_2 4\cdot\log_2 8=2\cdot 3=6$$

$$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_x y=\frac{\log_b y}{\log_b x}\qquad \log_2 4=\frac{\log_{16} 4}{\log_{16} 2}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}=2$$

$$-23<2x<-8\qquad -7{,}5<x+4<0$$

$$0<2x+23<15.\qquad 0<(x+4)^2<7{,}5^2$$

$$22{,}5<x+34<30\qquad 22{,}5<x+34<30.$$

$$\log_{x+34}(2x+23)<1\qquad >1.$$

log

$$\log_{x+34}(2x+23)\log_{x+34}-x-4=\frac{1}{4}$$

$$\log_{x+34}(2x+23)=\quad -x-4=t$$

$$x=-t-4$$

$$-2t-8+23=15-2t$$

log

$$\log_{x+34}t\cdot\log_{x+34}15-2t=\frac{1}{2}$$

$$\log_{30-t}t\cdot\log_{30-t}15-2t=\frac{1}{2}.$$

$$\begin{cases}\text{Нод}(a;b;c)=22\\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19}\end{cases}$$

$a=22k$ $k;d;m$ взаим простые.

$b=22d$

$c=22m$

$$2^{16}\cdot 11^{19}=a\cdot n=b\cdot u=c\cdot f$$

$n;u;f$ взаимно простые.

21103842 (U101567 M1304137)

Черновик.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$ $\quad a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

$\log_{(x+4)} \sqrt{x+34}$

$(a^x)^y = a^{xy}$

log. log $\quad \log x + \log y = \log x \cdot y$

$16;\ 19;\ 16 \cdot 19$

$16 \cdot 19 \cdot 16 \cdot 19 = 16^2 \cdot 19^2$

$1 \cdot 16^2 \cdot 19^2$

$16^2 \cdot 19^2 \cdot 2 - 1$

11: 18 $\quad$ 0

2: 15 $\quad$ 0

$16 \cdot 19$

$16 \cdot 19$

$a_1 \quad a_2$

$b_1 \quad b_2$

$c_1 \quad c_2$

4 цифры в 6 клеток

$6 \cdot 5$

$\frac{30}{2} = 15$

$16 \cdot 19 \cdot 15$

$16 \cdot 19$

0; 15; 18

$0 < x < 15$

$0 < y < 18$

$14 \cdot 17$

$2^{15} \cdot 11^y$

$2^0 \cdot 11^{18}$

$2^x \cdot 11^0$

$2^{15} \cdot 11^0$

$2^x \cdot 11^y$

$2^0 \cdot 11^{18}$

$2^{15} \cdot 11^0$

$2^0 \cdot 11^{18}$

$2^x \cdot 11^y$

18 18 0

0 18 18

Черновик

$22kn = 22\,ч\,в = 22mf = 2^{16} \cdot 11^{19}$

$kn = ~~dч~~ = mf = 2^{15} \cdot 11^{18}$

$k; d; m$ — взаимно пр.

$n; ч; f$ — взаимно пр.

т.е. все 3. $k; d; m$

или $n; ч; f$ не могут

содержать одинаковый множ.

$k = 11^{\dots}$ $\quad k = 2^{\dots}$ $\quad k = 11^{\dots}$

$d = 11^{\dots}$ $\quad d = 11^{\dots}$ $\quad m = 11^{\dots}$

$m = 2^{\dots}$ $\quad m = 11^{\dots}$ $\quad d = 2^{\dots}$

и $2^{\dots} \Leftrightarrow 11^{\dots}$

Пусть $a = kn$

$k = 11^{a_1} \cdot 2^{a_2}$ $\quad n = 11^{18-a_1} \cdot 2^{15-a_2}$

$d = 11^{b_1} \cdot 2^{b_2}$ $\quad d = 11^{18-b_1} \cdot 2^{15-b_2}$

$m = 11^{c_1} \cdot 2^{c_2}$ $\quad f = 11^{18-c_1} \cdot 2^{15-c_2}$

1 сл.) $a_2 = 0 \to$

$c_1 = 0$ $\quad$ две степени

16 $\quad$ две макс.

в $k$ можем выбрать ~~16 + 18 способов.~~

$16 \cdot 19$ сп. выбрать

$k$; способов выбрать $d$ $16 \cdot 19$

способов выбрать

$m$ $16 + 19$

выбрать $k$ $16 \cdot 19$ способов

Для каждого $k$ способ выбрать $d$ $16 \cdot 19$; $16^2 \cdot 19^2$

Для, тогда $m$ 1 $f$ будет $2^{15} \cdot 11^{18}$.

21103842 (U101567 M1304137)