Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103609**

ID профиля: **274863**

Вариант 23

Чистовик

Вариант 23

№1

Дано:

$a_1 \dots a_i$ – возраст. арифм. прогресс (целые)

$S_{a_{1-6}} = S$

$a_{10}\cdot a_{16} > S+39$

$a_{11}\cdot a_{15} < S+55$

Найти: все возможные a_1

Решение: т.к. члены прогрессии целые числа $\Rightarrow$ d также целое.

$a_6 = a_1+5d$.

$S=\frac{a_1+a_6}{2}\cdot 6 \Rightarrow S=\frac{a_1+a_1+5d}{2}\cdot 6 = 3(2a_1+5d)$

$a_{10}=a_1+9d$. $\quad a_{15}=a_1+14d$

$a_{11}=a_1+10d$ $\quad a_{16}=a_1+15d$

$$\begin{cases}(a_1+9d)\cdot(a_1+15d) > 3(2a_1+5d)+39\\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 3(2a_1+5d)+55.\end{cases}$$

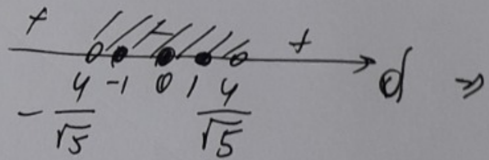
$$\begin{cases}a_1^2+24a_1d+135d^2 > 6a_1+15d+39.\\ a_1^2+24a_1d+140d^2 < 6a_1+15d+55.\end{cases}\quad \begin{cases}a_1+24a_1d-6a_1-15d>39-135d^2\\ a_1+24da_1-6a_1+15d<55-140d^2\end{cases}$$

$39-135d^2 < a_1+24a_1d-6a_1-15d < 55-140d^2$

$39-135d^2 < 55-140d^2$

$5d^2<16$

$\left(d-\frac{4}{\sqrt5}\right)\left(d+\frac{4}{\sqrt5}\right)<0$



$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ целые d: $-1; 0; 1$.

1) если $d=-1$ не удов т.к. послед. возрастающая $\Rightarrow d>0$.

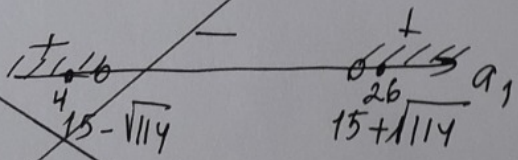
$$\begin{cases}a_1^2-24a_1+15\cdot135>6a_1-15+39.\\ a_1^2-24a_1+140<6a_1-15+55\end{cases}\quad\begin{cases}a_1^2-30a_1+111>0.\\ a_1^2-30a_1+100<0.\end{cases}$$

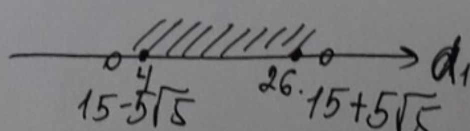
$a_1^2-30a_1+111=0$

$D=900-444=456$

$a_1=\frac{30+2\sqrt{114}}{2}=15+\sqrt{114}$

$a_2=\frac{30-2\sqrt{114}}{2}=15-\sqrt{114}$





$a_1^2-30a_1+100=0$

$D=900-400=500$

$a_1=\frac{30+10\sqrt5}{2}=15+5\sqrt5$.

$a_1=\frac{30-10\sqrt5}{2}=15-5\sqrt5$.

1

Чистовик

Вариант 23

№1 (продолжение)

~~при пересечении этих промежутков~~

$15-5\sqrt{5}$, 4, $15-\sqrt{114}$, $15+\sqrt{114}$, 26, $15+5\sqrt{5}$

~~лежат в получившихся областях лежат только целые числа~~

$\boxed{a_1=4 \quad a_1=26}$

2) если $d=0$ → последовательность стационарная ⇒ не удов.

~~$S=6a_1$.~~

$$\begin{cases} a_1^2>6a_1+39 \\ a_1^2<6a_1+55. \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2-6a_1-39>0 \\ a_1^2-6a_1-55<0. \end{cases}$$

~~$a_1^2-6a_1+39=0$.~~

~~$D=36-4\cdot39<0$ не удов.~~

$a_1^2-6a_1-39=0$

$D=36+156=192$

$a_1=\frac{6+2\sqrt{48}}{2}=3+\sqrt{48}$

$a_1=\frac{6-2\sqrt{48}}{2}=3-\sqrt{48}$.

~~$a_1^2-6a_1+55=0$.~~

~~$D=36$~~

$a_1^2-6a_1-55=0$

$D=36+4\cdot55=256$

$a_1=\frac{6+16}{2}=3+8=11$

$a_2=\frac{6-16}{2}=-\frac{10}{2}=-5$.

+ − + ; −4, $3-\sqrt{48}$, $3+\sqrt{48}$, 10 ; a_1

−5, 11 ; a_1

при пересечении: −5, −4, $3-\sqrt{48}$, $3+\sqrt{48}$, 10, 11

~~$\boxed{a_1=-4 \quad a_1=10}$~~

3) если $d=1$.

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1+135 > 6a_1+15+39 \\ a_1^2+24a_1+140 < 6a_1+15+55 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2+18a_1+81>0. \\ a_1^2+18a_1+70<0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+9)^2>0 \Rightarrow a_1\in\mathbb{R};\ a_1\neq-9. \\ a_1^2+18a_1+70<0. \end{cases}$$

$a_1^2+18a_1+70=0$

$D=324-280=44$

$a_1=\frac{-18+2\sqrt{11}}{2}=-9+\sqrt{11}$

$a_2=\frac{-18-2\sqrt{11}}{2}=-9-\sqrt{11}$

$-9-\sqrt{11}$, −12, −6, $-9+\sqrt{11}$; a_1

из целых −6; −7; −8; −10; −11; −12 (−9) − не подходит.

~~Ответ: 4; 6; 7; 8; 10; 11; 12; 26~~

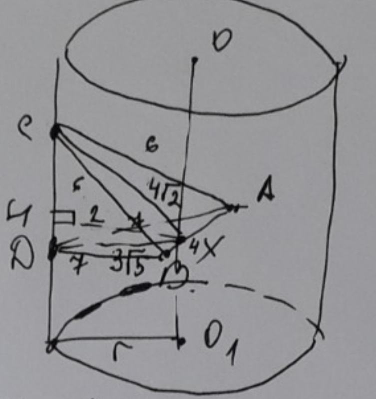
~~Ответ:~~ Ответ: −6; −7; −8; −10; −11; −12

2

Чистовик
Вариант 23.

№2 Дано:
ABCD – тетраэд.
$AB=4$
$AC=CB=6$
$AD=DB=7$.
$CD \parallel OO_1$
r наим.
Найти: CD–?

Решение:



1) т.к. $CD \parallel OO_1$; C, D – лежат на боковой поверхности ⇒ CD – лежит полностью на боковая поверхности; $CD \perp$ l оси.

2) т.к. $AC=BC$ и $AD=BD$. то $\triangle DCB = \triangle DCA$ (по трём сторонам) ⇒ $\angle DCB = \angle DCA$ ⇒
⇒ точки A и B лежат на одная высоте от основания (так как CB и CA повернуты в одну сторону) ⇒ $AB \parallel$ основанию.

3) т.к. $AB \parallel$ основанию ⇒ AB – хорда окружности равная основанию
⇒ $D \geq AB$ ⇒ $D \geq 4$ ⇒ $2r \geq 4$ ⇒ $r \geq 2$ (чтобы AB лежало в цилиндре) ⇒ иначе AB будет выходить за цилиндр
⇒ $r_{min}=2$ ⇒ пусть: $OO_1 \cap AB = X$ – X – сер. AB в $\triangle BCA$ CX по т. Пифагора $CX = \sqrt{6^2-2^2} = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ (точки C, X, D, H – лежат в одная плоскости т.к. $H \in CD$)
в $\triangle ADB$ DX по т. Пифагора $DX = \sqrt{7^2-2^2} = \sqrt{49-4} = 3\sqrt{5}$. сечение
$XH \perp CD$ – высота в $\triangle CXD$ ⇒ $XH \perp CD$; $r \perp CD$ ⇒ $XH \parallel r$;
$XH \perp OO_1$; ~~т.к.~~ $r \perp OO_1$ ⇒ $XH = r$ ⇒ $XH = 2$. рассм $\triangle CXD$.

в $\triangle CXH$ по т. Пифагора найдем CH: $CH = \sqrt{32-4} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.
в $\triangle XHD$ по т. Пифагора найдем HD: $HD = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$

⇒ $CD = CH + HD$ ⇒ $CD = 2\sqrt{7} + \sqrt{41}$.

$\boxed{\text{Ответ: } CD = 2\sqrt{7} + \sqrt{41}}$

Чистовик

Вариант 23.

№3 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 8\\ a^2+b^2\le \min(-4a+4b, 8).\end{cases}$ S_M - ?

Решение:

a^2+b^2 - ~~р-е~~ квадрат расстояния от точки $(0;0)$ до центра окружности

$(x-a)^2+(y-b)^2=8$. $\Rightarrow a^2+b^2>0 \Rightarrow$

$-4a+4b>0$

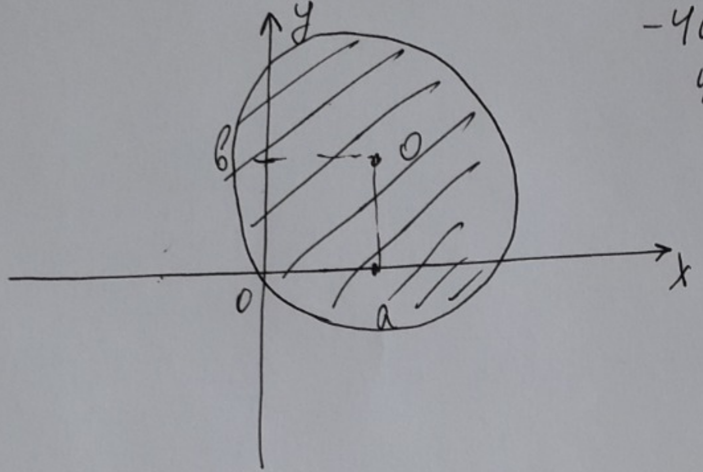
$4(b-a)>0$.

$\Downarrow$

$b-a>0$.

$b>a$. $\Rightarrow$

центр может лежать в I, II, $\underline{\text{III}}$ четвертях, ~~и в точке~~ и в точке $\underline{0;0}$.



т.к. в IV четверти

по оси $0x$ $a>0$ $\Rightarrow$ $a>b$

по оси $0y$ $b<0$ не удов.

~~в точке~~

y $(x-a)^2+(y-b)^2\le 8$ - ~~ок~~ внутренняя часть окружности с $R=\sqrt{8}$.

совокупность окружностей $\Rightarrow$ образуют прямоугол. с скругленными углами

$a^2+b^2\le \min(-4a+4b, 8)$

$y=a^2+b^2 \le y=\min(-4a+4b; 8)$. прямая $y=a^2+b^2$ должна лежать ниже прямой $y=\min(-4a+4b; 8)$. $\Rightarrow$

фигура М состоит из всех таких окружностей, удовлетворяющих условием. (они возможно могут пересекаться).

1) если ~~$4(b-a)\ge 8$, тогда $b-a\ge 2$,~~ $4(b-a)=8$

$b-a=2 \Rightarrow b=a+2$.

$a^2+(a+2)^2\le 8$. $a^2+2a\le 2$

$a^2+a^2+4a+4\le 8$. $a^2+2a-2\le 0$.

$2a^2+4a\le 4$ $D=4+8=12$

$-1-\sqrt{3}$ ... $\sqrt{3}-1$ a (по $0x$).

$(-2;0)$

$(0;2)$ - удов.

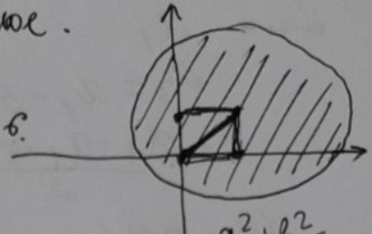
$a=\frac{-2\pm 2\sqrt{3}}{2}=-1\pm\sqrt{3}$. $\Rightarrow$ $\underset{y}{\overset{b}{\shortparallel}}$ $\underset{x}{\overset{a+2}{\shortparallel}}$.

$y=kx+m$. $\begin{cases}0=-2k+m.\\ 2=m\end{cases}$ $\Rightarrow k=1 \Rightarrow y=x+2$ - прямая по которой двигается центр окружн. $\Rightarrow$ (4)

Черновик.

№ 1 возраст. арифм. я целых числа $\Rightarrow d$ - целое.

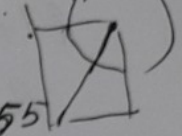
$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots$ $S = a_1 + a_2 + \ldots + a_6$.



$a_{10} \cdot a_{16} > S + 39$ $\frac{4}{\sqrt{15}}$ $6a < a_1^2$

$a_{11} \cdot a_{15} < S + 55$. $\frac{4}{\sqrt{16}} < \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$ $S = \frac{a_1 + a_1 + 5d}{2} \cdot 6 = 3(2a_1 + 5d)$.

a_1; $a_6 = a_1 + 5d$. $4(b-a) \geq 8$.



$a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{16} = a_1 + 15d$.

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{15} = a_1 + 14d$

$$\begin{cases} (a_1+9d)(a_1+15d) > 3(2a_1+5d) + 39 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < 3(2a_1+5d) + 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 15a_1d + 9a_1d + 135d^2 > 6a_1 + 15d + 39 \\ \cancel{a_1^2 + 10a_1d + 14a_1d} \end{cases}$$

$a_1^2 + 10a_1d + 14a_1d + 140d^2 < 6a_1 + 15d + 55$.

$15 \cdot 9 = 135$

$\cancel{a_1 + a_1}$

$d = -1$ $-1 - \sqrt{3} + 2 =$

$\cancel{S =} \cancel{1} - \sqrt{3}$. $= 1 - \sqrt{3}$.

$$\begin{cases} \underbrace{a_1^2 + 24a_1d} + 135d^2 > \underbrace{6a_1 + 15d} + 39 \\ \underbrace{a_1^2 + 24a_1d} + 140d^2 < \underbrace{6a_1 + 15d} + 55 \end{cases}$$

$a^2 + b^2 \leq \min(-4a + 4b, 8)$ $a_1^2 + 24a_1d - 6a_1 - 15d > 39 - 135d^2$

$a^2 + b^2 \leq \min(-4a + 4b, 8)$. $a_1^2 + 24a_1d - 6a_1 - 15d < 55 - 140d^2$.

$\sqrt{3} + 1 + 3,2$ $39 - 135d^2 < a_1^2 + 24a_1d - 6a_1 - 15d < 55 - 140d^2$

$-9 + 3,5 = -5,5$.

$-9 + \sqrt{11}$. $39 - 135d^2 < 55 - 140d^2$.

$3 < \sqrt{11} < 4$. $9,0$.

$\sqrt{3} - 1 + 2 = \sqrt{3} + 1$ $3,5$ $140d^2 - 135d^2 < 55 - 39$.

$-9 - 3,7 =$ $5,5$

$5d^2 < 16$

$d^2 < \frac{16}{5}$. $2a^2 + 2a$ 8.

$55 - 39 = 16$. если $b - a > 2$.

$a^2 + b^2 \leq 8$.

$b > a + 2$.

$a^2 + a^2 + 2a + 4 \leq 8$.

$16 \cdot 5 = 80$

$55 - 39 = 64$

$\left(d - \frac{4}{\sqrt{5}}\right)\left(d + \frac{4}{\sqrt{5}}\right) < 0$ $< d < \frac{4}{\sqrt{5}}$

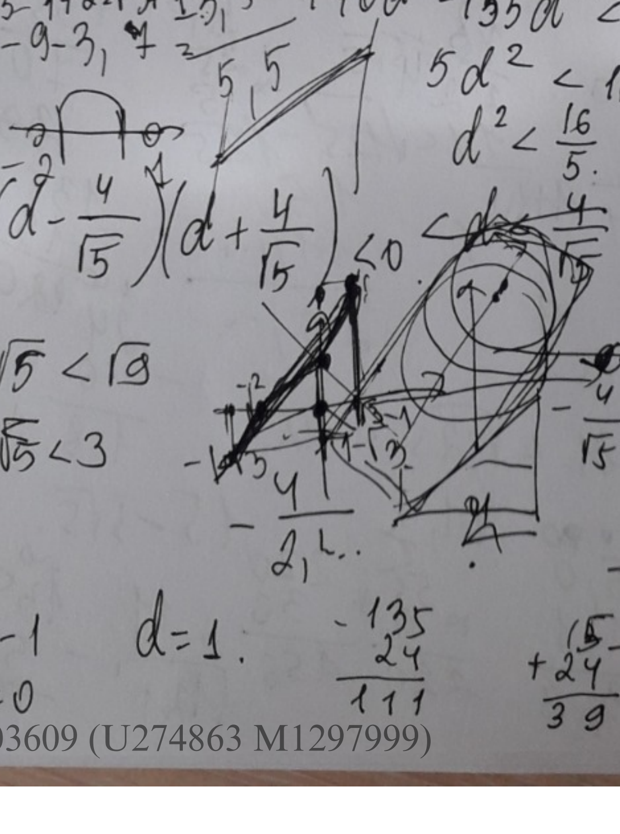
$4(b-a)$

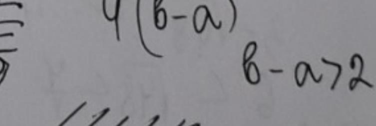
$b - a > 2$.

$15 \cdot 9 = 135$

$-\sqrt{80} < -\sqrt{25}$

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$





$2 < \sqrt{5} < 3$

$-\frac{4}{2,1}$.

$-\frac{4\sqrt{5}}{5} < -1 \; | \cdot 5$.

$900 - 444 = 456$

$456 : 4 = 114$

$d = -1$ $d = 1$. $135 - 24 = 111$

$d = 0$

$15 + 24 = 39$ $-4\sqrt{5} < -5$

$55 - 15 = 40$

(1)

21103609 (U274863 M1297999)

Черновик

$\cancel{S=}$ a_1

$a_6 = a_1 - 5$

$S = \frac{a_1 + a_1 - 5}{2} \cdot 6 = 3(2a_1 - 5)$

$(a_1 + 9d)(a_1 + 15d) > 3(2a_1 - 5) + 39.$

$(a_1 - 9)(a_1 - 15) > 3(2a_1 - 5) + 39.$

$a_1^2 - 9a_1 - 15a_1 + 135 > 6a_1 - 15 + 39.$

$a_1^2 - 24a_1 - 6a_1 + 111 > 0.$

$a_1^2 - 30a_1 + 111 > 0.$

$D = 900 - 444 = 456 = 2\sqrt{114}.$

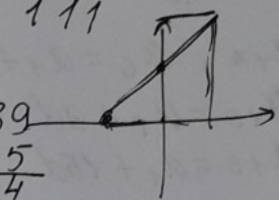
$a_1 = \frac{30 + 2\sqrt{114}}{2} = 15 + \sqrt{114}$

$a_1 = 15 - \sqrt{114}$

$-1 = \cancel{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

$\sqrt{3} - 1 + 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$135 - 24 = 111$



$39 - 15 = 24.$

$900 - 444 = 456$

$456 \,|\, 4 = 114$

$114 \,|\, 3 = 38 \,|\, 2 = 19.$

$b = 1 - \sqrt{3}$

$b = \sqrt{3} + 1$

$\sqrt{3} + 1 - 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$

$2\sqrt{6}.$

$2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} = 4 \cdot 2 \cdot 3 = 8\sqrt{3}.$

$500 \,|\, 25 = 20 \,|\, 4 = 5.$

$324 - 280 = 44$

$\sqrt{114} < 1$

$12 < 9 + \sqrt{11}$

$3 < \sqrt{11}$

$9 - \sqrt{11} < 6$

$3 < \sqrt{11}$

$\sqrt{9} < \sqrt{11}$

$15 - 10 = 5$

$15 - 10{,}5$

$20\sqrt{5}$

$4 \quad 5 \quad 25$

$15 - 10 \ldots$

$15 + 10, \ldots$

$9 - 3{,}5.$

$3 < \sqrt{11} < 4.$

$d = 0. \quad 6.$

$a_6 = a_1$

$S = \frac{a_1 + a_1}{2} \cdot 6 = 6a_1.$

$18 \cdot 18 = 144$

$15 - 10{,}5 = 4{,}5$

$15 - 70 + 55 = 70$

$a_1^2 > 6a_1 + 39.$

$a_1^2 < 6a_1 + 55.$

$3 -$

$3 + 6,$

$18 \cdot 18$

$3\sqrt{5}$

$21{,}25 \cdot 5$

$11 < \sqrt{125} - 12{,}5$

$\cancel{39}$

$135 - 15 = 120$

$120 - 39 = 81$

$3 - \sqrt{48}$

$6{,}9$

$3 + \sqrt{48}$

$6 < \sqrt{48} < 7$

10.4

$9 + \sqrt{11}$

1

$15 - 11, \ldots = 26, \ldots$

$192 = 4 \cdot 16 \cdot 3.$

$4.$

$15 -$

$24 - 6 = 18$

$15 + 39 = 54$

$3 - 6{,}9 = -3{,}9.$

$39 \cdot 14 = 156 + 36 = 192$

$48 \,|\, 16 = 3$

$11 < \sqrt{125} < 12.$

$11{,}2.$

$15 - 3\sqrt{5}.$

$54+$

$15{,}0 - 11{,}1 = 3{,}9$

$55 \cdot 4 = 220$

$220 + 36 = 256$

11

$\sqrt{121}$

$135 - 54 = 81$

$5\sqrt{5}$

$192 \,|\, 4 = 48$

-16

32

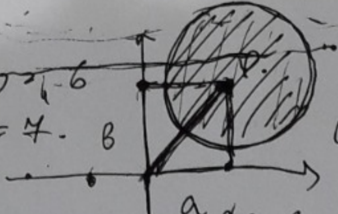
2

Черновик

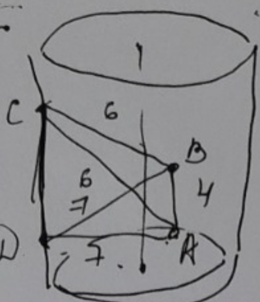
AB > 4

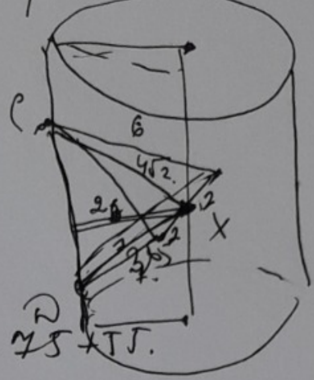
AC = CB = 6

AD = DB = 7.



$\pi r^2 = \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8. \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b,\ 8). \end{cases}$





$\min(4(b-a))$. ~~$b>a$~~ $b>0$, $a>0$. $b>0$.

$-b.\ |b-a|>0$; b

$a_1 = 10.$ $S = 3(20+5) = 3\cdot 25 = 75.$

$\times\ 24$
4

$a-b.$

$(10+9)(10+15) > 75+39$

$19\cdot 25 > 75+39b.$

$19\cdot 25 - 25\cdot 3 > 39.$

$25\cdot 16 > 39.$

~~$b-a$~~

$b.$

$(10+10)(10+14) < 75+55.$

$100\cdot 24.$

$25.$

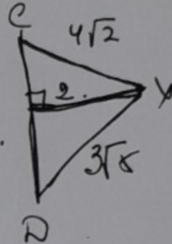
100

$24\cdot 10$

$2400 - 75 < 55.$

$20\cdot 24 < 75+55.$

$4\cdot 24 < 21+15+11$

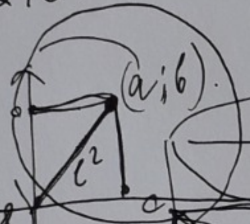


~~10^2+240+~~

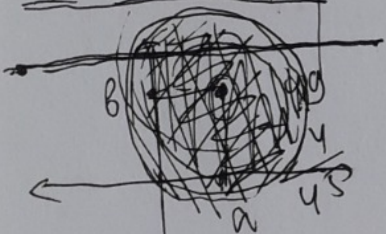
$140+100+240.$

$240+240.$

100^2+

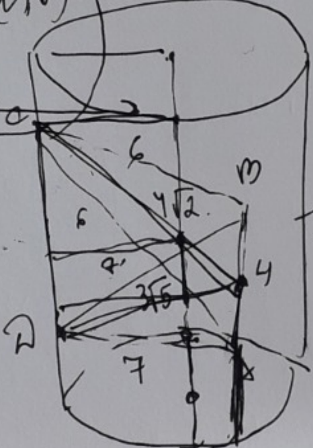


~~$y = \min(-4a+4b, 8)$~~

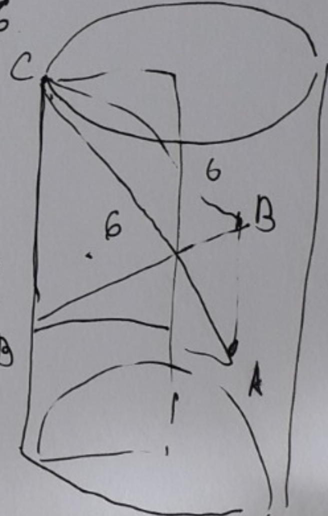


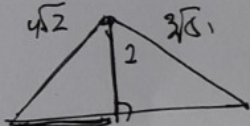
7

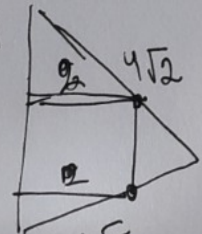
26

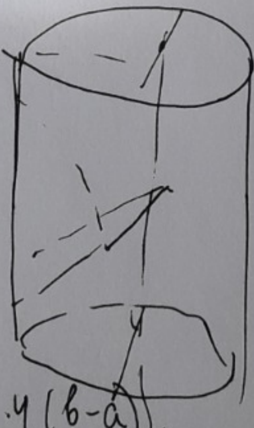


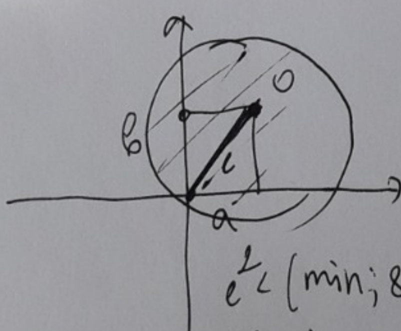
36
$-\ 4$
32











$e^2 < (\min; 8.4(b-a))$.

$4(b-a)$.

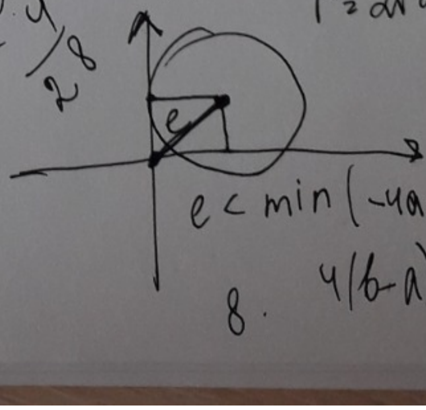
BA ~~A~~ >4

$r \ge 2. \Rightarrow r = 2. \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8. \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8). \end{cases}$

32
$-\ 4$
28

S_M

$r = 2\sqrt{2}$



$e < \min(-4a+4b$

$8.$ $4(b-a)$ ③

21103609 (U274863 M1297999)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103609**

ID профиля: **274863**

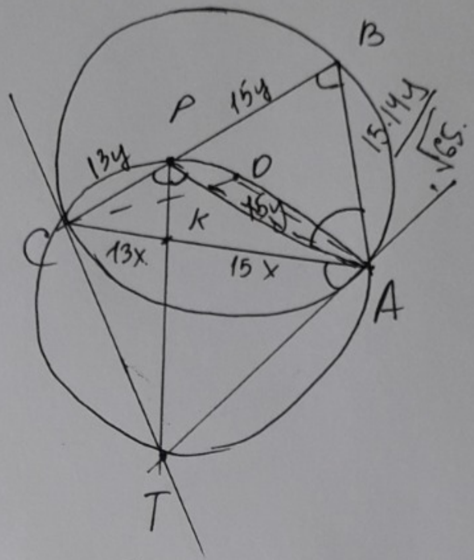
Вариант 23

Чистовик
Вариант 23.

№6

Дано:
$\triangle ABC$;
ω; с центром O.
$\omega_{AOC} \cap BC = P$.
касат. ∩ в точке K.
$S_{APK} = 15$
$S_{CPK} = 13$
а) Найти: S_{ABC}
б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{4}{7}$
Найти: AC.

Решение:



1). $OC \perp CT$ (т.к. CT-касат.)
2) ~~$OA \perp AC$~~ AT (т.к. AT-касат.) $\Big\} \Rightarrow \angle OCT + \angle OAT = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow COAT$ - впис. четырехугол. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ рад OCA впис в ω_{AOC} $\Rightarrow T \in \omega_{AOC}$.

$\triangle PCK$ и $\triangle PKA$ имеют общую высоту на сторону AC $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{PCK}}{S_{APK}} = \frac{13}{15} = \frac{CK}{KA} \Rightarrow CK = 13x \quad KA = 15x$

$\angle CPK = \angle KAT$ (опир. на одну дугу CT

~~$\angle CT$~~ $\angle KAT = \angle CBA$ (т.к. ~~OA~~ опир на одну дугу AC.

$\angle KAT$ (угол между касат. AT и хордой CA $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CPK = \angle CBA \Rightarrow$ 1) $\angle CPK = CBA$
2) $\angle BCA$ - общий $\Big\} \Rightarrow \triangle PCK \sim \triangle BAC \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{CPK}}{S_{BAC}} = \left(\frac{CK}{CA}\right)^2 = \left(\frac{13x}{13x+15x}\right)^2 = \frac{13^2x^2}{28^2x^2} = \left(\frac{13}{28}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{BAC} = \frac{S_{CPK}(\cdot 28)^2}{(13)^2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{28^2}{13.} = \frac{784}{13.}$

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{784}{13}}$

Чистовик.

№6 (продолжение)

б) $\angle COA = \angle CPA$ (опир. на одну дугу).

$\angle CBA = \frac{1}{2}\angle COA$ ($\angle CBA$ - впис. $\angle COA$ - центральный } - опир. на одну дугу) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~COA~~ $\angle CPA = 2\angle CBA \Rightarrow \angle CPT = \angle TPA = \angle CBA$.

Т.к. $\angle CPT = \angle CBA$ (соответств.) $\Rightarrow PT \parallel BA \Rightarrow \angle TPA = \angle PAB$ (накрестлежащ.)

$\Rightarrow PA = PB$ (т.к. $\triangle BPA$ равнобедр.).

PK - биссектриса. $\Rightarrow \frac{CK}{CP} = \frac{KA}{PA} \Rightarrow CP = 13y;\ PA = 15y \Rightarrow PB = PA = 15y$.

$tg\angle ABC = \frac{4}{7} \Rightarrow 1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{49} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{7}{\sqrt{65}} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{65}} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2\cdot\frac{4}{\sqrt{65}}\cdot\frac{7}{\sqrt{65}} =$

$= \frac{56}{65} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\angle CPA = \frac{56}{65} \Rightarrow$ ~~$\sin\angle BAA$~~ $\sin\angle BPA = \sin(180^\circ - \angle CPA) = \frac{56}{65} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{PA}{\sin\angle PBA} = \frac{BA}{\sin\angle BPA} \Rightarrow \frac{15y\cdot\sqrt{65}}{4} = \frac{BA\cdot 65}{56} \Rightarrow$

$\Rightarrow 15y = \frac{\sqrt{65}\,BA}{14} \Rightarrow BA = \frac{15\cdot 14y}{\sqrt{65}} \Rightarrow$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot\sin\alpha\cdot BC\cdot AB \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{\sqrt{65}}\cdot 28y\cdot\frac{15\cdot 14y}{\sqrt{65}} = \frac{28^2}{13}$.

$\frac{\cancel{4}^{2}\cdot \cancel{28}\cdot 15\cdot 14}{\cancel{2}\cdot 65}y^2 = \frac{\cancel{28^2}\,28}{13}$.

$\frac{\cancel{2}\cdot 15\cdot\cancel{14}y^2}{65} = \frac{\cancel{28}}{13}$ $\qquad \frac{15}{65}y^2 = \frac{1}{13} \;\Big|\cdot 13$

$\frac{15}{5}y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = \frac{28\sqrt{3}}{3}$ $\quad BA = \frac{15\cdot 14\cdot\sqrt{3}}{3\sqrt{65}}$

в $\triangle ABC$ по т. косинусов $AC = \sqrt{\frac{28^2}{3} + \frac{15^2\cdot 14^2\cdot\cancel{3}}{65\cdot 3} - 2\cdot\frac{4}{\sqrt{65}}\cdot\frac{28\sqrt{3}}{\cancel{3}}\cdot\frac{15\cdot 14\cdot\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{65}}} =$

$= \sqrt{\frac{28^2}{3} + \cancel{\frac{5\cdot 14^2\cdot 3}{13}} - \cancel{\frac{2\cdot 7\cdot 28\cdot 14}{13}}} = \sqrt{\frac{28^2}{3} - \frac{14^2\cdot 3}{13}} = \cancel{\sqrt{14^2\left(\frac{4}{3} - \frac{14}{13}\right)}} = 14\sqrt{\frac{10}{39}}$ ② $\quad 14\sqrt{\frac{1}{3}}$

$\boxed{\text{Ответ: } 4\sqrt{\frac{1}{3}} \quad \cancel{14\sqrt{\frac{10}{39}}}}$

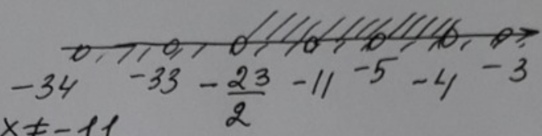
Чистовик

Вариант 23

<u>№5</u>. $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$; $\log_{(x+4)^2}(x+34)$; $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$.

два числа равны; третье > на 1.

$$ОЗ: \begin{cases} x+34>0. \\ x+34\neq 1. \\ 2x+23>0. \\ 2x+23\neq 1. \\ -x-4>0. \\ x+4\neq \pm 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-34 \\ x\neq -33 \\ x>-\frac{23}{2} \\ 2x\neq -22 \Rightarrow x\neq -11. \\ x<-4 \\ x\neq -3 \\ x\neq -5. \end{cases}$$



$x\in\left(-\frac{23}{2};-11\right)\cup(-11;-5)\cup(-5;-4)$.

$\underset{①}{\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)}$ $\quad\underset{②}{\log_{(x+4)^2}(x+34)}$ $\quad\underset{③}{\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)}$

1) ② = ③ $\quad$ ① = 2,3 + 1.

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2\log_{2x+23}(-x-4) = \log_{2x+23}(x+4)^2$.

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{(2x+23)}(x+4)^2 \Rightarrow \log_{(x+4)^2}(x+34)\cdot\log_{(x+4)^2}(2x+23)=1$

$\Rightarrow$ ~~т.к. log~~ т.к. логарифмы обратные $\Rightarrow$

$\Rightarrow x+34 = \sqrt[6]{2x+23}$ или $\sqrt[6]{x+34} = 2x+23$.

Черновик. 2

№4. НОД$(a,b,c)=22=2\cdot 11$.

НОК$(a,b,c)=2^{16}\cdot 11^{19}$

a	b	c
$2^{16}\cdot 11^{19}$	$2\cdot 11$	$2\cdot 11$
$2^{16}\cdot 11^{19}$	$2\cdot 11$	$2\cdot 11$

~~a b c.~~

a	b	c	
$2^{16}\cdot 11^{19}$	$2\cdot 11^{19}$	$\cancel{2^{19}\cdot 11^{19}}$	$2^{16}\cdot 11$

1) ~~16+16 16×19.~~

~~2) 19·16~~

$2^{16}\cdot 11^{19}$ $\quad \boxed{2}\cdot 11^{19}$ $\quad 2^{16}\cdot\boxed{11}$

1) $16\cdot 19$.

2) $16\cdot 19-1$.

3) $2^{16}\cdot 11^{''}$ $\quad 2^{''}\cdot 11^{19}$ $\quad \underline{2\cdot 11}$.

1) $16\cdot 19-1$

$2^{16}\cdot 11^{19}$. $\quad 2\cdot 11$ $\quad 2\cdot 11$

$\cancel{2^{16}}$ (16) 16·19

$2^{16}\cdot 11^{1(19)}$ $\quad 2\cdot 11^{19}$ $\quad 2\cdot 11$

$2\cdot 11$ $\quad 2\cdot 11^{19}$ $\quad 2^{16}\cdot 11$

$2^{16}\cdot 11^{19}$. $\quad 2^{16}\cdot 11$ $\quad 2\cdot 11^{19}$

16·19.

$16\cdot 19-1$.

	A	B	C
1)	$2\cdot 11$	$2^{16}\cdot 11^{19}$	$2\cdot 11$
2)	$2\cdot 11$	$2^{16}\cdot 11$	$2\cdot 11^{19}$
3)	$2\cdot 11^{19}$	$2^{16}\cdot 11$	$2\cdot 11$.
4)	$2\cdot 11^{19}$	$2\cdot 11$	$2^{16}\cdot 11$

$16\cdot 19$

$16\cdot 19-16-19$.

$16\cdot 19-1$

$16\cdot 19-19-16$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+33)=\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$.

$2\cancel{\log}$

$\log_{\sqrt{2x+33}}\sqrt{x+34}=\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$2=\log_{\sqrt{2x+33}}\sqrt{x+34})^2$.

$2x+23=\cancel{\sqrt{x+34}}$

$\sqrt{2x+23}=x+34$

ОДЗ: $2x+23\neq 1$, $2x\neq -22$, $x\neq -11$

$2x+33>0$. $x>-\frac{33}{2}$.

$x+34>0$. $x>-34$.

$x+34\neq 1$. $x\neq -33$.

$x+4<0$ $\quad x<-4$.

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$.

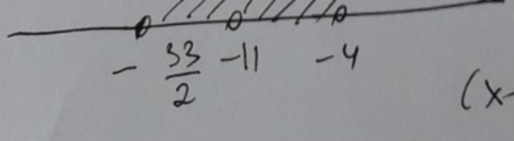
$23\,|\,2$; -2; $11,5$; 3

$(x+4)^{\cancel{2}}=\cancel{x+4}\neq 1$ $\quad (2x+23)^{\frac{1}{6}}$ $\quad \cancel{x\neq -3}$.

$(x+4)^2=(x+34)^{\frac{1}{6}}$.

№5. $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+33)$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$



1

21103609 (U274863 M1298000)

Черновик

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$.

$\cancel{2\log}\ \frac{2}{\log_{\sqrt{2x+23}}\sqrt{x+34}} = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$.

$2 = \log_{\sqrt{2x+23}}\sqrt{x+34}\ \log_{2x+23}(-x-4)$.

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)+1$.

$\cancel{\log_{(x+4)^2}(x+}$ $\log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{\cancel{(x+34}}$

$\cancel{\log x+3}$ $\cancel{2}\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2\log_{2x+23}(-x-4)$.

$\cancel{\log_{2x+23}\sqrt{x+34} = 2\log_{2x+23}(-x-4)}$.

$\cancel{2}\log_{x+34}(2x+23) = \cancel{2}\log_{2x+23}(-x-4)$.

$\frac{1}{\log_{2x+23}x+34} = \log_{2x+23}(-x-4)$.

$1 = \log_{2x+23}(x+34)\cdot\log_{2x+23}(-x-4)$.

$\frac{1}{2}\log_{(-x-4)}(x+34) = 2\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)+1$.

$\log_{(-x-4)}\sqrt{x+34} = 2\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)+1$.

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$ $\quad\log_{(x+4)^2}(x+34)$ $\quad\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$.

$2\log_{2x+23}(-x\cancel{-4})$.

$\log_{2x+23}(x+4)^2$ 6

$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{(2x+3)}(x+4)^2$.

$\log_{(x+4)^2}(x+34)\cdot\log_{(x+4)^2}(2x+23) = 1$.

$x+34 = \frac{1}{2x+23}$.

$(x+4)^6$

6 $\frac{1}{6}$.

$(x+34)^6 = 2x+23$

$x+34 = (2x+23)^6$.

$2\log_{x+34}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34)\cancel{+1}$

$\cancel{2b} = \log_{(x+4)^2}(x+34)+1$.

b

c

a

2.11

2.11

2.11

2

Черновик

$2\cdot 11^{19}$ 2^{16}

$\frac{15^2\cdot 14^2}{65\cdot 3} - \frac{14^2\cdot 28\cdot 15}{65\cdot 3}$ $= \frac{14^2\cdot 15(15-28) - 14^2\cdot 15}{2\cdot 11\, 65\cdot 3 - 14}$

$2^{16}\cdot 11$ $2\cdot 11^{19}$ $\frac{16\cdot 19}{}$ $\frac{16\cdot 19\cdot 6}{14^2\cdot 15\cdot 13}$

$2^x\cdot 11^y$ $16\cdot 19\cdot 3$ $65\cdot 3$

$\frac{15^2\cdot 14^2}{65\cdot 3} - \frac{14\cdot 28\cdot 14\cdot 15}{65\cdot 3}$ $\frac{15^2\cdot 14^2}{65\cdot 3} - \frac{14^2\cdot 15\cdot 28}{65\cdot 3}$

$\frac{28^2}{3} - 14^2$

1) $\underline{2^{16}\cdot 11^{19}}$ $\underline{2\cdot 11}$ $2^{16}\cdot 11^{19}$ $16\cdot 19\cdot 6\cdot 6$

2) $\underline{2^{16}\cdot 11}$ $\underline{2\cdot 11^{19}}$ $2^{16}\cdot 11^{19}$ $16\cdot 19\cdot 6 - 6$

$\sqrt{14^2\left(\frac{4}{3} - 1\right)} = \frac{14}{\sqrt{3}}$

2^{16} t a t $2^{16}\cdot 2^{19}$

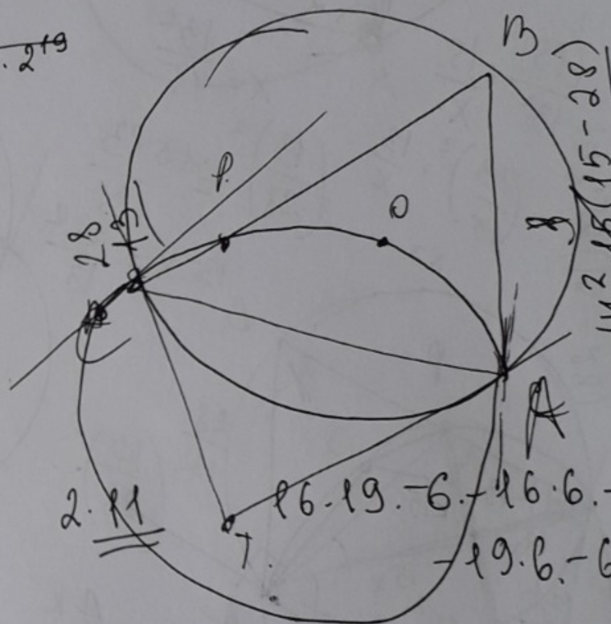
$\frac{14^2\cdot 15}{13} - \frac{14^2\cdot 28t}{13\,t} = -\frac{14^2\cdot 13}{13} = -14^2$

a t t t a t

$\frac{5\cdot 14^2\cdot 3 - 14\cdot 14\cdot 28}{13}$

3) $\underline{2^{16}\cdot 11^{19}}$ $\underline{2}\cdot 11$ $2\cdot 11$

$16\cdot 19 - 6 - 16\cdot 6 - 19\cdot 6 - 6$



$\frac{14^2\cdot 15(15-28)}{65\cdot 3\cdot 13} = -\frac{14^2\cdot 3}{13}$

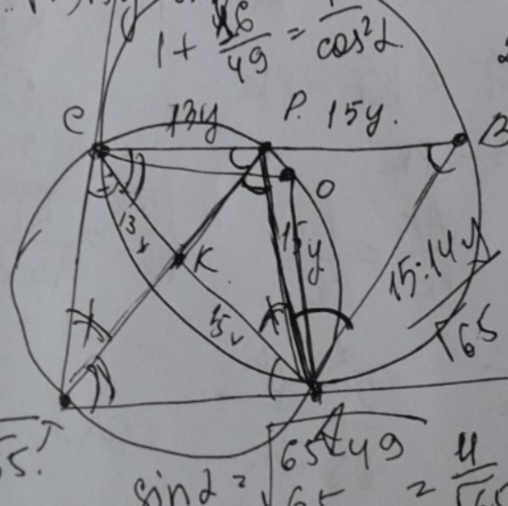
4) $2^{16}\cdot 11$ $2\cdot 11^{19}$ $\underline{2\cdot 11}$ $16\cdot 19 - 16\cdot 6 - 19\cdot 6 - 6$

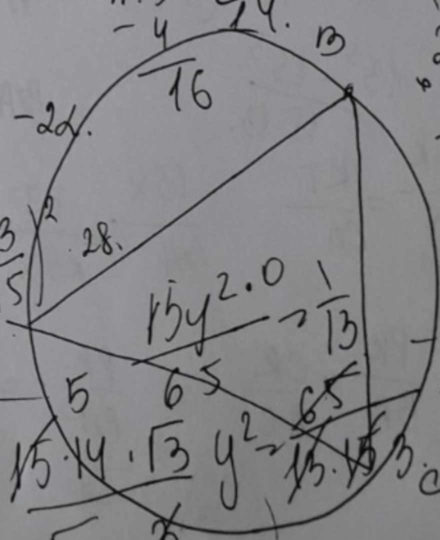
$13 = \frac{1}{2} pk\cdot 13y\cdot \sin\alpha$ $tg = \frac{4}{7}$ $49 + 16$

$\angle CPA = \angle COA$ $56 \,|\, 14$ -4 $\frac{4}{16}$

$15 = \frac{1}{2}\, pk\cdot 15y \sin 2\alpha$ $1 + \frac{16}{49} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\frac{49 + 16}{65}$ 2α $180 - 2\alpha$ $\frac{28}{2}$ $\frac{2}{56}$



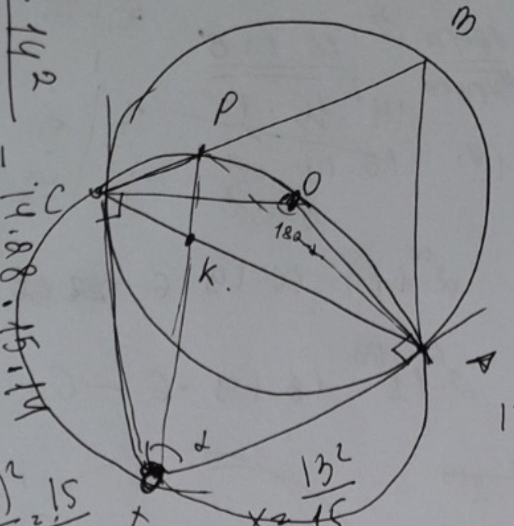


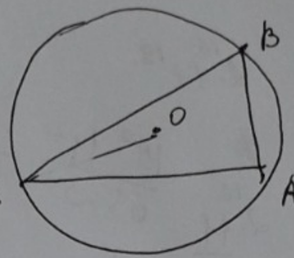
$\frac{65}{49}$ $\left(\frac{13}{15}\right)^2$ $15y^2 = \frac{1}{13}$ $65 \,|\, 5$ 13

$\cos\alpha = \frac{7}{\sqrt{65}}$ $\sin\alpha = \sqrt{\frac{65-49}{65}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$

$\frac{15\cdot 14\cdot \sqrt{13}}{\sqrt{65}\cdot 3} y^2 = \frac{65}{13\cdot 15\cdot 3}$ $\cos y = \frac{1}{\sqrt{3}}$

черновик.

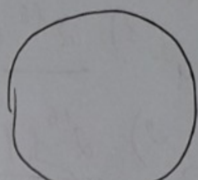




$S_{APK}=15.$

$S_{CPK}=13.$

$S_{ABC}.$



1.

$\frac{15^2\cdot 14^2}{65\cdot 3}-\frac{14\cdot 28\cdot 15\cdot 14}{65\cdot 3}=\frac{14^2\cdot 15(15-28)}{13\cdot 65\cdot 3}$

$\left(\frac{15}{13}\right)^2=\frac{15}{x}$

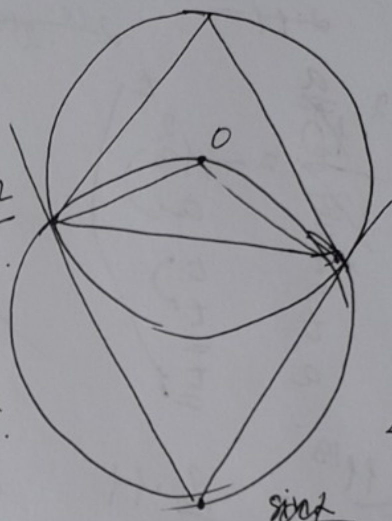
$x=\frac{13^2}{15}$

$\left(\frac{13}{15}\right)^2=\frac{13}{x}$

$\left(\frac{13}{28}\right)^2=\frac{13}{x}$

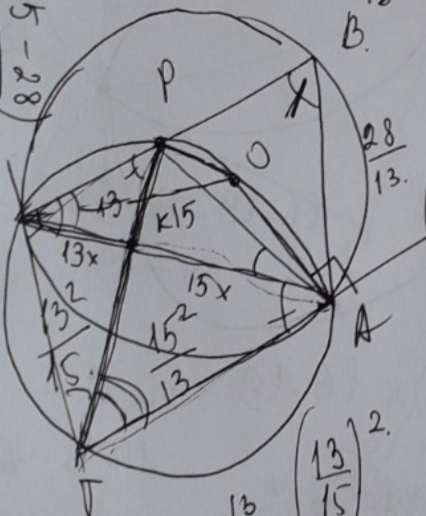
$13x=\frac{28^2}{13}$

$\frac{-14^3}{13}$



$\frac{AC}{\sin\alpha}=2R.$

$\angle ABC=\operatorname{arctg}\frac{4}{3}$



$\left(\frac{13}{28}\right)^2$

$\left(\frac{13}{15}\right)^2$

$\frac{AK}{BA}=\frac{KT}{CK}$

$\frac{CK}{KT}=\frac{PK}{KA}$

$\frac{15x}{BA}=\frac{KT}{13x}$

$\frac{13x}{KT}=\frac{PK}{15x}$

$\frac{13^3-15^3}{15\cdot 13}$

$BA\cdot KT=KT\cdot PK$

$BA=PK$

$\frac{AK}{BA}=\frac{KT}{CA}$

$\frac{15x}{BA}=\frac{KT}{28x}$

$\frac{AK}{PK}=\frac{KT}{CK}$

$\frac{15x}{PK}=\frac{KT}{13x}$

$\frac{PK}{BA}=\frac{CK}{AC}\Rightarrow\frac{PK}{BA}=\frac{13x}{28x}$

$\frac{5^2\cdot 14^2}{65\cdot 3}$

$28\cdot 8=224$

$28\cdot 28=784$

$28^2=\frac{14^2\cdot 4}{3}$

$\frac{14^2\cdot 4}{3}-\frac{14^2}{13}=14^2\left(\frac{4}{3}-\frac{14}{13}\right)$

4