# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103518**

ID профиля: **325409**

Вариант 23

Чистовик, Математика 11.

Задача 1.

$S_6 = a_1 + \ldots + a_6$. $(d>0)$ $a_i \in \mathbb{Z}$.

$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S+39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S+55 \end{cases}$

$a_1 = ?$

1) $a_1 + d = a_2$

$\mathbb{Z} + d = \mathbb{Z} \Rightarrow d \in \mathbb{Z}$, чтобы $a_1, \ldots, a_6$ были целыми, то $d \in \mathbb{Z}$.

2) $\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S+39 \\ (a_{10}+d)(a_{16}-d) < S+55. \end{cases}$

$+\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S+39 \\ S+55 > a_{10} \cdot a_{16} + a_{16} \cdot d - a_{10} \cdot d - d^2 \end{cases}$

$a_{10} \cdot a_{16} + S + 55 > S + 39 + a_{10} \cdot a_{16} + d(a_{16} - a_{10}) - d^2$

$16 > d \underbrace{(a_{16} - a_{10})}_{6d} - d^2$

$16 > 6d^2 - d^2$

$16 > 5d^2$

$d^2 < \frac{16}{5}$, $\left(\frac{16}{5} < 4\right)$, то

т.к $d>0$: $0 < d < \sqrt{\frac{16}{5}}$, т.к $\frac{16}{5} < 4$, то $\sqrt{\frac{16}{5}} < \sqrt{4}$; $\sqrt{\frac{16}{5}} < 2$

$\Rightarrow 0 < d < 2$, т.к $d \in \mathbb{Z}$, то $d = 1$.

3) $S_6 = S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1+5}{2} \cdot 6 = 6a_1 + 15$.

1

4) $\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} > S+39 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S+55 \end{cases}$ $\quad \begin{matrix} (a_1+9)(a_1+15) > 6a_1 + 54 \\ (a_1+10)(a_1+14) < 6a_1 + 70. \end{matrix}$ $\quad (a_1 \in \mathbb{Z})$.

$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 + 135 - 6a_1 - 54 > 0 \\ a_1^2 + 24a_1 + 140 - 6a_1 - 70 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 18a_1 + 81 > 0 \\ a_1^2 + 18a_1 + 70 < 0 \end{cases}$ $\quad (a_1+9)^2 > 0$

$\Downarrow$

$a_1 \neq -9$.

21103518 (U325409 M1302972)

Чистовик

$a_1^2+18a_1+70<0.$

$\frac{D}{4}=81-70=11$

$a_{12}=\frac{-9\pm\sqrt{11}}{\cancel{2}}$

~~$3<\sqrt{11}<4$~~

~~$-6<\sqrt{11}-9<-5$~~

~~$-3<\frac{\sqrt{11}-9}{2}<-\frac{5}{2}\ (=-2{,}5)$~~

~~$-4<-\sqrt{11}<-3$~~

~~$-13<-9-\sqrt{11}<-12$~~

~~$-\frac{13}{2}<\frac{-9-\sqrt{11}}{2}<-6$~~
~~$(-6{,}5)$~~

~~$a_1=\frac{-9+\sqrt{11}}{2}$~~

~~$a_2=\frac{-9-\sqrt{11}}{2}$~~

~~$\frac{-9-\sqrt{11}}{2}$ $-6$ $-5$ $-4$ $-3$ $\frac{-9+\sqrt{11}}{2}$~~

~~Т.к $a_1\in\mathbb{Z}$, то~~

~~Ответ: $a_1=-6$~~
~~$a_1=-5$~~
~~$a_1=-4$~~
~~$a_1=-3$~~

$a_{12}=-9\pm\sqrt{11}$

$a_1=-9+\sqrt{11}$

$a_2=-\sqrt{9}-\sqrt{11}.$

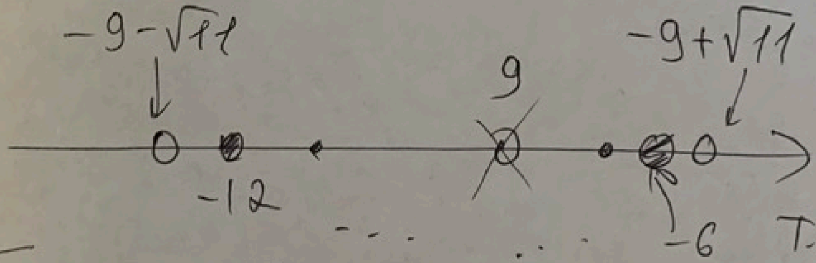
(2).

(1) $-4<-\sqrt{11}<-3$

$-13<-9-\sqrt{11}<-12$

(2) $3<\sqrt{11}<4$

$-6<-9+\sqrt{11}<-5.$




Т.к $a\in\mathbb{Z}$, то

Ответ $a\in[-12;-6]$, где $a\neq-9$, $a\in\mathbb{Z}$.

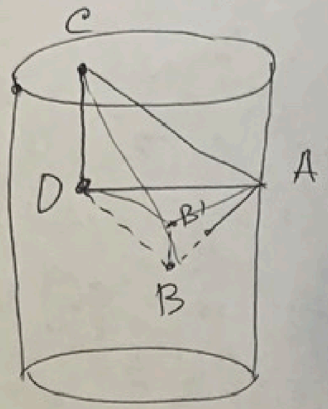
$(-12,-11,-10,-8,-7,-6).$

21103518 (U325409 M1302972)

Задача 2. Чистовик

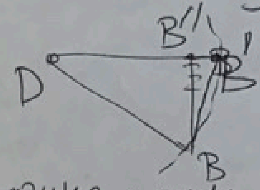
Рассмотрим произв тетр (CD || оси):

Дано:
CD || оси
$AB=4$
$AC=CB=6$
$AD=DB=7$
$R$ наим
$CD=?$

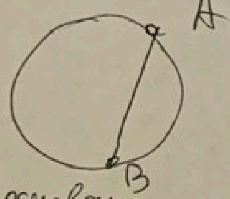


1) заметим, чтобы $R$ был наим, то (ADB) должна быть наклонена вниз ∦ основанию.

Т.к



$DB' > DB''$, т.к $DB$ - фикс. длины то зафиксировав т. D мы можем двигать DB по окр, & если (ADB) || оси, то $B \equiv B'$, если ∦, то B не лежит на (ADB')-плоскости || оси, а её проекция на это основание $B''$ $DB'' < DB'$ => то есть AB ∈ оси. AB опускаем как можно ниже.

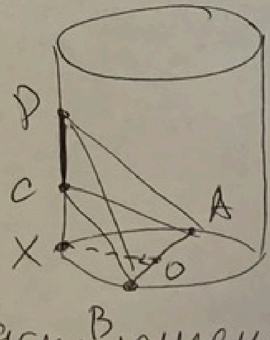


основание

$AB \le D_{окр} (=2R)$

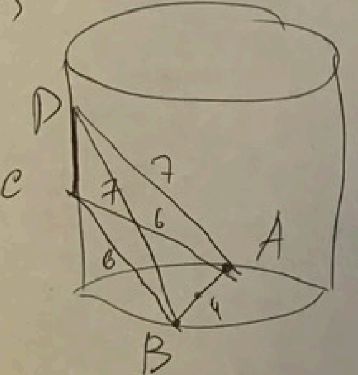
$R \ge \frac{AB}{2}$, но $R$ наим => $R = \frac{AB}{2} = 2$., то есть AB - диаметр.

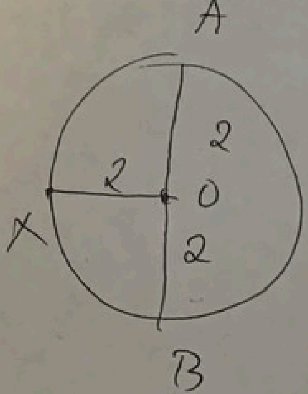
2) Чтобы $R$ наим, то CD нужно удалять как можно дальше от AB:

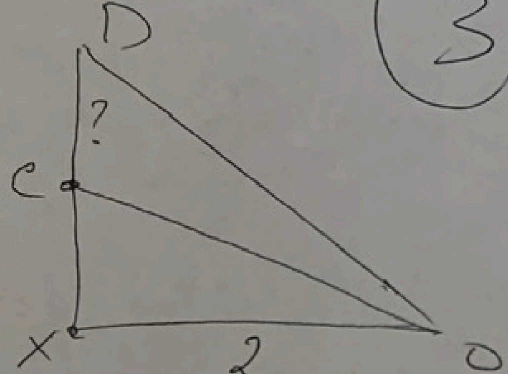


OX - серед. перп., где проекция C и D ≡ X
X, C, D равноудал от A, B ($AD=DB$; $AC=CB$) по усл. => лежит на сер. перп.

3) значит такое расположение самое выгодное для $R_{min}$ =>



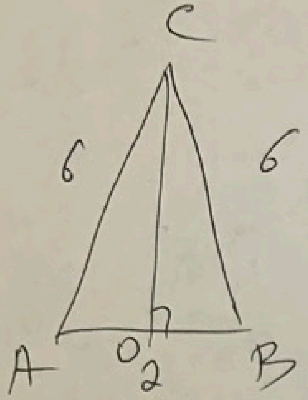


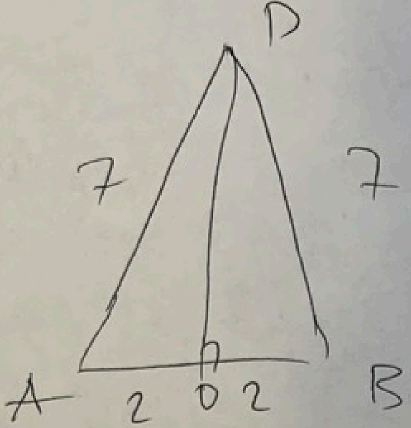


3

21103518 (U325409 M1302972)

Чистовик




$CO = \sqrt{36-4} = \sqrt{32}$.

$DO = \sqrt{49-4} = \sqrt{45}$.

$\Rightarrow CX = \sqrt{32-4} = \sqrt{28}$.

$DX = \sqrt{45-4} = \sqrt{41}$

$\Rightarrow CD = DX - CX = \sqrt{41} - \sqrt{28}$

(про высоту цилиндра не сказано, значит считаем, что CD хватит места, он достаточно высокий)

Ответ: $\sqrt{41} - \sqrt{28}$.

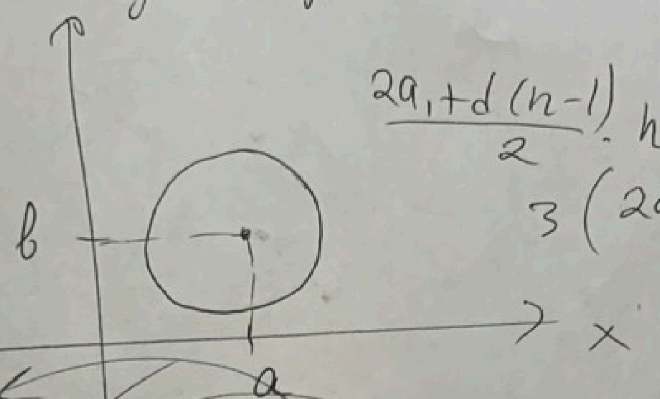
4

21103518 (U325409 M1302972)

# Черновик

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 8$

$a^2+b^2\le \min(-4a+4b,\,8)$




$\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n =$

$3(2a_1+5)=\boxed{6a_1+15}$

$\cancel{8+55+a_{10}\cdot a_{16} > 54+39+a_{11}\cdot a_{15}}$.

$x^2-2ax+a^2+y^2-2by+b^2\le 8$

$a_{10}\cdot a_{16}-a_{11}\cdot a_{15} > -16$

$x^2-2ax+y^2-2by\le 8-(a^2+b^2)$

$(a_1+9)(a_1+15)-(a_1+10)(a_1+14) > -16$.

$8-(a^2+b^2)$

1) Пусть $8\le -4a+4b$, то

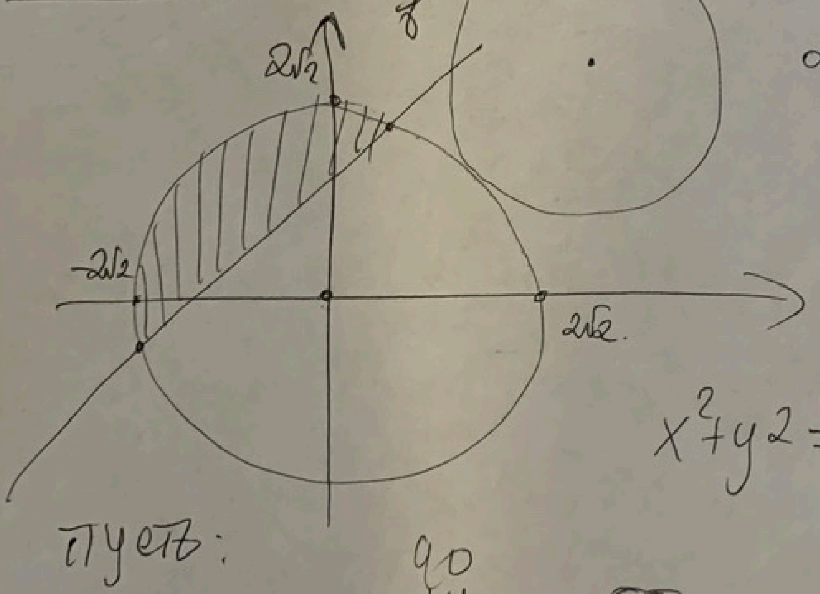
$0\le x^2-2ax+y^2-2by\le 8$.

$\cancel{0\le a^2+b^2\le 8}$.

~~x=0~~

~~y=0~~.

$\begin{cases} a^2+b^2\le 8 \\ \cancel{a^2+b^2\le \min(-4a+4b,8)} \end{cases}$




$\begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2\le 8 \\ a^2+b^2\le \min(4b-4a,\,8) \end{cases}$

Пусть $8\le -4a+4b$, то

$a^2+b^2\le 8$.

$x^2+y^2=(2R)^2=4R^2=4\cdot 8=32$.

$x^2+y^2\le 32$.

Пусть:

90
14

55

90
45
135

135
254
81

$4b\ge 8+4a$

$b\ge 2+a$

$b\ge a+2$.

Черновик.

$$\begin{cases} 0\le (x-a)^2+(y-b)^2\le 8 \\ 0\le a^2+b^2\le \min(-4a+4b,\ 8). \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2\le 8 \\ a^2+b^2\le \min(4b-4a,\ 8) \end{cases}$$

1) Пусть $8\le 4b-4a$

$\boxed{b\ge a+2}$

то
$$\begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2\le 8 \\ 0\le a^2+b^2\le 8 \end{cases}$$

$a^2-2ax+x^2+b^2-2by+y^2\le 8$

$0\le x^2-2ax+y^2-2by\le 8.$

$$\begin{cases} x^2-2ax+y^2-2by\ge 0 \\ x^2-2ax+y^2-2by\le 8 \end{cases}$$

2) Пусть $b\le a+2$, то
$$\begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2\le 8 \\ a^2+b^2\le 4b-4a \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-x)^2+(b-y)^2\le 8 \\ (a+2)^2+(b-2)^2\le 8 \end{cases}$$

+4

$$0\begin{cases} \le a^2-2ax+x^2+b^2-2by+y^2\le 8 \\ \le a^2+4a+\cancel{4}+b^2-4b\le 0 \end{cases}$$

$\ominus$.

меньше 8.

$0\le x^2+y^2-2ax-2by\ \boxed{-4a+4b}\le 8.$

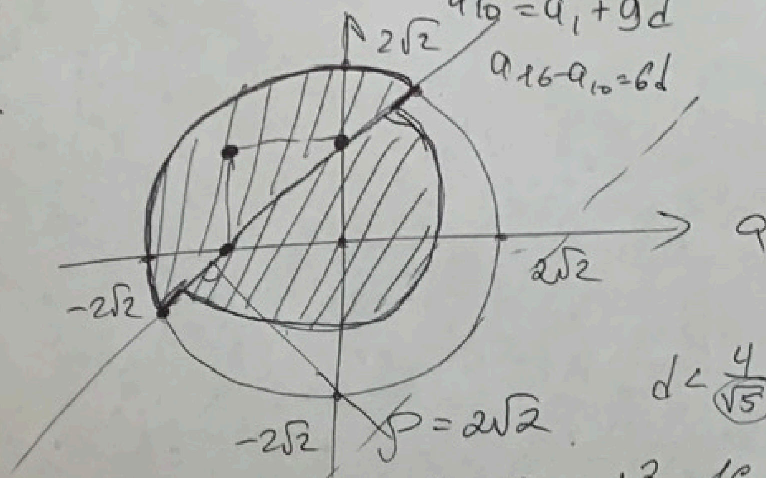
$0\le x^2+y^2-2ax-2by\le 16.$

$0.\le (x-a)^2+(y-b)^2\le 8$

$b$ $a_{16}=a_1+15d$

$a_{10}=a_1+9d$

$a_{16}-a_{10}=6d$




$d<\frac{4}{\sqrt5}$

$a_n=a$ $d^2<\frac{16}{5}.$

$10\xrightarrow{d}11\xrightarrow{d}12\xrightarrow{d}13\xrightarrow{d}14\xrightarrow{d}15\xrightarrow{d}16$

$a_2-a_1=d$

$a_3-a_1=2d$ $a_7-a_2=5d$

$a_4-a_1=3d$

$a_5-a_1=4d$

$a_6-a_1=5d$

$16>6d^2-d^2$

$16>5d^2$

$x^2-2ax+y^2-2y(a+2)\ge 0.$

$x^2-2ax+y^2-2ay-4y\ge 0$

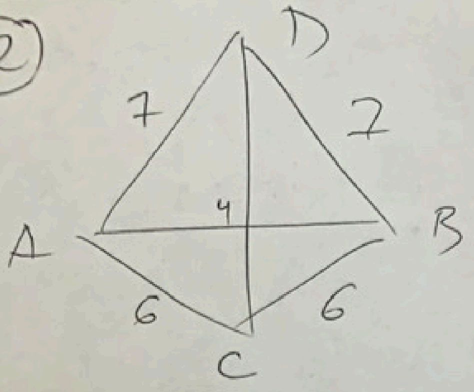
$x^2-2a(x+y)+y^2-4y\ge 0.$

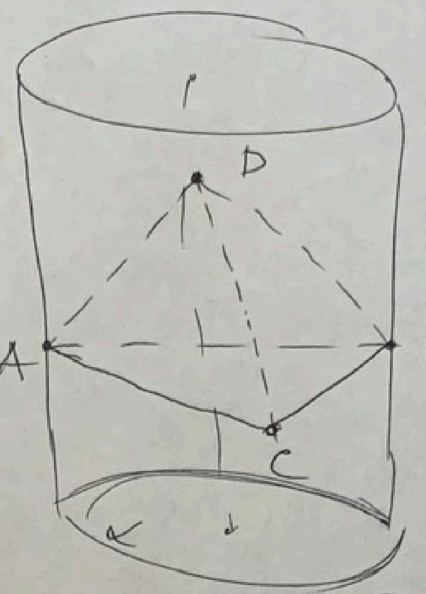
$x^2$

21103518 (U325409 M1302972)

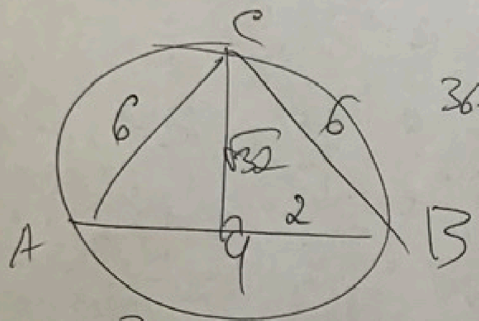
# Черновик

(2)



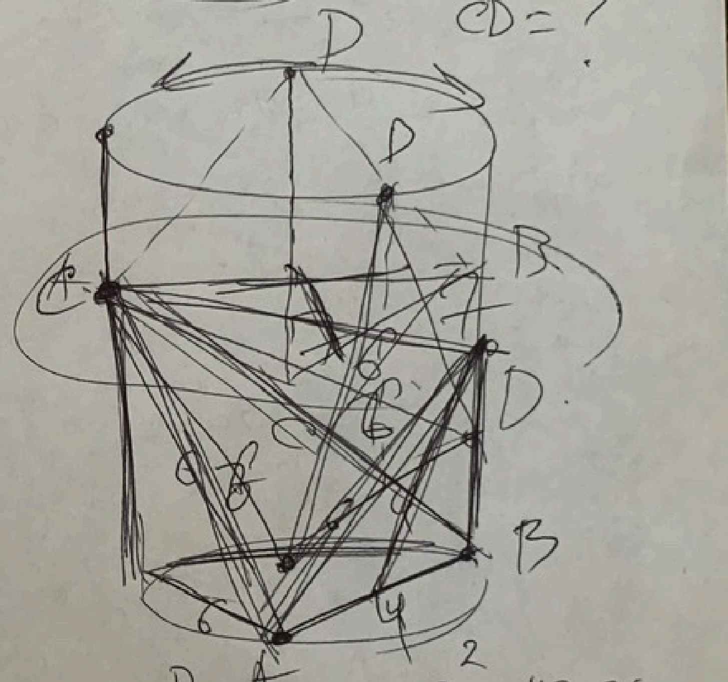

1) CD ⊥ α

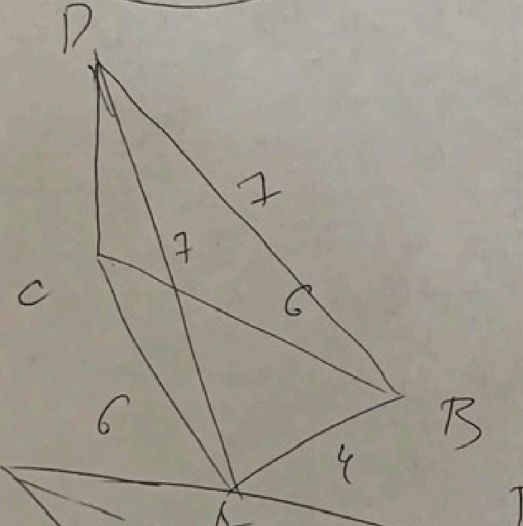


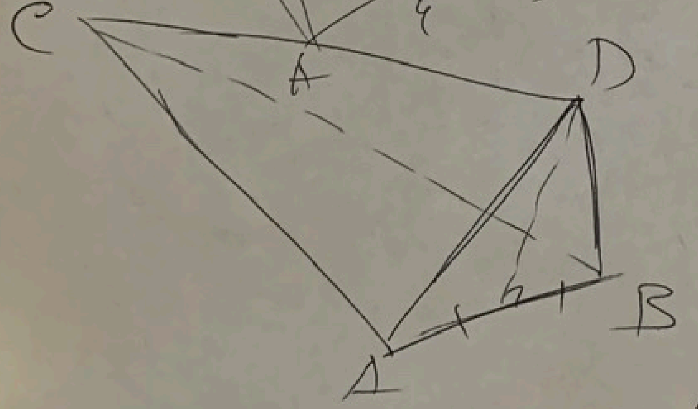

$36-4=32$

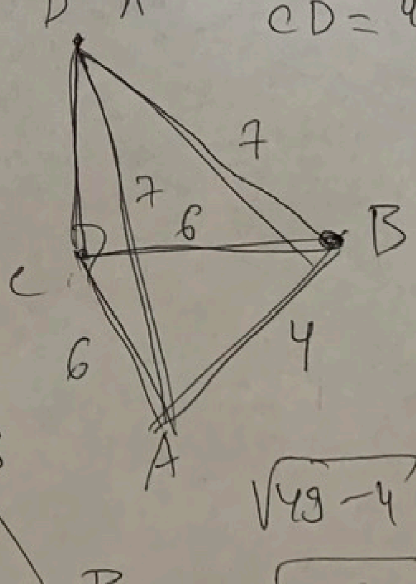
R - наим.

CD = ?



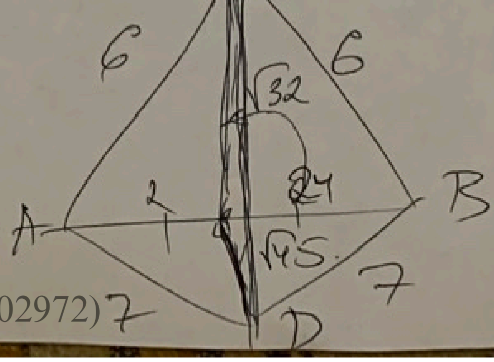




$CD = 49-36$

$\Rightarrow CD = \sqrt{13}$




$\sqrt{49-4} = \sqrt{45}$

$\sqrt{77}$.

# Черновик

$d>0$

$a_1 + \dots + a_6 = S \qquad a_i \in \mathbb{Z} \qquad a_1 = ?$

$S_6 = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$

$a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \qquad S = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6$

$a_{11} \cdot a_{15} < S + 55 \qquad S_6 = \frac{2a_1 + d \cdot 5}{2} \cdot 6$

$(a_{10} + d)(a_{16} - d) < S + 55. \qquad \underline{S_6 = 6a_1 + 15d}$

$$\begin{cases} a_{10} \cdot a_{16} - a_{10} \cdot d + a_{16} \cdot d - d^2 < S + 55 \\ a_{10} \cdot a_{16} > S + 39 \end{cases}$$

$a_n - a_1 = 3d$

$S + 55 > a_{10} \cdot a_{16} - a_{10} \cdot d + a_{16} \cdot d - d^2$ $+$

$55 - 39 = 16$

$\cancel{S} + 55 + \cancel{a_{10} \cdot a_{16}} > \cancel{S} + 39 + \cancel{a_{10} \cdot a_{16}} - a_{10} \cdot d + a_{16} d - d^2$

$16 > d(a_{16} - a_{10}) - d^2$ ($6d$)

$\cancel{16 > d(a_{10} + 6d)}$

$\cancel{16 > 6d - d^2}$

$\cancel{d^2 - 6d + 16 > 0}$

$\cancel{D = 36}$

$16 > 6d^2 - d^2$

$16 > 4d^2$

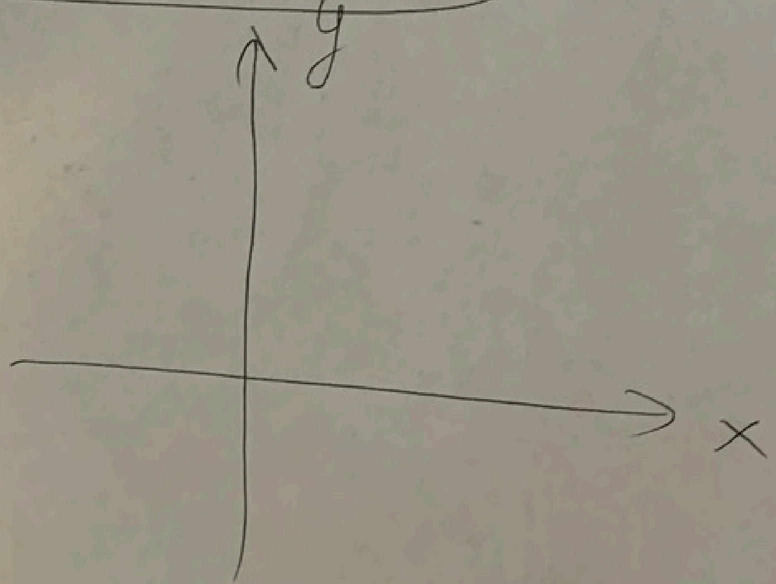
$d^2 < 4.$

$0 < d < 2$

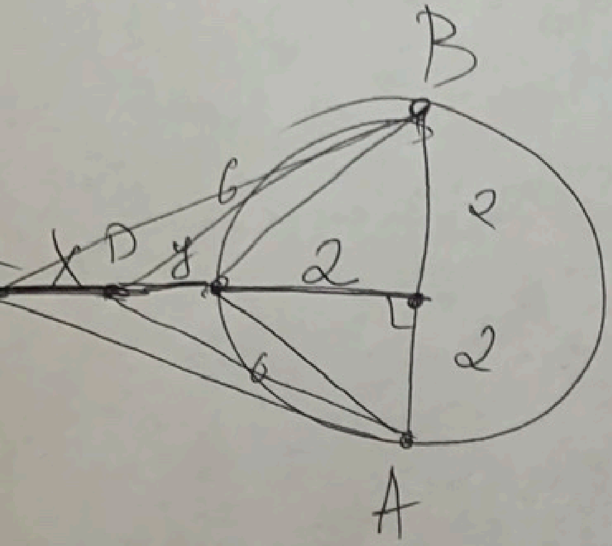
$d = 1$

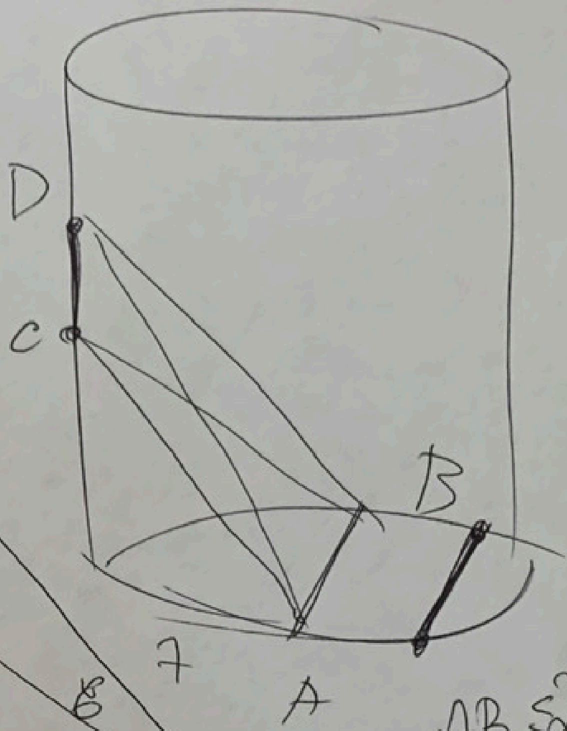
1) окр $(a; b)$ $R = 2\sqrt{2}.$

3.



# Черновик

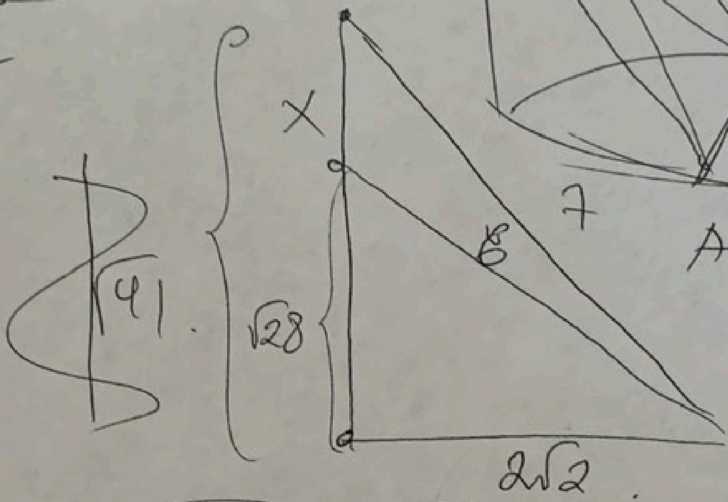



$AB \leq 2R$

$R \geq \frac{AB}{2}$.

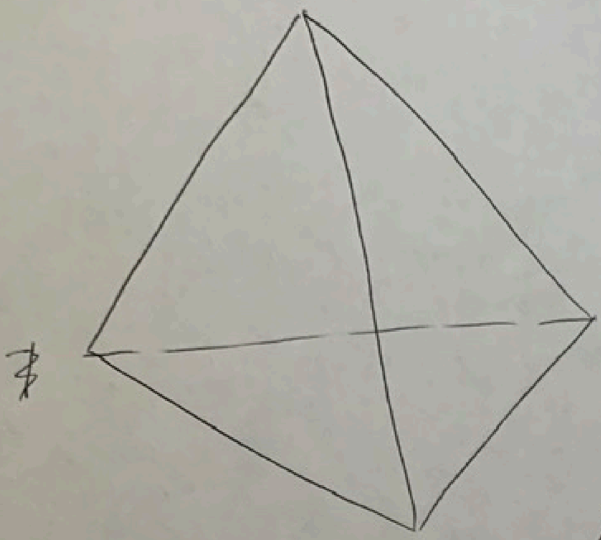
$\frac{AB}{2} = R$.

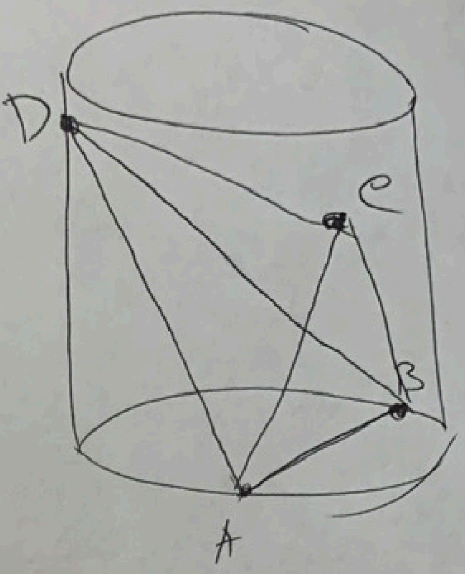


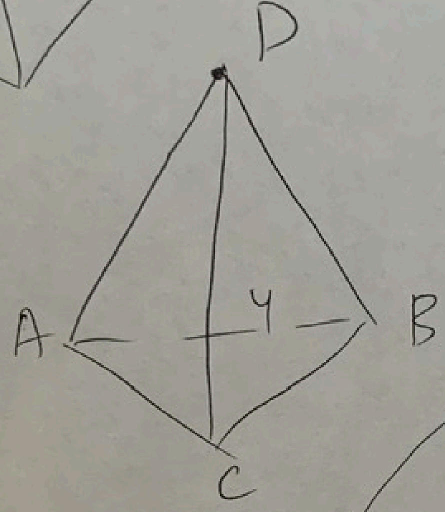

$\sqrt{36-8} = \sqrt{28}$. ответ: $\sqrt{41} - \sqrt{28}$.

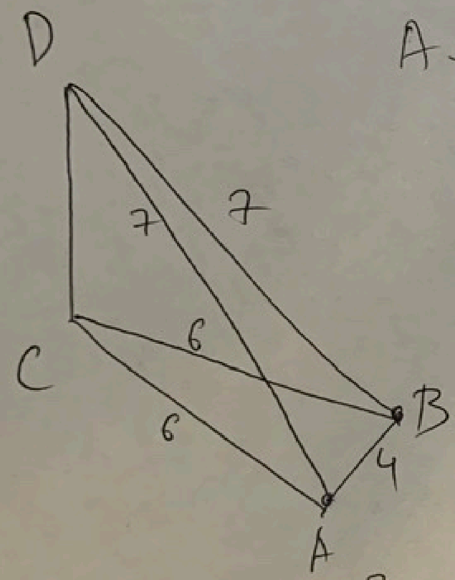
$\sqrt{49-8} = \sqrt{41}$. $\approx 1$.

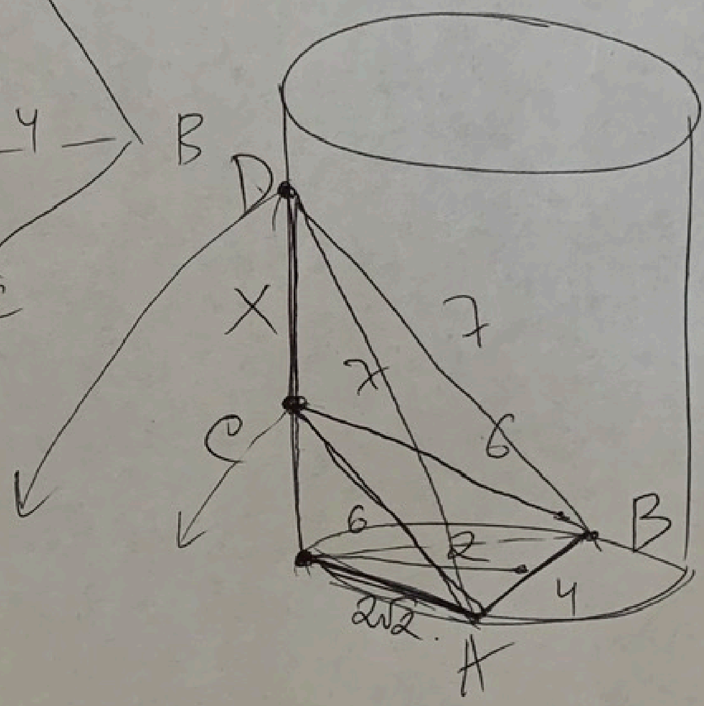
# Черновик

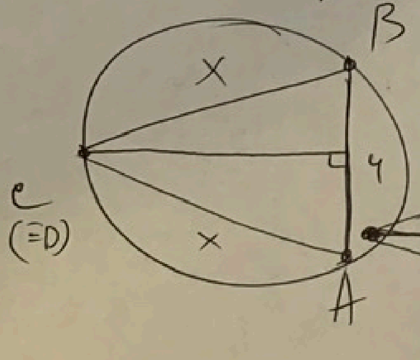


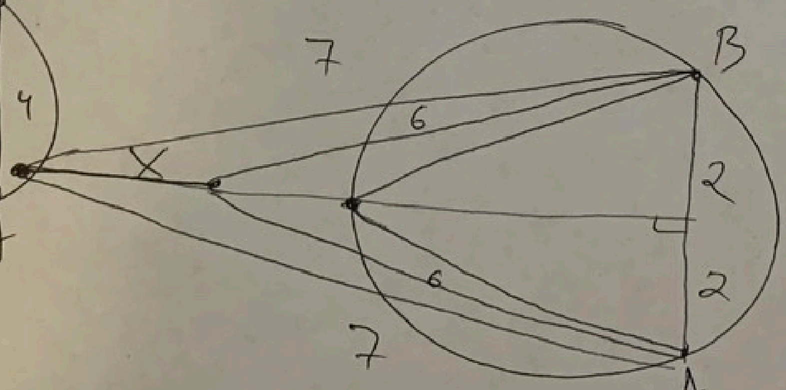


Черновик

$$\begin{cases} a_{10}\cdot a_{16} > S+39 \\ a_{11}\cdot a_{15} < S+55 \end{cases}$$

1

$\frac{1+6}{2}\cdot 6 = 21$

$10\cdot 16.$ $162$ $81$ $\frac{81}{2}$

$$\begin{cases} (a_1+9d)(a_1+15d) > S+39 \\ (a_1+10d)(a_1+14d) < S+55 \end{cases}$$

$-3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2$

$a_1 = -3$ $\frac{18}{9}$

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1d+135d^2 > S+39 \\ a_1^2+24a_1d+140d^2 < S+55 \end{cases}$$

$d=1$ $a_4 = 0.\ a_5 = 1$

$a_{10} = 6$ $10.$ $100.$ $60.$

$3,\ldots$ $-3$ $+\ -6$ $-5,\ldots$

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1-S+96 > 0 \\ a_1^2+24a_1+85-S < 0 \end{cases}$$

$-4.\ a_5 = 0$ $81+70$

$3<\sqrt{11}<4.$ $a_{10} = 5.$ $-81+70$

$\frac{-9+3}{}\ -6.$ $-6$ $5\cdot 11 = 55.$ $-11.$

$a_1^2+24a_1+96-S > 0$

$a_1^2+24a_1+85-S < 0.$

$6\cdot 10 = 60$ $52>$

$\frac{-9+3}{2} = \frac{-6}{2} = -3$ $-2,\ldots a_1$ $a_2\ a_3\ a_4$ $\geq$ $7\cdot 11$

$6\cdot 12 > 36.$ $-3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2$ $-9$

$a_{10}(a_{10}+6) > S+39$

$a_{11}(a_{11}+4) < S+55.$

$$\begin{cases} a_{10}^2+6a_{10} > S+39 \\ a_{11}^2+4a_{11} < S+55 \end{cases}$$

$81-$

$a_1$ $a_4$ $a_{10}$

$S = \frac{2a_1+5d}{2}\cdot 6 = 6a+15$

$-3$ $S = -3$ $0$ $6$ $-6\ -5,\ldots$

$a_{11}\cdot a_{15} - a_{10}\cdot a_{16} < 15.$

$+4$ $+6$ $a_4 = 0.$

$a_{10}\cdot a_{16} > 6a_1+54.$

$a_{11}\cdot a_{15} < 6a_1+70.$

$7\cdot 11 - 6\cdot 12$ $7\cdot 11$ $52.$

$77 - 72.$ $81$

$$(a_1+9)\cdot(a_1+15) > 6a_1+54$$
$$(a_1+10)(a_1+14) < 6a_1+70$$

$$\begin{cases} a_1^2+24a_1+135-6a_1-54 > 0 \\ a_1^2+24a_1+140-6a-70 < 0 \end{cases}$$

$a_{1,2} = \frac{-9\pm\sqrt{11}}{2}$

$$\begin{cases} a_1^2+18a_1+81 > 0 \\ a_1^2+18a_1+70 < 0 \end{cases}$$

$D = 81-70 = 11$ $a_{12} =$

21103518 (U325409 M1302972)

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103518**

ID профиля: **325409**

Вариант 23

## Чистовик

### Задание 5.



$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)\cdot\log_{(x+4)^2}(x+34)\cdot\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=$$

$$=\frac{\ln(2x+23)}{\ln\sqrt{x+34}}\cdot\frac{\ln(x+34)}{\ln(x+4)^2}\cdot\frac{\ln(-x-4)}{\ln\sqrt{2x+23}}=(1)\cdot(2)\cdot(3)=$$

$$=\log_{\sqrt{x+34}}(x+34)\cdot\log_{\sqrt{2x+23}}(2x+23)\cdot\log_{(x+4)^2}(-x-4)=$$

$$=2\cdot 2\cdot\log_{(-x-4)^2}(-x-4)=2\cdot2\cdot\frac{1}{2}=2.$$

(без учёта ОДЗ, найдем корни → проверим.)

произв. log = 2, но по условию кто-то равен, а кто-то +1

Пусть:

$n=\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=n$, то, кто-то $=n$, а другой $n+1$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$ т.е в общем виде для $\forall$ log:

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$n\cdot n\cdot(n+1)=2.$

$n^3+n^2-2=0$ $n=1$ корень.

$(n-1)(n^2+2n+2)=0$

$D=4-8<0$

→ при таком условии ~~один~~ два из log должны $(=1)$.

1) $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1$

~~$\sqrt{x+34}=2x+23$~~

~~$x+34=4x^2+92x+23^2$~~

$4x^2+91x+495=0$.

2) $\log_{(x+4)^2}(x+34)=1$

3) $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)=1$

посмотрим x когда каждый $\log=1$ $(n=1)$

1) $\sqrt{x+34}=2x+23$ –

2) $(x+4)^2=x+34 \Rightarrow x^2+8x+16=x+34 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=-9\\x_2=2.\end{array}\right.$

3) $\sqrt{2x+23}=-x-4 \Rightarrow 2x+23=x^2+8x+16 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=-7\\x_2=1\end{array}\right.$

1.

корни 2 и 1

## Чистовик

~~не~~ точно не подойдут т.к $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$ при условии $-x-4>0$

$x<-4$.

(1) $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$ ~~при x~~

(2) $\log_{(x+4)^2}(x+34)$ $=1$ при $x=-9$

(3) $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$ $=1$ при $x=-7$.

при $x=-9$ (3): $\log_{\sqrt{5}}5=2$.

$x=-7$ (2): $\log_{(-3)^2}27=\frac{1}{2}\cdot\log_3 27=\frac{1}{2}\cdot 3=\frac{3}{2}$. $\neq 1$, $\neq 2$ $\Rightarrow$ $-7$ - не корень.

$x=-9$ (1): $\log_{\sqrt{25}}(5)=1$. $\Rightarrow -9$. корень, осталась проверка ОДЗ.

если (1) урав имеет корни $(=1)$, то никакой другой log больше $\neq 1$ $x=-9$ - решение, $x=-7$: $\log_{\sqrt{27}}9=\frac{4}{3}$ $\neq 1$ $\neq 2$.

ОДЗ: $\begin{cases} x>-34 \\ x>-\frac{23}{2} \\ \sqrt{x+34}\neq 1 \\ (x+4)^2\neq 1 \\ (x+4)^2>0 \\ x+34>0. \\ -x-4>0. \end{cases}$

$x=-9$ - удовл. решению

**Ответ: $x=-9$.**

2.

Чистовик



Задача 4.

$(a;b;c) = ?$

$НОД(a;b;c) = 22$

$НОК(a;b;c) = 2^{16} \cdot 11^{19}$.

a, b, c представимы в виде $2^{\alpha} \cdot 11^{\beta}$, т.к НОК содержит только 2 и 11. НОД = 22, говорит о том, что какая-то степень 2 (=1) и степень 11 (=1). Также есть максимальная степень 2 (=16) и 11 (=19) т.к НОК. Значит $\exists$ $2^{\alpha}$ и $11^{\beta}$ которые не превосходят НОК и могут принимать знач из интервала.

$a = 2^{a_2} \cdot 11^{a_{11}}$ без ограничения общности:

$b = 2^{b_2} \cdot 11^{b_{11}}$ $\quad a_2 = 1$ и $a_{11} = 1$., и

$c = 2^{c_2} \cdot 11^{c_{11}}$ $\quad c_2 = 16$ и $c_{11} = 19$., то

$2 \le b_2 \le 15$ $\quad 2 \le b_{11} \le 18$ аналогично

смотрим случай, когда $2 \le$, т.к при (=1) $a_2$ и $a_{11}$ могут $\ne 1$.

Кол-во способов: 16 $\;$ 19 $\quad (15-2+1)\cdot(18-2+1) = \cancel{15 \cdot 18} = \cancel{270}$.

$14 \cdot 17 = 238$.

min ост. макс

$2^{a_2}$ $2^{b_2}$ $2^{c_2}$ $11^{a_{11}}$ $11^{b_{11}}$ $11^{c_{11}}$

3

в min = 1 (т.к НОД = 22, то $\forall$ степень $\ge 1$)

1 способ

макс = 1 способ

ост = 16 − min − макс = 14

Кол-во способов всех пар с учетом порядка – это расстановка „min" и „макс" $\Rightarrow$ $C_3^2 \cdot 2$ т.к $(x_1;y_1)$ $(y_1;x_1)$ – другая пара.

$C_3^2 \cdot 2 \cdot 14 = 6 \cdot 14$. Для каждого случая из

Чистовик

столбца со степенями 2 соответств все
строки столбца 11, всего способов: $6 \cdot 17$.

Итого пар: $6 \cdot 17 \cdot 6 \cdot 14 = 36 \cdot 14 \cdot 17 = 8588$

Ответ: 8588 ~~сто~~ пар.

4

# Черновик



4 $(a,b,c)$ $\begin{cases} НОД(a,b,c) = 22 \\ НОК(a;b;c) = 2^{15} \cdot 11^{19} \end{cases}$

1) $a = 22^{\alpha}$ ~~2) $a = 22^{\alpha}$~~ кто-то $(=1)$

$b = 22^{\beta}$ ~~$b = 22^{\beta}$~~.

$c = 22^{\gamma}$ $\alpha, \beta, \gamma \geq 1$

1) пусть $\alpha = 1$, то $a = 22 = 2 \cdot 11$ $c \geq b \geq a$

$b = 22^{\beta} = 2^{\beta} \cdot 11^{\beta}$

$c = 22^{\gamma} = 2^{\gamma} \cdot 11^{\gamma}$

$x = -11$

$2x + 23 = x + 34$

---

5. $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$ $\times$ $2\,\frac{\log_{x+34}(2x+23)}{2}$

$\log_{(x+4)^2}(x+34)$ $\underline{x+1}$ $\frac{1}{2}\log_{|x+4|}(x+34)$.

$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$ $\times$ $2\,\frac{\log_{2x+23}(x+4)}{2}$

ОДЗ: $\begin{cases} x+34>0 & x>-34 \\ x+34 \neq 1. & x \neq -33 \\ 2x+23>0 & x > -\frac{23}{2} \\ x+4 \neq 0 & x \neq -4 \\ x+4 \neq \pm 1 & x \neq -5 \\ 2x+23 \neq 1 & x \neq -3 \\ -x-4>0 & x \neq -11 \end{cases}$

$x < -4$.

6 8

2 2

3 2

2

НОД НОК

2 $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

24.

## Черновик

$НОД(a;b;c) = 2^2$

$НОК(a;b;c) = 2^{16} \cdot 11^{19}$.

$\cancel{a = 22^{\alpha} \quad \alpha = 1 \quad c \geq b \geq a}$.

$\cancel{b = 22^{\beta} = 2^{\beta} \cdot 11^{\beta}}$

$\cancel{c = 22^{\gamma} = 2^{\gamma} \cdot 11^{\gamma} \quad 2^{\gamma} \cdot 11^{\gamma} - НОК}$.

$a, b$

$a = 2^{a_1} \cdot 11^{a_2}$

$b = 2^{b_1} \cdot 11^{b_2}$

$c = 2^{c_1} \cdot 11^{c_2}$.

6 8

2 2

3 $\frac{8}{2}$

НОД НОД

2 $\quad$ 2·3·2·2·2

НОК·НОД=

Задание 5.

$\sqrt{x+34} = 2x+23$. $x+34 = 4x^2+184x+$

$x$ $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 1$

$y$ $\log_{(x+4)^2}(x+34)$

$z$ $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

1) $\begin{cases} \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34) \\ \log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)+1 = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \end{cases}$

$x^2+6x-7=0$. $(7;1)$. $-x-4>0$ $\boxed{x<-4}$

$x^2+7x-18=0$

$x_1=-9$

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) \cdot \log_{(x+4)^2}(x+34) \cdot \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)$

$= \log_{\sqrt{x+34}}(x+34) \cdot \log_{\sqrt{2x+23}}(2x+23) \cdot \log_{(x+4)^2}(-x-4)$.

$= 2 \cdot 2 \cdot \log_{(x+4)^2}(-x-4)$.

$\log_{x+4}(-1)\cdot(x+4)$

$\log_{x+4} -1$.

$\sqrt{(-x-4)^2} = -x-4$

$xyz = 2 \cdot \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$ $\log -(x+4)$ $-x-4$

$(x+4)^{2c} = -(x+4)$.

$xyz=2$

$\log_a -b = \log_a (-1)\cdot b$

$\log_{a^2} -a$ $a=-b$. $\log_a -1 + \log_a b$.

1) $x=y$ $z=x+1$

2) $y=z$ $x=y+1$

3) $x=z$ $y=x+1$.

$a^{2c} = -a$

$b^{2c} = b^1$

$\log_{(x+4)^2} \cdot (-1)\cdot(x+4)$

$2c=1$

$c=\frac{1}{2}$.

$\log_{(x+4)^2}$

$(x+1)\cdot x^2 = 2$

$x^2(x+1)=2$.

$x^2+8x+16=x+34$

$x^3+x^2-2=0$. $x=1$

$x^2+7x-18=0$

$x^3+x^2+0x-2 \mid x-1$

$x^3-x^2 \mid x^2+2x+2$

$2x^2+0x$

$2x^2-2x$ $2x-2$

$(x-1)(x^2+2x+2)=0$. $-9, 2$.

$x=1$. $D=4-8$.

$x_1=-7$

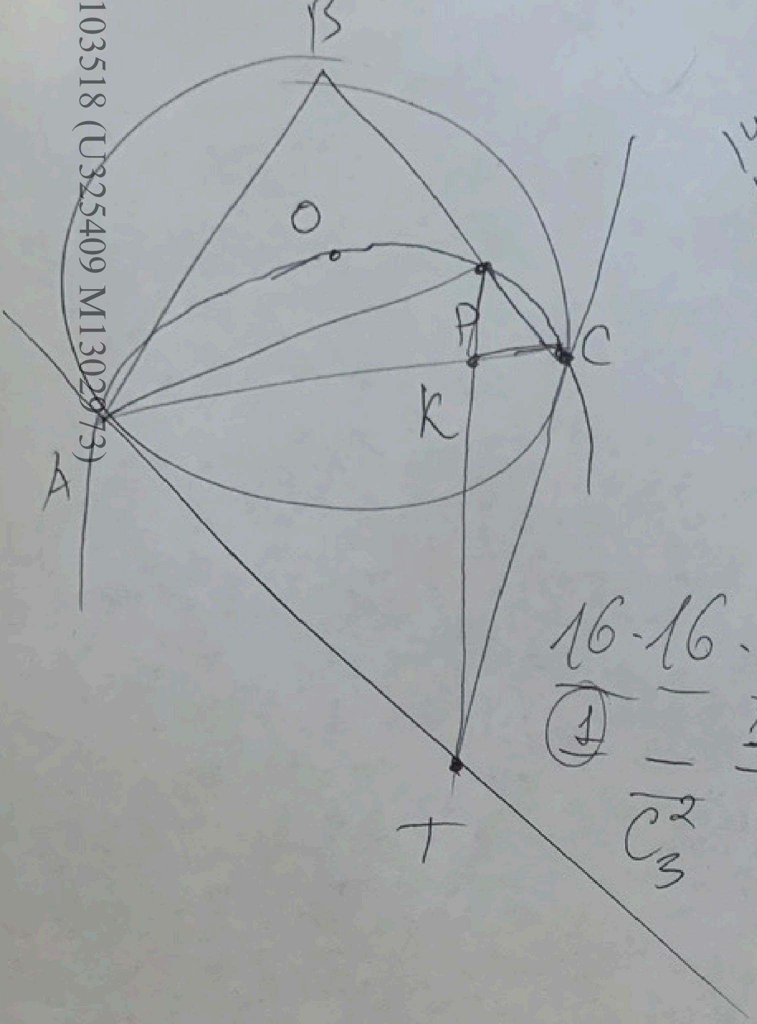
$x_2=1$

$2x+23=x^2+8x+16$

$x^2+6x-7=0$

# Черновик






$\frac{15}{18}$ 4

120

$\frac{15}{270}$

$\frac{14}{17}$ 2

98

$\frac{14}{238}$

макс $\frac{\ }{7}$ мин

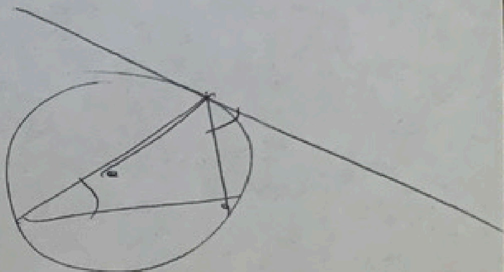
3·(14+17)

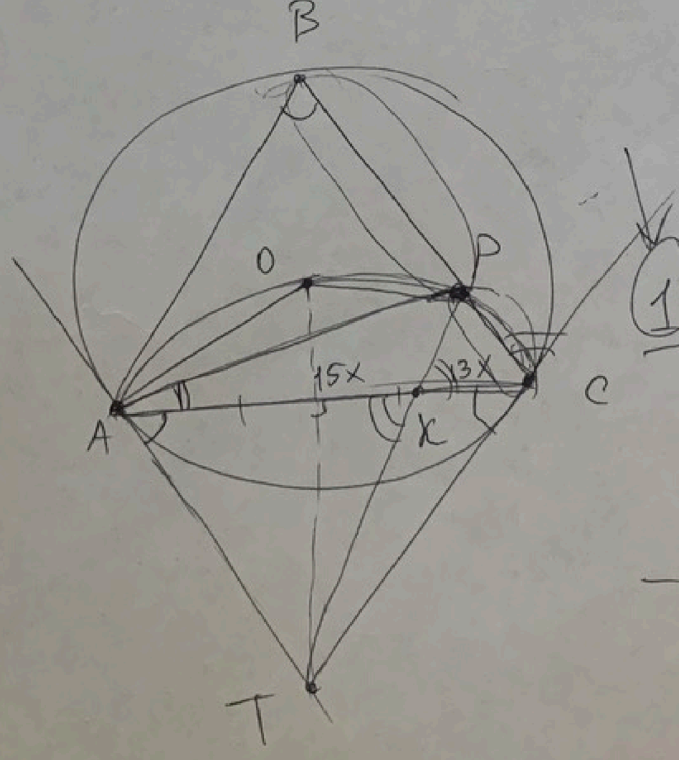
$C_3^2 \cdot 14 = \frac{3!}{2!}$

$\underline{16} \cdot \underline{16} \cdot \underline{1} \cdot \underline{1} \cdot \underline{19} \cdot \underline{19}$

1 — 1

$C_3^2$






16 19.

1 16 1 . 1 17 . 1

2 2 2 11 11 11

$90 - \beta + \beta + \alpha = 180°$

— 1 . — | — —

$\alpha = 90°$.

2 11

Черновик

~~НОК~~(a,b) =

НОД(a,b) ⇒

$2^{a_1}$ $b_1$ $2^{c_1}$

$11^{a_2}$ $11^{b_2}$ $11^{c_2}$

$a = 2^{a_1} \cdot 11^{a_2}$

$b = 2^{b_1} \cdot 11^{b_2}$

$c = 2^{c_1} \cdot 11^{c_2}$

пусть $c \geq b \geq a$.

кто-то 43

(1) степень 2 = 1

степень 11 = 1.

$a_1 = 1$

$a_2 = 1$.

$c_i \geq b_i \geq a_i$.

$0 \leq c_1 \leq 19$. 20

$0 \leq b_2 \leq 16$. 17 $\times$ ·3.

$c_2 = 19$.

$b_2 = 16$.

$a_1 = 1$

$a_2 = 1$.

$b_{\cancel{1}} = 16$

$c_2 = 19$.

$b_2 = ?$

$c_1 = ?$

$3^6$

$17 \times 4 = 68$

$17 \times 68 = 238$ ... $1428$, $714$, $8588$

---

$14 \cdot 6^{16} \cdot 17 \cdot 6^{19} =$

$\frac{1}{\text{min}}$ $\frac{14}{}$ $\frac{1}{\text{макс}}$ | $\frac{1}{}$ $\frac{17}{}$ $\frac{1}{}$

2 11

$\frac{14}{}$ $\frac{1}{\text{min}}$ $\frac{1}{\text{макс}}$ | — — —

11

$\frac{1}{\text{min}}$ $\frac{1}{\text{макс}}$ $\frac{14}{}^{2}$ · — — —

Черновик

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$x+34=4x^2+184x+529$

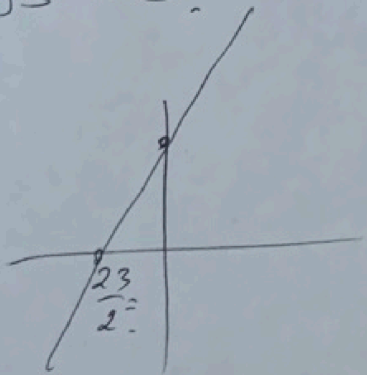
$3x^2+184x+495=0.$

$3\cdot 81=$

$$\begin{array}{r} 529 \\ 34 \\ \hline 495 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{184} \\ \cancel{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 184 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$




$x=\frac{4}{3}$ 92 184

$\sqrt{27^x}=9$

$27^{\frac{x}{2}}=9$

$3^{\frac{3x}{2}}=3^2$

$3x=4$

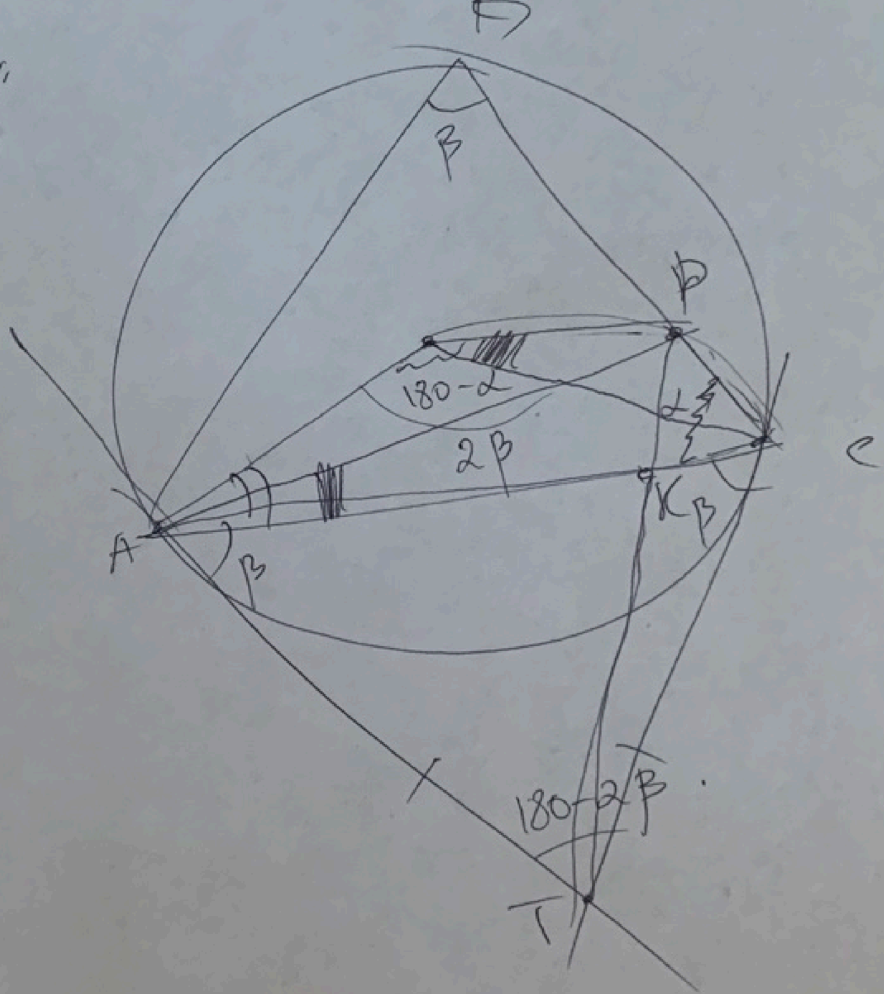
$x=\frac{4}{3}$

$\sqrt{27^x}=9=27^{\frac{x}{2}}=3^2$

$3^{\frac{3x}{2}}$

$\sqrt{27^x}$

$(3\sqrt{3})$



# Чистовик

## Задание 6.



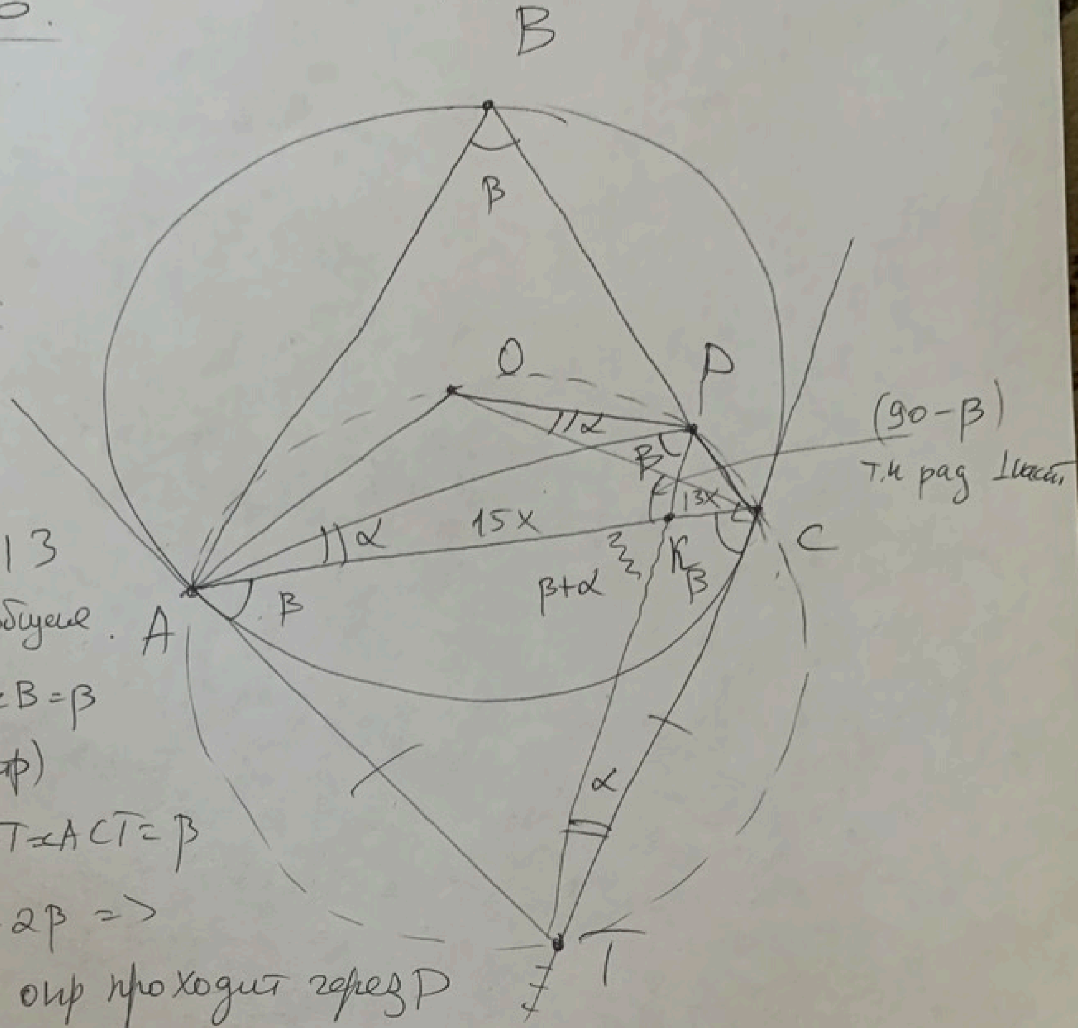
$S_{APK} = 15$

$S_{CPK} = 13$

а) $S_{ABC} = ?$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{4}{7}$

$AC = ?$




1) $S_{APK} : S_{CPK} =$

$= AK : KC = 15 : 13$

т.к $\triangle APC$ высота общая.

$OA = OC = R$ пусть $\angle B = \beta$

то $\angle AOC = 2\beta$ (центр)

по т. касат $\angle CAT = \angle ACT = \beta$

$\Rightarrow \angle ATC = 180 - 2\beta \Rightarrow$

$AOCT$ – вписан, окр проходит через $P$

$\Rightarrow$ $AOPCT$ – вписан.

2) ~~касат~~ ~~TC~~ ~~касается~~ $\angle APT = \beta$ – опир на $\smile$ $\angle ACT$.

$\triangle APK \sim \triangle ACT$:

$\frac{AK}{TK} = \frac{PK}{KC} = \frac{AP}{CT}$ ~~$\Leftarrow \beta$~~ $\qquad \frac{15x}{TK} = \frac{PK}{13x} = \frac{AP}{CT}$.

3) ~~$\angle KP = \beta + \alpha$~~ $\triangle AOC$: $\frac{AO}{\sin(90-\beta)} = 2R \qquad \frac{R}{\cos\beta} = 2R$

$\cos\beta = \frac{1}{2}$

$\beta =$