Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103370**

ID профиля: **344859**

Вариант 23

Черновик

1. $S \Rightarrow$ сумма первых шести

$a_{10} \cdot a_{16} > S + 39$

$a_{11} \quad a_{15} < S \; 55$

$$a_n = a_1 + \underbrace{(n-1)}_{1 \ldots 5} b$$

$\Downarrow$

$$S = 6a_1 + 15b$$

$a_{10} = a_1 + 9b$

$a_{16} = a_1 + 15b$

$a_{11} = a_1 + 10b$

$a_{15} = a_1 + 14b$

$\Rightarrow$

$a_1^2 + 24a_1 b + 135b > 6a_1 + 15b + 39$

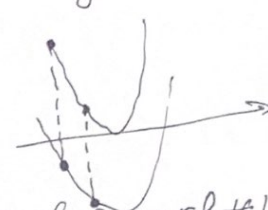
$a_1^2 + 24a_1 b + 140b < 6a_1 + 15b + 55$

$$\begin{cases} a_1^2 + a_1(24b-6) + (120b+39) > 0 \\ a_1^2 + a_1(24b-6) + 125b - 55 < 0 \end{cases}$$

$a_{11\,15} - a_{10\,16} = \boxed{5b}$

$\boxed{x_b = 3 - 12b}$

сдвиг вниз на $\boxed{5b - 16}$



$\cancel{5b > 16 \Rightarrow b > \frac{16}{5} \Rightarrow b \geq 4}$

$\Rightarrow a_1^2 + a_1(24b-6) + 120b - 39 < \cancel{5b-16} \; 16 - 5b$

$5b < 16$

$b < \frac{16}{5}$

$b = 1$

$b = 2$

$b = 3$

$D_1 = (12b-3)^2 - 120b + 39$

$D_1 = 144b^2 - 72b + 9 - 120b + 39$

$D_1 = 144b^2 - 192b + 48$

$D_1 = 16(9b^2 - 12b + 3)$

$D_1 = 48(3b^2 - 4b + 1)$

$192 \,|\, 3$

$18 \,|\, 64$

12

$64 \cdot 3$

16

$b = 4$ $\quad 480 - 39$

$\cancel{a_1^2 + 90a_1 + 441 > 0}$

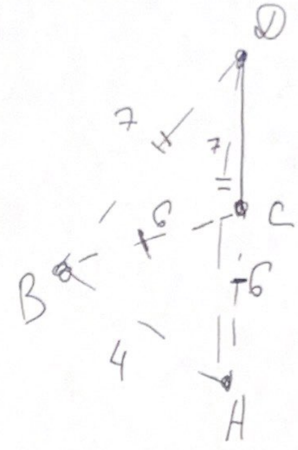
$\cancel{a_1^2 + 90a_1} \;\div$

$a_1^2 + 18a_1 + 79 > 0$

$a_1^2 + 18a_1 + 75 < 0$

$120 - 39 = 81$

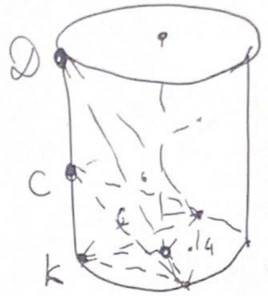
Черновик

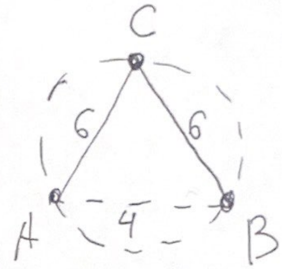


все вершины на бок. поверхности

$DC \parallel g$

r-с цилиндра - наименьший





$x, y:$ $\qquad \dfrac{a}{\sin\alpha} = 2R$

$-9-\sqrt{11} \neq -13$

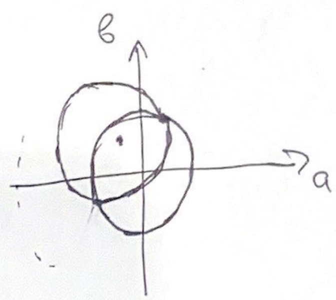
$4 \neq \sqrt{11}$

$a^2+b^2 \leq \min(-4a+4b, 8)$

$-9+\sqrt{11} \neq -5$

3 $\qquad \sqrt{11} \neq 4$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \leq 8 \\ a^2+b^2 \leq 4b-4a \\ x^2-2ax+a^2+y^2-2by+b^2 \leq 8 \end{cases}$$



есть окружность с R 8;

$a^2+b^2 \leq 8$

$a^2+b^2 \leq |4b-4a|$ $\qquad \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

$a^2+4a+b^2-4b \leq 0$

$(a+2)^2 \cancel{-4+} (b-2)^2 \leq 8$

Шестовик

1. ~~S —~~ Пусть первый член $a_1=a$, $a_2=a+b \Rightarrow$ $a_n=a+(n-1)b$. Так как все числа целые, последовательность возрастающая $\Rightarrow a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}$. Тогда $a_6=a+5b \Rightarrow$

$S=S_6=\left(\frac{a_1+a_6}{2}\right)\cdot 6=6a+15b$. $a_{10}a_{16}=(a+9b)(a+15b)=$

$=a^2+24ab+\cancel{144b^2}135b^2$; $a_{11}a_{15}=(a+10b)(a+14b)=$

$=a^2+24ab+140b^2$. ~~Из условия~~ $\Rightarrow$

~~$\Rightarrow a_{10}a_{16}-a_{11}a_{15}=$~~ Из условия

$$\begin{cases} a^2+24ab+135b^2>6a+15b+39 \\ a^2+24ab+140b^2<6a+15b+55 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2+a(24b-6)+135b^2\cancel{+}15b-39>0 & (1) \quad (+) \\ a^2+a(24-6)b+140b^2-15b-55<0 & (2) \end{cases}$$

~~+20~~

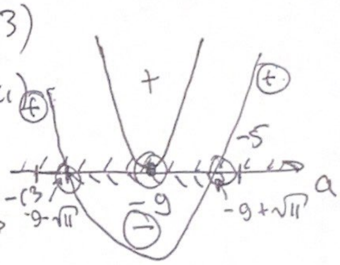
$\Downarrow$ из положит. вычитаем отрицательное

$(1)-(2)>0 \Rightarrow 16-5b^2>0 \Rightarrow 5b^2<16 \Rightarrow$

$b^2<\frac{16}{5} \Rightarrow b<\frac{4\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{4\sqrt{5}}{5}\not>2 \Leftrightarrow 4\sqrt{5}\not>10 \ |\uparrow 2 \Rightarrow 80\not>100$

$\frac{4\sqrt{5}}{5}\not>1 \Rightarrow 4\sqrt{5}\not>5 \ |\uparrow 2 \Rightarrow 80>25$. Т.к. $b\in\mathbb{N} \Rightarrow$ и $b<2 \Rightarrow$

$b=1$. Тогда $\begin{cases} a^2+18a+81>0 & (3) \\ a^2+18a+70<0 & (4) \end{cases}$



(3) $D_1=k^2-ac=0 \Rightarrow a_{1,2}=-9 \Rightarrow$

(4) $D_1=81-70=11 \Rightarrow a_{1,2}=-9\pm\sqrt{11} \Rightarrow$

Т.к. $\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$, $3<\sqrt{11}<4$ $\Rightarrow -13<-9-\sqrt{11}<-12$, $-6<-9+\sqrt{11}<-5$

$\Downarrow$ Т.к. $a\in\mathbb{Z} \Rightarrow a\in\{-12;-11;-10;-8;-7;-6\}$

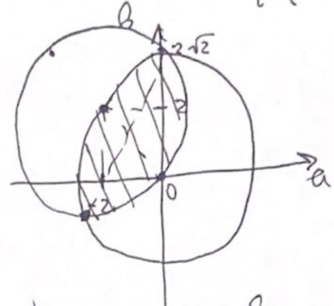
Ответ: $-12; -11; -10; -8; -7; -6$.

Чистовик

3. $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8) \ (2) \end{cases}$

Рассмотрим (2): если меньше минимума, то меньше каждого из значений $\Rightarrow$

$\begin{cases} a^2+b^2 \le 8 \\ a^2+b^2 \le 4b-4a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 8 & \Rightarrow \text{круг с центром } (0;0) \text{ и } R=2\sqrt{2} \\ (a+2)^2+(b-2)^2 \le 8 & \Rightarrow \text{круг с центром } (-2;2) \text{ и } R=2\sqrt{2} \end{cases}$



Нам нужно пересечение этих ~~графиков~~ неравенств $\Rightarrow$

$8+4a-4b \ge 0$

$a-b \ge -2$

Точки $\cap$ окружностей: $\begin{cases} a^2+b^2=8 \\ a^2+4a+b^2-4b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-a=2 \\ 4-2ab=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-a=2 \\ ab=-2 \end{cases} \Rightarrow$

$b-a=2 \Rightarrow \begin{cases} \cancel{b-a=2} \ a=b-2 \\ b^2-2b+2=0 \end{cases}$ $\cancel{\Leftrightarrow}$

$D_1 = 1-2$ $\quad 1\pm\sqrt{3}$
$D_1 = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=b-2 \\ b^2-4b+4+4b-8+b^2-4b=0 \ |:2 \end{cases} \Leftrightarrow$

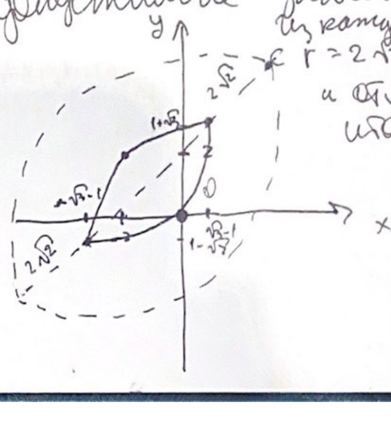
$\Leftrightarrow \begin{cases} a=b-2 \\ b^2-2b-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=1-\sqrt{3} \\ a=-\sqrt{3}-1 \end{cases} \\ \begin{cases} b=1+\sqrt{3} \\ a=\sqrt{3}-1 \end{cases} \end{array} \right.$

$\Downarrow$ Точки $\cap$

Тогда, чтобы для x, y $\exists$ соотв. значения $(a;b)$ нужно, чтобы (x,y) попадало в одну из окружностей с центром в т. $(a;b)$ и $r=2\sqrt{2}$

Зная допустимые значения a b найдем $(x;y)$

из каждой точки данной фигуры строится окружность $r=2\sqrt{2}$. Проведя нормали к кривой и отмечая отрезки $2\sqrt{2}$ длиной получаем итоговую фигуру



2

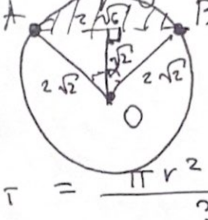
Шестовик

3. (продолжение)

*Т.к. Наиболее удаленная точка от данной фигуры получается при построении от точки на границе (иначе можно перенести ближе), $r = 2\sqrt{2} \Rightarrow$ Получившаяся фигура (два сектора кругов) и есть искомая M. Теперь найдем площадь фигуры в плоскости OAB и домножим на коэффициент подобия (одна получена из другой равномерным увеличением) Фигура в OAB (F) состоит из двух секторов ~~окруж~~ кругов с $r = 2\sqrt{2}$ и стягивающих хордой $\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

т. метод координат

Тогда



$S_{иск} = S_{сект} - S_{треуг}$

$\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60° \Rightarrow \angle AOB = 120° \Rightarrow$

$$S_{сект} = \frac{\pi r^2 \cdot 120°}{360°} = \frac{8\pi}{3} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{6} = \frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}.$$

Так как таких сектора 2 $\Rightarrow \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

Тогда ~~$S_{сегм}$~~ для M хорда равна $2\sqrt{6} + 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} + 2) \Rightarrow$

$$k = \frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}(\sqrt{3}+2)} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} \Rightarrow$$

$$\frac{S_F}{S_M} = \frac{3}{7 + 4\sqrt{3}} \Rightarrow S_M = \left(\frac{16\pi}{9} - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)(7 + 4\sqrt{3}) =$$

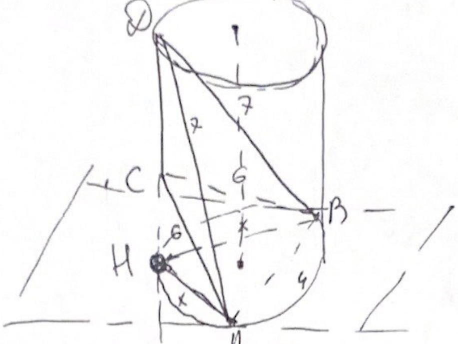
$$= \frac{112\pi}{9} - \frac{28\sqrt{3}}{3} + \frac{64\pi\sqrt{3}}{9} - \cancel{\frac{48}{3}}\ 16.$$

Ответ: $\frac{112\pi - 84\sqrt{3} + 64\pi\sqrt{3} - 144}{9}$

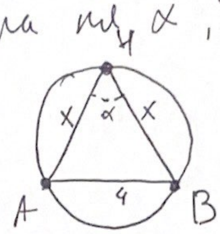
*Пояснение: мы по сути достраиваем часть имевшейся у нас ~~окружности~~ круга и увеличиваем радиус на $2\sqrt{2}$. Таким образом и площадь увеличится $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = k^2$ раз. Но это не меняет градусной меры дуги (ведь просто строится подобная изначальной фигура, углы не меняются)

Чистовик

2. Рассмотрим положение тетраэдра.



Проведём через AB пл α, $\alpha \perp DC$; $\alpha \cap DC = H$. Тогда получаем три р/б Δ-ка DAB, CAB, HAB. Т.к. тетраэдр вписан в цилиндр, $DC \parallel$ оси $\Rightarrow$ рассмотрим сечение цилиндра пл α, это окружность, т.к. $\alpha \parallel$ основанию (т.к. ось $\perp$ осн, $DC \parallel$ оси)



$HA = HB = x$. Теперь найдем наименьший радиус описанной окружности при ΔHAB (это и будет радиус цилиндра)

$\frac{4}{\sin\alpha} = 2R \Rightarrow R = \frac{2}{\sin\alpha} \Rightarrow R$ - наименьший, при наибольшем $\sin\alpha \Rightarrow$ при $\alpha = 90° \Rightarrow$ ~~$2x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{2}$, $R=2$ Тогда~~

~~Т.к. $DC \perp \alpha \Rightarrow DC \perp HA$ и из ΔCHA находим~~

~~$CH^2 = 36 - (\sqrt{2})^2 = 34 \Rightarrow CH = \sqrt{34}$. Из ΔDHA находим~~

~~$DH^2 = 49 - 2 = 47 \Rightarrow DH = \sqrt{47} \Rightarrow CD = \sqrt{47} - \sqrt{34}$~~

$2x^2 = 16 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$, $R = 2$.

~~Ответ: $\sqrt{47} - \sqrt{34}$~~

Тогда т.к. $DC \perp \alpha \Rightarrow DC \perp HA$; $CH \perp HA \Rightarrow$ по т. Пифагора из прямоуг. Δ-ов CHA, DHA находим $CH = \sqrt{36-8} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$DH = \sqrt{49-8} = \sqrt{41} \Rightarrow DC = DH - CH = \sqrt{41} - 2\sqrt{7}$

Ответ: $\sqrt{41} - 2\sqrt{7}$.

Часть 2

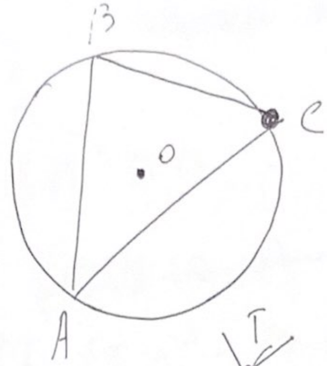
Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

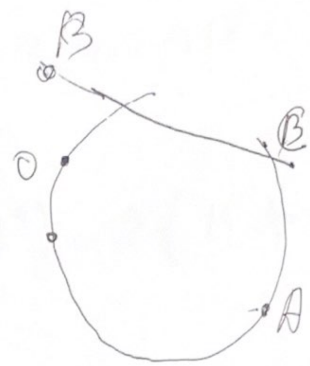
Шифр: **21103370**

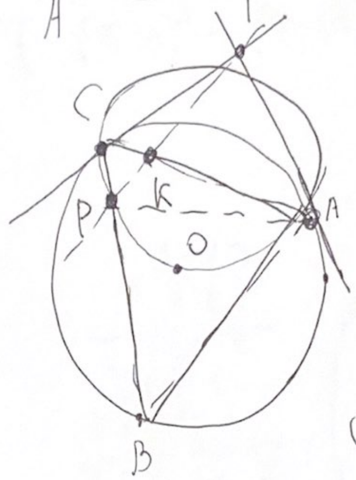
ID профиля: **344859**

Вариант 23

Черновик







$0 \ldots 15 \Rightarrow 16$

$0 \ldots 18 \Rightarrow 19$

Черновик

Важен порядок!

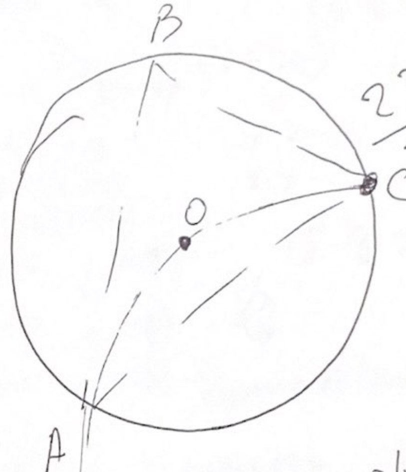
(a, b, c)

$15\cdot18 \quad 15\cdot18 \quad 15\cdot18 \; - \; 14\cdot17\cdot14\cdot17\cdot14\cdot17 =$

$= \cancel{(15\cdot18 - 14\cdot17)}$

$2\left((15\cdot9)^3 - (7\cdot17)^3\right) = 2\left(15\cdot9 - 7\cdot17\right)\left((15\cdot9)^2 - 15\cdot9\cdot7\cdot17 + (7\cdot17)^2\right)$

1027×721: 1027, 2054, 7189, 740467



$\frac{23}{2} = 11{,}5$

$x \neq -3$

$x \neq -5$

$a^{2\log_a b} =$

b^2

$16^2 = 256$

16×15: 80, 16, 240

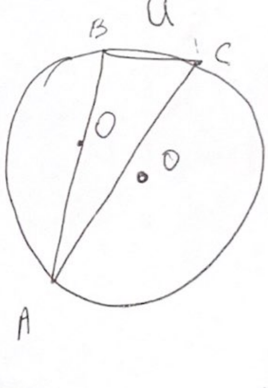
18×18: 144, 18, 324

19×19: 171, 19, 361

23×23: 69, 46, 529

$685 + 342 = 1027$

$a^{\frac{1}{2\log_c a}}$



18×19: 162, 18, 342

$465 + 256 = 4213$ (as written: 4 2 13)

$\cancel{383} + \cancel{324} = \cancel{707}$

36

$(x-1)$

$x^3 + x^2 - 2 \;|\; x-1$

$-\,x^3 - x^2 \qquad x^2 + 2x + 2$

$2x^2 - 2$

$-\,2x^2 - 2x$

$2x - 2$

Черновик

$\begin{cases} НОД(a;b;c)=22 \\ НОК(a;b;c)=2^{16}\cdot 11^{19} \end{cases}$ комбинаторика

$a = 22\cdot 2^{k}\cdot 11^{l}$ кол-во способов выбрать

~~$k\in[0,15]$~~

~~$l\in[0,18]$~~

у одного из чисел должно быть 2^{16},
у одного из чисел 11^{19} (a, b, c)

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)$, $\log_{(x+4)^2}(x+34)$, $\log_{\sqrt{2x+3}}(-x-4)$

$-x-4>0$ $x+4<0$ $x<-4$
$2x+3>0$ $x>-$
$x+34>0$

$\log_a b$, $\log_c a$ $\log_b c$ 15·18 чисел - всего

$a' = 22\cdot(2^{0-15}\cdot 11^{0-18})$
$b = 22\cdot(2^{0-15}\cdot 11^{0-18})$
$c = 22\cdot(2^{0-15}\cdot 11^{0-18})$ Нужно выбрать тройки

A   сколько троек, у которых хотя бы у одного
числа есть 2^{15} а у еще одного 11^{19}
Это количество троек всего - те, у которых повторы
числа не превышают 14 и 18. + учесть повторы

123   Сколько способов выбрать три числа с повторениями

c n

$\overline{C}_n^3 = C_{3+n-1}^{n-1} = \frac{(3+n-1)!}{(n-1)!\,3!}$

$C_3^3 = \frac{5!}{2!\,3!} = 10$

Выбрать $\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!\,k!}$

$2^0\cdot 11^0$
$2^1\cdot 11^0$
~~$2^2\cdot 11^0$~~
$2^0\cdot 11^1$
$2^1\cdot 11^1$
~~3 чисел~~

4 1 1 1 1 1 1

кол-во троек где

1 ~~0 0~~ 1 1 1 1 0 0 0
1 1 4 1 1 1 1

$C_4^2 = \frac{6!}{3!\,3!} = \frac{4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3} = \boxed{30}$

$= \frac{5!}{3!\,2!} = 10$

выбрать 3
4 комб.

11 12 23 34
22 13 24
33 14
44

1 2 3 4

= 10

3 перегородки - сколько в каждой группе n-1

Чистовик

4. $\begin{cases} НОД(a;b;c)=22 \\ НОК(a;b;c)=2^{15}\cdot 11^{19} \end{cases}$

Таким образом т.к. НОК имеет 2 простых делителя, так же как и НОД, то каждое из чисел тоже имеет два простых делителя

$a = 22\cdot 2^{a_2}\cdot 11^{a_{11}}$ $a_{11}, a_2 \in \mathbb{Z}$ т.к. $a\in\mathbb{N}$ $a_2\in[0;15]$ $a_{11}\in[0;18]$ в силу НОК (иначе бы не делилось). Аналогично

$b = 22\cdot 2^{b_2}\cdot 11^{b_{11}}$; $c = 22\cdot 2^{c_2}\cdot 11^{c_{11}}$.

Тогда найдём общее число подходящих троек. Нам нужны только те, в которых хотя бы у одного числа есть $a_2/b_2/c_2=15$ и хотя бы у одного числа $a_{11}/b_{11}/c_{11}=18$. Для этого найдём общее (I) количество троек с ограничениями на параметры. Затем нужно исключить все неподходящие, то есть те, у которых все (II) $a_2/b_2/c_2<15$ и все (III) $a_{11}/b_{11}/c_{11}<18$. Но тогда будут дважды вычтены тройки, у которых (IV)

$\begin{cases} a_2/b_2/c_2<15 \\ a_{11}/b_{11}/c_{11}<18 \end{cases}$ ⇒ Нужно прибавить их число. Так как упорядоченные тройки числа в тройках могут повторяться ⇒ Всего возможностей для каждого числа (I): $16\cdot19\cdot16\cdot19\cdot16\cdot19$. Те, у которых (от 0 до 14) степень двойки в НОКе недостаточна: $15\cdot19\cdot15\cdot19\cdot15\cdot19$ (II), те у которых степень 11 в НОКе недостаточна (от 0 до 17): $16\cdot18\cdot16\cdot18\cdot16\cdot18$ (III). И тех у которых степени обоих простых множителей в НОКе недостаточны (IV) $15\cdot18\cdot15\cdot18\cdot15\cdot18$ (то есть значения $a_2/b_2/c_2$ от 0 до 14, $a_{11}/b_{11}/c_{11}$ от 0 до 17)

Тогда итого $(16\cdot19)^3-(16\cdot18)^3-(15\cdot19)^3+(15\cdot18)^3=$

$=16^3(19^3-18^3)-15^3(19^3-18^3)=$

$=(16^3-15^3)(19^3-18^3)=(16^2+16\cdot15+15^2)(19^2+19\cdot18+18^2)=$

$=(256+225+240)(361+324+342)=$

$=721\cdot1027=740467$

ответ

1

Чистовик.

5. $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)^{(1)}$ $\log_{(x+4)^2}(x+34)^{(2)}$ $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4)^{(3)}$

Рассматривая ОДЗ для x:

$$\begin{cases} x+34>0 \\ x+4<0 \\ 2x+37>0 \\ (x+4)^2\neq 1 \\ \sqrt{x+34}\neq 1 \\ \sqrt{2x+23}\neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-34 \\ x<-4 \\ x>\cancel{-1,5}\ 11,5 \\ x\neq -3 \\ x\neq -5 \\ x\neq -33 \\ x\neq -11 \end{cases}$$

Упростим выражение:

(1): $2\log_{x+34}(2x+23)$

(2): $\frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34)$ ← т.к. $x+4<0$ ⇒ раскрываем модуль с −

(3): $2\log_{2x+23}(-x-4)$

Пусть $x+34=a$, $2x+23=b$; $-x-4=c$. Тогда

$2\log_a b$; $\frac{1}{2}\log_c a$; $2\log_b c$

~~Рассмотрим возможные равва: (1)=(2). Тогда~~

$\cancel{2\log_a b=\frac{1}{2}\log_c a \Rightarrow 4\log_a b-\frac{1}{\log_a c}=0}$

$\cancel{4\log_a b=\frac{1}{\log_a c} \Rightarrow b^4=\frac{1}{c}}$

Заметим, что можно переписать

~~(2)=(3) Тогда~~

$2\log_a b$; $\log_{c^2} a$; $\log_b c^2$. Начнём выражать

эти выражения через друг друга

$$2\log_a b = 2\left(\frac{\log_{c^2} b}{\log_{c^2} a}\right) = \frac{2}{\log_{c^2}a\cdot\log_b c^2}.$$

Тогда сведём выражения к следующим:

$\boxed{x,y\neq 0 \text{ т.к. } a,b,c\neq 0 \text{ по одз.}}$ $\frac{2}{xy}$; x ; y. Пусть $x=y \Rightarrow \frac{2}{x^2}-x=1 \Rightarrow$ ← x дублирует глобальную переменную к ОДЗ

$\Rightarrow \frac{2-x^3-x^2}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{x^3+x^2-2}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x^2+2x+2)}{x^2}=0 \Rightarrow$

$x=y=1$; (I)

(II) Другой случай: $\frac{2}{xy}=x \Rightarrow \frac{2}{y}=x^2 \Rightarrow y=\frac{2}{x^2}$;

$\frac{2}{x^2}-x=1 \Rightarrow \frac{2-x^3-x^2}{x^3}=0 \Rightarrow x=1,\ y=2,\ \frac{2}{xy}=1.$

2

Чистовик

5 (продолжение)

III случай: $\frac{2}{xy}=y \Rightarrow \frac{2}{x}=y^2 \Rightarrow x=\frac{2}{y^2} \Rightarrow$

$\frac{2}{y^2}-y=1 \Rightarrow \frac{2-y^3-y^2}{y^2}=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow \frac{2}{xy}=1 \Rightarrow x=2.$

$\Downarrow$ всего 3 варианта

I: $\begin{cases} 2\log_{x+34}(2x+23)=2 \\ \frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34)=1 \\ 2\log_{2x+23}(-x-4)=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{\log_{x+34}(2x+23)=1} \text{ ~~невозможно~~} \\ \\ \end{cases}$

$=0$, но $2x+\cancel{23}\neq\cancel{1}$ по ОДЗ

II $\begin{cases} 2\log_{x+34}(2x+23)=1 \\ \frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34)=1 \\ 2\log_{2x+23}(-x-4)=2 \end{cases}$ ~~$\Rightarrow$ также невозможно т.к. $-x-4\neq 1$ по ОДЗ~~

III $\begin{cases} 2\log_{x+34}(2x+23)=1 \\ \frac{1}{2}\log_{-x-4}(x+34)=2 \\ 2\log_{2x+23}(-x-4)=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_{x+34}(2x+23)=\frac{1}{2} & (1) \\ \log_{-x-4}(x+34)=4 & (2) \\ \log_{2x+23}(-x-4)=\frac{1}{2} & (3) \end{cases}$

$(1)(2)(3) \begin{cases} \sqrt{x+34}=2x+23; \ \sqrt{2x+23}=-x-4; \\ (-x-4)^4=x+34 \end{cases} \Rightarrow$

с учетом ОДЗ $\Rightarrow \begin{cases} x+34=\cancel{4x^2+92x+529}(2x+23)^2 \\ 2x+23=x^2+8x+16 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (x+34)=(2x+23)^2 \\ x^2-6x-7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=7 \end{array}\right. \\ (x+34)=(2x+23)^2 \end{cases} \varnothing.$

Продолжим рассмотрение первых вариантов:

I. $\begin{cases} \cancel{\log_{x+34}(} \\ \\ \end{cases}$ с учётом ОДЗ: $\begin{cases} x+34=2x+23 \\ \log_{-x-4}(x+34)=2 \\ \log_{2x+23}(-x-4)=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{11}{2}, \text{ но } x<-4 \Rightarrow \text{не подходит} \\ \vdots \\ \vdots \end{cases}$

Чистовик

5 (продолж.)

~~III~~ С учётом ОДЗ
II случай

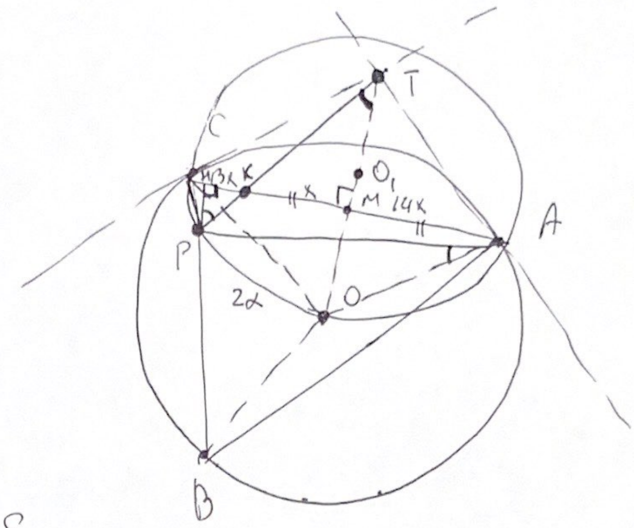
$$\begin{cases} 2x+23=-x-4 \\ \log_{x+34}(2x+23)=\frac{1}{2} \\ \log_{-x-4}(x+34)=2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cancel{3x=-27}\ x=-9 \\ \log_{25}5=\frac{1}{2} \\ \log_5 25=2 \end{cases} \Rightarrow \text{т.к. } x=-9 \text{ подходит в ОДЗ}$$

$x=-9$ Ответ: -9.

Чистовик

6.



1) Зная, что $\frac{S_{CKP}}{S_{APK}} = \frac{13}{15}$ и что у этих Δ-ов общая высота можем найти $\frac{CK}{AK} = \frac{13}{15}$; TC, TA – касательные к окружности, проведённые из одной точки $\Rightarrow TC=TA$

$\triangle TCA$ – р.б.; $TO \cap CA = M$; $CM=MA$; окружность, описанная около $\triangle AOC$ лежит на точке $\cap$ сер. пер $\Rightarrow MO \Rightarrow TO$ (сер. пер. из р.б. Δ-ка). Пусть $CK = 13x$; $AK = 15x$. Тогда $AC = 28x \Rightarrow AM = 14x$; $KM = x$. Построим высоту PH в $\triangle PCK$

$\triangle PHK \sim \triangle TMK$ по двум углам $\Rightarrow \cancel{\frac{PK}{KM}}\ \frac{PH}{TM} = \frac{HK}{KM} = \frac{PK}{KT} \Rightarrow \cancel{\frac{PH}{TM} \Rightarrow} \Rightarrow \angle PTO = \angle HPK$ (из ||-сти прямых HP, TO) $= \angle PHO$ (опираются на одну дугу) $= \angle PAO = \alpha$.

~~Тогда HP=~~ В итоге $\cancel{\frac{28x}{\sin B} = 2R}$. $\frac{S_{CPA}}{S_{HPB}} = \frac{CP}{PB}$,

Доказывая $\frac{CP}{PB} = \frac{CK}{KA}$ получаем, что $S_{APB} = \frac{28 \cdot 13^2}{15^2}$, итого $S = 28\left(\frac{15^2+13^2}{15^2}\right)$ записанное отношение получается из $OB=OA$; симметрия относительно CO.