Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

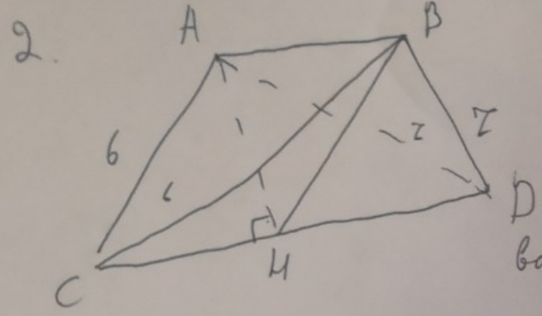
Шифр: **21103111**

ID профиля: **874223**

Вариант 23

Чистовик
Вариант 23

2.



Видим, что $\Delta CAD = \Delta CBD \Rightarrow$ высоты из вершин A и B падают в одну точку, то есть H. Тогда плоскость $ABH \perp CD$, значит $\parallel$ основанию цилиндра $\Rightarrow$ радиус в описанной около ΔABH окружности — радиус цилиндра. При этом D(диаметр) $= 2R$(радиус) $\geq AB$ т.к. AB — хорда $\Rightarrow \min R = 2$ достигается, когда AB — диаметр $\Rightarrow \angle AHB = 90° \Rightarrow AH = BH = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow$ Ответ:

1) $H \in CD$, $CD = CH + HD = \sqrt{28} + \sqrt{41}$

2) $H \notin CD \Rightarrow C \in HD$, $CD = HD = HD - CH = \sqrt{41} - \sqrt{28}$

21103111 (U874223 M1296419)

Чистовик

Вариант 23

3. $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 8 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(-4a+4b, 8) & (2) \end{cases}$

(2) $a+b^2 \le \min(4a+4b, 8)$

1) $-4a+4b<8$

$a^2+b^2 \le -4a+b$

$a^2+4a+4-4+b^2-4b+4-4 \le 0$

$(a+2)^2+(b-2)^2 \le 8$

Решением является круг с центром в точке $(-2,2)$ и радиусом $\sqrt{8}$, с учетом условия $-4a+4b<8$, от круга отрезается область выше прямой $-4a+4b=8$

• 2 $-4a+4b \ge 8$

$a^2+b^2 \le 8$

Решение - круг с центром в точке $(0;0)$ и $r=\sqrt{8}$

т.к. $-4a+4b \ge 8$ то от круга отсекается часть ниже прямой $-4a+4b=8$

Эти ~~две~~ области расположены симметрично по разные стороны от прямой $-4a+4b=8$. И они являются частями окр. $\Rightarrow$ область решений $(a;b)$ - пересечение двух окр. $r=\sqrt{8}$ и с центрами в $(0;0)$ и $(-2;2)$

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 8$

Решение - круг с центром в $(a;b)$ и $r=\sqrt{8}$

т.к. мы уже нашли множество всех решений $(a;b)$, то возьмем каждую эту точку и будем использовать, как центр окр. с $r=\sqrt{8}$

2

Найдем полуоси A и B

расстояние между $(0;0)$ и $(-2;2)$ $=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$, тогда малая полуось:

$2B=3\sqrt{8}$

большая полуось $2A=\sqrt{8}(\sqrt{3}+2) \Rightarrow A=\frac{\sqrt{8}(\sqrt{3}+2)}{2}$, $B=\frac{3\sqrt{8}}{2}$

тогда $S=\pi AB=\frac{24\pi(\sqrt{3}+2)}{4}=6\pi(\sqrt{3}+2)$

Ответ: $6\pi(\sqrt{3}+2)$

21103111 (U874223 M1296419)

Черновик

математика 11 кл

$a_1+a_2+a_3+a_{11}+a_5+a_6+39 < a_{10}\cdot a_{16}$

$a_{11}a_{15} < 5+55$

$\exists a_1=1 \quad q=1$

$\underbrace{1+2+3+4+5+6}_{21}+39 < 160$

[redacted]

$\begin{cases} 5+39 < a_{10}a_{16} \\ 5+55 > a_{11}a_{15} \end{cases}$

$5 < a_{10}a_{16}-39$

$5 > a_{11}a_{15}-55$

$55 \times 95 = 275 + 495 = 52{,}25$

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 27 31 33

16 + 20

$36+55 > \cancel{27\cdot 29}$

$\underbrace{0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5}_{15}$ 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

$\underbrace{0\ 2\ 4\ 6\ 8\ 10}_{30}$ 12 $\underbrace{14\ 16}_{30}$ 18 20 22 24 26 28 30

$\underbrace{0\ 3\ 6\ 9\ 12\ 15}_{45}$ 18 21 24 27 30 33 36 39 42

0 1, 1,5 2 2,5 3 3,5 4 4,5 5 5,5 6 7,5 8 8,5 9 9,5 10

$6+5+2{,}5 = 11+2{,}5 = 13{,}5$

$13{,}5 > 54-55$

$13{,}5 < 5{,}5\cdot 9{,}5-39$

$13{,}5 < 52{,}25-39$

$13{,}5 < 13{,}25$

3

0 0,5 1 1,5 2 2,5 3 3,5 4 4,5 5 5,5 6 6,5 7 7,5 8 8,5 9 9,5 10

$4+3+0{,}5 = 7{,}5$

$35-39 > 7{,}5$

21103111 (U874223 M1296419)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103111**

ID профиля: **874223**

Вариант 23

Чистовик

Вариант 23

4. Обозначим наши числа так:

$a = 2^{\alpha_1} \cdot 11^{\alpha_2}$

$b = 2^{\beta_1} \cdot 11^{\beta_2}$

$c = 2^{\gamma_1} \cdot 11^{\gamma_2}$

тогда данное нам условие аналогично след.:

$\max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 16$

$\max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 19$

$\min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 1$

$\min(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 1$

Рассмотрим как можно распределить степени 2:

1) Пусть все степени различны. Тогда у нас есть $3 \cdot 2 \cdot 13$ вариантов. Выбрать максимальную степень, выбрать ~~[illegible]~~ минимальную и оставшуюся.

2) Пусть какая то степень повторяется. Таких вариантов всего 6, всего вариантов получается $6 \cdot 14$ вариантов

Аналогично распределений для степеней 3-ки $6 \cdot 18$, значит всего вариантов $6 \cdot 14 \cdot 6 \cdot 18 = 9720$

математика 11 кл

Чистовик

Вариант 23

1) $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2\dfrac{\ln(2x+23)}{\ln(x+34)}$

2) $\log_{(x+4)^2}(x+34) = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\ln(x+34)}{\ln(-x-4)}$

3) $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2\dfrac{\ln(-x-4)}{\ln(2x+23)}$

обозначим $\ln(2x+23)=\alpha$, $\ln(x+34)=\beta$, а $\ln(-x-4)=\gamma$

будем работать в области определения: все скобки $(2x+23)$; $(x+34)$ и $(-x-4)$ – больше 0 и не равны 1

Тогда наши числа можно переписать так: $2\dfrac{\alpha}{\beta}$; $\dfrac{1}{2}\dfrac{\beta}{\gamma}$; $2\dfrac{\gamma}{\alpha}$

Перемножим числа и получим 2

По условию, два логарифма равны t, а третий равен $(t+1)$ $\Rightarrow$

$\Leftrightarrow t\cdot t\cdot(t+1)=2$

$t^3+t^2-2=0$

$t=1$

Рассмотрим первый логарифм. Он равен либо 2, либо 1:

• $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=2$

откуда $x=11$, но он не входит в обл. опр. $(-x-4>0)$ $\Rightarrow$ 2 – не подходит.

• $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)=1$

откуда $x=-9$ либо $x=-\dfrac{55}{4}$, но $x=-\dfrac{55}{4}$ не входит в обл. опр. $(2x+23>0)$, поэтому $x=-9$ – единственное возможное решение

Подставим $x=-9$ во все логарифмы, получаем, что первый равен 1, второй равен 1, третий равен 2 $\Rightarrow$ ответ получен

Ответ: -9

2

Черновик

1) $\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2\,\dfrac{\ln(2x+23)}{\ln(x+34)}$

2) $\log_{(x+4)^2}(x+34) = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\ln(x+34)}{\ln(-x-4)}$

3) $\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = 2\,\dfrac{\ln(-x-4)}{\ln(2x+23)}$

Обозначим $\ln(2x+23)$ за α, $\ln(x+34)$ – β, $\ln(-x-4)$ – γ

будем работать в области определения: все скобки $(2x+23)$; $(x+34)$; $(-x-4)$ – больше 0 и не равны 1

Тогда наши числа можно переписать так: $2\dfrac{\alpha}{\beta}$; $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\beta}{\gamma}$; $2\dfrac{\gamma}{\alpha}$

Перемножим числа из условия: $2\dfrac{\alpha}{\beta}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\beta}{\gamma}\cdot 2\dfrac{\gamma}{\alpha} = 2$

По условию, два из наших логарифмов равны t, а третий равен $t+1$: $t\cdot t\cdot(t+1) = 2$

$t^3 + t^2 - 2 = 0$

$t = 1$

Рассмотрим первый логарифм. Он равен либо 2, либо 1:

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 2$

$2x+23 = \sqrt{x+34}^{\,2}$

откуда $x = 11$. Но $x = 11$ не входит в область опр $(-x-4>0)$ $\Rightarrow$ 2 – не подходит

$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = 1$

$4x^2 + 92x + 529 = x + 34$

либо $x = -9$, либо $x = -\dfrac{55}{4}$, Но $x = -\dfrac{55}{4}$ не входит в обл. опр $(2x+23>0)$

поэтому $x = -9$ – единственно возможный вариант

Подставим $x = -9$ во все ост. логарифмы, получаем, что $\Sigma 1 = 1$, $\Sigma 2 = 1$

а $\Sigma 3 = 2$

Ответ: -9

Черновик

Математика 11кл

34

19 = 16

15 = 19

$$\left[\begin{aligned} &\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)^2}(x+34) \\ &\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \\ &\log_{(x+4)^2}(x+34) = \log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) \end{aligned}\right.$$

$$2\log_{x+34}(2x+23) = \frac{1}{2}\log_{(x+4)}(x+34)$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \log_{(x+4)}\sqrt{x+34}$$

$$\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23) = \frac{1}{\log_{\sqrt{x+34}}(x+4)}$$

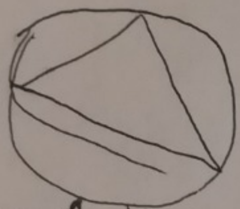
$$\log_{\sqrt{2x+23}}(-x-4) = \frac{1}{\log_{\sqrt{2x+23}}(x+34)}$$

$$\log_{(x+4)^2}(x+34) = \frac{1}{\log_{(-x-4)}(\sqrt{2x+23})}$$

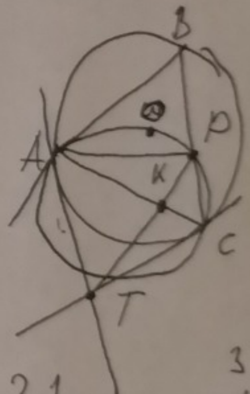
4
36
× 18
288
+ 36
648
× 14
2592
648
8992

$\cancel{\log_{\sqrt{x+34}}(2x+23)}$

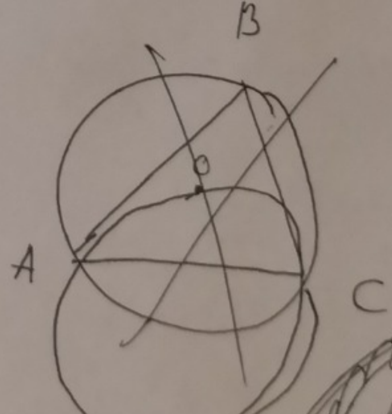
2
36
× 14
154
+ 36
514



6 · 14 · 6 · 18



1 3
514
× 18
4112
514
9262



3 1
252
× 6
1512

3
18
× 14
72
18
252

3 1
1512
× 6
9072